

Международный симпозиум

**Исследования Луны и  
космическое технологическое наследие**

Казань, 25 – 30 августа 2016 г.

**Проектирование  
межпланетных траекторий  
космических аппаратов**

**Симонов А.В.**

**НПО им. С.А. Лавочкина**

# Классификация схем межпланетных перелётов

- Сложность маршрута
  - Полёт к одной планете (небесному телу)
  - Полёт к нескольким планетам (небесным телам)
- Целевое назначение
  - Пролётная схема
  - Десантная схема (посадка СА на поверхность)
  - Орбитальная схема (выход КА на орбиту)
  - Комбинированная схема
- Возвращение к Земле
  - С возвращением
  - Без возвращения

# Основные этапы межпланетных экспедиций

- Выведение КА на межпланетную траекторию с помощью РН и РБ, отделение КА
- Межпланетный перелёт от Земли к планете назначения (включая гравитационные манёвры)
- Отделение СА с подлётной траектории и его вход в атмосферу и посадка (при наличии)
- Выход на орбиту искусственного спутника вокруг планеты (ИСП)
- Маневрирование на орбите искусственного спутника
- Отделение СА с орбиты ИСП и его вход в атмосферу и посадка

# Методика проектирования межпланетных траекторий

1. Расчёт гелиоцентрического этапа:
  - Определение дат старта и прилёта, а также траектории перелёта,
  - Определение векторов асимптотических скоростей для расчёта припланетных участков.
2. Расчёт припланетных участков
  - Определение характеристических скоростей манёвров межорбитальных переходов.

# Гравитационные сферы в ограниченной задаче трёх тел

1. Сфера притяжения ( $S = F$ )  $\frac{R_{Пр}}{a} = \frac{\sqrt{(m/M)}}{1-(m/M)}$
2. Сфера действия ( $dS/F = dF/S$ )  $\frac{R_{\partial}}{a} = \sqrt[5]{(m/M)^2}$
3. Сфера влияния (Кислика) ( $dE \rightarrow \min$ )  $\frac{R_{Вл}}{a} = 1.15 \sqrt[3]{(m/M)}$
4. Сфера Хилла  $\frac{R_H}{a} \approx \sqrt[3]{\frac{(m/M)}{3}} - \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{(m/M)^2}{3}} - \frac{1}{3} \frac{(m/M)}{9} + \dots$

$a$  – расстояние между телами,  $R$  – радиус гравитационной сферы планеты,  $m$  – масса меньшего тела (Земли),  $M$  – масса большего тела (Солнца),  $S$  – ускорение от большего тела (Солнца),  $F$  – ускорение от меньшего тела (Земли)

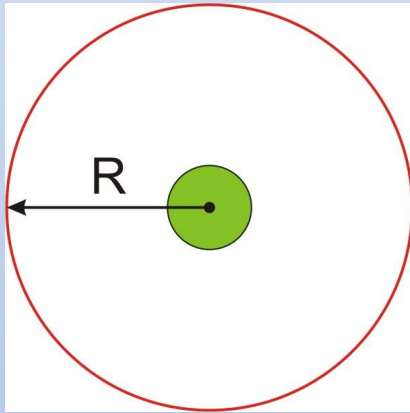
# Размеры гравитационных сферы некоторых систем небесных тел

| Меньшее тело                     | Сфера<br>Притяжения, км | Сфера действия,<br>км | Сфера Хилла,<br>км | Сфера влияния,<br>км |
|----------------------------------|-------------------------|-----------------------|--------------------|----------------------|
| <b>Солнце</b>                    |                         |                       |                    |                      |
| Юпитер                           | 24 042 918              | 48 199 965            | 53 151 738         | 88 128 748           |
| Земля                            | 259 266                 | 924 660               | 1 496 580          | 2 482 208            |
| Комета Чурюмова<br>- Герасименко | 0.417                   | 22.387                | 220.906            | 366.392              |
| Астероид Апофис                  | 0.021                   | 1.934                 | 27.317             | 45.307               |
| <b>Юпитер</b>                    |                         |                       |                    |                      |
| Ганимед                          | 7 341                   | 19 886                | 26 792             | 44 436               |
| Европа                           | 3 374                   | 9 725                 | 13 656             | 22 650               |
| <b>Земля</b>                     |                         |                       |                    |                      |
| Луна                             | 43 163                  | 66 183                | 88 733             | 102 043              |
| <b>Марс</b>                      |                         |                       |                    |                      |
| Фобос                            | 1.206                   | 7.237                 | 16.569             | 27.481               |
| Деймос                           | 1.112                   | 8.143                 | 21.298             | 35.324               |

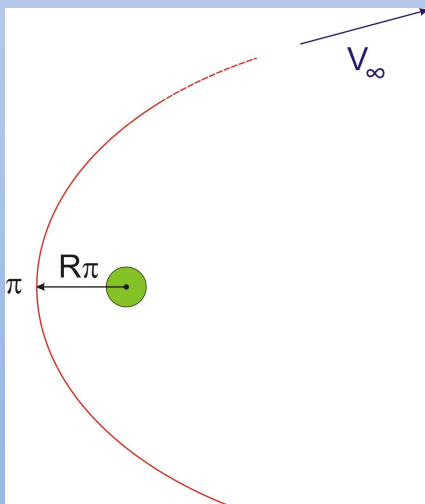
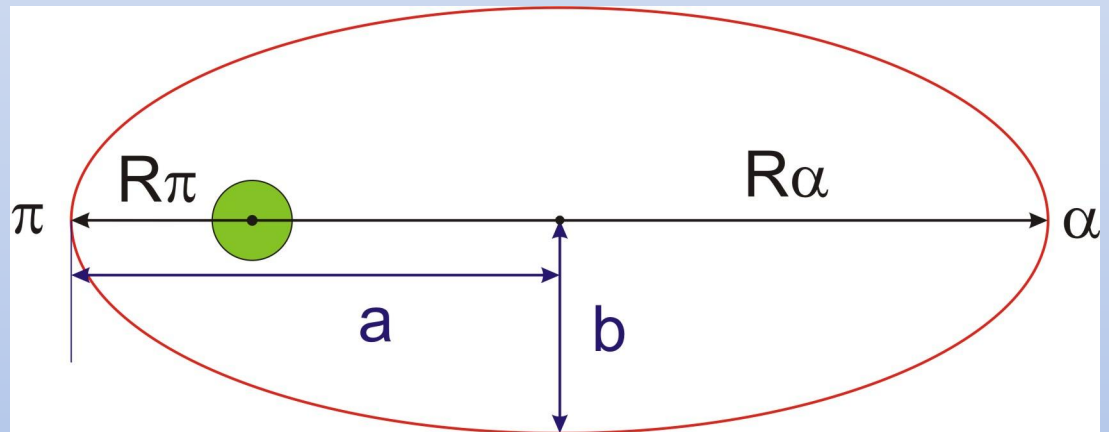
# Типы орбит

Эксцентриситет орбиты – мера её «некруглости»

Круговая,  $e = 0$   
МКС, ГНСС, ГСО



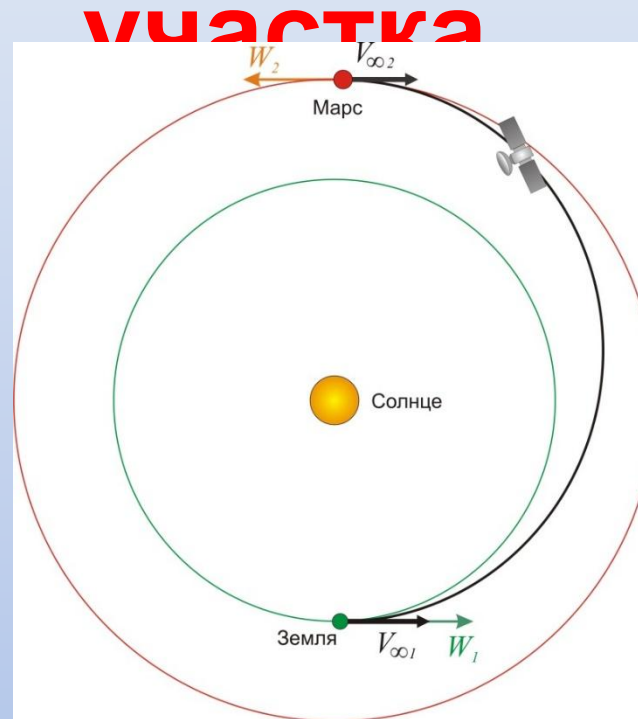
Эллиптическая,  $e = (0...1)$   
«Молния», перелёт к Луне



Параболическая,  $e = 1, V_{\infty} > 0$

Гиперболическая,  $e > 1, V_{\infty} > 0$   
Отлётные траектории к Марсу, Венере и т.д.

# Расчёт гелиоцентрического участка



Асимптотическая скорость отлёта от Земли определяется как разность векторов скоростей КА и Земли относительно Солнца в момент старта.

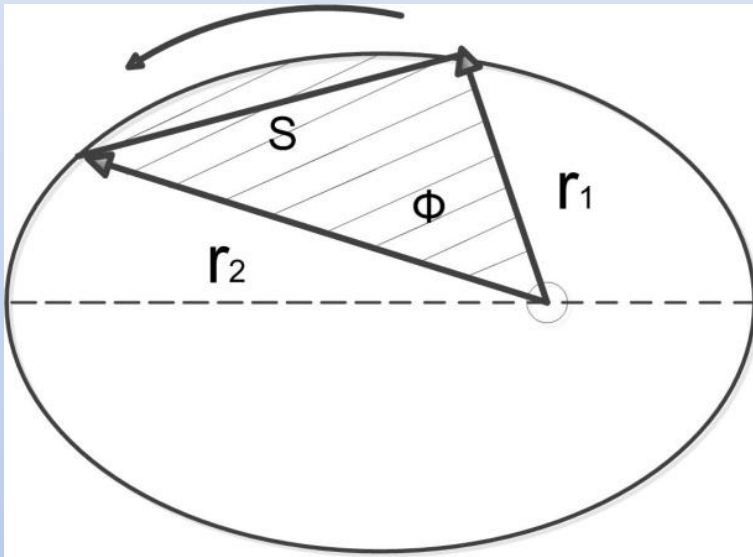
$$V_{\infty 1} = V_1 - W_1,$$

Асимптотическая скорость прилёта к Марсу определяется как разность векторов скоростей КА и Марса относительно Солнца в момент прилёта.

$$V_{\infty 2} = V_2 - W_2,$$



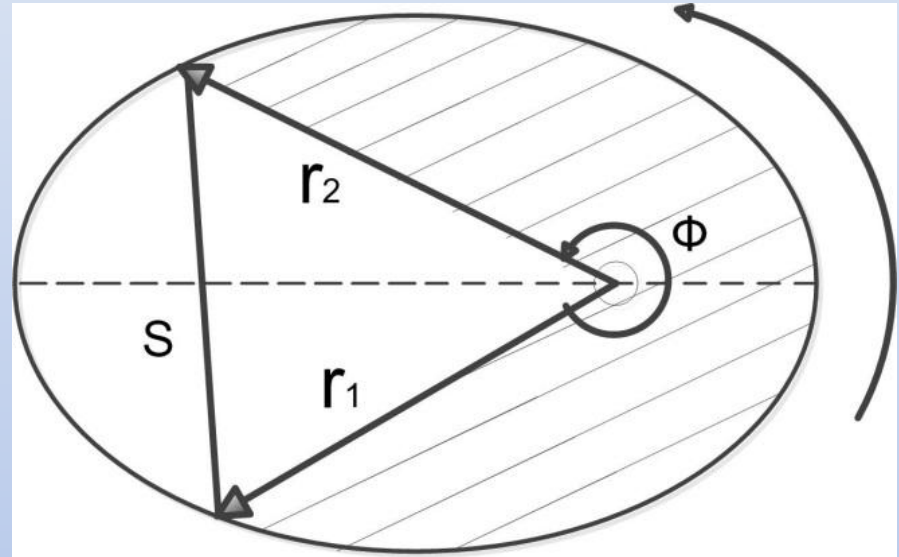
# Метод Ламберта



Перелёт менее

полувитка  

$$\Phi = \arccos \frac{(r_1, r_2)}{r_1 \cdot r_2}$$



Перелёт более

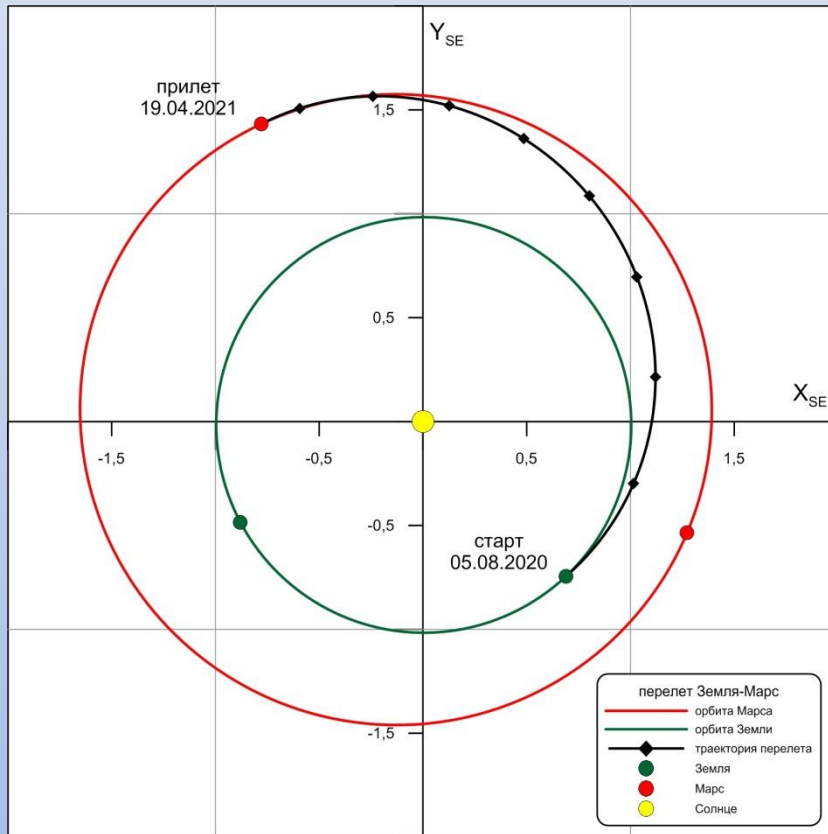
полувитка  

$$\Phi = 2\pi - \arccos \frac{(r_1, r_2)}{r_1 \cdot r_2}$$

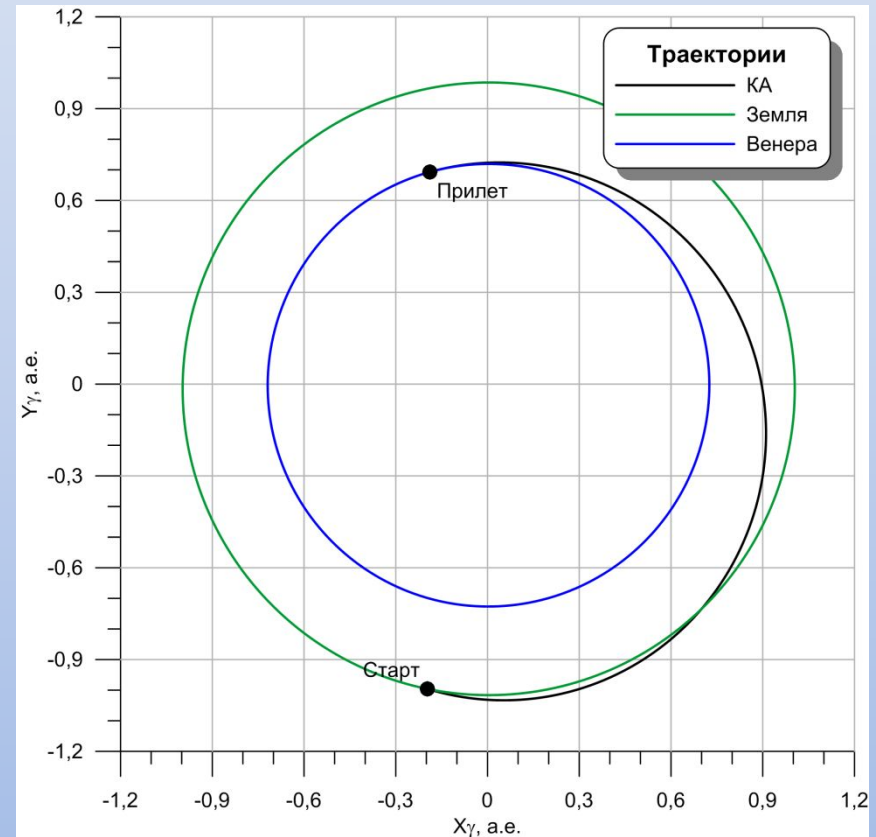
Время перелёта рассчитывается по формуле

$$\tau = \frac{a^{3/2}}{\sqrt{\mu}} \cdot [\pi + \text{sign}(\tau_m - \tau) \times (\varepsilon - \sin \varepsilon - \pi) - \text{sign}(\sin \delta) \times (\delta - \sin \delta) + 2\pi]$$

# Примеры схем прямых межпланетных перелётов

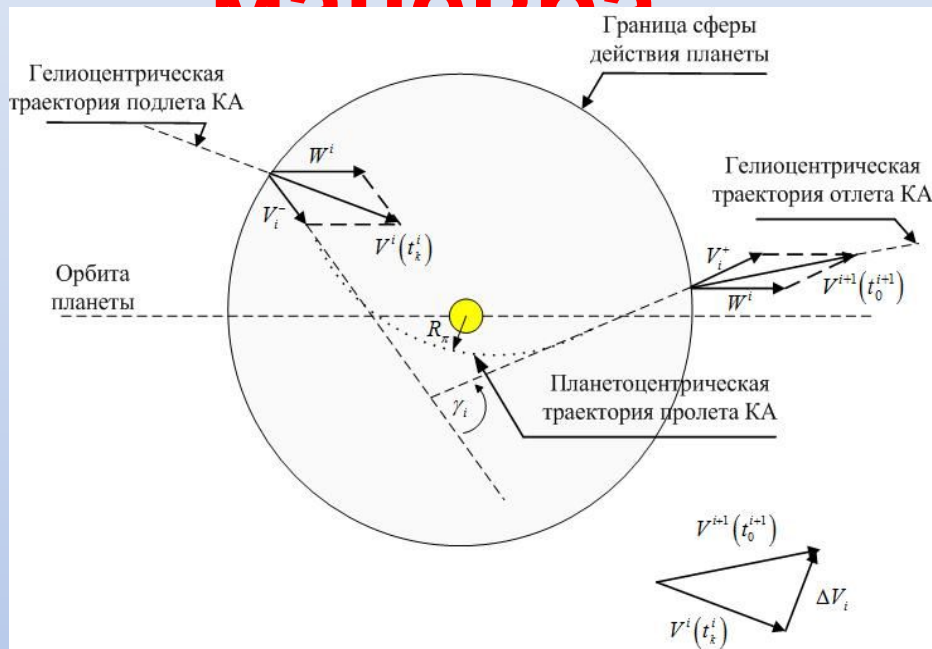


Совместный российско-европейский проект «ЭкзоМарс»



Совместный российско-американский проект «Венера-Д»

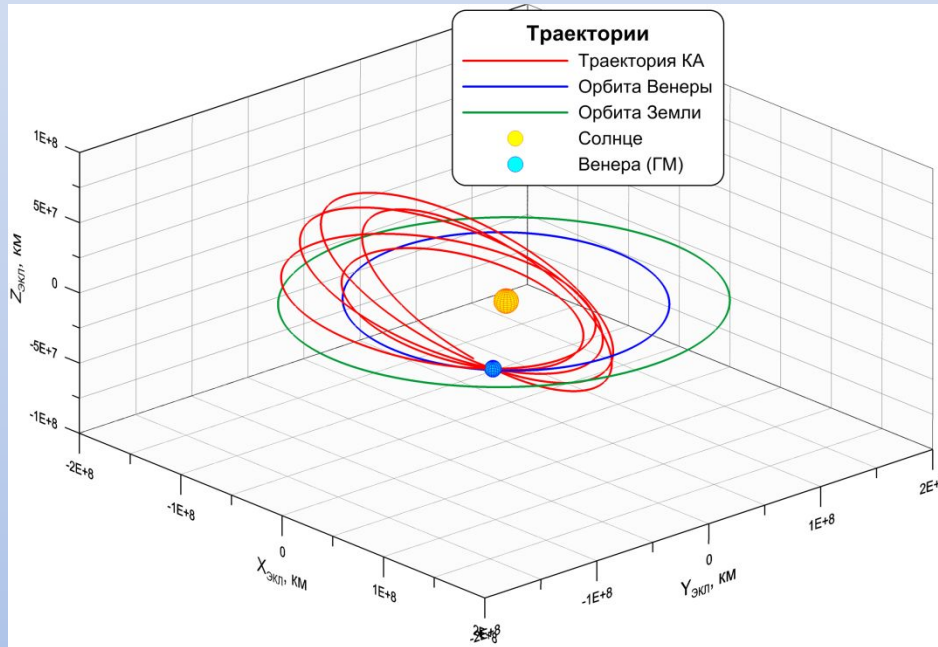
# Расчёт гравитационного манёвра



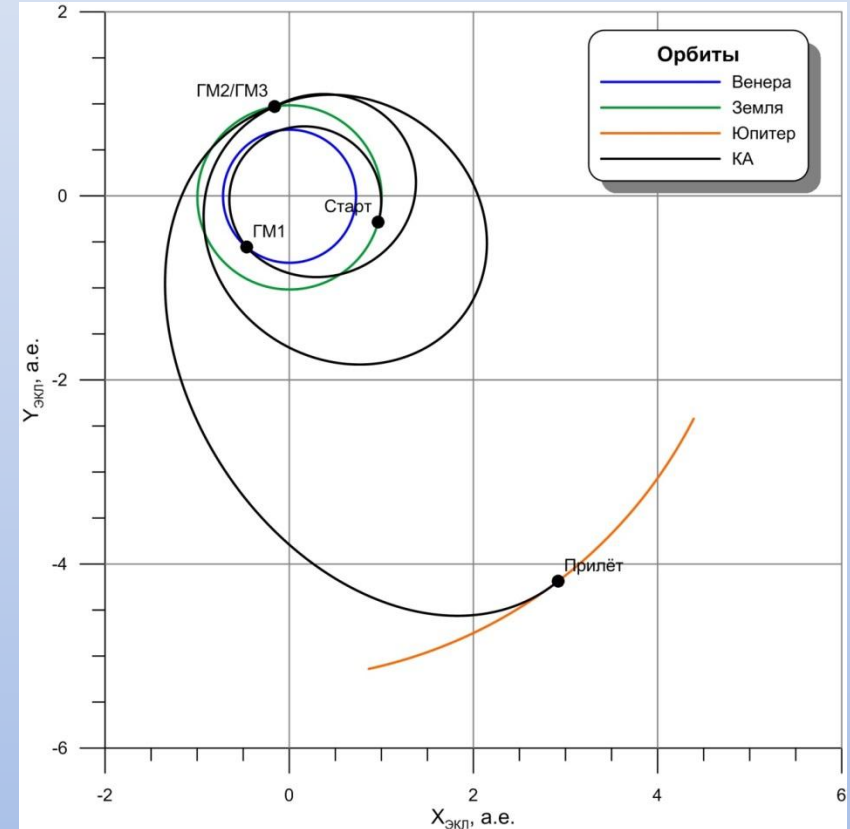
Гравитационный манёвр представляет собой полёт КА в сфере действия планеты по гиперболической пролётной траектории с возможным включением двигательной установки. При пассивном гравитационном манёвре модуль асимптотической скорости остаётся неизменным, а вектор поворачивается на угол

$$\gamma^i = 2 \arcsin \frac{1}{e}, \quad e = 1 + \frac{r_\pi \cdot V_\infty^2}{\mu_\Pi},$$

# Примеры межпланетных траекторий с гравитационными манёврами



Исследование Солнца с  
небольших расстояний – проект  
«Интергелиозонд»



Проведение дистанционных и  
контактных исследований  
системы Юпитера – проект  
«Лаплас-П»

# Оптимизация гелиоцентрического участка полёта

Обычно оптимизацию проводят по критерию суммарной характеристической скорости или суммы асимптотических скоростей старта и прилёта

- Прямой перелёт

$$\Delta V_{\Sigma}(t_1, t_2) = \Delta V_{ИСЗ}(V_{\infty 1}) + \Delta V_{ИСП}(V_{\infty 2}) \rightarrow \min$$

- Перелёт с гравитационным маневром

$$\Delta V_{\Sigma}(t_1, t_2, t_3) = \Delta V_{ИСЗ}(V_{\infty 1}) + \Delta V_{ГМ}(V_{\infty 2-}, V_{\infty 2+}) + \Delta V_{ИСП}(V_{\infty 3}) \rightarrow \min$$

# Расчёт припланетных участков

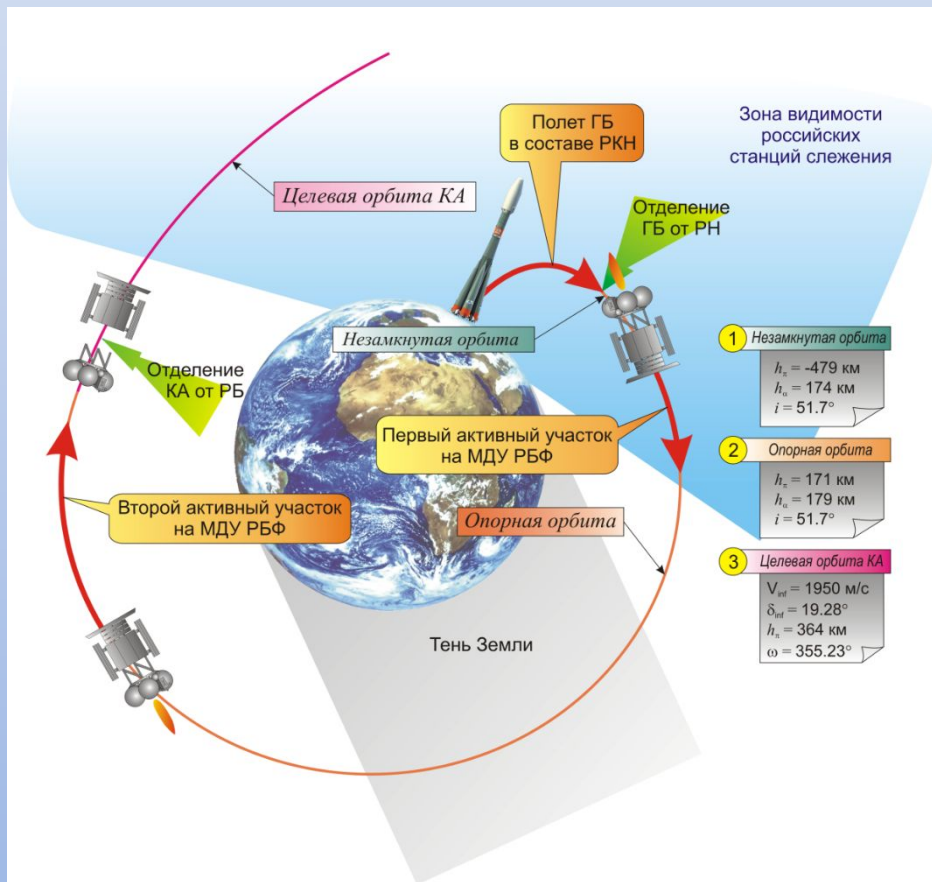
Характеристическая скорость разгона КА с опорной круговой орбиты ИСЗ на отлётную гиперболическую

$$\Delta V_{\text{ИСЗ}} = V_{\pi\Gamma} - V_K = \sqrt{(V_1^\infty)^2 + \frac{2\mu_1}{r_{\text{ИСЗ}}}} - \sqrt{\frac{\mu_1}{r_{\text{ИСЗ}}}}$$

Характеристическая скорость выхода КА на эллиптическую орбиту искусственного спутника

$$\Delta V_{\text{ИСП}} = \sqrt{\frac{2\mu_{\text{П}}}{r_{\pi}} + V_{\infty}^2} - \sqrt{\frac{2\mu_{\text{П}}r_{\alpha}}{r_{\pi}(r_{\pi} + r_{\alpha})}}$$

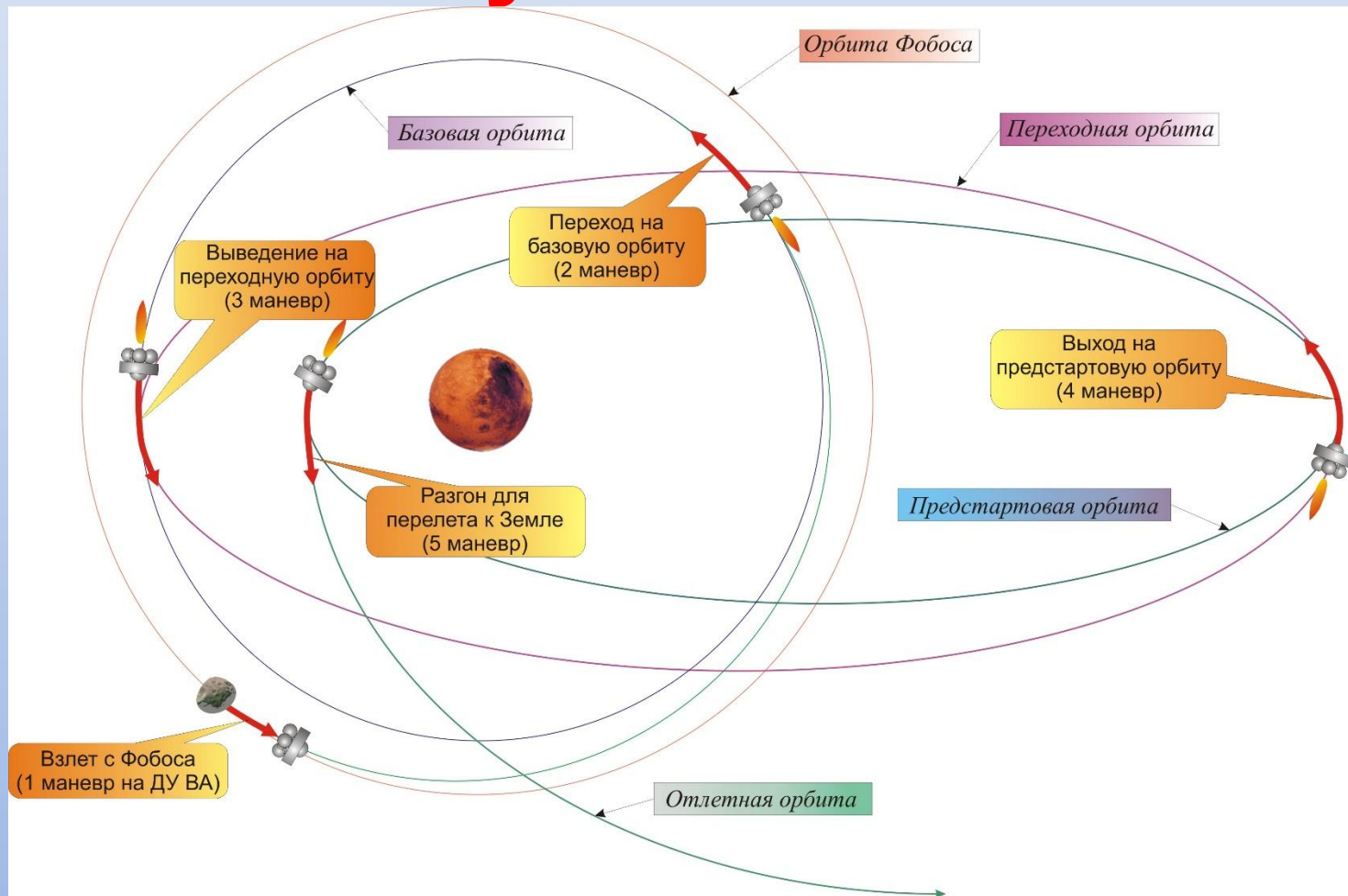
# Выведение КА на межпланетную траекторию



Типовая схема выведения КА на межпланетную траекторию включает в себя следующие элементы:

- 1) Старт и полёт ГБ в составе РКН, завершающийся выведением на незамкнутую орбиту, отделение ГБ от РН;
- 2) Первый активный участок на МД РБ («доразгон») переводящий ГБ на опорную круговую орбиту.
- 3) Пассивный полёт ГБ по опорной орбите в течение примерно 1...1.5 часа;
- 4) Второй активный участок на МД РБ, по окончании которого ГБ выходит на орбиту отделения КА.
- 5) Отделение КА от РБ.

# Пример припланетного участка



Проект «Фобос-грунт», околосарсианский этап полёта ВА



# Оценка массы КА по этапам полёта и необходимого запаса топлива

1. Конечная масса ГБ после реализации манёвра разгона с опорной орбиты ИСЗ на межпланетную траекторию рассчитывается согласно формуле Циолковского:

$$M_K^{ГБ} = M_0^{ГБ} \cdot e^{-\frac{\Delta V_{ИСЗ}}{c}}, \quad c = P_{y\delta}^{РБ} \cdot g_0,$$

2. Масса топлива на реализацию отлетного манёвра представляет собой разность масс ГБ до и после проведения включения ДУ РБ, при этом она не должна превышать предельную заправку топливом баков ДУ РБ:

$$M_T^{РБ} = M_0^{ГБ} - M_K^{ГБ} \quad (M_T^{РБ} < M_T^{РБ \max}).$$

3. После отработки импульса выведения РБ отделяется, и масса КА становится равной:

$$M_0^{КА} = M_K^{ГБ} - M_K^{РБ},$$

4. Масса КА в ходе дальнейшего полета рассчитывается так же согласно формуле Циолковского, только вместо  $\Delta V_{ИСЗ}$  нужно подставить характеристическую скорость данного маневра, а вместо удельного импульса ДУ РБ – аналогичную характеристику ДУ КА:

$$M_{Ki}^{КА} = M_{0i}^{КА} \cdot e^{-\frac{\Delta V_i}{P_{y\delta}^{КА} \cdot g}}.$$

# Моделирование движения КА

Общая математическая модель движения центра масс КА на межпланетном участке траектории:

$$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{V}$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \mathbf{F}_0 + \mathbf{F}_P + \mathbf{F}_{SR} + \mathbf{P}$$

$$\frac{dm}{dt} = -\dot{m}$$

$$\mathbf{F}_0 = -\frac{\mu_0}{r^3} \mathbf{r}$$

$$\mathbf{F}_P = \sum_{i=1}^{10} \mathbf{F}_i, \quad \mathbf{F}_i = -\frac{\mu_i}{(r - r_i)^3} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) - \frac{\mu_i}{r_i^3} \mathbf{r}_i$$

$$\mathbf{F}_{SR} = -P_{SR0} K_{SR} \frac{S_M}{m} \alpha^2 \frac{\mathbf{r}}{r^3}$$

$$\mathbf{P} = \frac{p}{m} \mathbf{e}$$

«Управляемая» эволюция орбиты: траектория КА «Спектр-Р»

A detailed illustration of a satellite in orbit around the planet Mars. The satellite is a complex structure with a central body, several large solar panel arrays extending outwards, and a prominent parabolic dish antenna. The planet Mars, with its characteristic reddish-orange hue and numerous impact craters, dominates the background. The scene is set against the blackness of space, dotted with small white stars. The overall composition is dynamic, with the satellite and its panels creating strong diagonal lines across the frame.

**Спасибо за внимание!**