МЕТОДИ РОЗВ’ЯЗУВАННЯ НАЙПРОСТІШИХ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

НАВЧАЛЬНА МЕТА:

- Формування умінь розв’язувати найпростіші тригонометричні нерівності:

$\sin t > a$	$\sin t < a$
$\sin t \geq a$	$\sin t \leq a$
$tgt > a$	$tgt < a$
$tgt \leq a$	$tgt \geq a$

$\cos t > a$	$\cos t < a$
$\cos t \geq a$	$\cos t \leq a$
$ctgt > a$	$ctgt < a$
$ctgt \leq a$	$ctgt \geq a$

- Нерівність називається **тригонометричною**, якщо вона містить змінну тільки під знаком тригонометричної функції.

ПРИКЛАДИ

Приклад 1

Розв'язати нерівність:

$$\sin t \geq \frac{1}{2}$$

1. Будуємо одиничне тригонометричне коло

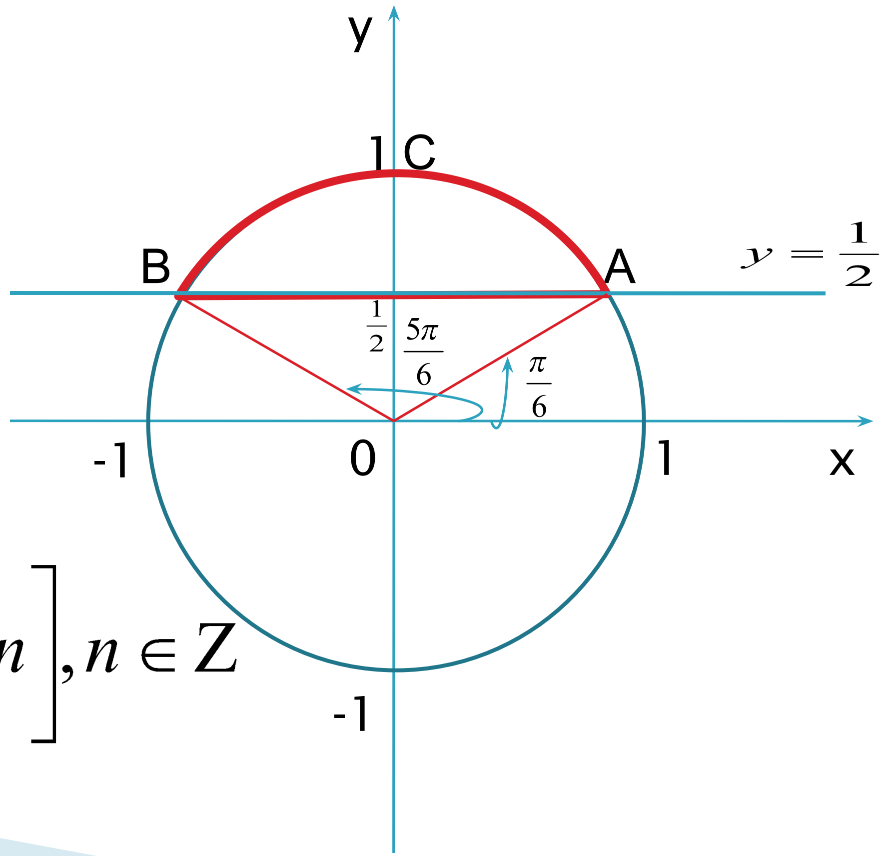
2. Будуємо пряму $y = \frac{1}{2}$

3. Знаходимо на одиничному колі точки, значення ординат яких не менші $\frac{1}{2}$

4. Відомо, що: $\sin\frac{\pi}{6} = \sin\frac{5\pi}{6} = \frac{1}{2}$

5. Отже, розв'язком нерівності будуть усі значення *t* із проміжку $\left[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right]$

6. Враховуючи періодичність функції $\sin t$



Відповідь: $\left[\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{5\pi}{6} + 2\pi n\right], n \in Z$

Приклад 2

Розв'язати нерівність:

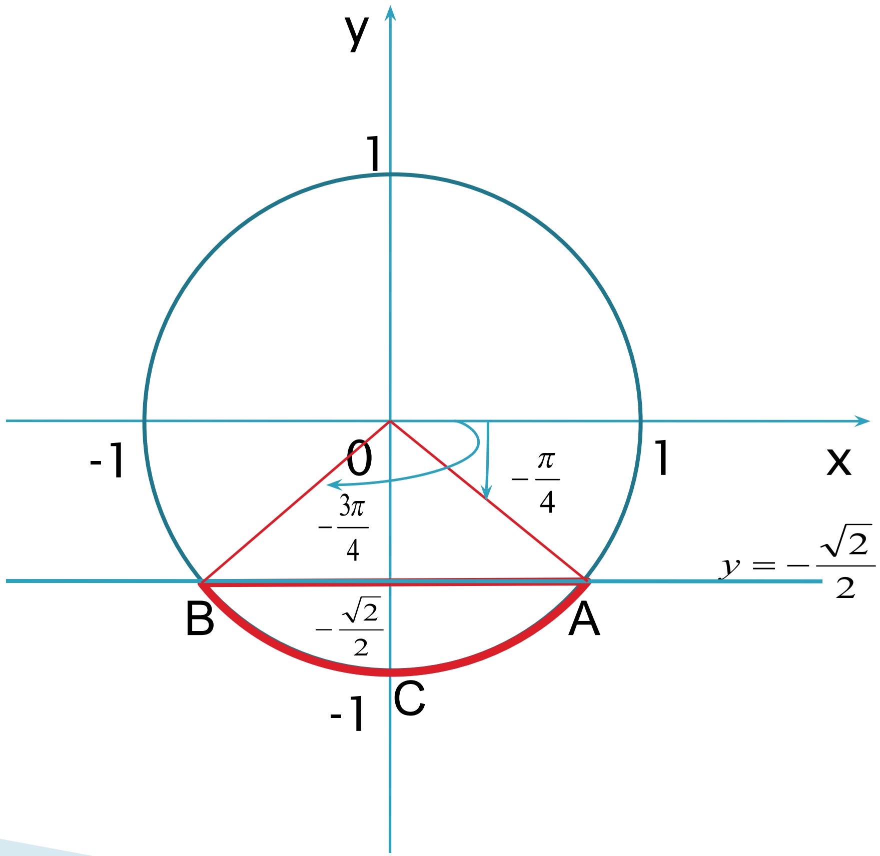
$$\sin t \le -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

1. Будуємо одиничне тригонометричне коло

2. Будуємо пряму $y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

3. Знаходимо на одиничному колі точки, значення ординат яких не більші $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4. Відомо, що: $\sin\left(-\frac{3\pi}{4}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$



5. Отже, розв'язком нерівності будуть усі значення t із проміжку

$$\left[-\frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}\right]$$

6. Враховуючи періодичність функції $\sin t$

$$\left[-\frac{3\pi}{4} + 2\pi n; -\frac{\pi}{4} + 2\pi n\right], n \in Z$$

Відповідь

Приклад 3

Розв'язати нерівність:

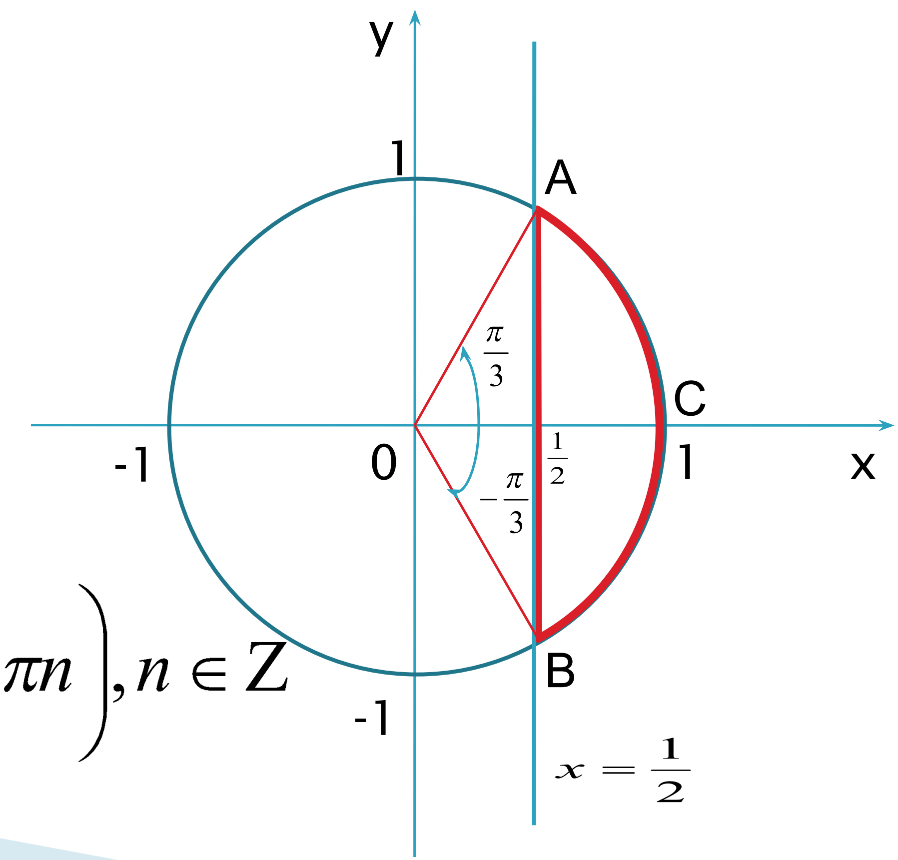
$$\cos t > \frac{1}{2}$$

1. Будуємо одиничне тригонометричне коло

2. Будуємо пряму $x = \frac{1}{2}$

3. Знаходимо на одиничному колі точки, абсциси яких більші за $\frac{1}{2}$

4. Відомо, що: $\cos\frac{\pi}{3} = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$



5. Отже, розв'язком нерівності будуть усі значення t із проміжку $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{3}\right)$

6. Враховуючи періодичність функції $\cos t$

Відповідь: $\left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi n; \frac{\pi}{3} + 2\pi n\right), n \in Z$

Приклад 4

Розв’язати нерівність:

$$\cos t < -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

1. Будуємо одиничне тригонометричне коло

2. Будуємо пряму $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. Знаходимо на одиничному колі точки, абсциси яких менші за $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

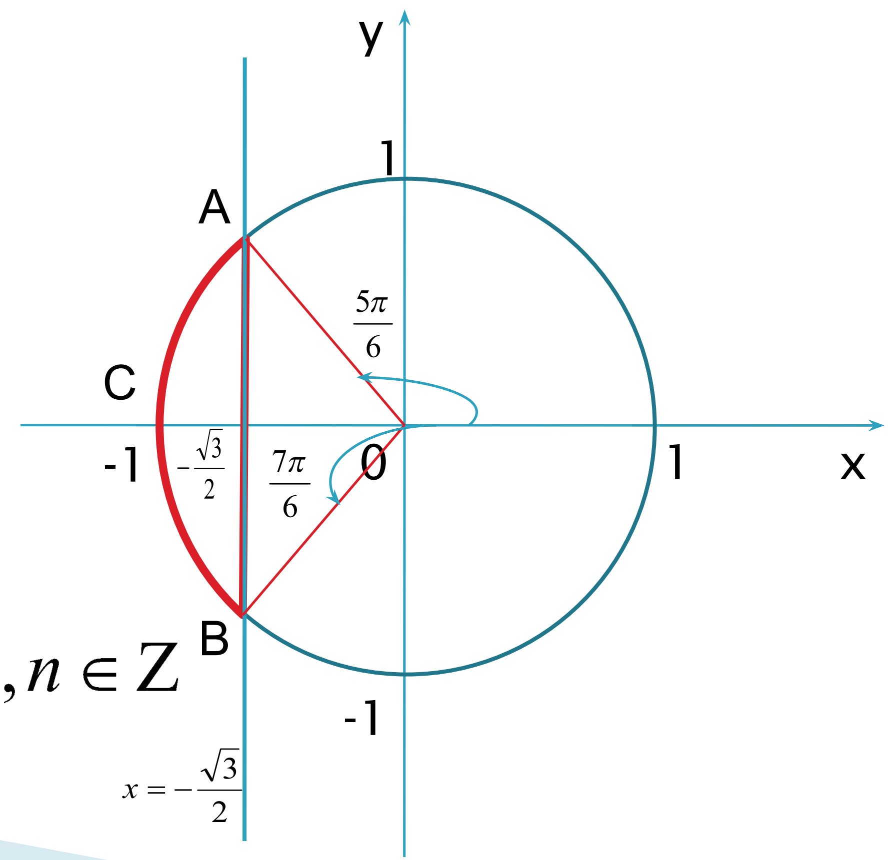
4. Відомо, що: $\cos\frac{5\pi}{6} = \cos\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

5. Отже, розв’язком нерівності будуть усі значення t із проміжку $\left(\frac{5\pi}{6};\frac{7\pi}{6}\right)$

6. Враховуючи періодичність функції $\cos t$

Відповідь:

$$\left(\frac{5\pi}{6}+2\pi n;\frac{7\pi}{6}+2\pi n\right), n \in Z$$



Приклад 5

Розв'язати нерівність:

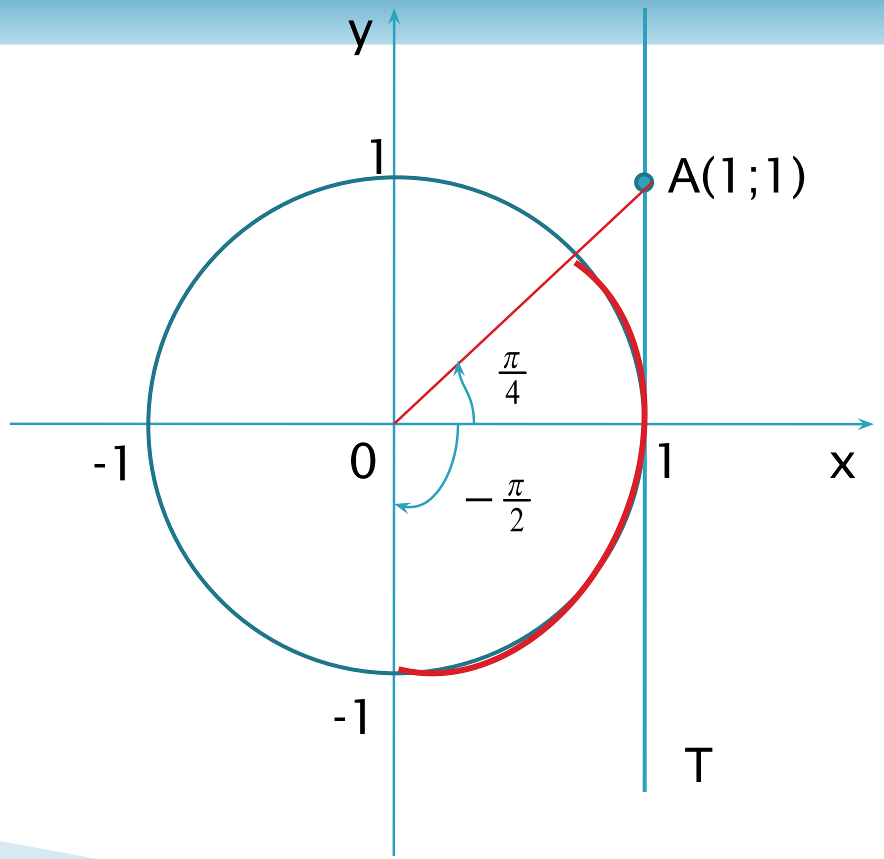
$$tgt \le 1$$

1. Будуємо одиничне тригонометричне коло

2. Будуємо лінію тангенсів: пряму $x = 1$

3. Відмічаємо на ній точку з ординатою 1

4. На промені АТ лежать точки, ординати яких менші за 1. Їм відповідають такі точки на колі:



5. Враховуючи, що тангенс існує на $\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\frac{\pi}{2}+\pi n\right)$

Відповідь:

$$\left(-\frac{\pi}{2}+\pi n;\frac{\pi}{4}+\pi n\right], n \in Z$$

Приклад 6

Розв’язати нерівність:

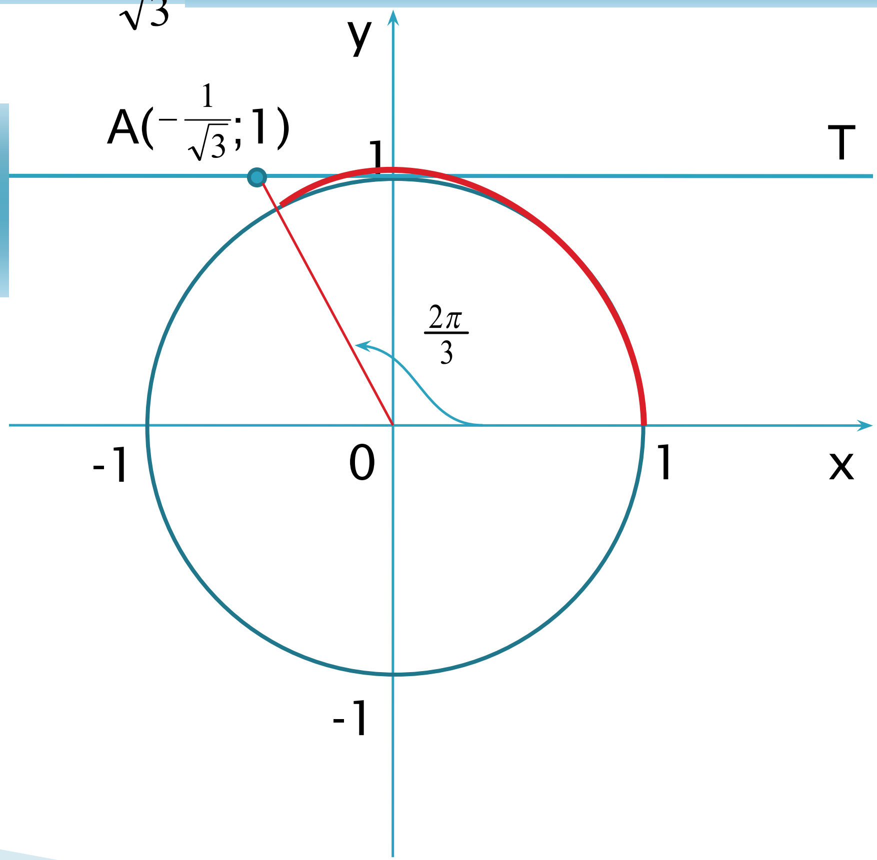
$$ctgt \geq -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

1. Будуємо одиничне тригонометричне коло

2. Будуємо лінію котангенсів: пряму $y = 1$

3. Відмічаємо на ній точку з абсцисою $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

4. На промені АТ лежать точки, абсциси яких більші за $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ Їм відповідають точки на колі:



5. Враховуючи, що котангенс існує на $(\pi n; \pi + \pi n)$

Відповідь:

$$\left(\pi n; \frac{2\pi}{3} + \pi n\right], n \in Z$$