Обратные тригонометрические функции и их свойства

,

При каких значениях t верно равенство?

sint = 0,5

$$t_1 = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

$$t_2 = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in Z$$

sint = 0,3

t= ?

Обратные тригонометрические функции

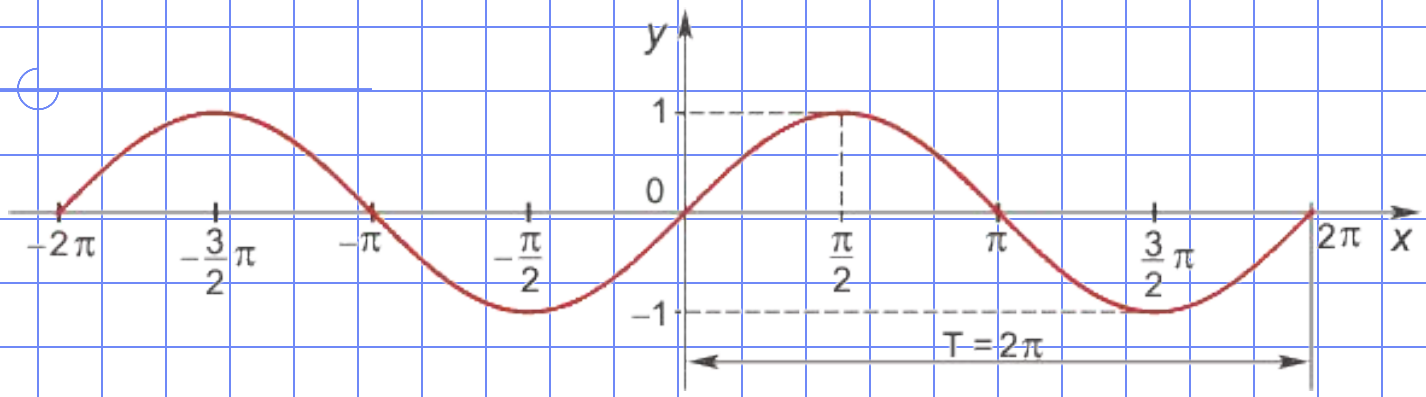
y=y=arcsinx
график

y=y=arccosx
график

y=y=arctgx
график

y=y=arcctgx
график

Функция y = sinx



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. синус функция — **ограниченная**.
Функция нечетная: sin(−x)=−sin x для всех x $\in$ **R**.
График функции симметричен относительно начала координат.
Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

Функция y=arcsin x и ее свойства

Если $|a| \le 1$, то $\arcsin a$ – это такое число из отрезка $[-\pi/2; \pi/2]$, синус которого равен a.

Если $|a| \le 1$, то

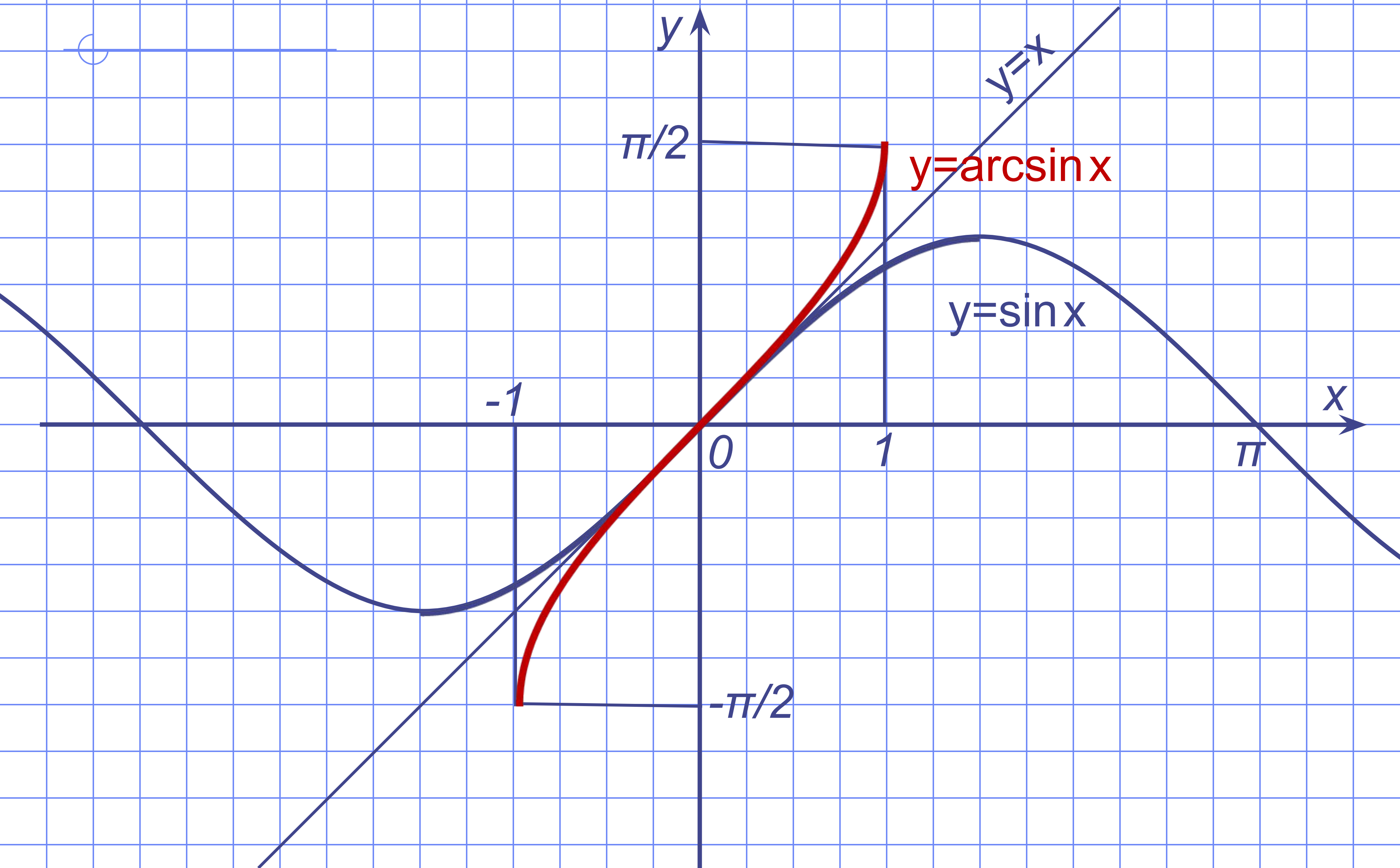
$$\arcsin a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \sin t = a, \\ -\pi/2 \le t \le \pi/2; \end{cases}$$

$$\sin(\arcsin a) = a$$

Функция y=arcsin x и ее свойства

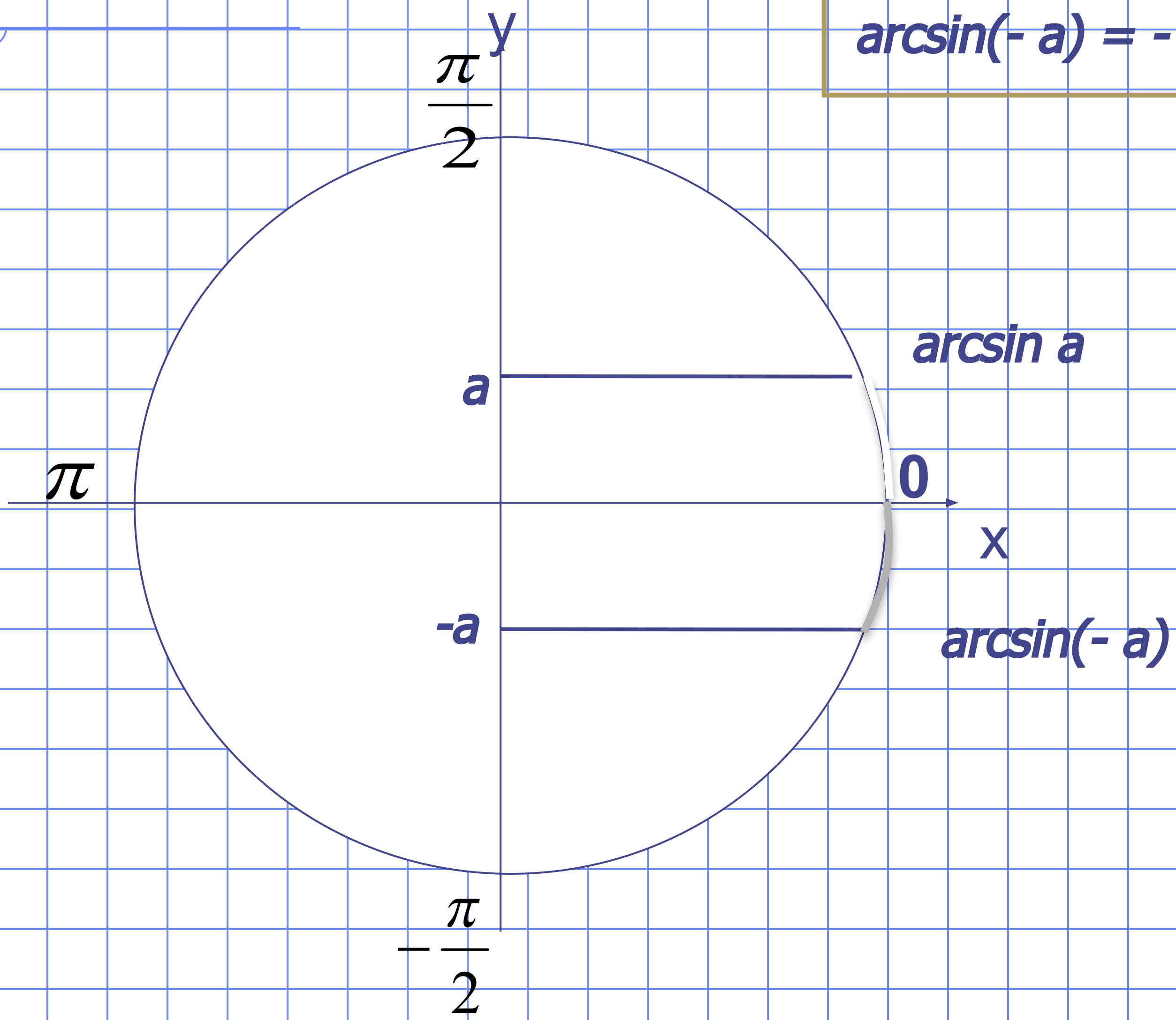
1. $D(y) = [-1; 1]$.
2. $E(y) = [-\pi/2; \pi/2]$.
3. $\arcsin(-x) = -\arcsin x$ – *функция нечетная.*
4. *Функция возрастает на* $[-1; 1]$.
5. *Функция непрерывна.*

Функция y=arcsin x и ее график

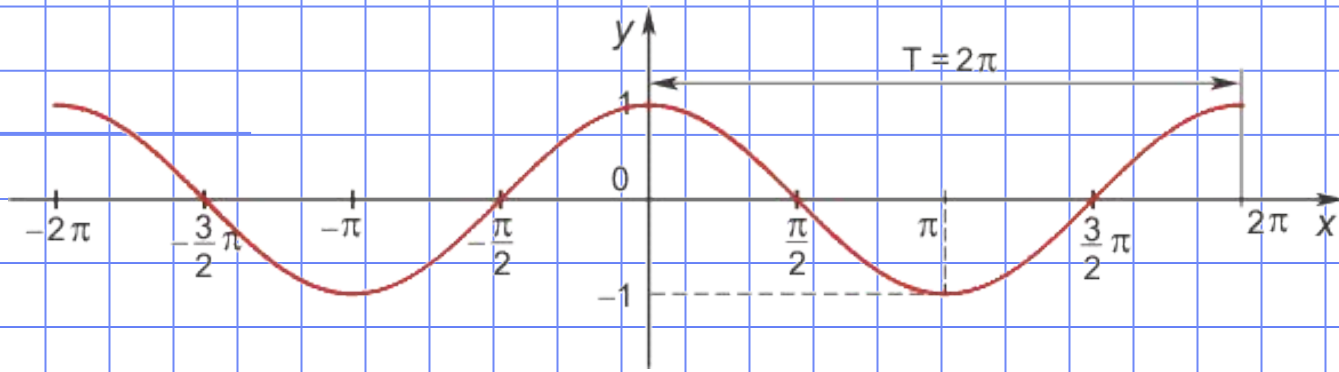


Геометрическая иллюстрация

$\arcsin(-a) = -\arcsin a$



Функция y = cosx



Область определения функции — множество **R** всех действительных чисел.
Множество значений функции — отрезок [-1; 1], т.е. косинус функция — **ограниченная**.
Функция четная: cos(−x)=cos x для всех x ∈ **R**.
График функции симметричен относительно оси OY.
Функция периодическая с наименьшим положительным периодом 2π:

Функция y=arccos x и ее свойства

Если |a| ≤ 1, то arccos a – это такое число из отрезка [0; π], косинус которого равен a.

Если |a| ≤ 1, то

$$\arccos a = t \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos t = a, \\ 0 \le t \le \pi; \end{array}\right.$$

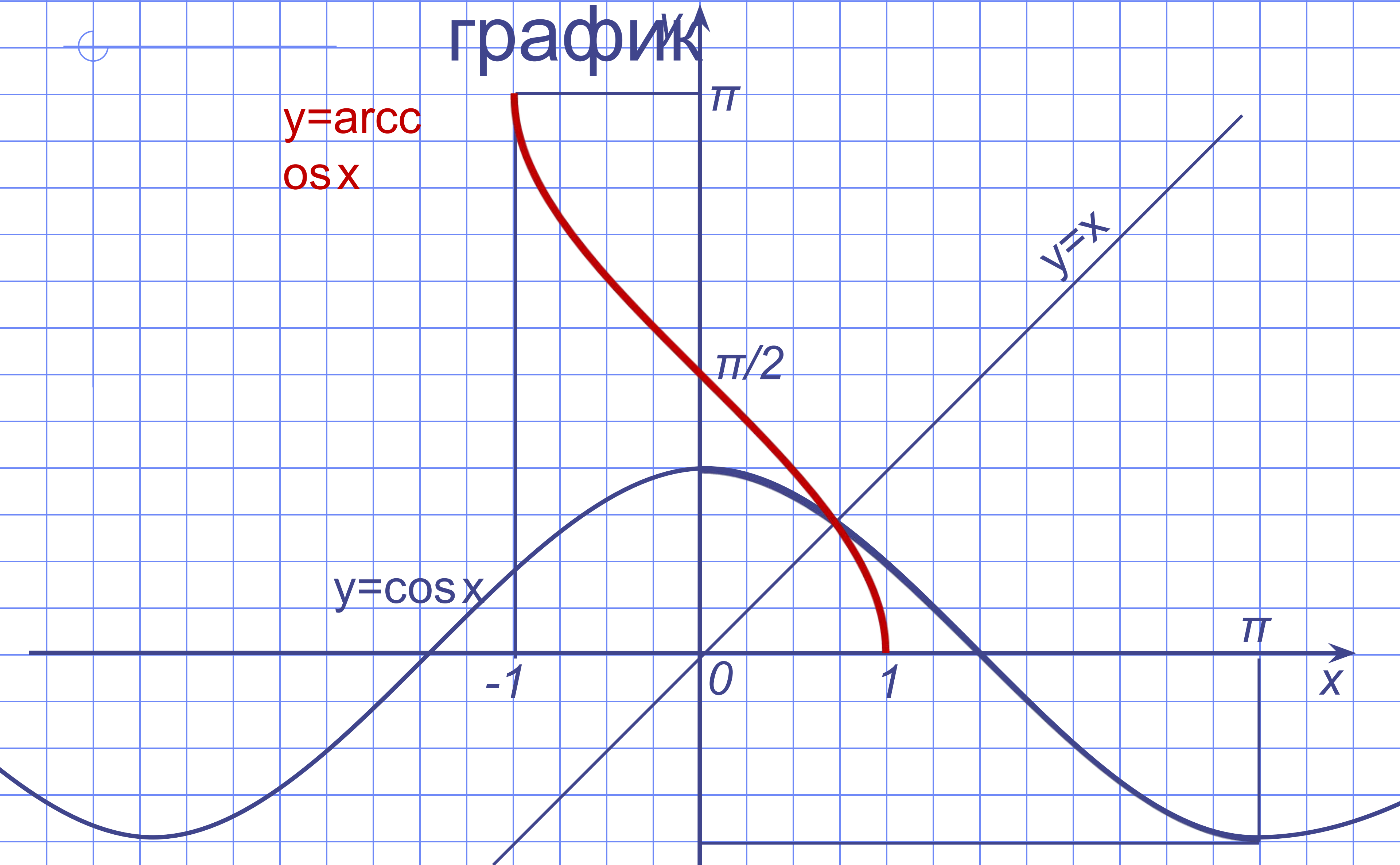
$$\cos(\arccos a) = a$$

$$\arccos(-a) = \pi - \arccos a, \text{ где } -1 \le a \le 1$$

Функция y=arccos x и ее свойства

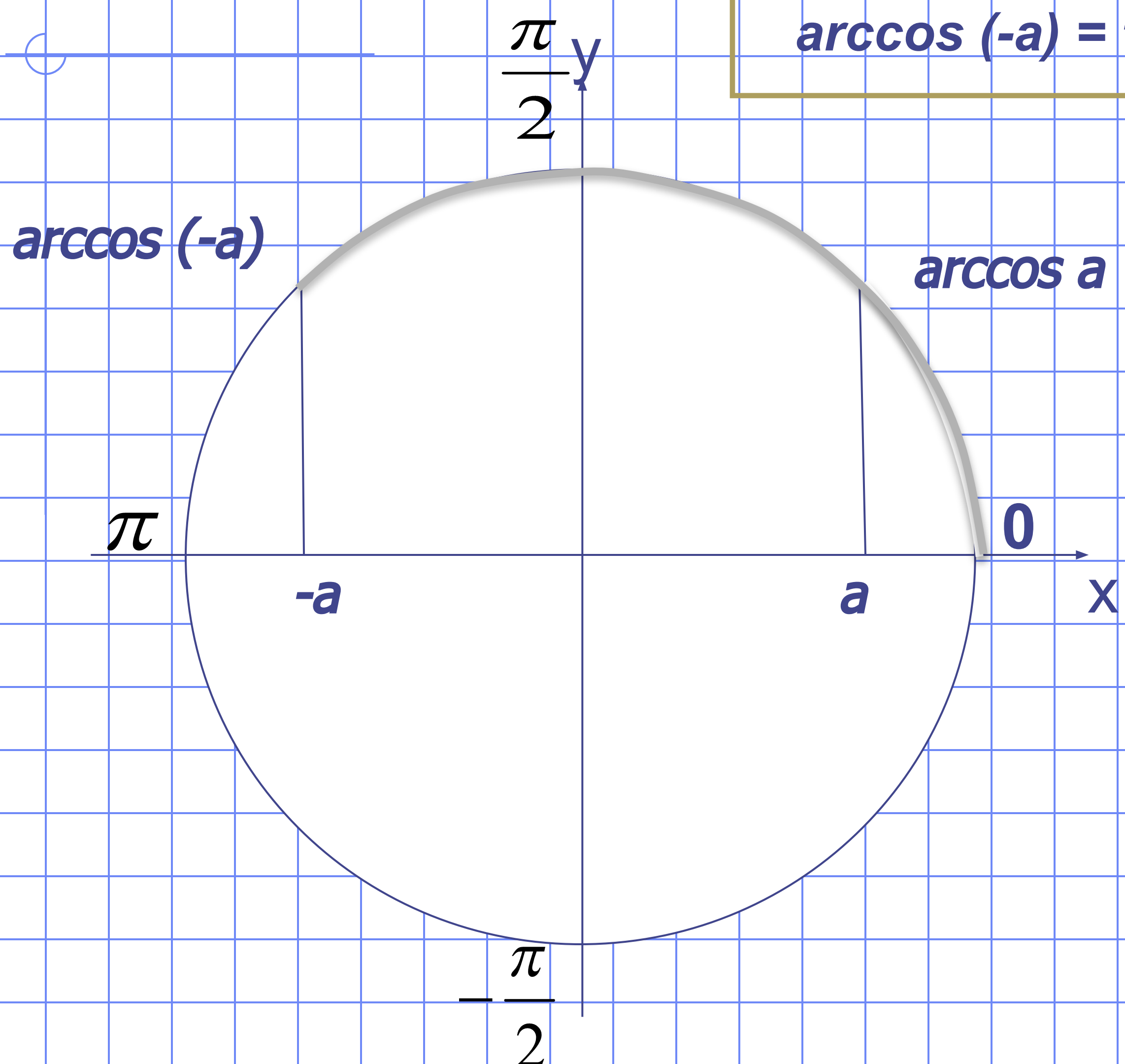
1. $D(y) = [-1; 1]$.
2. $E(y) = [0; \pi]$.
3. *Функция не является ни четной, ни нечетной.*
4. *Функция убывает на* $[-1; 1]$.
5. *Функция непрерывна.*

Функция $y=\arccos x$ и ее график



Геометрическая иллюстрация

arccos (-a) = π – arccos a



Функция y=arctg x и ее свойства

arctg a – это такое число из интервала (-π/2; π/2), тангенс которого равен a.

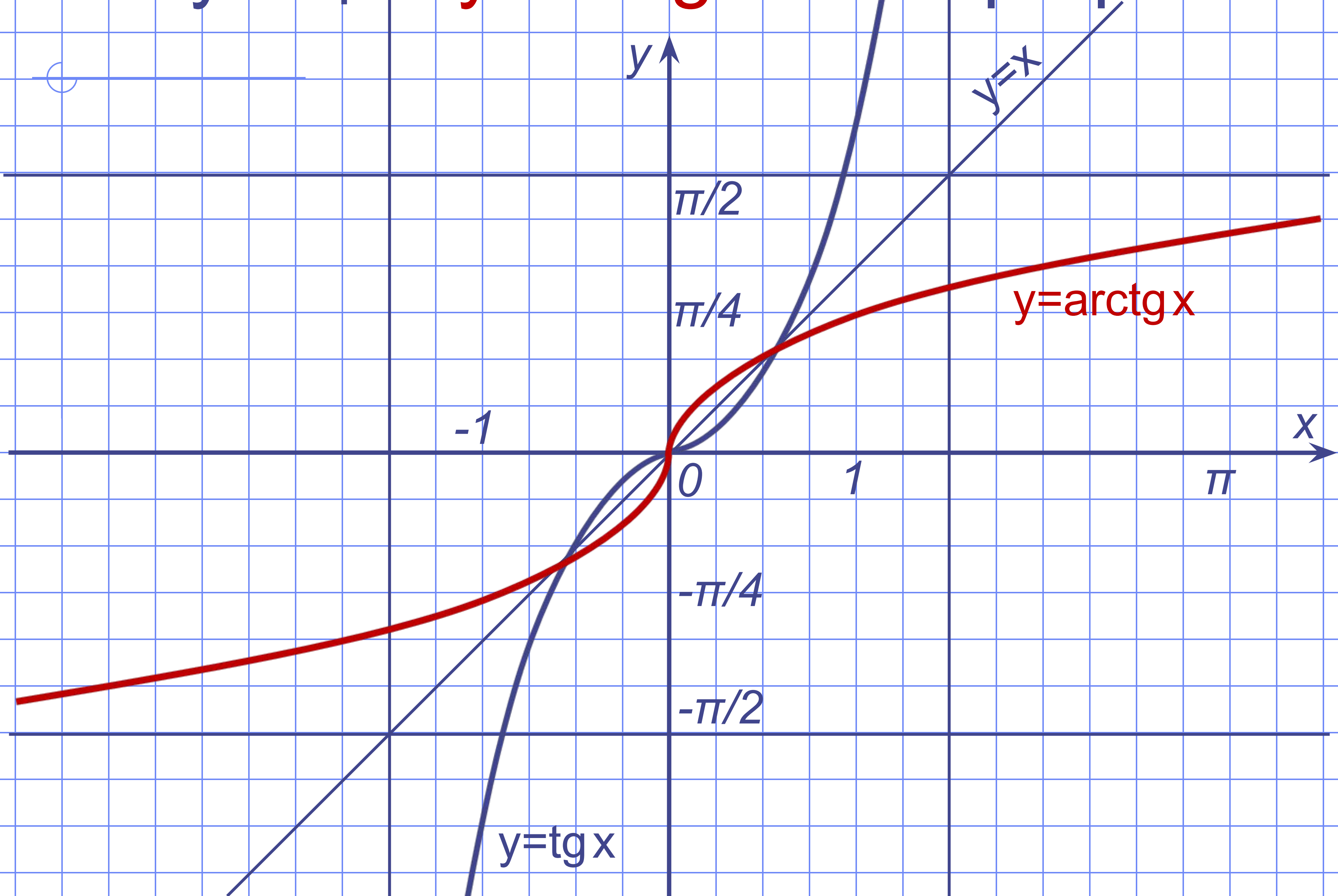
$$arctg\ a = t \Leftrightarrow \begin{cases} tg\ t = a, \\ -\pi/2 < t < \pi/2; \end{cases}$$

$$tg\ (arctg\ a) = a$$

Функция $y = \operatorname{arctg} x$ и ее свойства

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(y) = (-\pi/2; \pi/2)$.
3. $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$ – *функция нечетная.*
4. *Функция возрастает на* $(-\infty; +\infty)$.
5. *Функция непрерывна.*

Функция y=arctg x и ее график



Функция y=arcctgx и ее свойства

arcctg a – это такое число из интервала (0; π), котангенс которого равен a.

$$\operatorname{arcctg} a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \operatorname{ctg} t = a, \\ 0 < t < \pi; \end{cases}$$

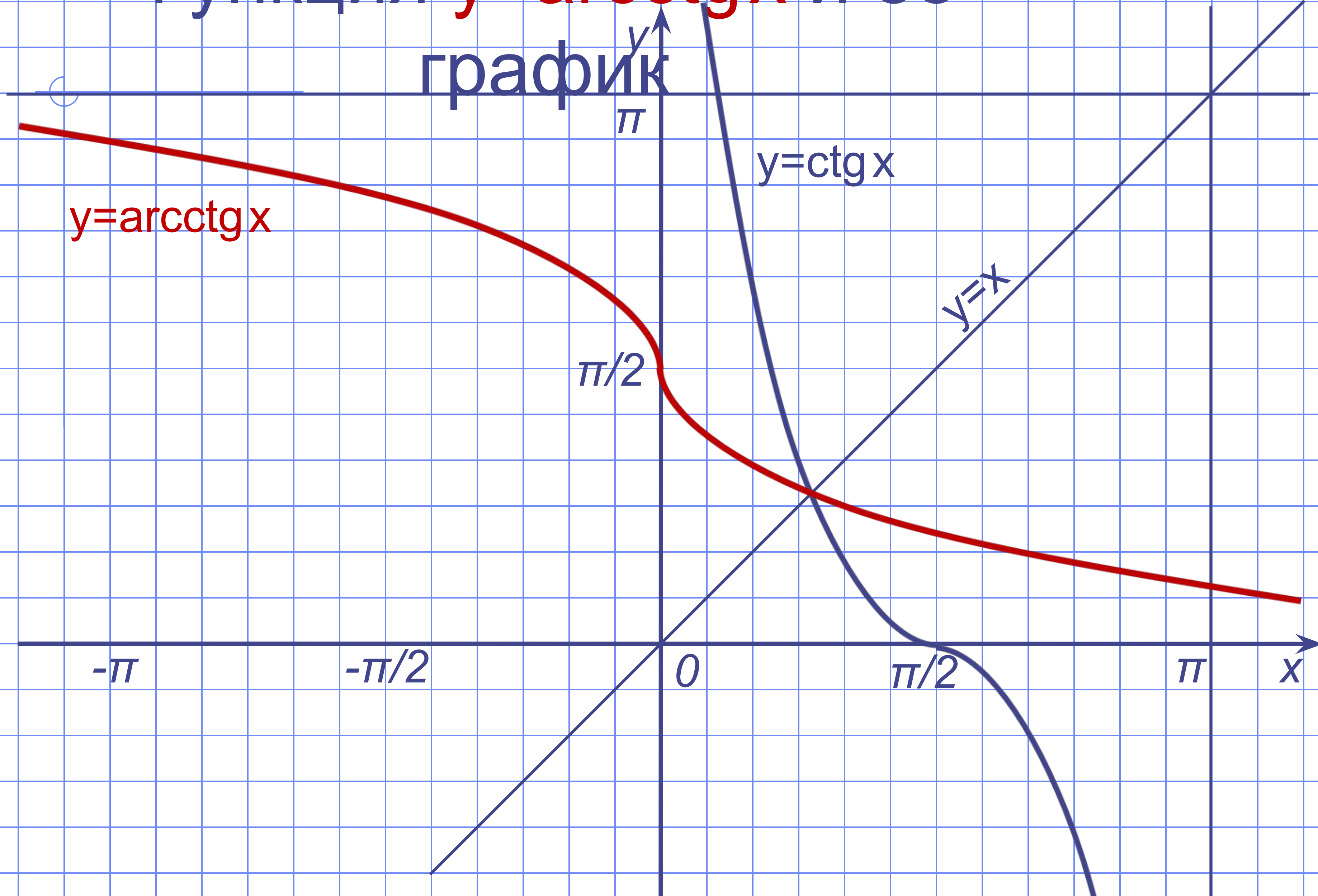
$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} a) = a$$

$$\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$$

Функция y=arcctg x и ее свойства

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$.
2. $E(y) = (0; \pi)$.
3. *Функция не является ни четной, ни нечетной.*
4. *Функция убывает на* $(-\infty; +\infty)$.
5. *Функция непрерывна.*

Функция y=arcctg x и ее график



$\arcsin 1$ $\quad \arcsin 0$ $\quad \arcsin \frac{1}{2}$ $\quad \arcsin(-\frac{1}{2})$

$\arccos 1$ $\quad \arccos 0$ $\quad \arccos \frac{1}{2}$ $\quad \arccos(-\frac{1}{2})$

$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad \arcsin(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ $\quad \arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})$

arcsin(-x) = - arcsinx

arccos(-x) = π **- arccosx**

Имеет ли смысл выражение?

$$\arcsin 2 \quad \arccos 3\pi \quad arctg 100$$

Может ли arcsint и arccost принимать значение равное

$$5, \quad -\frac{5}{9}, \quad \pi, \quad -10, \quad \frac{3}{7}, ?$$

Найдите значения выражений:

$\arccos(\cos\frac{\pi}{3})$

$ctg(arcctg(-\frac{7}{8}))$

$\sin(\arcsin\frac{5}{13})$

$\arcsin(\sin\frac{5\pi}{2})$

$tg(arctg15)$

$\cos(\arcsin\frac{3\pi}{2})$

$$arctg 1 \qquad arctg\sqrt{3} \qquad arctg(-\frac{\sqrt{3}}{3})$$

$$arcctg 1 \qquad arcctg\sqrt{3} \qquad arcctg(-\frac{\sqrt{3}}{3})$$

arctg(-x) = -arctgx

arcctg(-x) = π - arcctgx

Свойства аркфункций

$$\cos(\arccos x) = x,$$

$$\sin(\arcsin x) = x,$$

$$tg(arctgx) = x$$

$$ctg(arcctgx) = x$$

$$\arccos(\cos x) = x, x \in [-1;1]$$

$$\arcsin(\sin x) = x, x \in [-1;1]$$

$$arctg(tgx) = x,$$

$$arcctg(ctgx) = x.$$

- Заполните пропуски в таблице:

a	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
arcsin a	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	0	—	—	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$
arccos a	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—	π	$\frac{5\pi}{6}$
arctg a	$\frac{\pi}{4}$	—	0	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	—
arcctg a	$\frac{\pi}{4}$	—	—	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	—

Вид уравнения	Пример
Простейшие уравнения (по определению аркфункции)	$\arcsin(x^2 - 4x + 3) = 0$
Уравнения, приводимые к квадратным уравнениям	$2\arcsin^2 x - 7\arcsin x + 3 = 0$
Уравнения, левая и правая части которых являются одноименными тригонометрическими функциями	$\arcsin(x^2 - 3x) = \arcsin(-2x)$
Уравнения, левая и правая части которых являются разноименными тригонометрическими функциями	$\arcsin 2x = arccosx$