



5



7



3



А. Байтұрсынов атындағы  
Қостанай Мемлекеттік Университеті  
Аграралық-техникалық институт  
Математика және физика кафедрасы

Математика 3 пәні

Математика және физика кафедрасының аға  
оқытушысы , Берденова Г.Ж.

Қостанай, 2020



5



7



3



*Тақырып:*

**Таңдамалық тәсіл**



5



7



3



# *Мақсат:*

Математикалық статистика пәнімен танысу, оның мақсаты мен міндеттерін білу және негізгі ұғымдарын енгізу.



5



7



3



## *Қарастырылатын сұрақтар:*

- 1. Математикалық статистиканың мақсаты мен міндеті және негізгі ұғымдары.
- 2. Таңдаманың статистикалық үлестірімі және оның графиктері.
- 3. Үлестірімнің эмпирикалық функциясы және оның қасиеттері.



# Немен айналысады және мақсаты

5

- Математикалық статистика пәні бақылау нәтижесінде алынған статистикалық мәліметтерді жинау және топтау тәсілдерімен айналысады.



7

- Математикалық статистиканың негізгі мақсаты — статистикалық мәліметтерді өңдеу, талдау және қорытынды жасау.



3





# Міндеті:

1. Эксперимент немесе бақылау нәтижесінде алынған статистикалық мәліметтерді жинау және топтау әдістерін көрсету.

2. Статистикалық мәліметтерді талдау әдістерін өңдеу: оқиғаның белгісіз ықтималдығын, функцияларды, үлестірім параметрлерін бағалау; кездейсоқ шаманың басқа кездейсоқ шамалардан тәуелділігін бағалау; белгісіз үлестірімнің түрлері мен параметрінің шамасы туралы статистикалық болжамдарды тексеру.

5



7



3

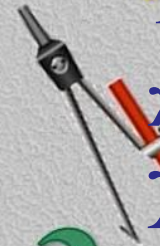




5



1



3



Статистикалық зерттеудің негізі - таңдамалық тәсіл. Оның мағынасы мынада: зерттеуге қажетті объектілер жиынынан оның бір бөлігі алынады да ол толық зерттеледі. Таңдау жүргізілетін объектілер жиыны *бас жиынтық* деп аталады. Бас жиынтықтан таңдалған объектілер жиыны *таңдамалық жиынтық (таңдама)* деп аталады. Жиынтықтағы объектілер саны оның *көлемі* деп аталады.



5



7



3



# МЫСАЛ

- 2000 бұйымнан зерттеу үшін 100 бұйым таңдалсын. Сонда
- бас жиынтық көлемі  $N = 2000$ ,
- ал таңдама көлемі  $n = 100$ .



## Таңдаудың тәсілдері

**5** - *жай кездейсоқ* - бас жиыннан объектілер бір-бірлеп алынады; мұндай таңдауды кездейсоқ сандар кестесін пайдаланып немесе «лотерея» принципімен жүргізуге болады;

**7** - *механикалық* – бас жиынтықты таңдама көлеміне тең топқа бөледі де әр топтан бір объектіден алады («әрбір бесінші», «әрбір оныншы» принципімен т.с. с.);

**3** -- *типтік* – бас жиынтық бөліктерге бөлінеді және әр бөліктен кездейсоқ түрде бір немесе бірнеше объект алынады;

**•** *сериялық* – бас жиынтықты бөліктерге бөлген соң толық зерттеуге бір немесе бірнеше бөлік алынады.



5



7



3





5



7



3



- Таңдама бас жиынның пропорциясын дұрыс елестетсе, онда ол *репрезентативті* деп аталады.
- Егер зерттелген соң объект таңдамадан бас жиынға қайта салынса, онда таңдау *қайталамалы* деп, егер объект бас жиынға қайта салынбаса *қайталанбайтын* деп аталады.



# АНЫҚТАМА

- Бақыланған  $x_i$  мәндер *варианталар* деп, ал варианттардың өсу ретімен жазылған тізбегі *вариациялық қатар* деп аталады. Бақылау саны *жиілік* деп аталады.
- *Таңдаманың статистикалық үлестірімі* деп варианттар мен олардың жиілігі немесе салыстырмалы жиілігі арасындағы сәйкестікті тағайындайтын заң аталады

5



7



3





5



7



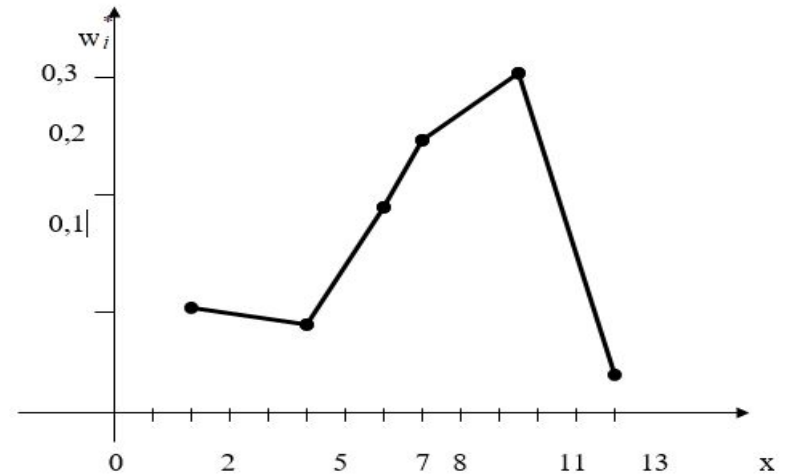
3



## Статистикалық үлестірімнің графиктері

**Жиіліктер полигоны** деп кесінділері  $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$  нүктелерін қосатын сынық сызық аталады.

**Салыстырмалы жиіліктер полигоны** деп кесінділері  $(x_1, W_1), (x_2, W_2), \dots, (x_k, W_k)$  нүктелерін қосатын сынық сызық аталады.





5



7

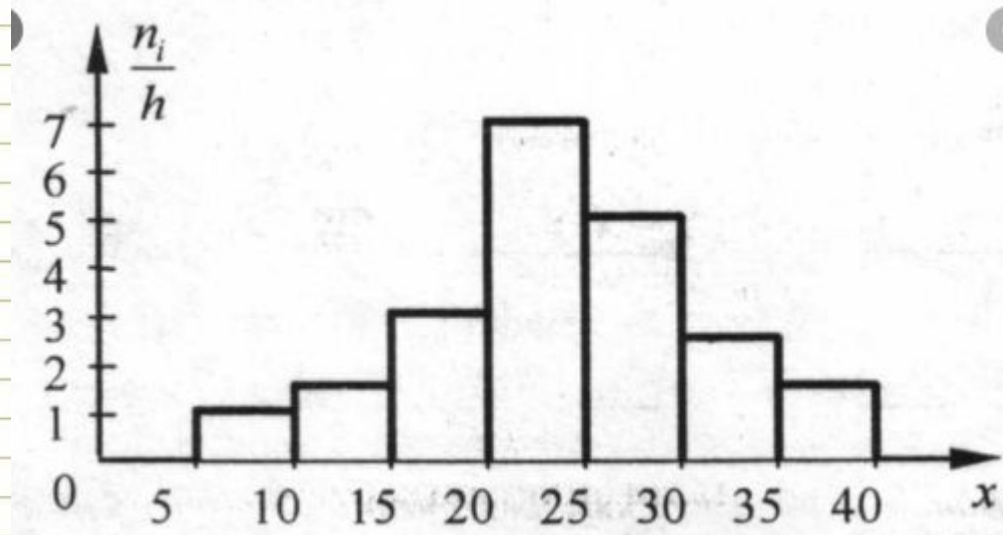


3



# Гистограмма

- *Жиіліктер гистограммасы* деп табаны ұзындығы  $h$  болатын дербес интервал, ал биіктігі  $n_i/h$  қатынасына тең тіктөртбұрыштардан құралған баспалдақты фигура аталады





# Салыстырмалы жиіліктер гистограммасы

5



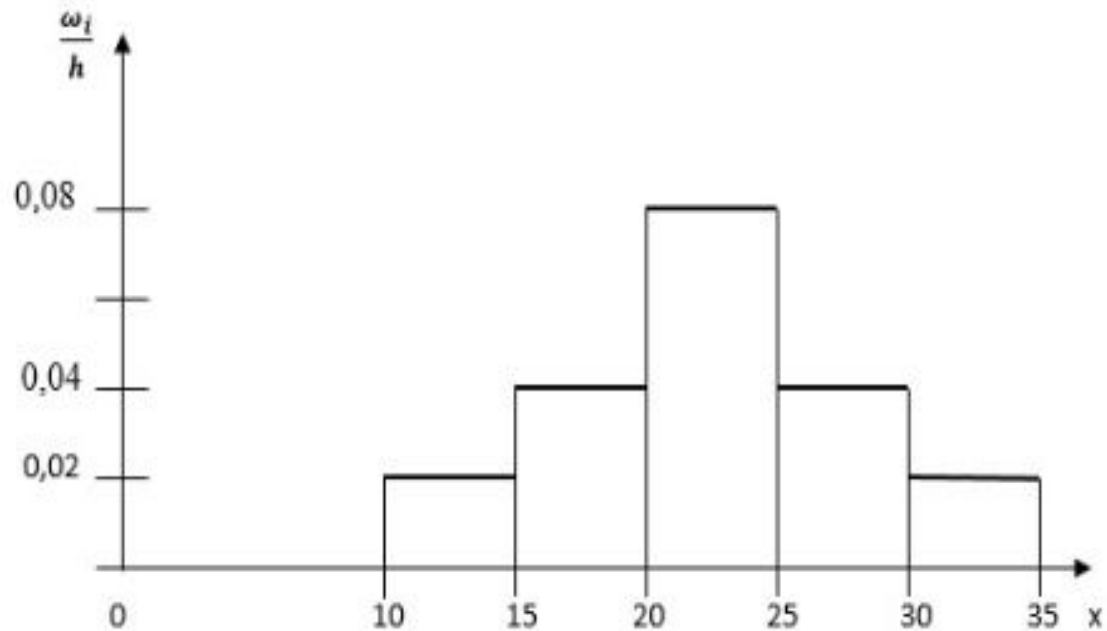
7



3



✕ Строим гистограмму относительных частот: ступенчатую фигуру из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длины  $h = 5$ , а высоты равны отношению  $\frac{\omega_i}{h}$  (плотность относительной частоты):





# Үлестірімнің эмпирикалық функциясы

5



7



3



Үлестірімнің эмпирикалық функциясы (таңдаманың үлестірім функциясы) деп  $x$  –тің әрбір мәніне  $X < x$  оқиғасының салыстырмалы жиілігін анықтайтын  $F^*(x)$  функциясы аталады:  $F^*(x) = W(X < x)$  немесе

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n}, \text{ мұнда } n_x - x\text{-тен кіші варианттар саны, } n - \text{таңдама көлемі.}$$

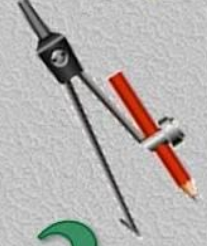


# Үлестірімнің эмпирикалық функциясының қасиеттері

5



7



3



1. Эмпирикалық функцияның мәндері  $[0,1]$  кесіндісіне тиісті:  $0 \leq F^*(x) \leq 1$ ;
2.  $F^*(x)$  - кемімейтін функция;
3. Егер  $x_1$  – ең кіші варианта болса, онда  $x \leq x_1$  болғанда  $F^*(x) = 0$ ; егер  $x_k$  - ең үлкен варианта болса, онда  $x > x_k$  болғанда  $F^*(x) = 1$ .





5



7



3



# Мысал

1. Бір сағатта кассаға келген сатып алушылар санына  $X$  бақылау жүргізілді. 30 сағат бақылаудың нәтижесі: 70, 75, 100, 120, 75, 60, 100, 120, 70, 60, 65, 100, 65, 100, 70, 75, 60, 100, 100, 120, 70, 75, 70, 120, 65, 70, 75, 70, 100, 100.

$X$ - дискретті кездейсоқ шама болып табылады, ал алынған мәліметтер  $n=30$  бақылаудан тұратын таңдама. Жиіліктер үлестірімінің қатарын құр.



5



7



3



## Шешуі

- Ең әуелі ранжирленген қатар құраймыз:  
60, 60, 60, 65, 65, 65, 70, 70, 70, 70, 70, 70,  
70, 75, 75, 75, 75, 75, 100, 100, 100, 100,  
100, 100, 100, 100, 120, 120, 120, 120.

Алты топ алынды, яғни кездейсоқ шаманың алты әртүрлі мәні (алты варианта). Әрбір топ үшін варианта мәндерінің жиіліктерін және сәйкес салыстырмалы жиіліктерді есептейміз. Барлық алынған мәндерді төмендегі кестеге толтырамыз. Бұл кесте вариациалық қатар болады.



5



7



3



Бір сағатта кассаға келген сатып алушылар санына  $X$  бақылау жүргізілді. 30 сағат бақылаудың нәтижесі: 70, 75, 100, 120, 75, 60, 100, 120, 70, 60, 65, 100, 65, 100, 70, 75, 60, 100, 100, 120, 70, 75, 70, 120, 65, 70, 75, 70, 100, 100.

$X$ - дискретті кездейсоқ шама болып табылады, ал алынған мәліметтер  $n=30$  бақылаудан тұратын таңдама. Жиіліктер үлестірімінің қатарын құр.

Топ номері	$i$	1	2	3	4	5	6
Кассаға келген сатушылар саны	$x_i$	60	65	70	75	100	120
Жиілік	$m_i$	3	3	7	5	8	4
Салыстырмалы жиілік	$p_i$	3/30	3/30	7/30	5/30	8/30	4/30



Төменде 105 студенттің бойын өлшеу нәтижесінің таңдамасы келтірілген. Өлшеу 1 см. дәлдікпен жүргізілді. Интервалдық вариациалық қатар құр.

5



7



3



155	170	185	180	188	152	173	178	178	168	185
173	170	183	175	173	170	183	175	180	175	193
178	183	180	197	178	181	187	168	174	179	184
183	178	180	178	163	166	178	175	182	190	167
170	178	183	170	178	181	173	168	185	175	170
155	169	186	179	189	155	174	179	179	169	186
174	171	184	175	193	178	184	180	196	175	181
188	168	179	178	183	184	178	181	177	163	166
178	175	183	190	167	170	178	183	170	178	182
173	168	186	176	171	188					



5



7



3



*Шешуі.* Студенттердің бойы кездейсоқ үзіліссіз шама екені белгілі. Ең әуелі кездейсоқ шаманың минималды және максималды мәнін табайық:  $x_{\min} = 152$  см,  $x_{\max} = 196$  см. Онда вариациалау интервалы (құлашы)  $R = x_{\max} - x_{\min} = 44$  см.

Әдетте, 6-дан 15-ке дейін интервалды қамтитын үлестірім қатары дұрыс құрастырылған деп есептеледі, бірақ дербес интервалдар саны және интервал өлшемі нақты есеп шартына байланысты анықталады. Сонда ұзындығы 150 см-ден 200 см-ге дейін дербес интервалдар саны 10 болады. Сәйкес интервалдық вариациялық қатар төмендегі кестеде келтірілген.



# Интервалдық вариациалық қатар

Интервал индексі	Студенттердің бойы (интервал) $x_i < X < x_{i+1}$	Жиілік $n_i$	Салыстырмалы жиілік $w_i$
1	150-155	4	0,0381
2	155-160	-	-
3	160-165	2	0,0190
4	165-170	19	0,1810
5	170-175	19	0,1810
6	175-180	26	0,2476
7	180-185	21	0,2000
8	185-190	10	0,0953
9	190-195	2	0,0190
10	195-200	2	0,0190

5



7



3





5



7



3



Таңдама жиіліктер үлестірімі түрінде берілген:

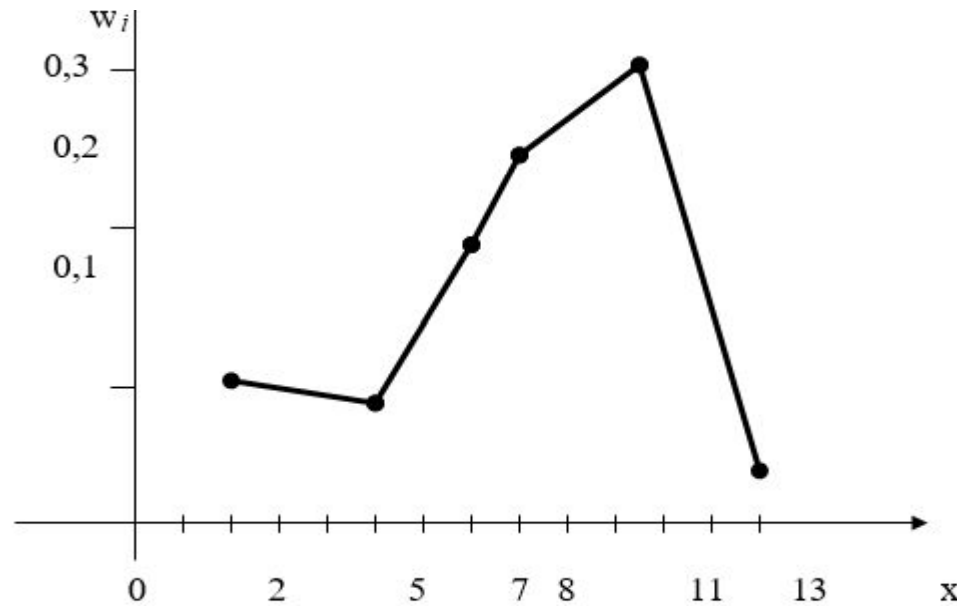
$x_i$	2	5	7	8	11	13
$n_i$	10	9	21	25	30	5

Салыстырмалы жиіліктер үлестірімін тап және салыстырмалы жиіліктер полигонын сал.

*Шешуі:* Таңдаманың көлемін бағалайық:  $\sum_{i=1}^6 n_i = 100$ . Онда вариациялық

қатарды мына түрде жазуға болады:

$x_i$	2	5	7	8	11	13
$n_i$	0,10	0,09	0,21	0,25	0,30	0,05

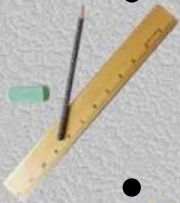




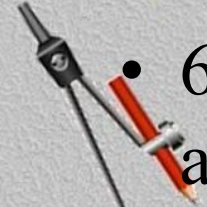
## *Тексеруге арналған сұрақтар:*

- 1. Бас жиынтық деп не аталады?
- 2. Таңдамалық жиынтық деп не аталады?
- 3. Қандай таңдау тәсілдері болады және олар қалай іске асады?
- 4. Қандай таңдама репрезентативті деп аталады?
- 5. Вариациялық қатар деп не аталады?
- 6. Таңдаманың статистикалық үлестірімі деп не аталады?
- 7. Жиіліктер полигоны деп не аталады?
- 8. Жиіліктер гистограммасы деп не аталады?
- 9. Үлестірімнің эмпирикалық функциясы деп не аталады және оның қасиеттері қандай?

5



7



3





# Ұсынылатын әдебиеттер тізімі

- 1 Жаңбырбаев Б.С. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика элементтері.- Алматы: «Қайнар», 2018.- 384б.
- 2 Бектаев Қ. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. Алматы: «Рауан», 2011ж.
- 3 Казешев А, Абенов М, Қойлышев Ү. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика бойынша есептер жинағы.-А.: Ғылым, 2005.-183 б.
- 4 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: Высшая школа, 2000.- 479 б.
- 5 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- М.: Высшая школа, 2000.- 400 б.
- 6 Виленкин Н.Я., Потапов В.Г. Задачник практикум по теории вероятности и математической статистике – М. Просвещение, 2010. -108 б.



5



7



3





Назарларыңызға  
рахмет!

