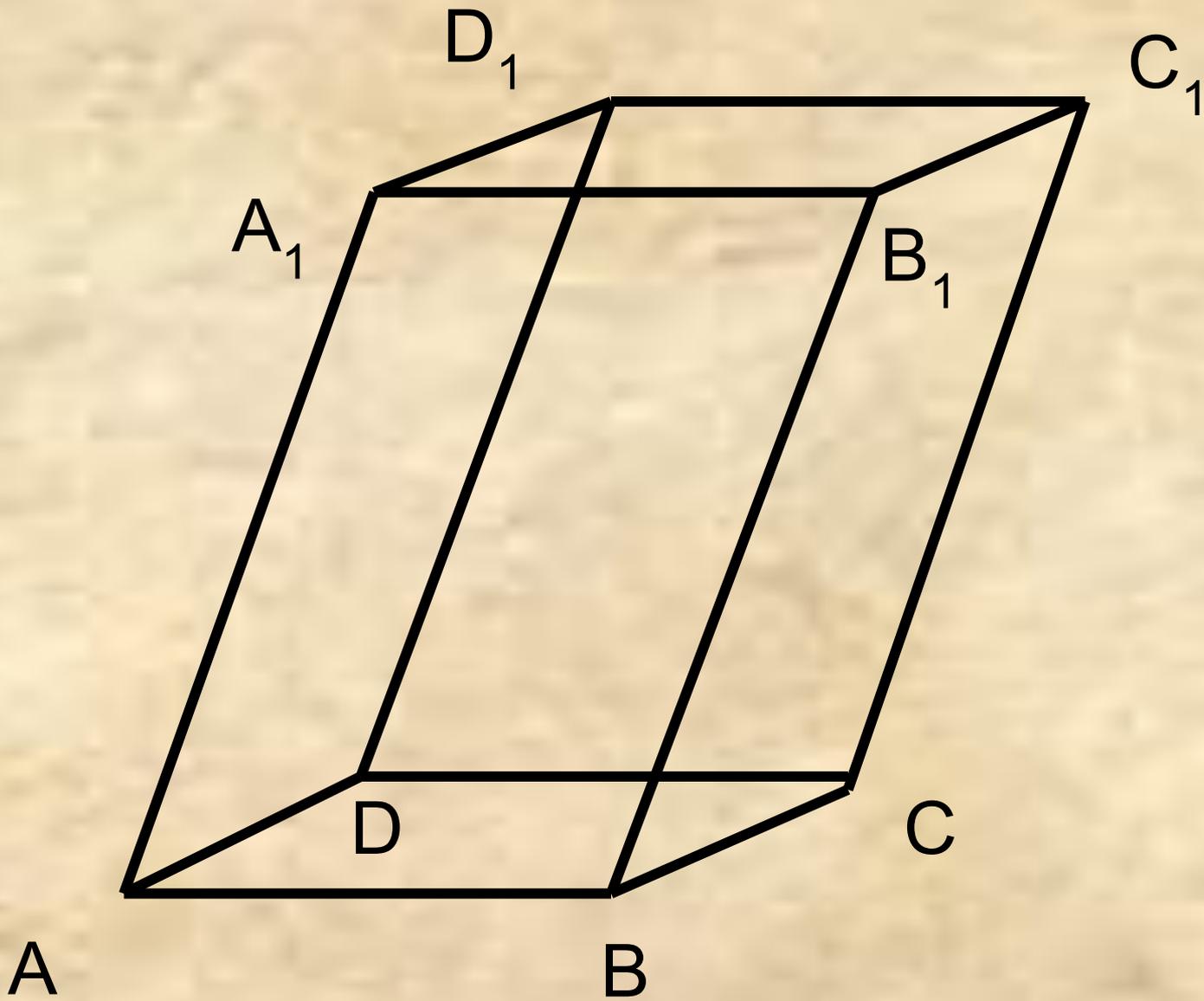


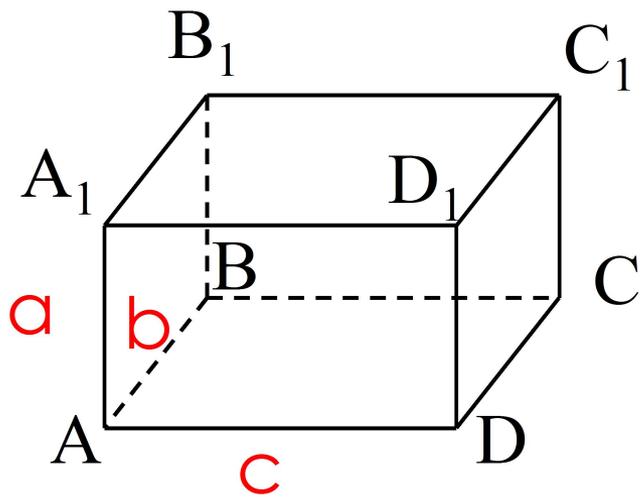
# Пространственные фигуры

Площадь, объем.

У

ПРЯМОУГОЛЬНИИ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

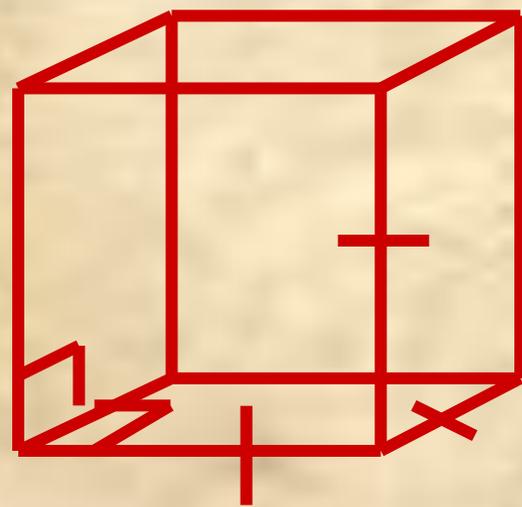
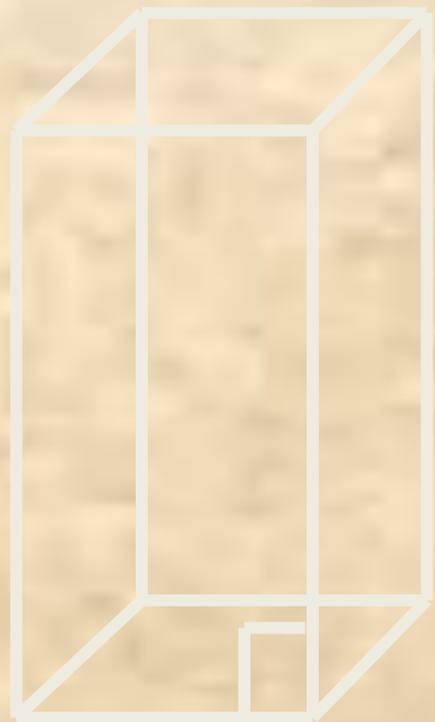
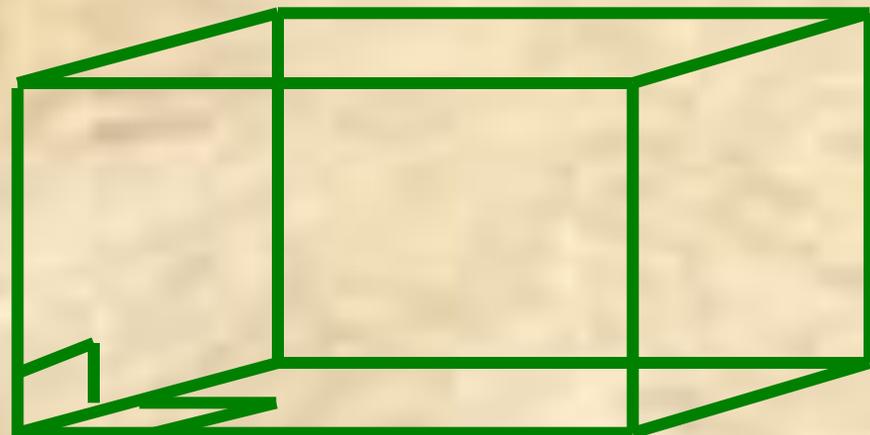
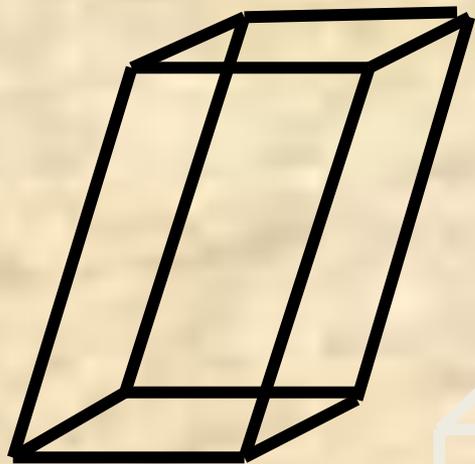




Геометрическое тело или многогранник, состоящий из трёх пар равных параллелограммов лежащих в параллельных плоскостях, называется параллелепипедом

(Назвать вершины, рёбра, грани и их количество.)

# ВИДЫ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДОВ

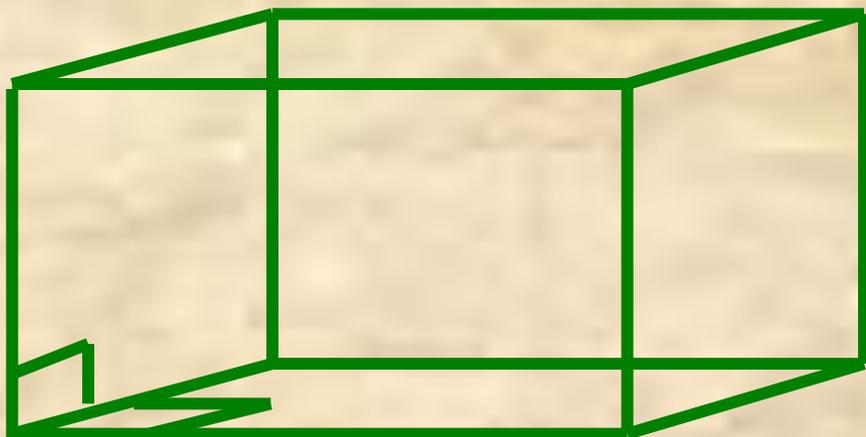


## ПРЯМОЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД



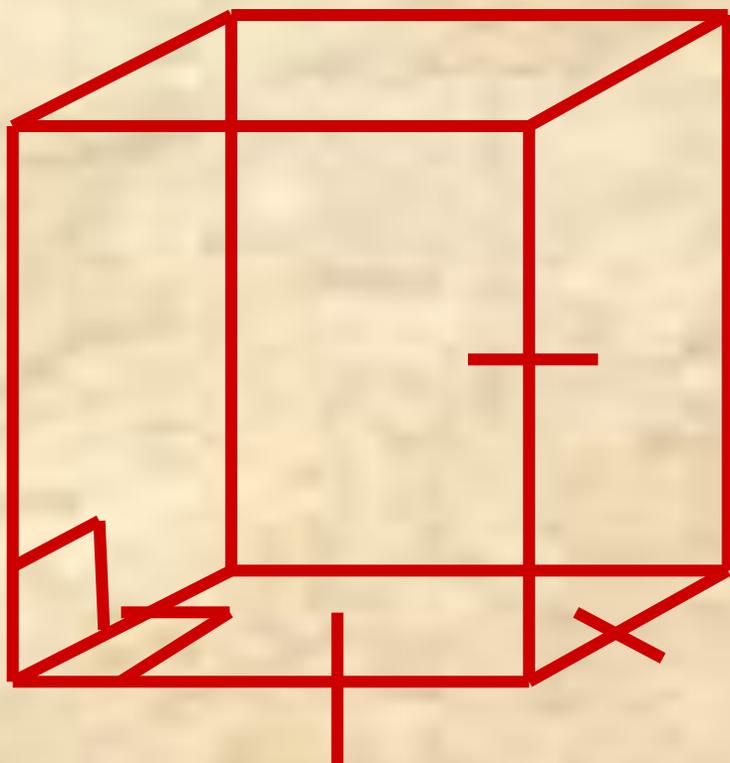
**Параллелепипед,  
у которого боковые  
стороны перпендику-  
лярны основанию,  
называется прямым.**

**ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ  
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД**

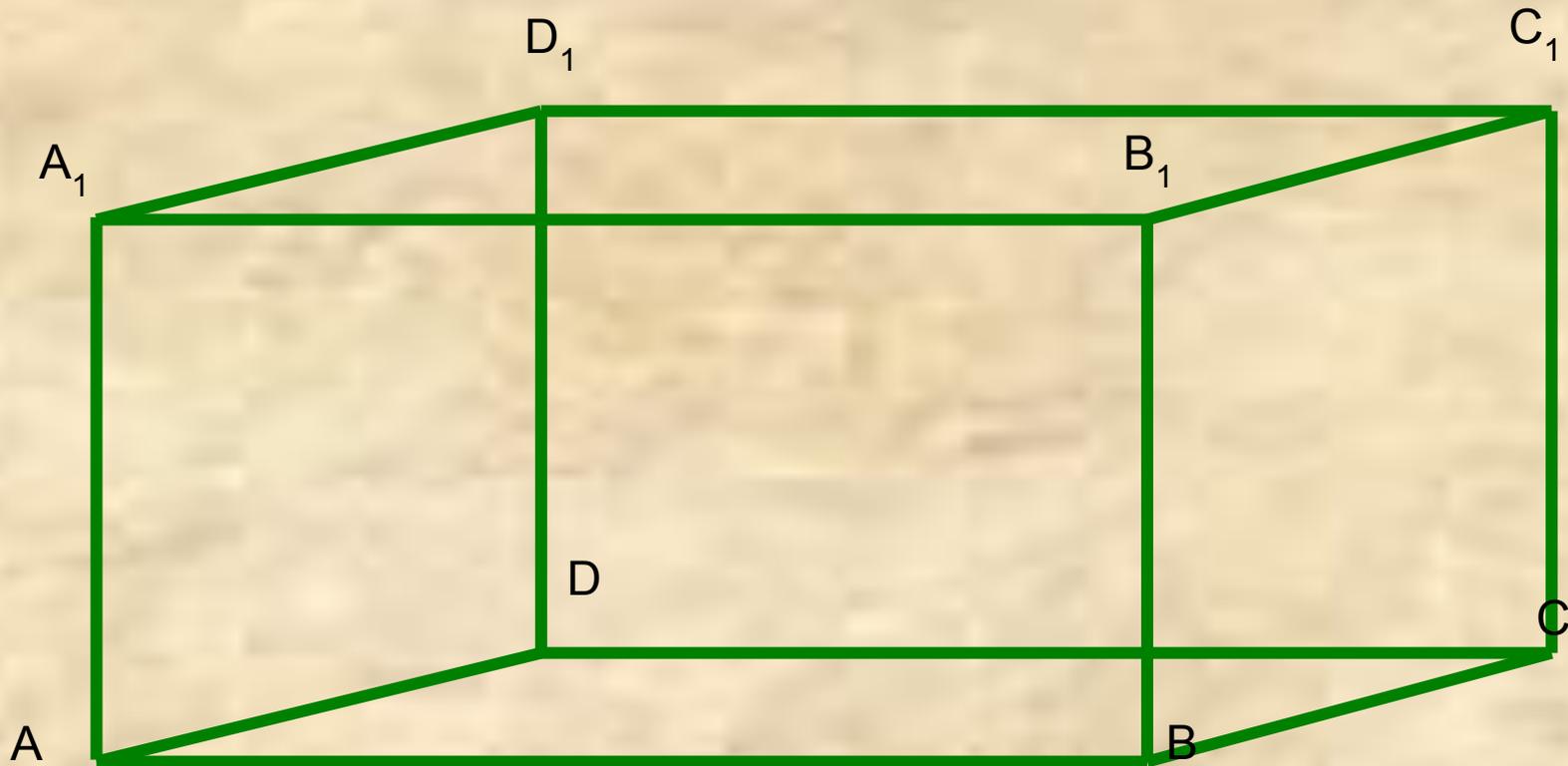


**Параллелепипед называется прямоугольным, если его боковые рёбра перпендикулярны к основанию, а основания являются прямоугольниками.**

**ПРАВИЛЬНЫЙ  
ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД**



**куб**



1. В прямоугольном параллелепипеде все шесть граней – прямоугольники.
2. Все двугранные углы прямоугольного параллелепипеда – прямые.

**Доказать:**

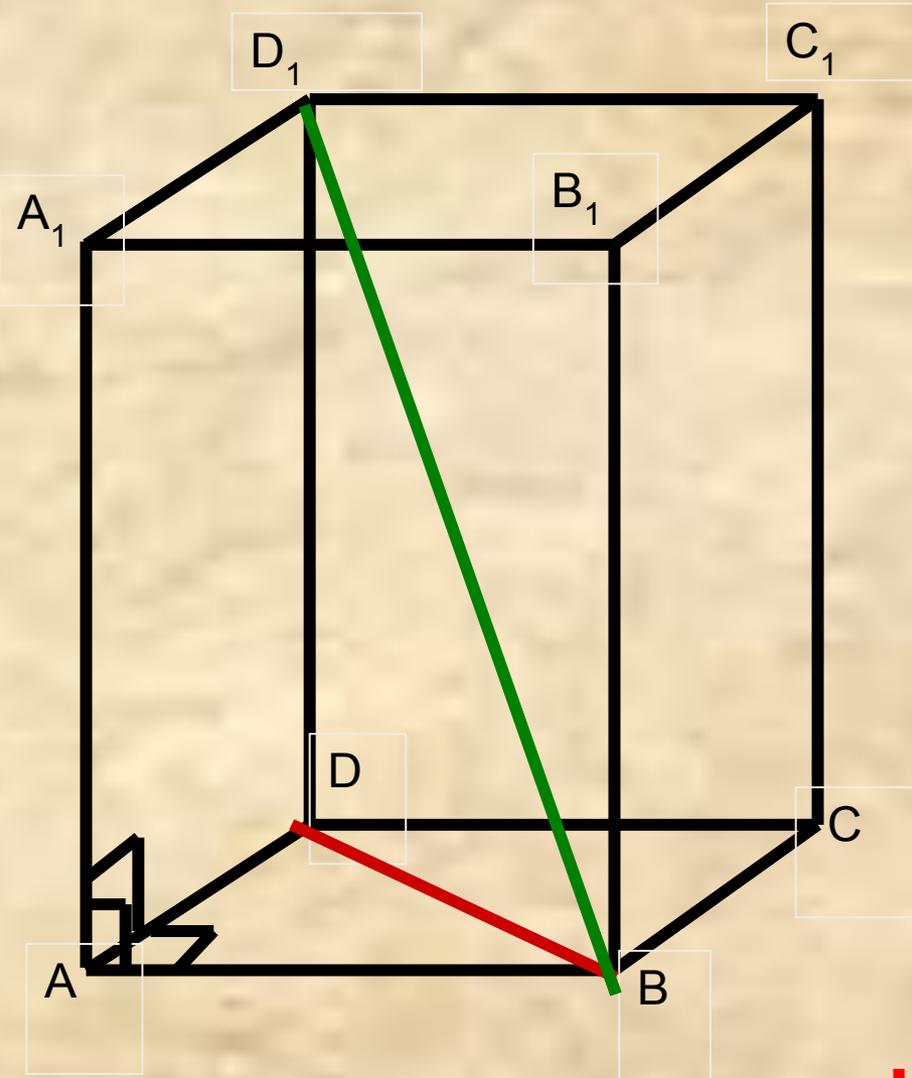
$$AC_1^2 = AB^2 + AD^2 + AA_1^2$$

**Доказательство:**

1.  $\triangle ABD$  –  
прямоугольный  
По т. Пифагора  
 $DB^2 = AB^2 + AD^2$

2.  $\triangle BDD_1$  –  
прямоугольный  
По т. Пифагора  
 $BD_1^2 = DB^2 + DD_1^2$

3. Из 1 и 2 следует:  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$



# Площадь поверхности и объем

- Площадь поверхности параллелепипеда равна сумме площадей всех его граней

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна  $S=2(ab+bc+ac)$

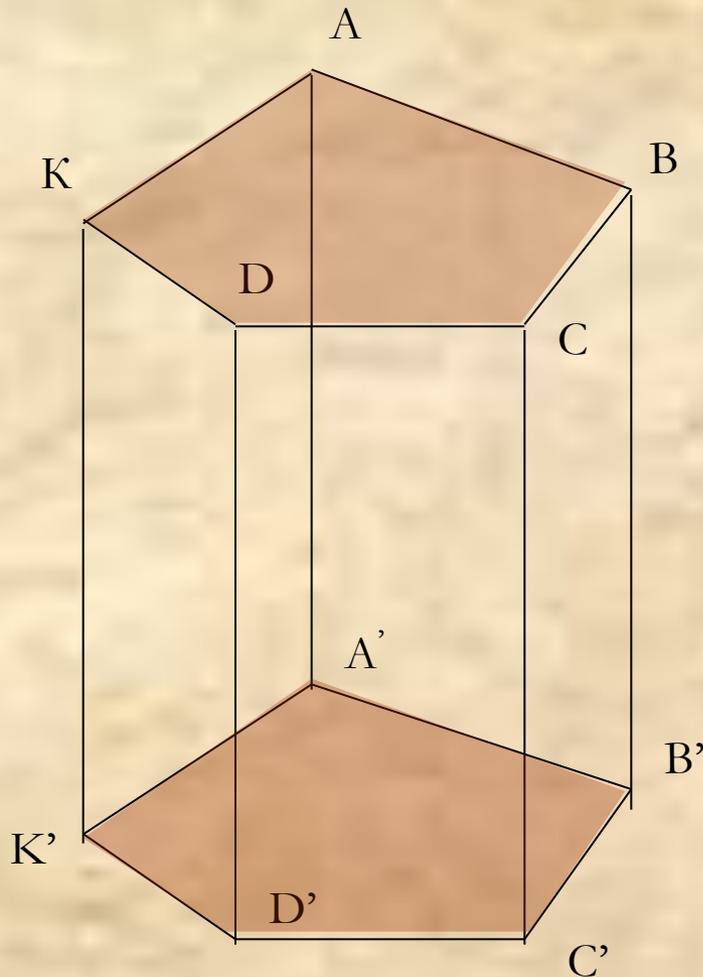
- Объем параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.  $V=S_{\text{осн}} \cdot H$

*Объем прямоугольного параллелепипеда*

$$V = abc$$

# Призма

# Понятие призмы



**Призма – это многогранник, в основаниях которого лежат равные многоугольники, а боковые грани — параллелограммы.**

# Элементы призмы

Верхнее основание

Ребро основания

Вершина

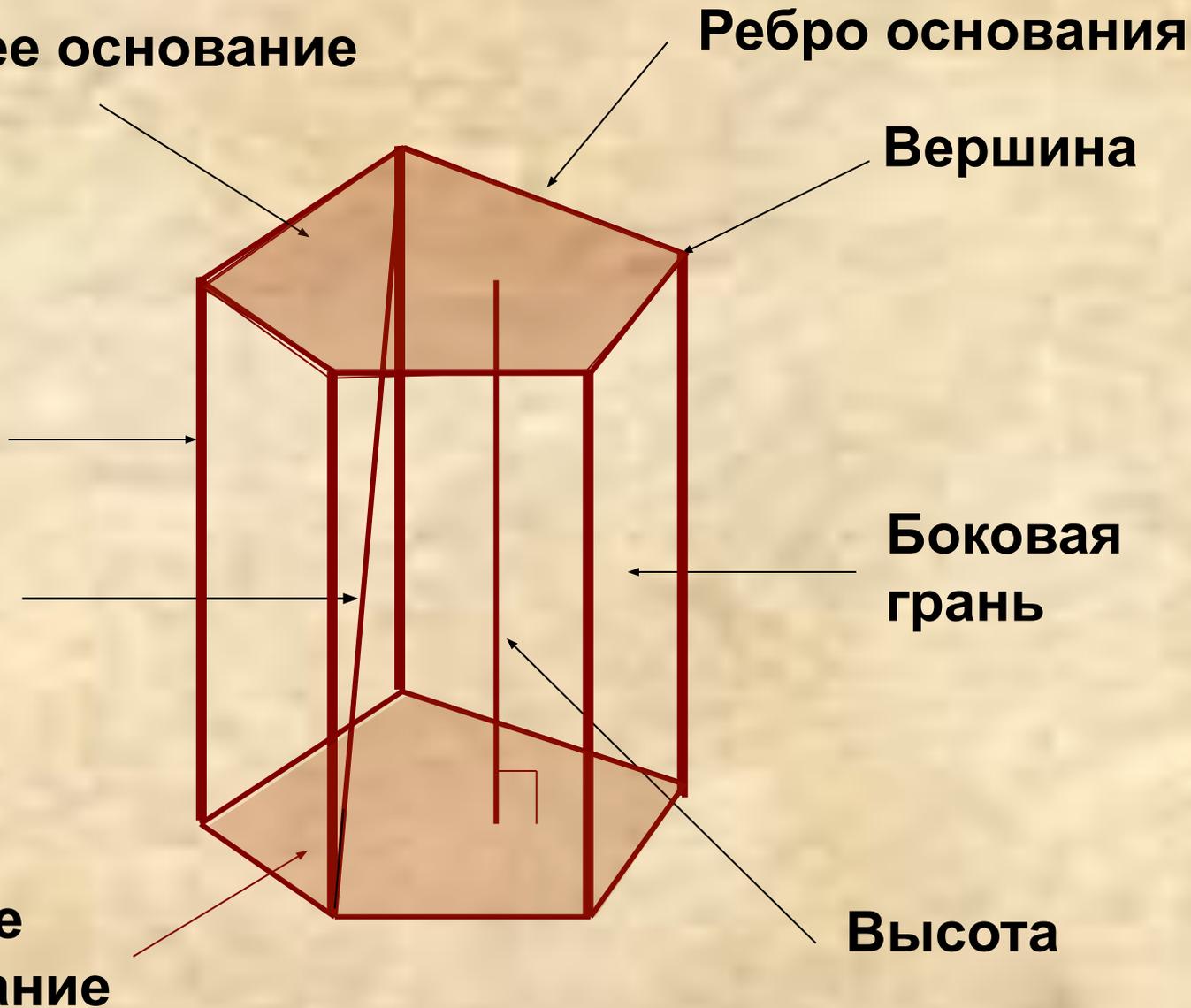
Боковое ребро

Боковая грань

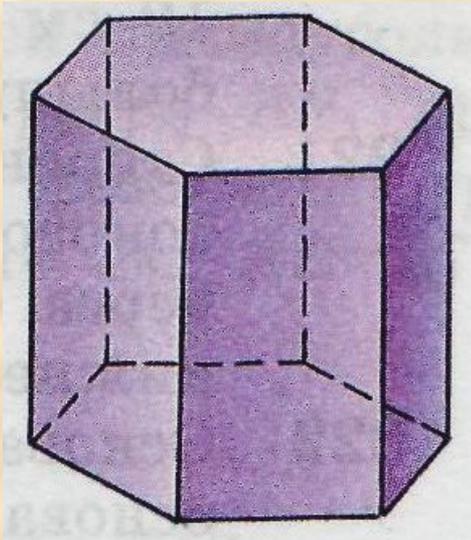
Диагональ

Высота

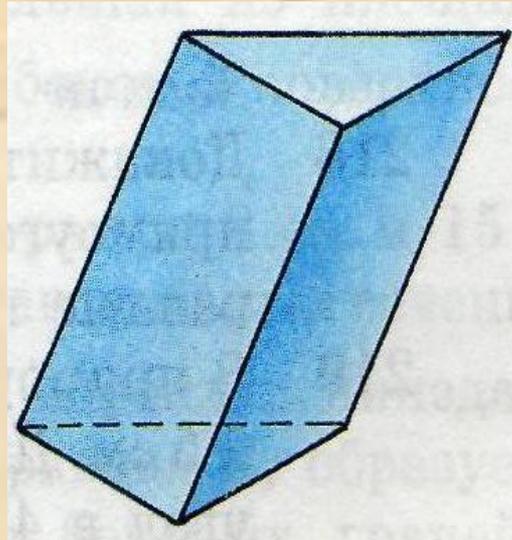
Нижнее основание



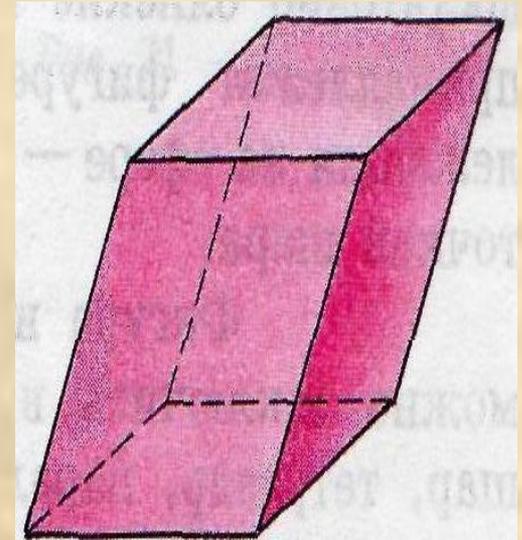
# Виды призм



Шестиугольная  
призма



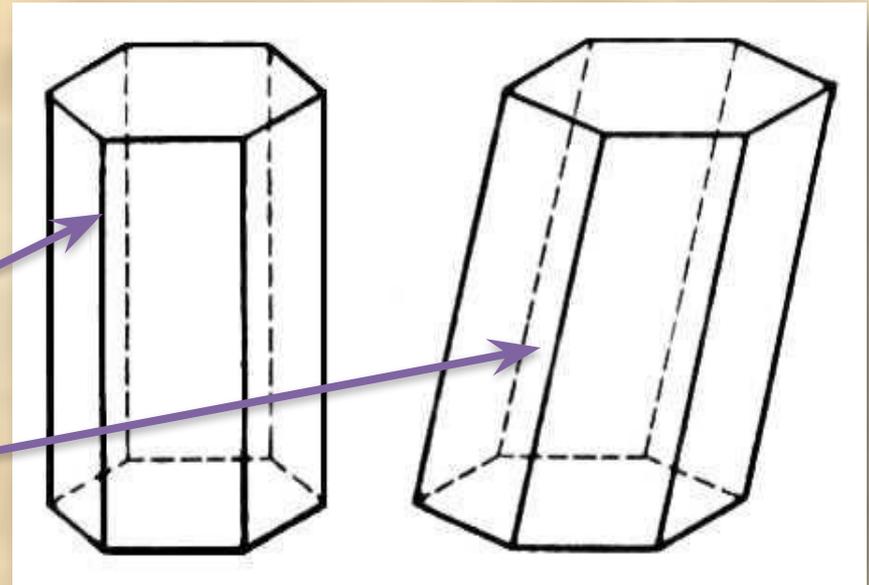
Треугольная  
призма



Четырехугольная  
призма

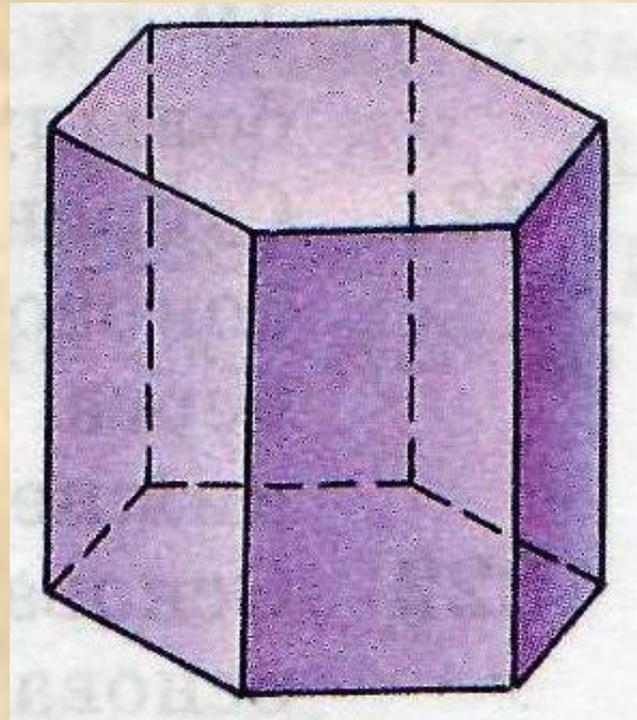
# Наклонная и прямая призма

Если боковые ребра призмы перпендикулярны основаниям то призма называется **прямой**, в противном случае – **наклонной**.



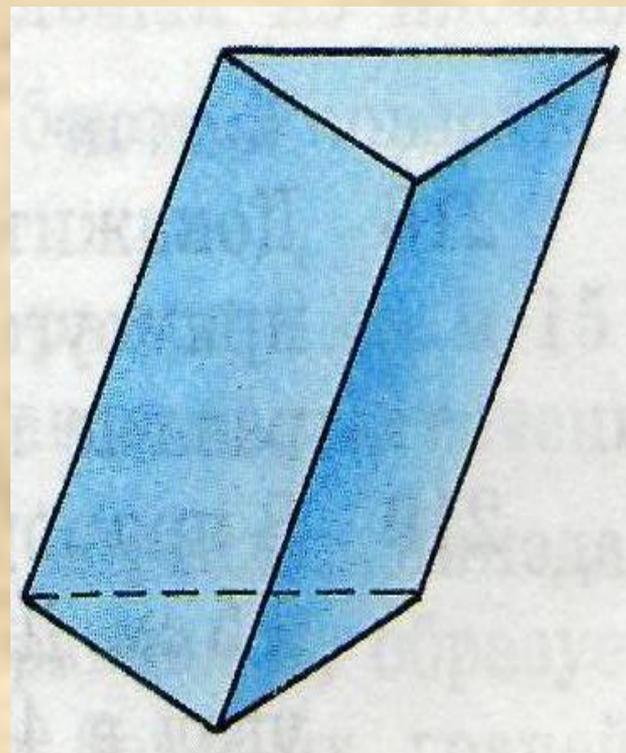
# Правильная призма

Призма называется **правильной**, если она прямая и ее основания - правильные многоугольники.



# Площадь полной поверхности призмы

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$



# Площадь боковой поверхности призмы

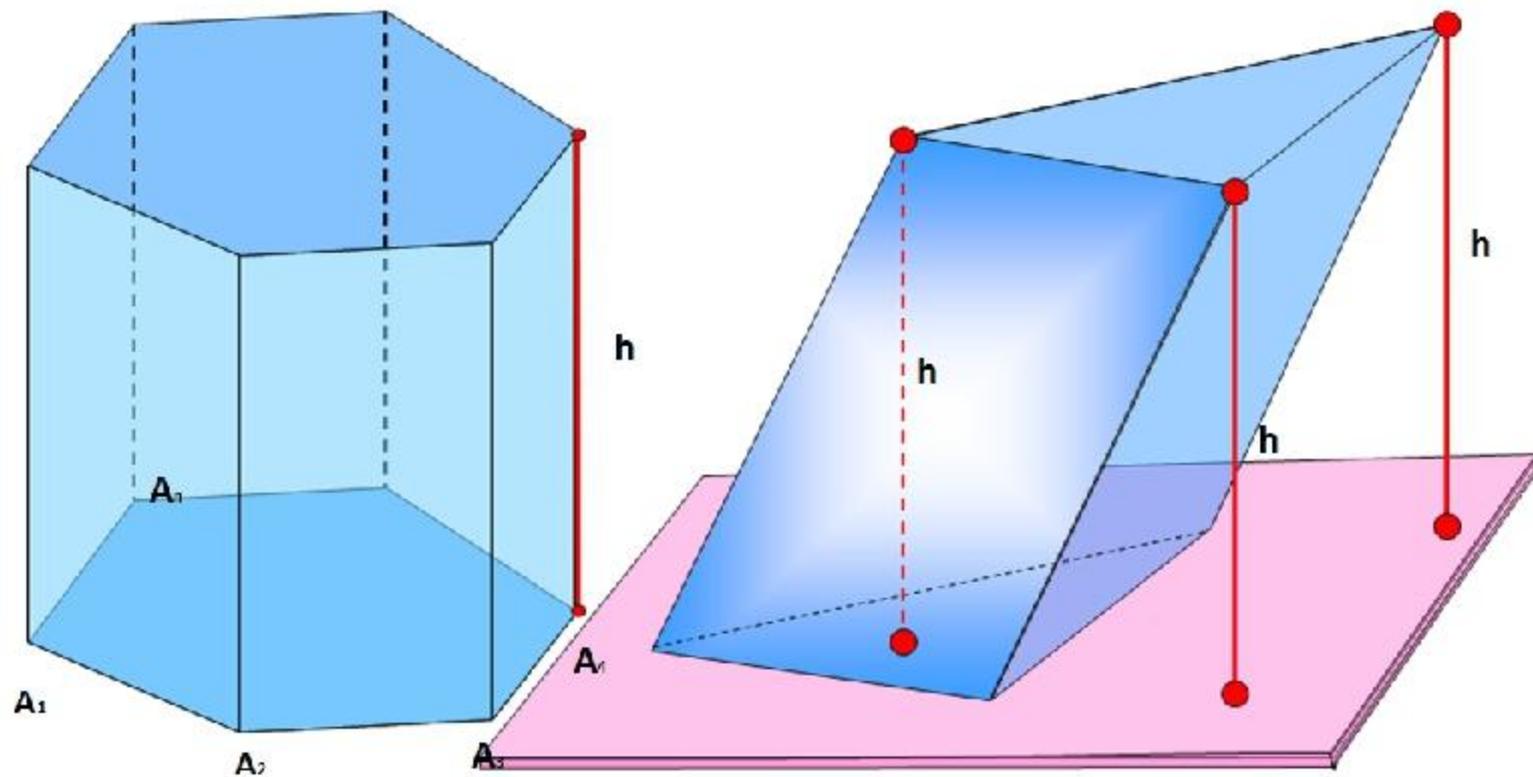
- Площадь поверхности параллелепипеда равна сумме площадей всех его граней

Площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда равна  $S=2(ab+bc+ac)$

- Объем параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту.  $V=S_{\text{осн}} \cdot H$

*Объем прямоугольного параллелепипеда*

$$V = abc$$



Объем призмы:  $V = S_{\text{ОСН}} * h$

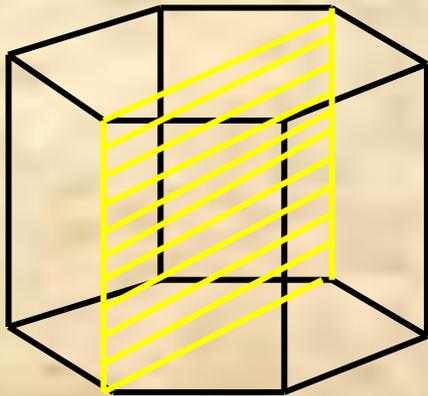
# **Общие свойства призмы**

- 1. Основания призмы равны**
- 2. Основания призмы лежат в параллельных плоскостях**
- 3. У призмы боковые рёбра параллельны и равны**
- 4. Любая боковая грань является параллелограммом**

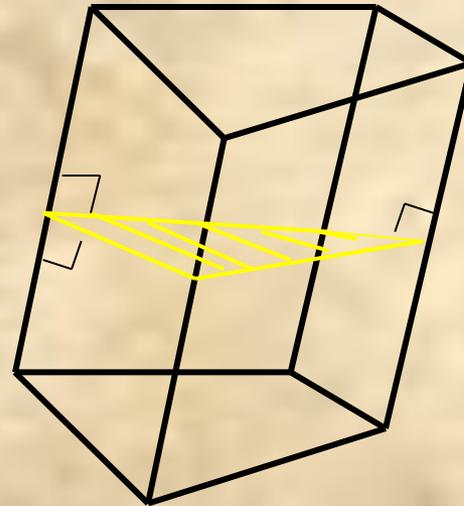
# Особые сечения призмы



**Диагональное сечение**  
– это сечение  
проходящее через два  
боковых ребра, не  
принадлежащих одной  
грани.



**Перпендикулярное  
сечение** – это сечение,  
проходящее  
перпендикулярно  
боковым ребрам.





# *Пирамида*



# ***Большая пирамида Хеопса***



# *Пирамиды, созданные природой*



posted at o-priroda

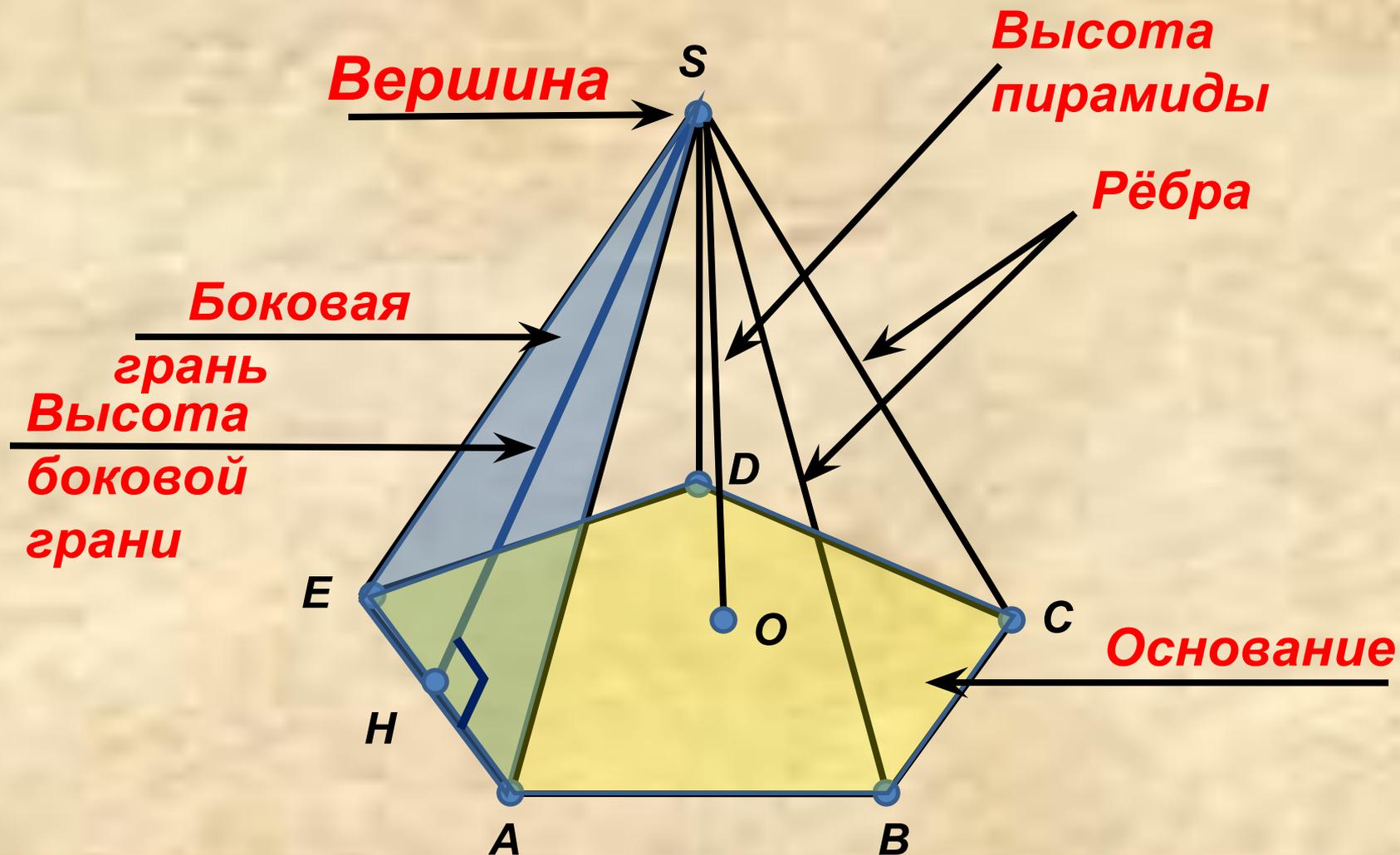


***Современные здания***

# *Опять пирамида*

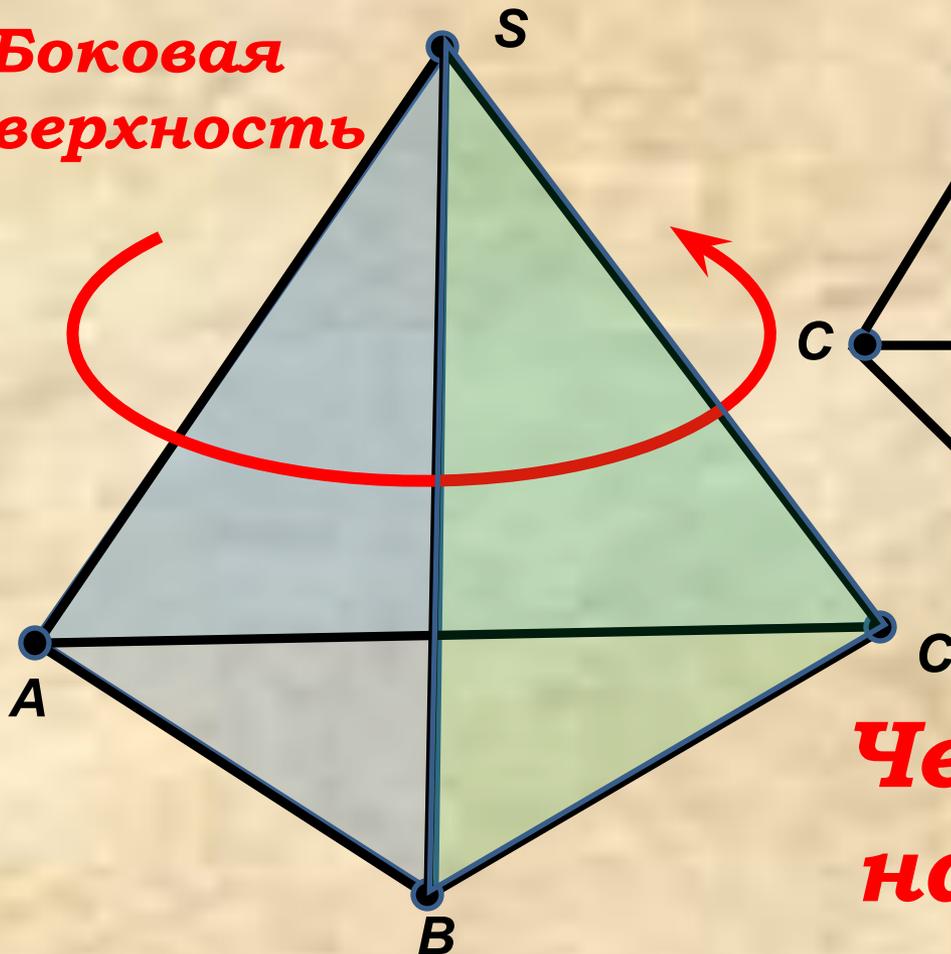


# Пирамида

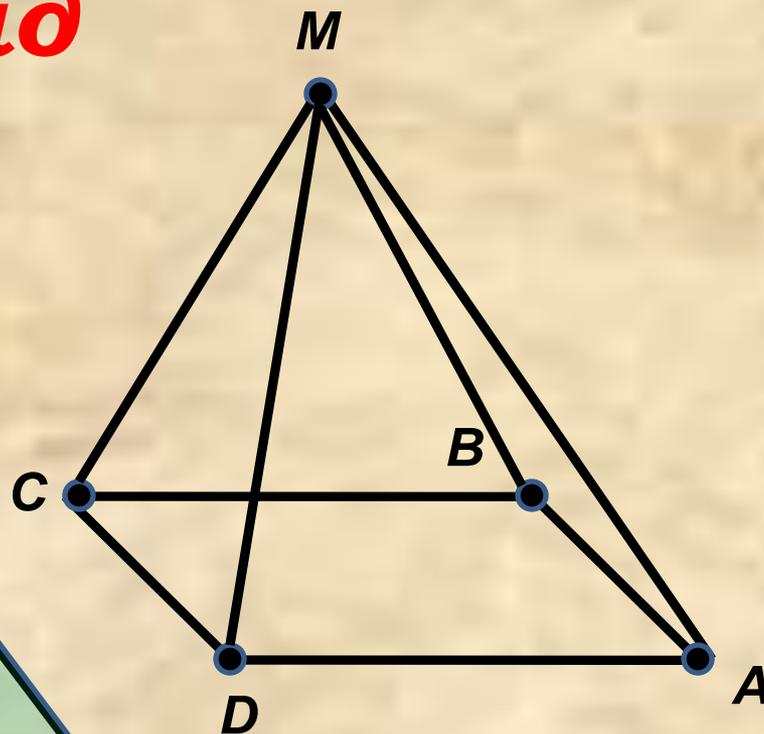


# Виды пирамид

Боковая  
поверхность



Треугольная  
пирамида

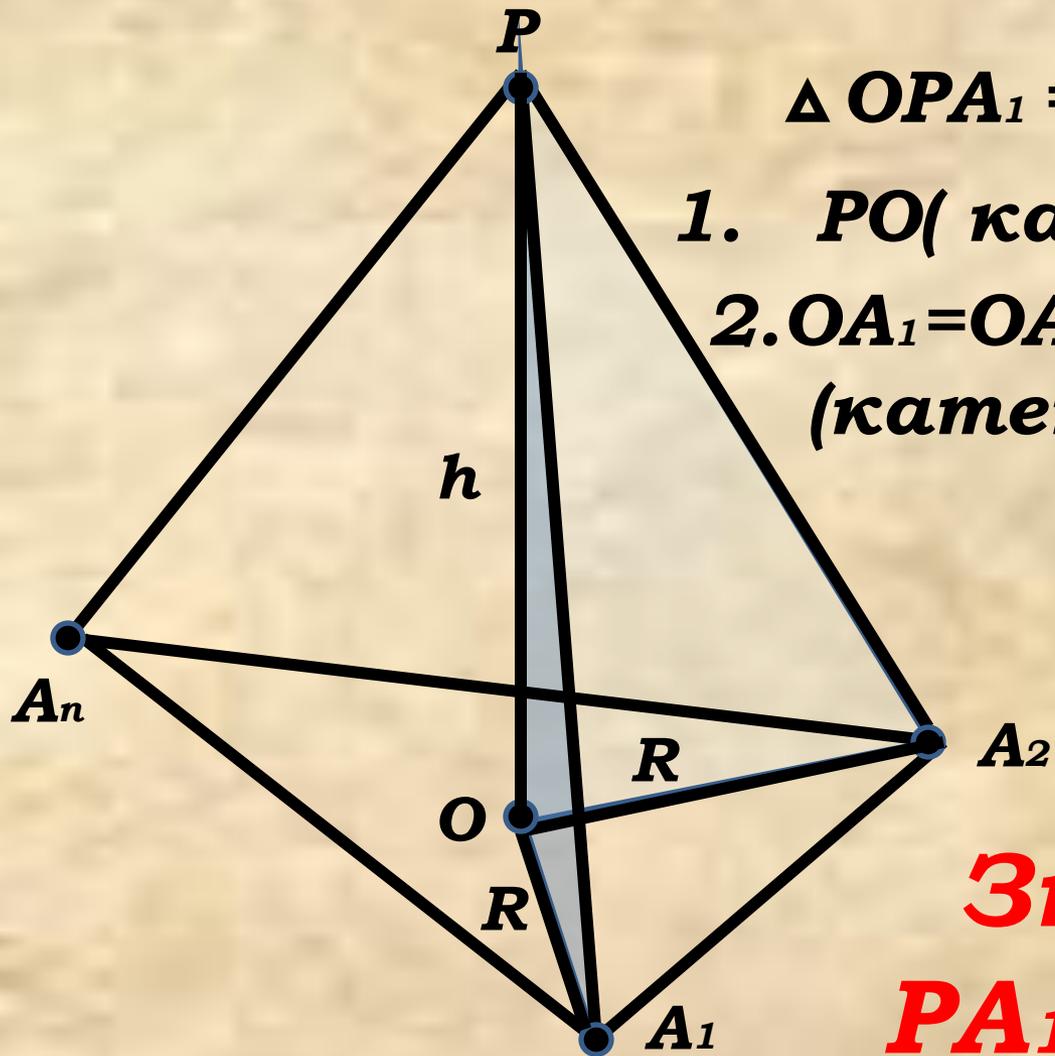


Четырёхуголь-  
ная пирамида



# **Все боковые рёбра правильной пирамиды равны.**

**$PA_1A_2\dots A_n$  - правильная пирамида**

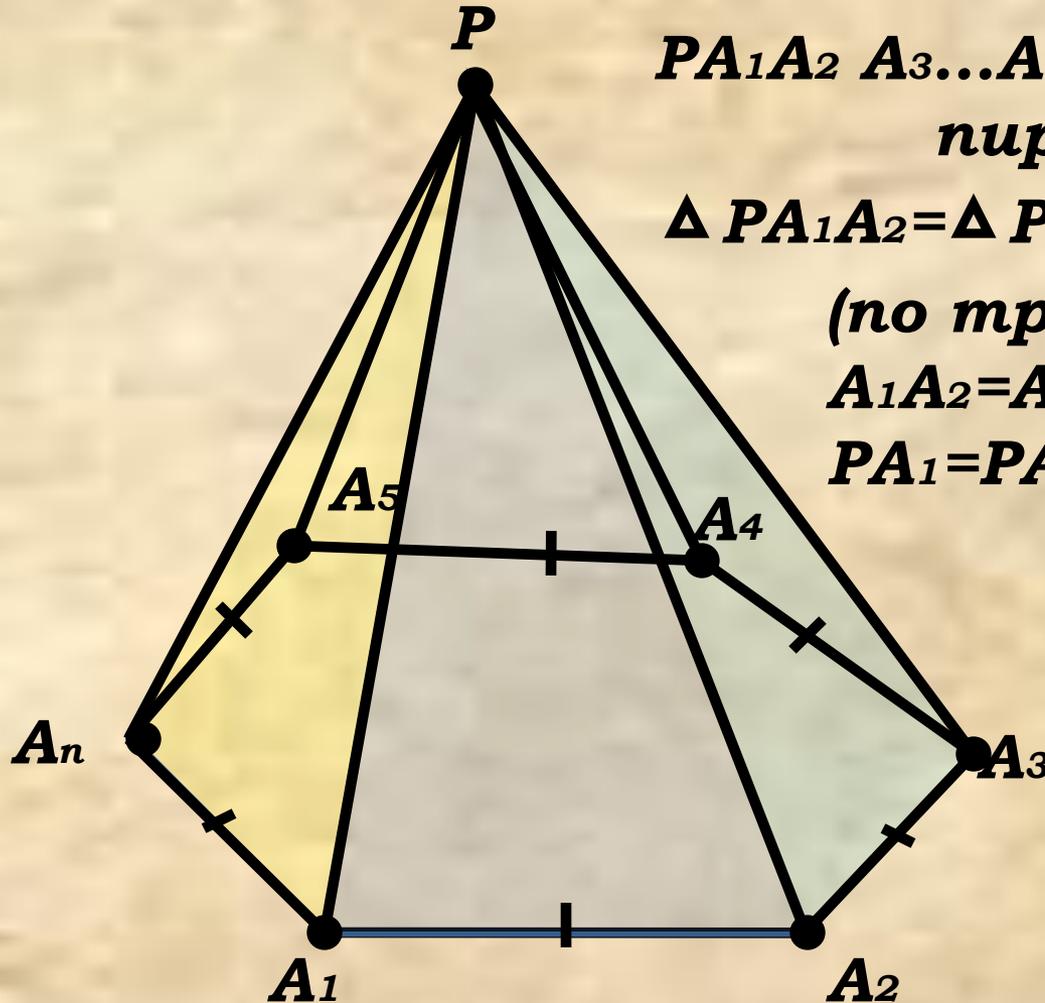


$$\Delta OPA_1 = \Delta OPA_2 = \dots$$

1.  $PO$  (катет) – общий;
2.  $OA_1 = OA_2 = \dots = R$   
(катеты)

**Значит,  
 $PA_1 = PA_2 = \dots$**

**Все боковые грани правильной пирамиды – равные равнобедренные треугольники .**



**$PA_1A_2 A_3...A_n$  – правильная пирамида**

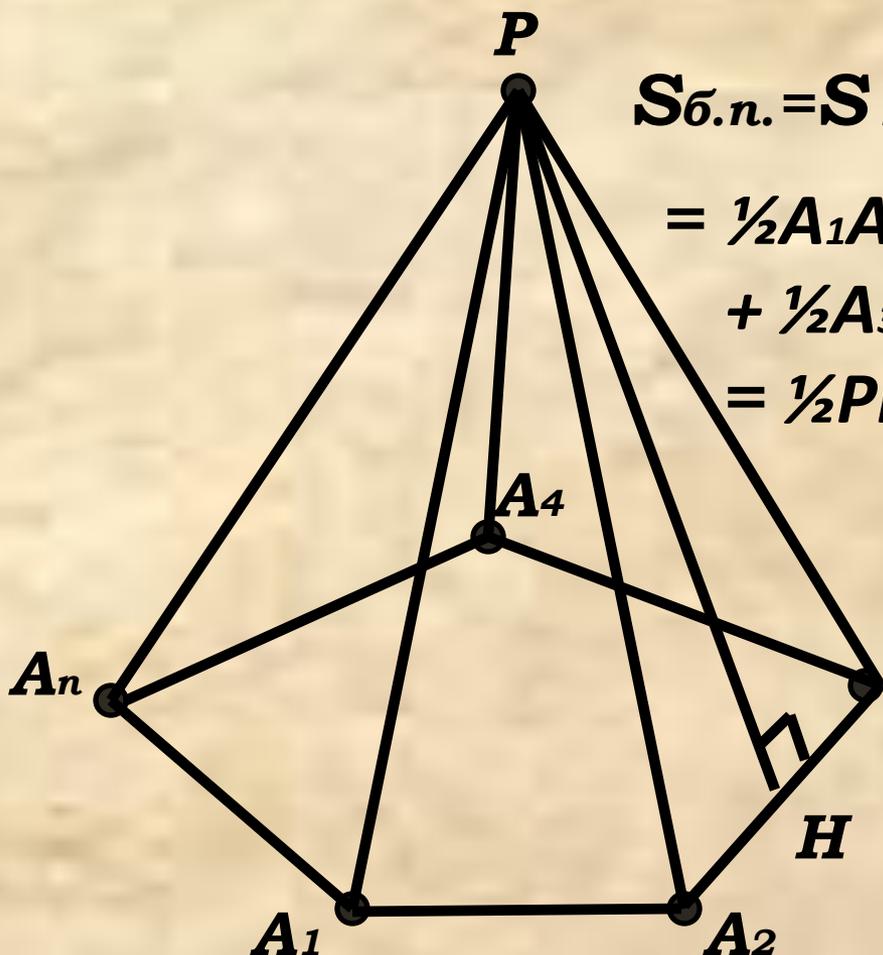
$$\Delta PA_1A_2 = \Delta PA_2A_3 = \dots = \Delta PA_1A_n$$

**(по трём сторонам)**

$$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \dots;$$

$$PA_1 = PA_2 = PA_3 = \dots$$

**Площадь боковой поверхности  
правильной пирамиды равна половине  
произведения периметра основания на  
апофему**



$$S_{\text{б.п.}} = S_{A_1A_2P} + S_{A_2A_3P} + S_{A_3A_4P} + \dots$$

$$= \frac{1}{2}A_1A_2 \cdot PH + \frac{1}{2}A_2A_3 \cdot PH + \\ + \frac{1}{2}A_3A_4 \cdot PH \dots =$$

$$= \frac{1}{2}PH \cdot (A_1A_2 + A_2A_3 + A_3A_4 + \dots)$$

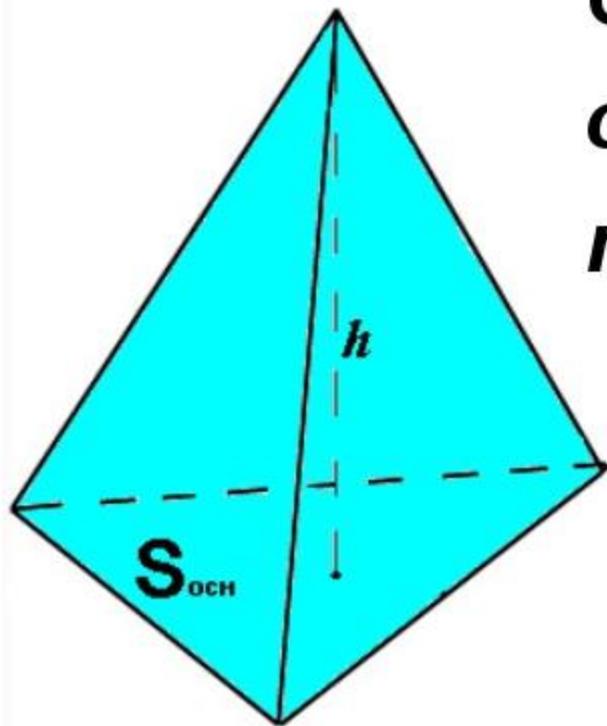
$$= \frac{1}{2}P_{\text{основ.}} \cdot PH$$

или

$$S_{\text{бок.п.}} = \frac{1}{2}P_{\text{основ.}} l,$$

где  $l$  - апофема

# Объем пирамиды



*Объем пирамиды равен одной трети произведения площади основания на высоту.*

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} h$$

# Усечённая пирамида

