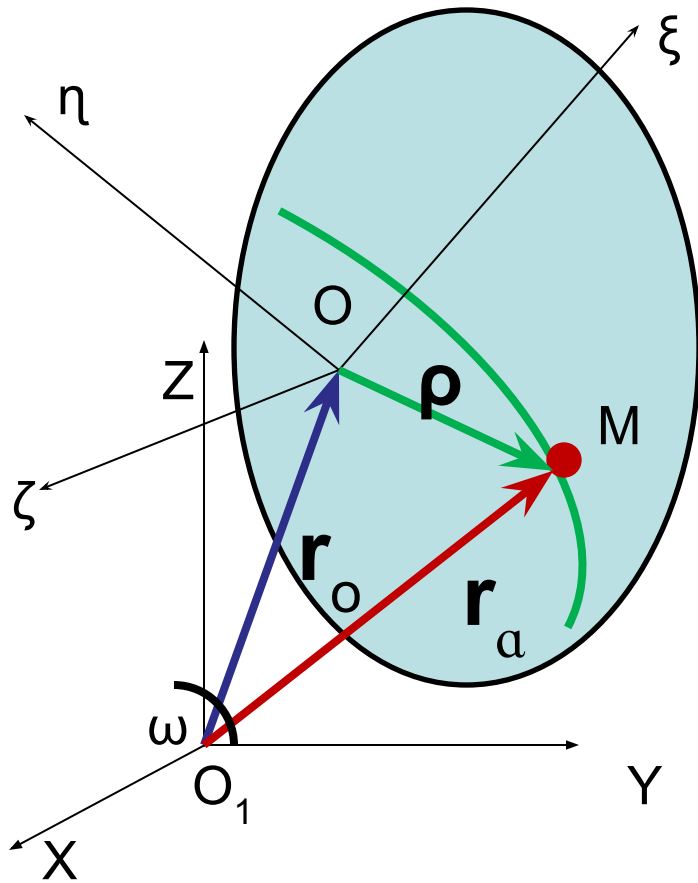


§.9. Сложное движение точки.

- **Сложным** движением точки называется такое движение, при котором точка одновременно участвует в двух или нескольких движениях. (Сложное или абсолютное движение складывается из относительного и переносного движений).
- **Абсолютным** движением называется движение точки относительно неподвижной системы отсчета.
- **Относительным** движением называется движение точки относительно подвижной системы отсчета.
- **Переносным** движением называется движение подвижной системы отсчета вместе с точкой относительно неподвижной.

9.1. Задача кинематики сложного движения

(определение абсолютных скоростей и ускорений точки)



$\mathbf{r}_a, \bar{V}_a, \bar{a}_a$ - абсолютные

$\boldsymbol{\rho}, \bar{V}_r, \bar{a}_r$ - относительные
(relativus)

$\boldsymbol{\rho}$ - вектор- функция

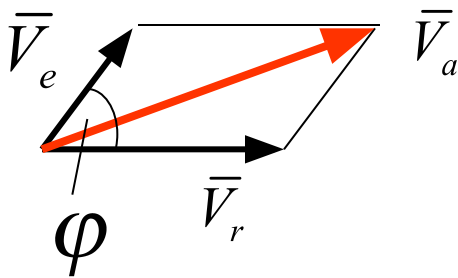
\bar{V}_e, \bar{a}_e - переносные
(entainer)

$$\bar{r}_a = \bar{r}_o + \bar{\rho}$$

Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки

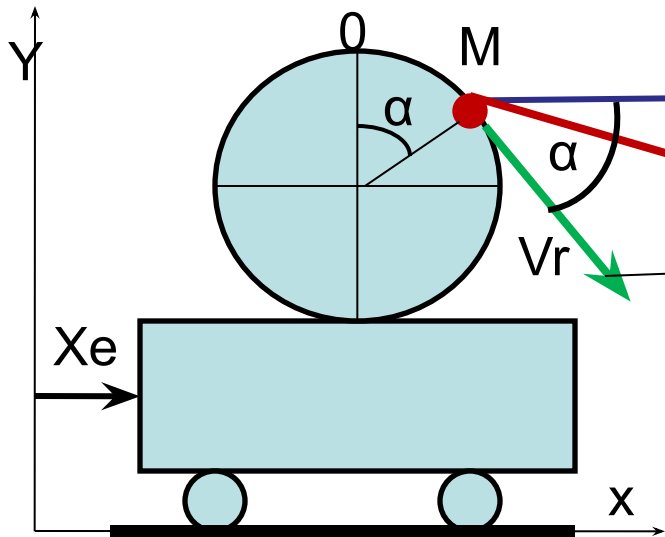
- Абсолютная скорость точки равна геометрической сумме относительной и переносной скоростей.

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e$$



$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 + 2V_r V_e \cos \varphi}$$

Пример определения скоростей (переносное движение поступательное)



Дано: $OM = S_r = 0,9\sqrt{t^2} \text{ м};$
 $X_e = \sin\sqrt{t} \text{ м}; R = 0,3 \text{ м}$
 В момент $t = 1/3 \text{ с},$
 определить V_a

Решение:

1. Определим положение (.) M в $t = 1/3 \text{ с}$
 $\alpha = OM/R = \sqrt{t}/3 = 60^\circ$

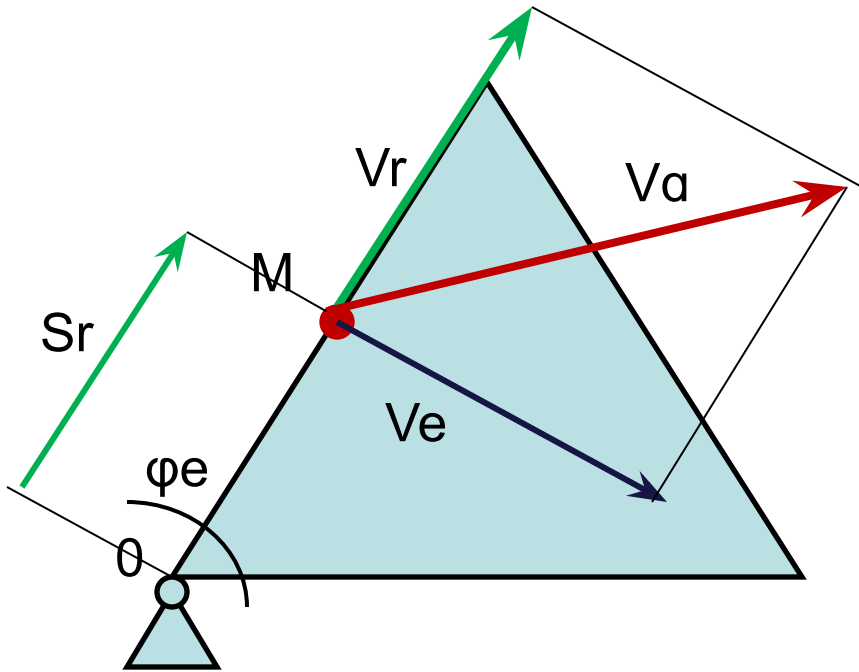
2. $V_r = dS/dt = 1,8\sqrt{t} = 2 \text{ м/с}$

3. $V_e = dX/dt = \sqrt{t} \cos\sqrt{t} = 1,6 \text{ м/с}$

$$\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_e;$$

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2 - 2 V_r \cdot V_e \cdot \cos\alpha} = 3,4 \text{ м/с}$$

Пример определения скоростей (переносное движение вращательное)



4. $\overline{V_a} = \overline{V_r} + \overline{V_e}$;

$$V_a = \sqrt{V_r^2 + V_e^2} = 3,34 \text{ м/с}$$

Дано: \triangle равносторонний $b = 1,2 \text{ м}$
 $OM = S_r = 1,2 \sin \pi t \text{ м}$; $\varphi_e = 0,9 \pi t^2$
 В момент $t = 1/6 \text{ с}$, определить V_a

Решение:

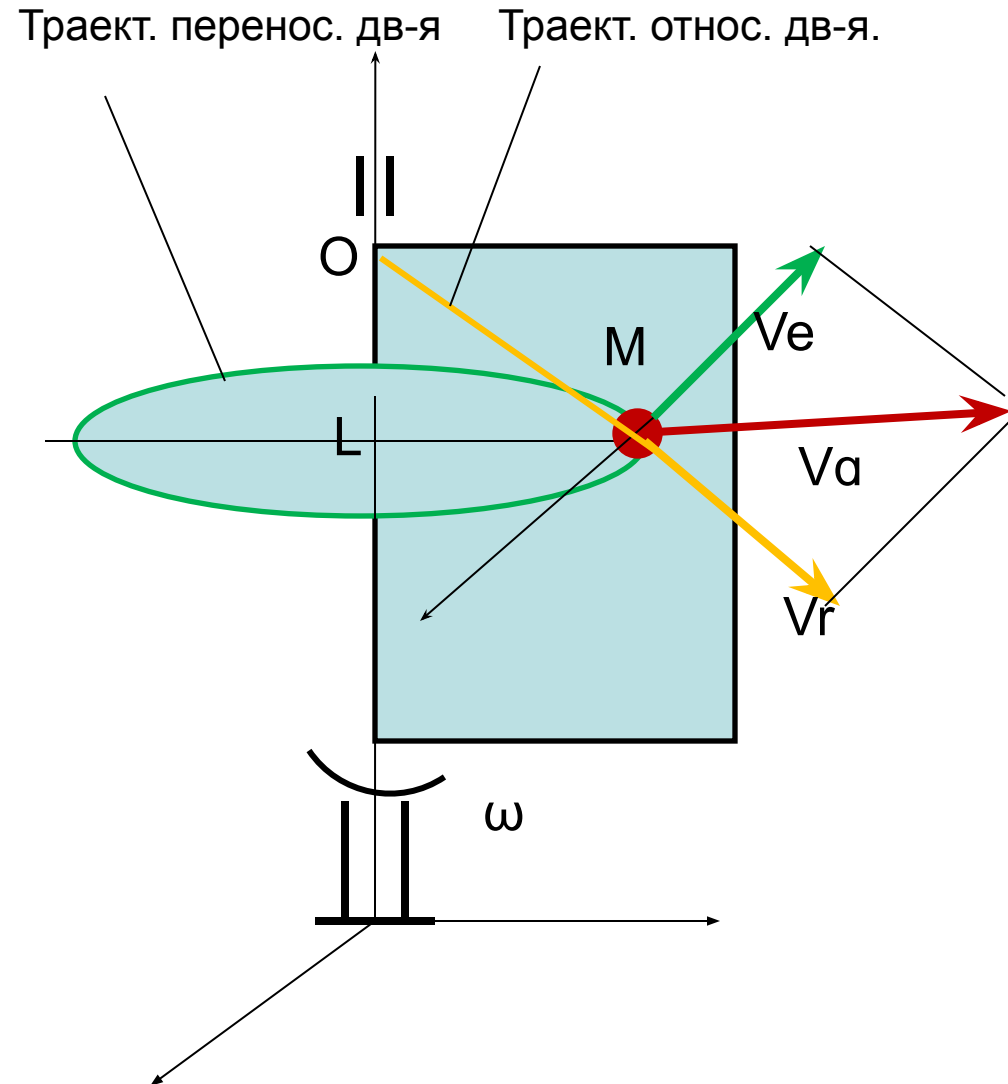
1. Определим положение (.)M в $t = 1/6 \text{ с}$; $OM = S_r = 1,2 \sin \pi / 6 = 0,6 \text{ м}$

2. $V_r = dS/dt = 1,2 \pi \cos \pi t = 3,3 \text{ м/с}$

3. $V_e = \omega \cdot OM = 0,5 \text{ м/с}$

$$\omega = d\varphi/dt = 1,8 \pi t = 0,9 \text{ с}^{-1}$$

Пример определения скоростей (переносное движение вращательное)

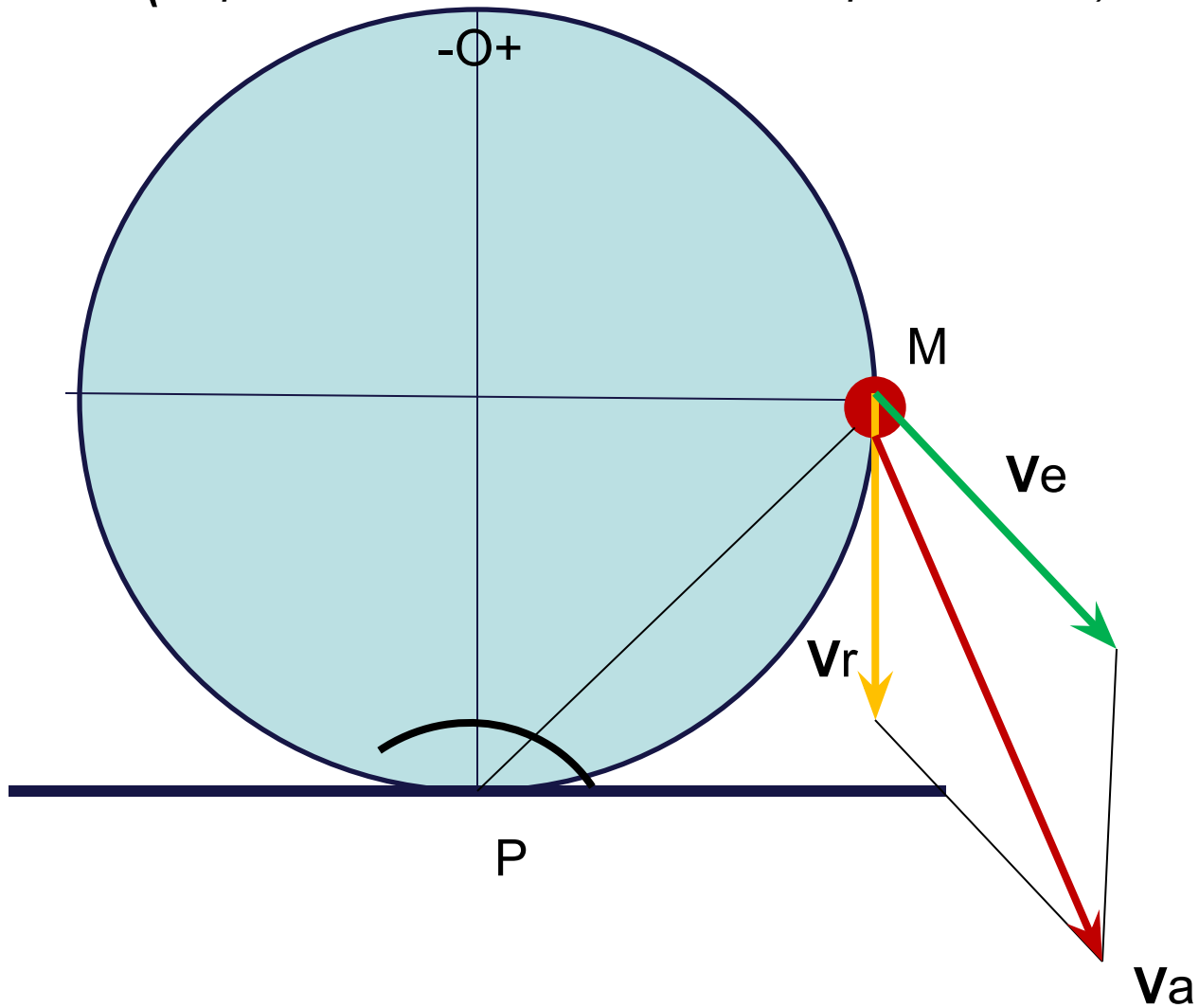


$$LM = R_e$$

$$V_e = \omega \cdot R_e$$

Пример определения скоростей

(Переносное движение плоскопараллельное)



Теорема Кориолиса

(Теорема о сложении ускорений при сложном движении точки)

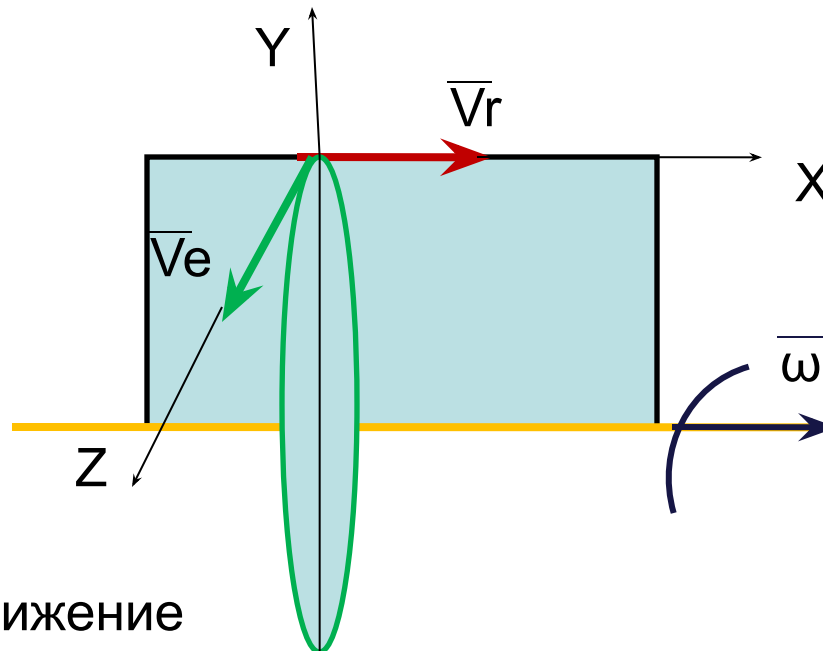
$$\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_k$$

Теорема. Абсолютное ускорение точки при сложном движении равно геометрической сумме относительного, переносного ускорений и ускорения Кориолиса .

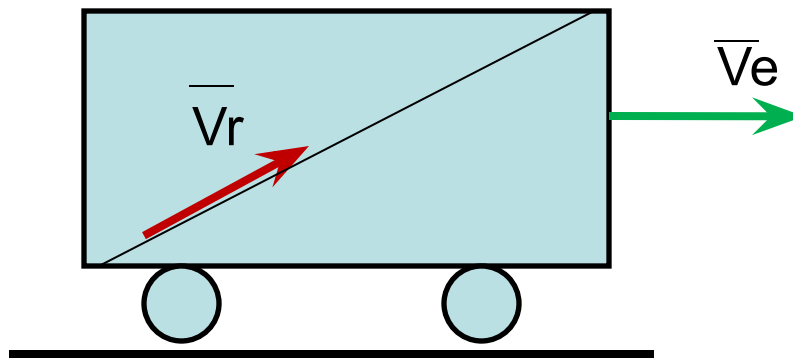
$$a_k = 2\omega V_r \sin(\bar{\omega} \wedge \bar{V}_r)$$

Ускорение Кориолиса равно нулю:

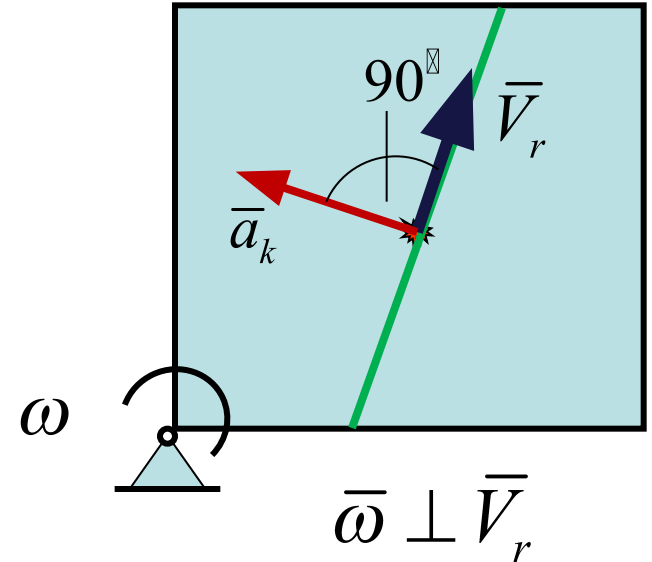
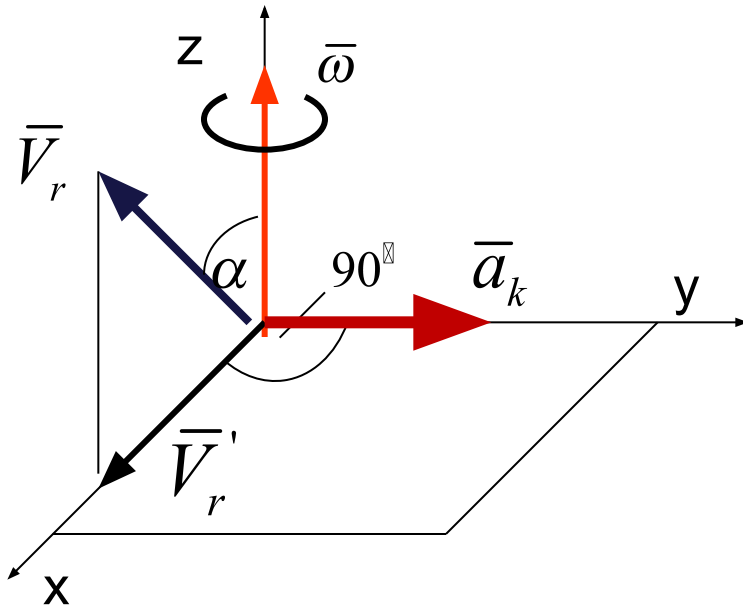
1. Вектор $\bar{V}_r \parallel \bar{\omega}$



2. $\omega=0$, т.е. переносное движение поступательное



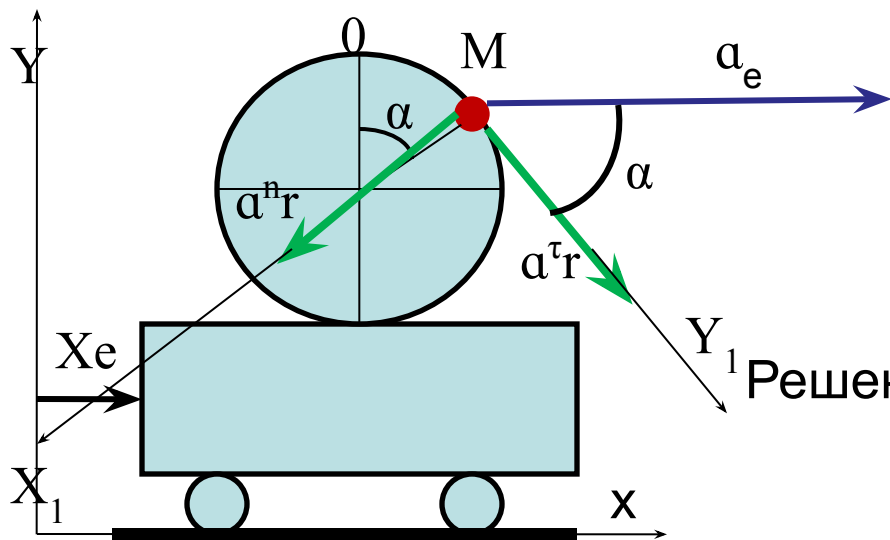
Правило Н. Е. Жуковского



$$a_k = 2\omega V_r$$

Чтобы найти направление a_k следует спроецировать вектор V_r на плоскость \perp ую к оси переносного вращения и повернуть эту проекцию на 90° в сторону переносного вращения.

Пример определения ускорений (переносное движение поступательное)



Дано: $R = 0,3\text{ м}$ $V_r = 1,8\sqrt{t} = 2\text{ м/с}$

$$V_e = \sqrt{\cos t}$$

В момент $t = 1/3\text{ с}$, определить a_a

Решение: $\bar{a}_a = \bar{a}_r + \bar{a}_e + \bar{a}_k$

$$\bar{a}_k = 2\bar{\omega} \times \bar{V}_r = 0$$

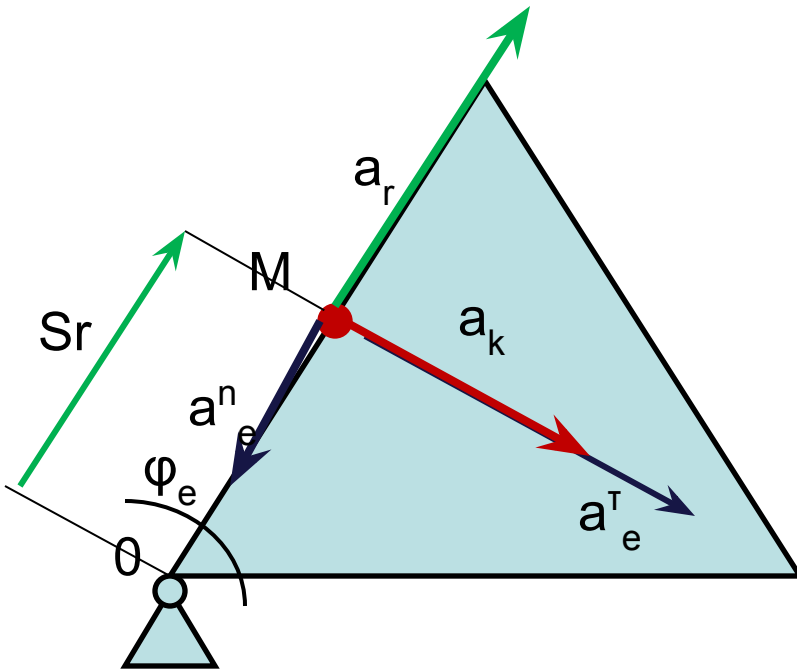
$$a_e = dv_e/dt = -\sqrt{2}\sin\sqrt{t} = 8,5\text{ м/с}^2$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_r &= \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n \\ a_r^\tau &= dV_r/dt = 1,8\sqrt{t} = 6\text{ м/с}^2 \\ a_r^n &= V_r^2/R = 0,1\text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{ax1} &= a_r^n - a_e \sin\alpha = -7,2 \\ a_{ay1} &= a_r^\tau + a_e \cos\alpha = 1,8 \end{aligned}$$

$$a_a = \sqrt{a_{ax1}^2 + a_{ay1}^2} = 7,4\text{ м/с}^2$$

Пример определения ускорений (переносное движение вращательное)



Дано: \triangle вращается по закону $\varphi_e = \varphi(t)$
Точка М движется по закону $S_r = S(t)$
Определить a_a

Решение:

1. $a_r = dV_r/dt$

2. $a_e^n = \omega^2 \cdot OM$

3. $a_e^\tau = \varepsilon \cdot OM$

$\omega = d\varphi/dt$

$\varepsilon = d\omega/dt$

$a_k = 2\omega \cdot V_r$

Пример определения ускорений (переносное движение вращательное)

