Тема урока:

Решение уравнения Cos x=a

Определение

Арккосинусом числа $a \in [-1;1]$ называют такое число $x \in [0;\pi]$, косинус которого равен а:

$$\arccos x = \alpha, \quad если \;\; Cos x = a \quad и \quad 0 \le x \le \pi$$

Пример 1

$$\arccos\frac{1}{2}; \quad т.к. \quad \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}; \quad \arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3}$$

Пример 2

$$\arccos(-\frac{\sqrt{2}}{2})=\pi-\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$$

Пример 3

$$\arccos 0; \qquad т.к. \cos\frac{\pi}{2}=0; \qquad \arccos 0=\frac{\pi}{2}$$

Пример 4

Пример 5

$$\arccos 1=0,\ т.к. \cos 0=1; \qquad \arccos(-1)=\pi,\ т.к. \cos\pi=-1$$

Определение

Все корни уравнения $Cosx = a$, где $a \in [-1;1]$
Можно находить по формуле:

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad где \quad n \in Z \quad (1)$$

$$x = \pm\arccos a + 2\pi n, \quad где \quad n \in Z \quad (1)$$

Пример 1

$$\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}; \qquad x_{1,2} = \pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi n, \; n \in z$$

Вычислим $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$;

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{6} \; т.к. \; \cos\frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$Ответ: x_{1,2} = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \; n \in z$$

Пример 2

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}; \qquad x_{1,2} = \pm\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + 2\pi n,\ n \in z$$

$$\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6};$$

$$\mathit{Ответ}: x_{1,2} = \pm\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,\ n \in z$$

Решить уравнение:

$$Cosx = \frac{2}{5}$$

$$Ответ: x_{12} = \pm\arccos\frac{2}{5} + 2\pi n, \quad n \in Z;$$

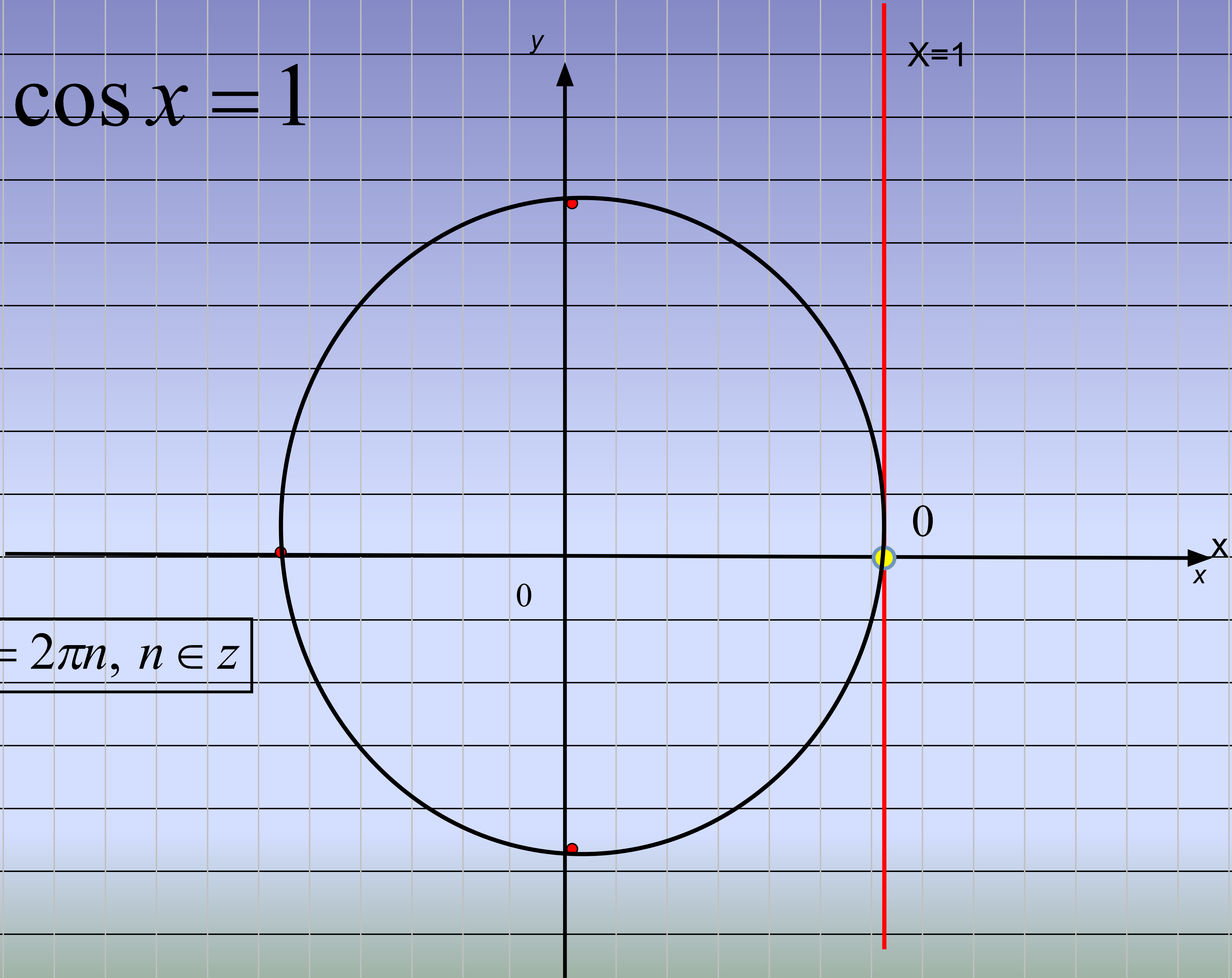
$$Cosx = -\frac{2}{5}$$

$$Ответ: x_{12} = \pm\arccos\left(-\frac{2}{5}\right) + 2\pi n, \quad n \in Z;$$

Частные случаи решения уравнения

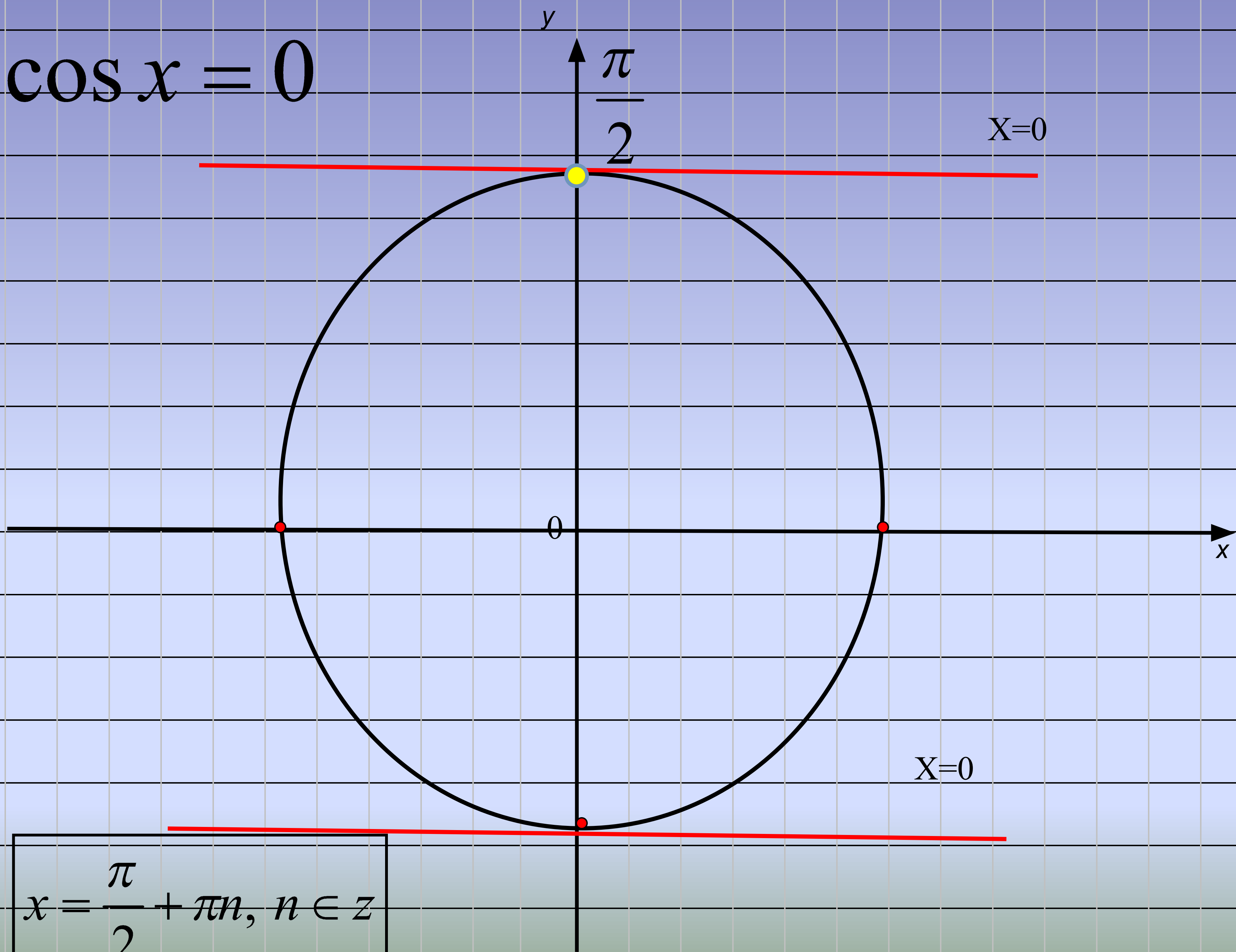
$$Cos x = a$$

$$\cos x = 1$$



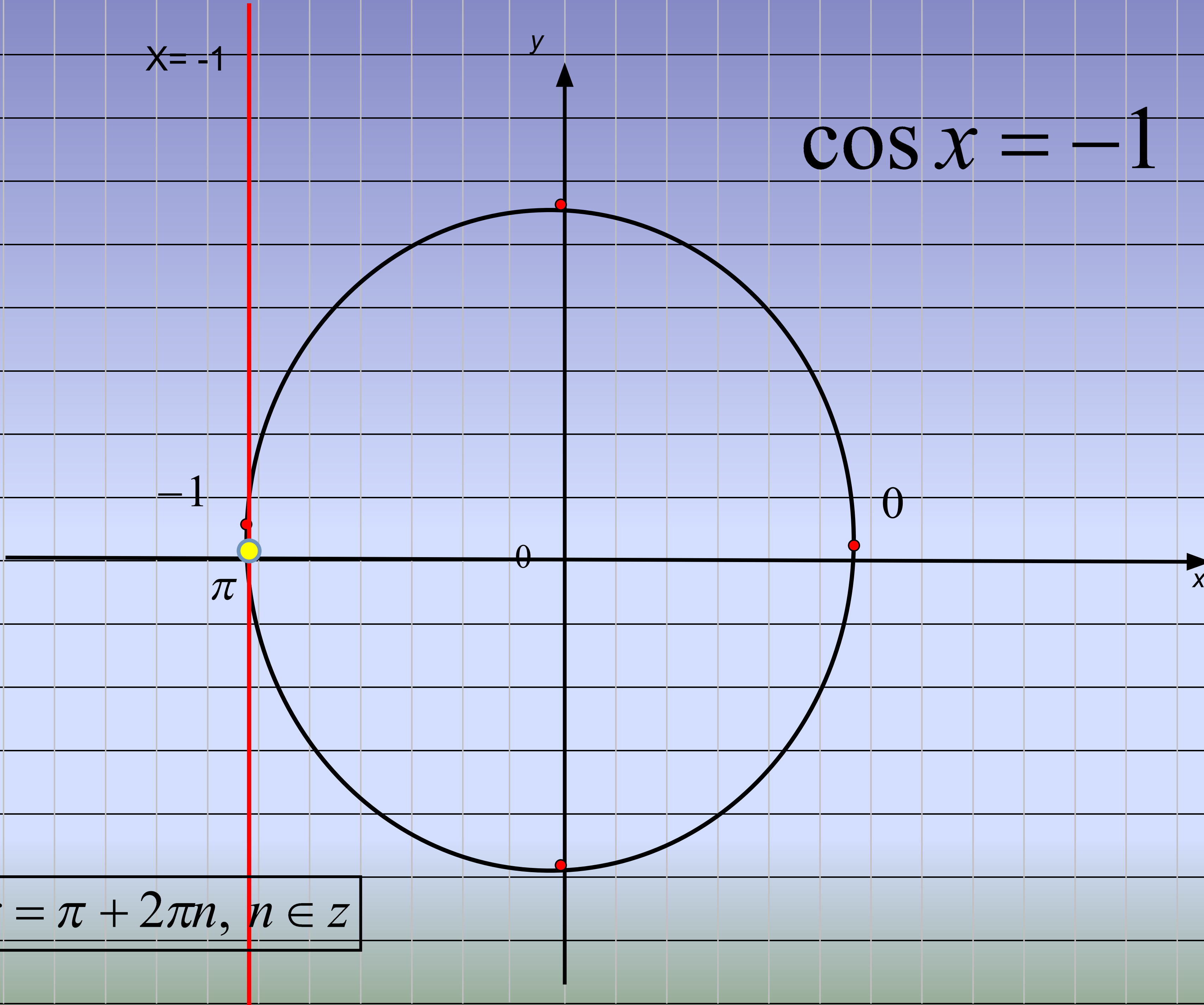
$$\boxed{x = 2\pi n,\ n \in z}$$

$$\cos x = 0$$



$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in z$$

$$\cos x = -1$$



$$\boxed{x = \pi + 2\pi n,\ n \in z}$$

Частные случаи уравнения *cosx = a*

$$1.\cos x = 1, mo \quad x = 2\pi n; \quad n \in z$$

$$2.\cos x = 0, \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n; \quad n \in z$$

$$3.\cos x = -1, \quad x = \pi + 2\pi n; \quad n \in z$$

Пример 3

$$\cos x = \frac{2}{7} \qquad x_{1,2} = \pm \arccos \frac{2}{7} + 2\pi n,\ n \in z$$

Пример 4

$$\cos x = -1{,}2 \qquad -1{,}2 < -1$$

Ответ: уравнение решения не имеет.

ВЫВОД

$$Cosx = a$$

$a = 1$ → $x = 2\pi n,\ n \in z$

$a = 0$ → $x = \dfrac{\pi}{2} + \pi n,\ n \in z$

$a = -1$ → $x = \pi + 2\pi n,\ n \in z$

$|a| \boxtimes 1$ → **Решений нет**

$|a| \boxtimes 1$ → $x = \pm \arccos a + 2\pi n,\ \ где\ \ n \in Z\ \ (1)$

α	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
Cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$

$$arccos\ (-a) = \pi - arccos\ a$$

Решение уравнений

- № 1148 или № 6

$$1.\ \cos 4x = 1;\quad 4x = 2\pi k;\ k \in Z;\quad x = \frac{\pi k}{2};\quad k \in Z$$

$$4.\ 2\cos\frac{x}{3} = \sqrt{3};\ \cos\frac{x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2};$$

$$\frac{x}{3} = \pm\frac{\pi}{6} + 2\pi k;\ k \in Z;\quad x = \pm\frac{\pi}{2} + 6\pi k;\quad k \in Z$$

$$5.\ \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0;\quad x + \frac{\pi}{3} = \pi k;\ k \in Z;\quad x = -\frac{\pi}{3} + \pi k;\quad k \in Z$$

№ 1151 или №9

$5.\ (1+\cos x)(3-2\cos x)=0;$

$1+\cos x=0;$

$\cos x=-1;$

$x=\pi+2\pi k;\ k\in Z$

$3-2\cos x=0;$

$\cos x=\frac{3}{2};\ \textit{решений нет, т.к.}\ |a|\le 1$

Домашнее задание:

1. **Записать в тетрадь определение арккосинуса числа**
2. **Записать формулу корней уравнения cosx = a**

3. Записать частные случаи уравнений
cosx = 0, cosx = 1, cosx = -1

4. № 1144, 1146, 1148(2,3,6), 1151(6,7) или
Стр. 313, № 2, 4, 6(2,3,6), 9(6,7)

Срок выполнения 23.04