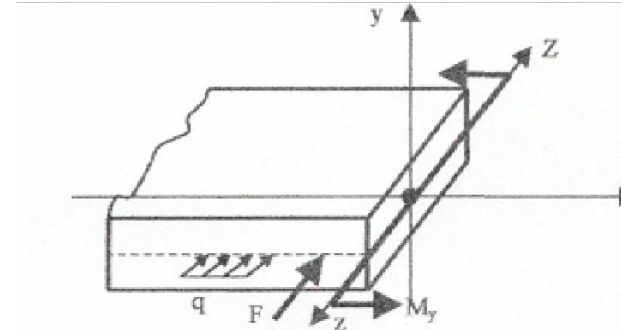
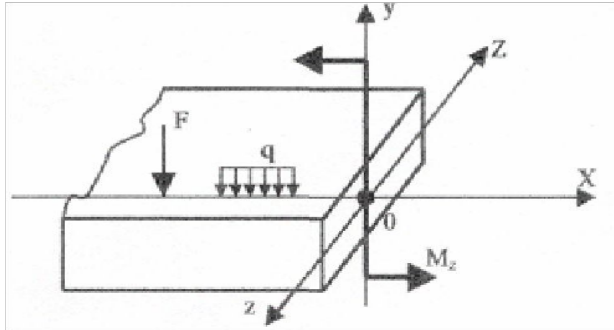


# Лекція 6

## ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНЬ ПРИ ЗГИНАННІ. УМОВИ МІЦНОСТІ ПРИ ЗГИНАННІ

### 1 П'ятий згин.

При поперечному плоскому згині із шести внутрішніх силових факторів відмінними від нуля є два: **поперечна сила** і **згинаючий момент**, при чому вони повинні виникати в одній площині.



$$\left. \begin{array}{l} Q_y \neq 0 \\ M_y \neq 0 \\ N = Q_z = M_z = M_{кр} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{В площині} \\ \text{XOY діють} \\ \text{всі силові} \\ \text{фактори} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} Q_z \neq 0 \\ M_y \neq 0 \\ N = Q_z = M_z = M_{кр} = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{В площині} \\ \text{XOZ діють} \\ \text{всі силові} \\ \text{фактори} \end{array}$$

**П'ятим** називається згин, при якому всі силові фактори, що діють на тіло, обов'язково прикладені в одній і тій же площині і ця площина обов'язково співпадає з одною із головних площин інерції перерізу. Так як при плоскому згині в загальному випадку одночасно два силових фактори відмінні від нуля, то в будь-якій довільній точці довільного перерізу по довжині стержня виникають два напруження :

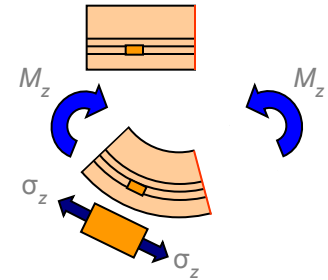
- **нормальне напруження**  $\sigma$ , величина і знак якого залежить від **згинаючого моменту**  $M$ ;
- **дотичне напруження**  $\tau$ , величина і знак якого залежить тільки від **поперечної сили**  $Q$ .

Для визначення нормальних напружень розглянемо окремий випадок плоского згину – чистий згин. В цьому випадку навантаження, із шести внутрішніх зусиль залишається тільки згинаючий момент  $M$  в одній площині.

## 2 Визначення нормальних напружень при згині. Чистий згин.

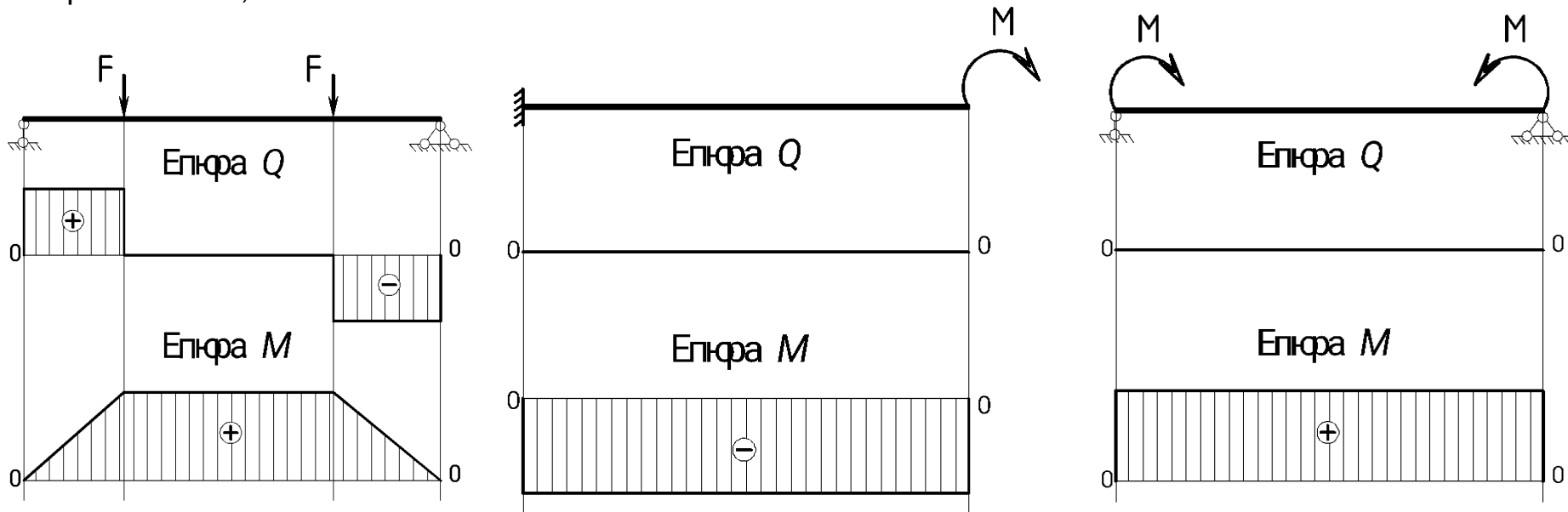
### Основні припущення:

1. Поздовжні волокна стержня (паралельні його осі) отримують лише деформації розтягу-стиску і не здійснюють тиску один на одного (гіпотеза про відсутність тиску поздовжніх волокон один на одного).
2. Кожний поперечний переріз стержня, плоский до деформацій, залишається плоским і нормальним до деформованої осі стержня після деформації (гіпотеза плоских перерізів).

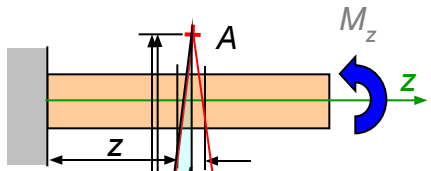


Перша гіпотеза нехтує впливом нормальних напружень  $\sigma_x$  і  $\sigma_y$  на поздовжню деформацію елемента, друга - деформаціями зсуву. Обидві гіпотези підтверджуються експериментально на основній частині довжини стрижня.

У загальному випадку балка може зазнавати згину під дією згинальних моментів щодо осей  $x$  і  $y$ . Якщо при цьому згинальний момент постійний і лежить у головній площині перерізу (площині, що проходить через вісь стержня і одну з головних центральних осей інерції), то це означає відсутність поперечної сили, то такий згин називається **ЧИСТИМ ЗГИНОМ**.



Нормальні напруження в статично невизначеному, д



Клод-Луї Марі-Анрі Нав'є  
Claude-Louis Marie-Henri Navier



Народився	10 лютого 1785 Діжон, Франція
Помер	21 серпня 1836 Париж, Франція
Місце проживання	Франція
Громадянство	Франція
Галузь наукових інтересів	Гідродинаміка
Заклад	Національна школа мостів і доріг, Політехнічна школа
Alma mater	Національна школа мостів і доріг
Відомий завдяки	Рівняння Нав'є-Стокса

Підставимо напруження у вираз для згинального моменту ( $y_0 \equiv y$ ):

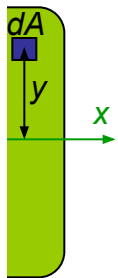
$$M_z = - \int_A \left( -E \frac{y_0}{\rho} \right) y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = I_x$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EI_x}$$

$$\sigma = - \frac{M_z}{I_x} y.$$

Рівняння зігнутої осі балки.

Формула Нав'є.



$$M_z = - \int_A \sigma_z y dA.$$

$$N = \int_A \sigma_z dA;$$

Зауваження: Знак мінус враховує правило знаків для згинального моменту і напружень.

Так як нормальні зусилля при згині дорівнюють нулю, то:

$$\int_A \sigma_z dA = 0.$$

Останнє судження вказує на те, що в перерізі виникають напруження різного знаку і слід припускати, що існують волокна, в яких напруження дорівнюють нулю (нейтральна вісь).

З цих співвідношень знайти напруження і положення нейтральної осі поки не можна, оскільки закон зміни напружень по висоті перерізу невідомий.

іпозитивні плоских перерізів, поздовжні волокна отримують деформації розтягнуті від нейтральної осі. Нейтральна вісь, як і центральна вісь стрижня, кривизни  $\rho$  (т. А – центр кривизни).

Волокна, що знаходиться на відстані  $y$  від нейтральної осі, деформуються на  $\Delta dz$ .

$$\Delta dz = 2 \frac{dz}{\rho} |y_0| = - \frac{y_0}{\rho} dz. \Rightarrow \epsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz} = - \frac{y_0}{\rho}$$

$$\sigma_z = E \epsilon_z = -E \frac{y_0}{\rho}$$

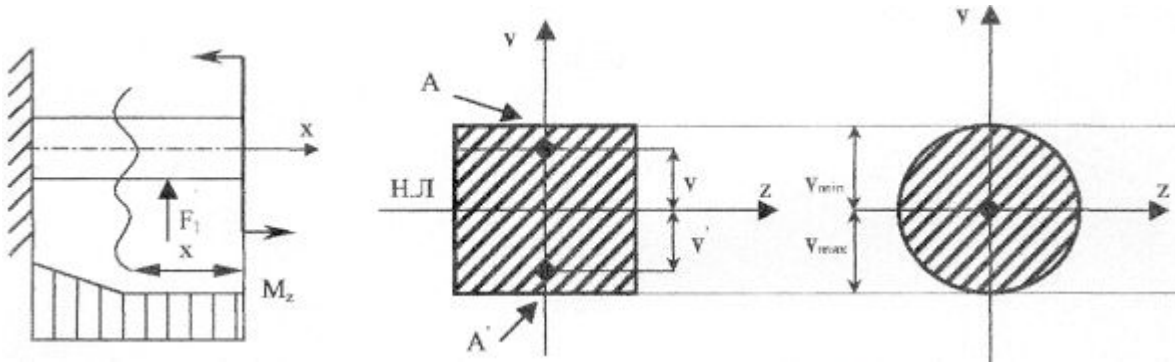
$$\sigma_z = -E \frac{y_0}{\rho}$$

Таким чином, нормальні напруження лінійно залежать від відстані до нейтральної осі. **Закон Гука при згині.**

Цей інтеграл являє собою статичний момент площі і рівність його нулю означає, що нейтральна вісь проходить через центр ваги.

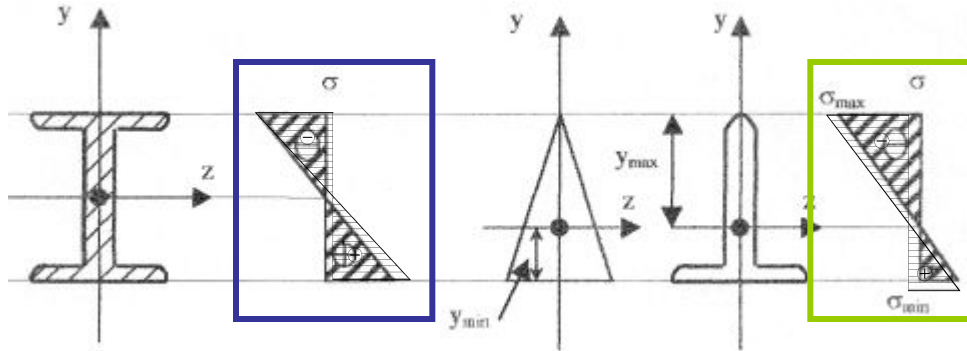
3 **Аналіз розподілу напружень по висоті поперечного перерізу.**

Проаналізуємо закон розподілу нормальних напружень по висоті перерізу для різних його форм.



$$\sigma_A = -\frac{M_z y}{I_z};$$

$$\sigma_{A'} = \frac{M_z y'}{I_z}$$



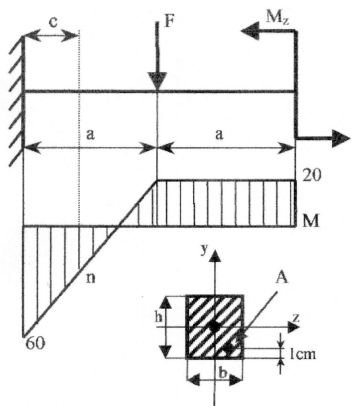
Розподіл нормальних напружень для симетричних перерізів відбувається симетрично відносно нейтральної (центральної) осі.

Розподіл нормальних напружень для несиметричних перерізів відбувається несиметрично відносно нейтральної осі.

Так для симетричної фігури  $y_{\max} = y_{\min}$  і відповідно  $\sigma_{\max} = -\sigma_{\min}$ . Для несиметричних фігур  $y_{\max}$  і  $y_{\min}$  визначаються в кожному випадку окремо:

$$\sigma_{\min}^{\max} = -\frac{M_z y_{\min}^{\max}}{I_z}$$

**Приклад №1.**



Дано:  
 $M_z = 20$  кН·м  
 $F = 80$  кН.  
 $a = 1$  м;  $c = 0,5$  м  
 $b = 4$  см;  $\frac{h}{b} = 2$

Визначити:  
 Напруження в точці А, що знаходиться на 1см від нижнього краю перерізу і на "с" від місця закріплення балки.

Рішення.

$$\sigma_A = -\frac{M_z^{(n-n)} y_A}{I_z}$$

$M_z^{(n-n)}$  – визначимо із епюри  $M$  по відношенню сторін прямокутних трикутників.  $M_z^{(n-n)} = 20$  кН·м.

$$\sigma_A = -\frac{20 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 12}{4 \cdot 8^3 \cdot 10^{-8}} = -325 \text{ (МПа)}$$

**Поняття раціонального перерізу при згині.** З формули напружень при згині випливає, що найбільші (позитивні - розтягучі) і найменші (негативні - стискаючі) напруження в поперечному перерізі залежать від величини осьового моменту інерції або осьового моменту опору:

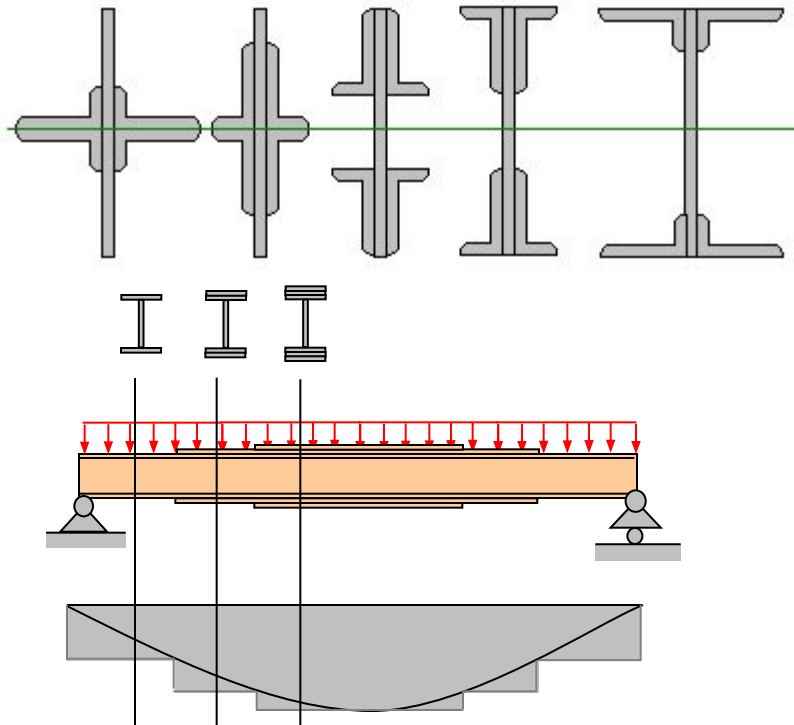
$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{I_x} y_{\max}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_z}{W_x}$$

При зміні розмірів перерізу змінюються як осьовий момент опору, так і площа перерізу. При цьому величина осьового моменту опору залежить, наприклад, для прямокутного перерізу, від квадрата висоти перерізу, а площа - лінійно. Збільшення площі збільшує витрату матеріалу на виготовлення балки. Більш раціональним перерізом вважається такий, при якому відношення моменту опору до площі має більше значення. Для цього слід якомога **більшу частину площі поперечного перерізу розташовувати якомога далі від нейтральної осі.**

Нижче показано 5 поперечних перерізів балки, складених з нерівнополичкових кутиків і листів, площа всіх перерізів однакова, а моменти опору різні:

У зв'язку з тим, що площі цих перерізів однакові, найбільш раціональним з них є той, у якого момент опору  $W_x$  більший.



■ Домогтися зниження ваги балки можна також шляхом зміни розмірів перерізу по її довжині відповідно до зміни величини згинального моменту.

Оскільки еюра згинального моменту має в загальному випадку криволінійний обрис, то для отримання раціонального перерізу розміри, наприклад висота або товщина полиць, повинні безперервно змінюватися.

З технологічних міркувань замість цього використовують ступеневу зміну товщини, що досягається приварюванням або приклепуванням додаткових горизонтальних листів:

На малюнку зображена, так звана, *еюра матеріалів*, ординати якої дорівнюють добутку моменту опору поперечного перерізу на допустимі напруження :

$$M_z = W_x [\sigma]$$



#### 4 Умови міцності по нормальних напруженнях при плоскому згині.

Максимальні напруження не повинні перевищувати розрахункових або допустимих напружень.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} < [\sigma]$$

У всіх випадках, крім круглого перерізу, потрібно використовувати моменти опору, відповідні орієнтації площини дії згинального моменту.

Наприклад, при дії на балку прямокутного перерізу моменту  $M_x$  при обчисленні максимальних нормальних напружень необхідно використовувати  $W_x$ :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} < [\sigma]$$

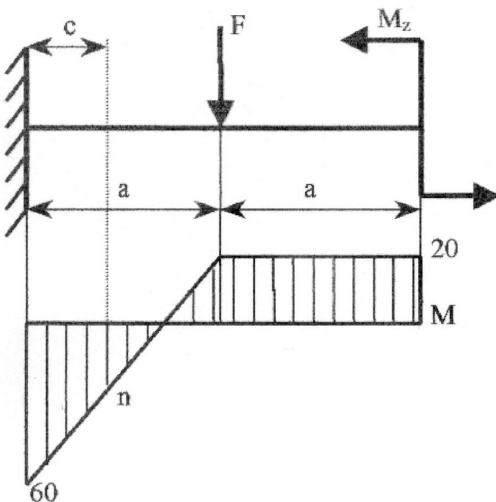
А при дії на балку прямокутного перерізу моменту  $M_y$  при обчисленні максимальних нормальних напружень необхідно використовувати  $W_y$ :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_y}{W_y} < [\sigma]$$

#### Три види задач при згині:

1. Умова міцності  $\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} < [\sigma]$ .
2. Визначення допустимих навантажень  $M_{\text{дон}} = [\sigma]W_x$
3. Підбір перерізу  $W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]}$

**Приклад №2.** Для попередніх умов навантаження провести перевірку міцності, якщо переріз являє собою двотавр №14 ( $W_x = 81.7 \text{ см}^3$ ) із Ст 3 ( $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ).



$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} < [\sigma]$$

$$\sigma_{\max} = \frac{60 \cdot 10^3}{81.7 \cdot 10^{-6}} = 722 \text{ МПа} < [\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

Таким чином двотавр №14 не задовольняє умові міцності для заданої розрахункової схеми.

## 5 Підбір перерізу при згині.

Для того, щоб визначити необхідні розміри поперечного перерізу потрібно:

1. Побудувати епюру згинаючих моментів;
2. На цій епюрі визначити переріз, де діє максимальний по модулю згинаючий момент  $M_{max}$ ;
3. По вихідній нерівності  $W_{необх} > M_{max}/[\sigma]$ , потрібно розрахувати величину необхідного моменту опору  $W_{необх}$ , попередньо визначивши допустиме напруження для даного матеріалу  $[\sigma]$ ;
4. Знаючи величину необхідного моменту опору  $W_{необх}$  і форму поперечного перерізу потрібно розрахувати відповідні розміри перерізу чи підібрати номер прокатного сталевго профілю.

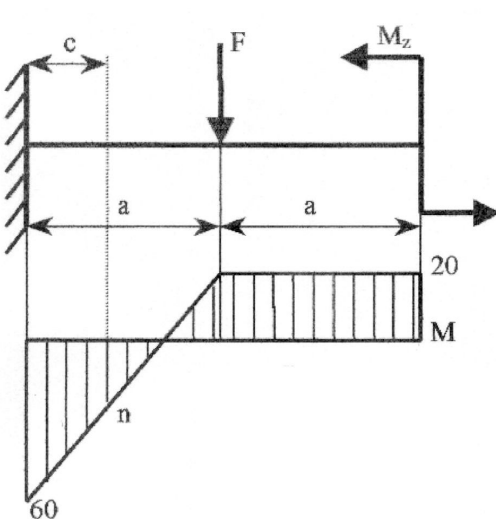
При цьому, враховуючи епюру розподілу нормальних напружень по висоті перерізу, в умовах дії плоского згину, завжди потрібно пам'ятати про те, що найраціональнішою формою перерізу є двотавр.

У випадку, наприклад, прямокутного перерізу необхідно задати один з розмірів або співвідношення між ними. Нехай  $h/b = k$ .

Тоді необхідна висота перерізу:

$$h^{необх} = \sqrt[3]{6kW_x^{необх}}$$

**Приклад №3.** Для попередніх умов завантаження підібрати двотавровий поперечний переріз, якщо балка виготовлена із сталі Ст3  $[\sigma]=160\text{МПа}$ .



$$W_{x,необх} = \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{60 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0.375 \cdot 10^{-3} = 375 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 375 \text{ см}^3$$

По сортаменту прокатних профілів приймаємо двотавр №27 ( $W_x = 371 \text{ см}^3$ ).

Перевірка підбраного перерізу на міцність:

$$\sigma = \frac{60 \cdot 10^3}{371 \cdot 10^{-6}} = 161.7 \text{ МПа}$$

$$\text{Перенапруження: } \Delta\sigma = \frac{161.7 - 160}{161.7} \cdot 100\% = 1.05\% < 5\%$$

Отже, умова міцності підбраного поперечного перерізу (двотавра №27) забезпечена.

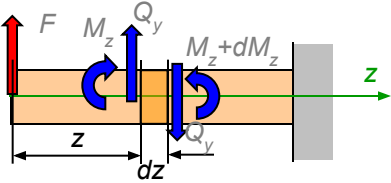
## 6 Дотичні напруження при згині.

- **Прямий поперечний згин** - в поперечному перерізі балки, крім згинального моменту, діє також і поперечна сила. При прямому поперечному згині згинальний момент діє в площині, що збігається з однією з головних осей балки. Поперечна сила при цьому зазвичай паралельна площині дії згинального моменту.

- **Дотичні напруження при поперечному згині** - У загальному випадку при поперечному згині балки виникають дві компоненти повного дотичного напруження в перерізі. Компонента  $\tau_{zx}$  для такого перерізу виникає внаслідок поперечної сили. Дотичні напруження  $\tau_{zy}$ , що виникають в поперечному перерізі, пов'язані з поперечною силою в цьому перерізі бруса, інтегральною залежністю:

$$Q_y = \int_A \tau_{zy} dA.$$

Оскільки закон зміни дотичних напружень по висоті перерізу не можна знайти з цього рівняння, то з цього рівняння знайти дотичні напруження не можна.



Виділимо малий елемент двома нормальними до осі бруса і замінимо нормальними напруженнями та дотичними напруженнями. Під їх дією елемент перебуває в рівновазі.

При дії поперечної сили згинальний момент у перерізі, віддає перерізу, має приріст  $dM_z$ .

згідно залежності  $\sigma = \frac{M_z}{I_x} y$  нормальні напруження так само залежать від згинального моменту.

Відсічемо від розглянутого елемента деяку її частину по горизонтальній лінії. Дію дотичними напруженнями (нормальні напруження відсутність здавлювання поздовжніх волокон не розглядаємо).

Залишений елемент як і раніше знаходиться в рівновазі. Рівняння рівноваги:

$$\sum Z_i = 0; \quad - \int_{A_{\text{відс}}} (\sigma_z + d\sigma_z) dA + \int_{A_{\text{відс}}} \sigma_z dA + \int_{A_1} \tau_{yz} dA = 0$$

Тут  $A_{\text{відс}}$  – площа відсіченої частини поперечного перерізу,  $A_1$  – площа горизонтального перерізу.

Перенесемо перший інтеграл в праву частину і підставимо в нього вираз для нормальних напружень. Приріст згинального моменту і осьовий момент інерції перерізу не залежать від площі відсіченої частини і їх можна винести за знак інтеграла. Залишений підінтегральний вираз співпадає з виразом для **статичного моменту площі відсіченої частини поперечного перерізу**:

Вважаючи дотичні напруження постійними за площею  $A_1$ , що відповідає припущенням сталості деформацій зсуву по ширині поперечного перерізу, враховуючи закон парності дотичних напружень і диференціальну залежність поперечної сили, отримуємо:

$$\tau_{zy} b dz = \frac{dM_z}{I_x} S_x^{\text{відс}} \implies \tau_{zy} = \frac{dM_z}{dz} \frac{S_x^{\text{відс}}}{I_x b} \text{ або } \tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^{\text{відс}}}{I_x b}$$

**Дмитрій Іванович Журавський**



Дата народження:	17 грудня (29 грудня) 1821
Місце народження:	Білий Колодець, Курська губернія, Російська імперія
Дата смерті:	18 листопада (30 листопада) 1891 (69 років)
Місце смерті:	Санкт-Петербург, Російська імперія
Страна:	Російська імперія
Научна сфера:	механіка, будівництво
Альма-матер:	Інститут Корпуса інженерів шляхів зв'язу
Научний керівник:	М. В. Остроградський
Відомий як:	Будівельник Верейського моста

перізу

іми

сили

$\frac{dM_z}{I_x} y$ .

о

z:

).

$bdz$ .

$A$ .

$\frac{M_z}{I_x} S_x^{\text{відс}}$ .

$\int_{A_{\text{відс}}} \tau_{yz} dA$

$I_x$

$\int_{A_1} \tau_{yz} dA$

$I_x$

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^{\text{відс}}}{I_x b}$$

- формула Журавського



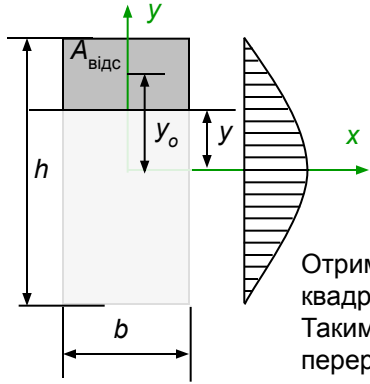
■ **Розподіл дотичних напружень по висоті перерізу** - з формули Журавського випливає, що дотичні напруження у волокнах поперечного перерізу, розташованих на деякій відстані від осі, залежать від величини статичного моменту площі відсіченої частини і ширини перерізу на висоті січної площини:

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^{\text{відс}}}{I_x b}$$

- Побудуємо епюри дотичних напружень для деяких простих перерізів:
- **прямокутний переріз**

Проведемо горизонтальний переріз на висоті  $y$  і обчислимо статичний момент відсіченої частини:

$$S_x^{\text{відс}} = y_o A_{\text{відс}} = \left( y + \frac{h-y}{2} \right) b \left( \frac{h-y}{2} \right) = \frac{1}{8} (2y+h)b(h-2y) = \frac{1}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) b.$$



Підставимо у формулу Журавського вирази для статичного моменту і моменту інерції:

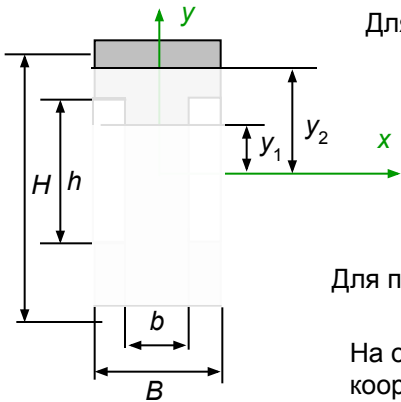
$$b := 10 \quad h := 40 \quad \left[ \begin{array}{c} \frac{h}{2} \\ \frac{3}{2 \cdot b \cdot h} \\ -\frac{h}{2} \end{array} \right] \cdot 1$$

Отримана залежність є квадратичною від координати розглянутого перерізу змінюється за квадратною параболою:  $y = \pm h/2, \tau_{zy} = 0; y = 0,$

Можна переконатися, що об'єм епюри напружень  $\tau_{zy}(y) \cdot b / Q_y$  дорівнює 1, що означає викона

■ **Товстостінний двотавр**

Переріз має ступеневу зміну ширини і тому слід розглядати зміни координати:  $0 < y_1 < h/2$  - стінка і  $h/2 < y_2 < H/2$  - полку.



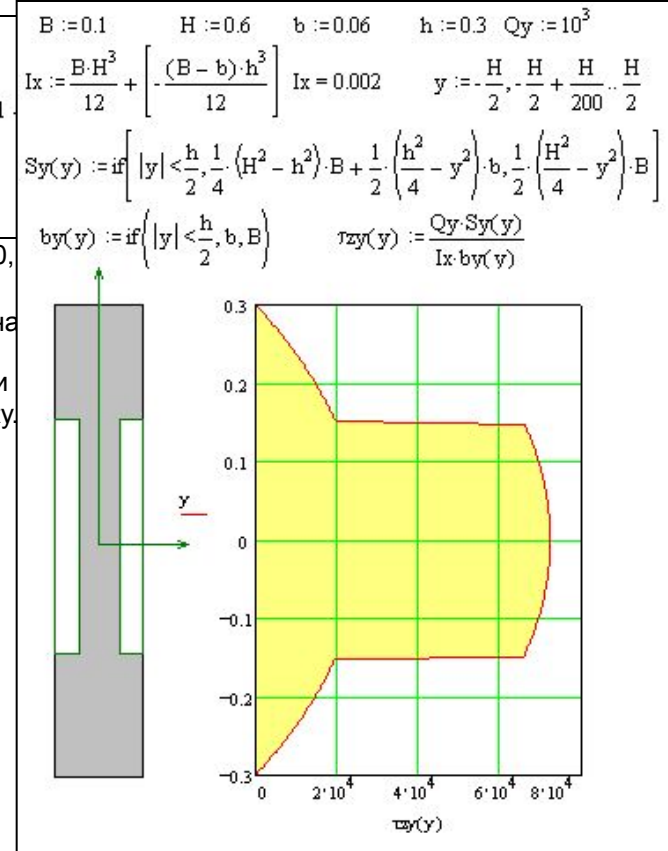
Для стінки:

$$S_x^{\text{відс}} = \left( \frac{H}{2} - \frac{H-h}{2} \right) B \left( \frac{H-h}{2} \right) + \frac{1}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y_1^2 \right) b = \frac{1}{4} (H^2 - h^2) B + \frac{1}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y_1^2 \right) b.$$

Для полочки:

$$S_x^{\text{відс}} = \frac{1}{2} \left( \frac{H^2}{4} - y_2^2 \right) B.$$

На обох ділянках дотримується квадратична залежність від координати волокна. У місцях різкої зміни ширини перерізу відповідно до формули Журавського епюра має скачки:

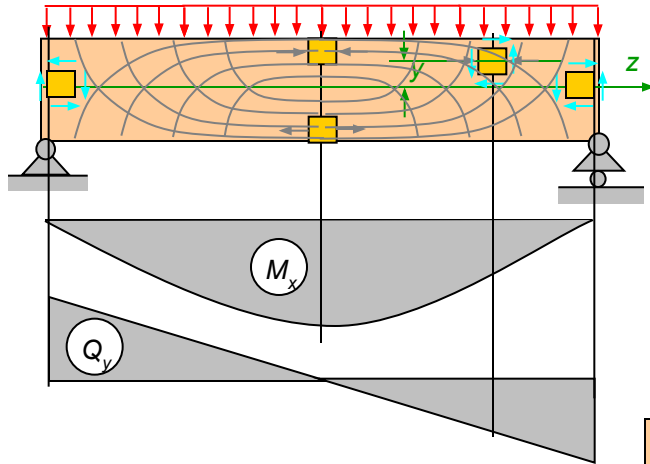


## 7 Головні напруження при згині.

■ **Аналіз напруженого стану при згині** - Вище були отримані і розглянуті вирази для нормальних і дотичних напружень, що виникають при згині. При розрахунках на міцність повинні бути визначені ті перерізи і ті волокна, в яких ці напруження досягають максимальних значень. І це різні перерізи і різні волокна. Наприклад, при поперечному згині двохопорної балки максимальний згинальний момент виникає в середині прольоту, а максимальна поперечна сила - в опорних перерізах.

$$\sigma = -\frac{M_z}{I_x} y.$$

$$\tau_{zy} = \frac{Q_y S_x^{\text{отс}}}{I_x b}.$$



При цьому максимальні нормальні напруження виникають у найбільш віддалених волокнах, а максимальні дотичні напруження - на нейтральній осі.

В елементі балки, що знаходиться в деякому перерізі, в якому одночасно діють досить великі згинальний момент і поперечна сила, на довільній відстані від нейтральної осі, виникають одночасно нормальні і дотичні напруження.

Головні напруження в цьому елементі і тангенс кута нахилу головних площадок визначаються виразами:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{yx}^2}.$$

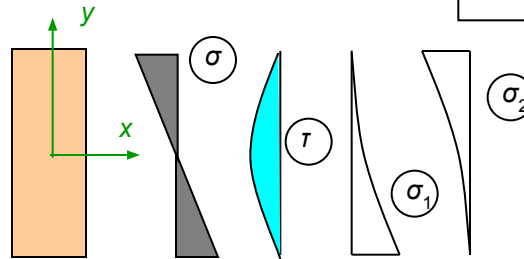
При поперечному плоскому згині  $\sigma_x = \sigma_z = \sigma$ ,  $\sigma_y = 0$ ,  $\tau_{yx} = \tau_{yz} = \tau$ .  
Тоді отримуємо:

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{2\tau}{\sigma}.$$

$$\text{tg} 2\alpha = \frac{2\tau_{yx}}{\sigma_x - \sigma_y}.$$

Визначивши величини головних напружень для ряду точок даного перерізу на різній відстані від нейтральної осі, можна побудувати епюри головних напружень:

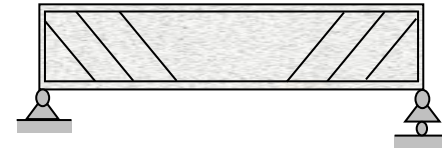


Оскільки епюри дотичних напружень мають скачки в місцях різкої зміни ширини поперечного перерізу (двотавр, швелер), то це знайде своє відображення на епюрі головних напружень.

Наочне уявлення про потік внутрішніх сил в тілі (стінці) балки можуть дати **траєкторії головних напружень** - ліній, в кожній точці яких дотична співпадає з напрямом головного напруження в цій точці. На малюнку показані траєкторії розтягуючих головних напружень. Вони перетинають нейтральну вісь під кутом 45°.

При армуванні бетону сталевими стрижнями враховується характер цих траєкторій, т.я. бетон погано чинить опір розтягуванню:

Траєкторії стискаючих головних напружень враховуються при постановці ребер жорсткості для запобігання випучування тонких стінок, внаслідок наявності стиснутих областей у стінці.



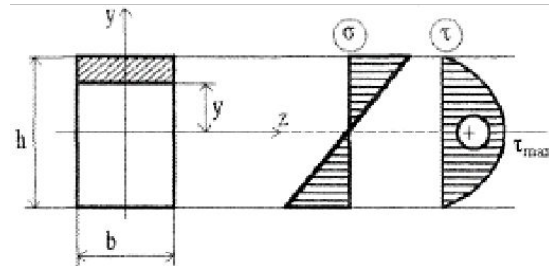
Аналіз напруженого стану при згині балки показує, що необхідно **перевіряти умови міцності за нормальними напруженнями** в крайніх волокнах перерізів з максимальною величиною згинального моменту (у середині прольоту), **за дотичним напруженням** - на нейтральній осі опорних перерізів і **за головними напруженням** - в точках з'єднання стінки і полки перерізів, в яких діють згинальний момент і поперечна сила.

## Епюри розподілу дотичних напружень по висоті перерізу для різних його форм

Використовуючи формулу Журавського  $\tau = \frac{Q \cdot S_z}{b \cdot I_z}$  будемо вважати, що

поперечна сила  $Q$  задана і, що вона додатна.

1. Тоді для прямокутного перерізу:



$$\tau_{max} = K \tau_{сер}, \text{ де } K = 1.5.$$

$$\tau_{max} > 0, \text{ т.як } \underline{Q > 0}$$

Розглянемо довільний шар на відстані "y" і розрахуємо дотичні напруження в цих точках на цьому рівні.

$$\tau = \frac{Q \cdot S_z}{b \cdot I_z} = \frac{Q \cdot \frac{bh^2}{8} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right)}{b \cdot \frac{bh^3}{12}} \Rightarrow \tau = \frac{2Q}{3bh} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right), \text{ де}$$

$$S_z = \left(\frac{h}{2} - y\right) \cdot b \left[y + \frac{1}{2} \left(\frac{h}{2} - y\right)\right] = \frac{bh^2}{8} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right) \text{ — Ця величина становить статичний}$$

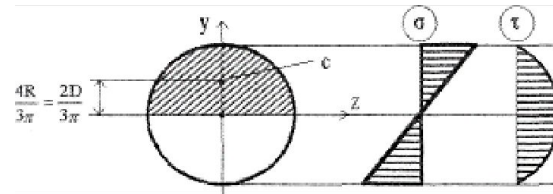
момент  $\frac{1}{2} A_{\text{прямокутника}}$

Оскільки  $\tau_{сер} = \frac{Q}{b \cdot h} = \frac{Q}{A_{\text{прямокутника}}}$ , то відповідно, що  $\tau = \frac{2}{3} \tau_{сер} \left(1 - \frac{4y^2}{h^2}\right)$  звідки:

$$1. \text{ При } y = \pm \frac{h}{2} \Rightarrow \tau_{max} = 0$$

$$2. \text{ При } y = 0 \Rightarrow \tau = \tau_{max} = \frac{3}{2} \tau_{сер} = \frac{3Q}{2bh}$$

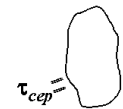
2. Для круглого перерізу:



$$\tau_{max} = K \tau_{сер}, \text{ де } K = 1.33.$$

$$\tau_{max} = \frac{Q \cdot S_{zmax}}{D \cdot \frac{\pi d^4}{64}}; \quad S_z = \frac{\pi D^2}{8} \cdot \frac{2D}{3\pi} = \frac{D^3}{12} \Rightarrow$$

$$\tau_{max} = \frac{Q D^3 64}{12 D \cdot \pi D^4} = \frac{4}{3} \frac{Q}{\pi D^2} = 1.33 \tau_{сер}$$



такими будуть дотичні напруження при умові, що розподіляються вони рівномірно

3. Для двотаврового профілю:

Побудуємо епюри розподілу дотичних і нормальних напружень для двотаврової балки, і запишемо вирази для визначення дотичних напружень в точках 2' і 2'', а також точки 3.

$$\tau_{2'} = \frac{Q \cdot b \cdot t \cdot \left(\frac{h-t}{2} - \frac{t}{2}\right)}{b \cdot I_z}; \quad \tau_{2''} = \frac{Q \cdot b \cdot t \cdot \left(\frac{h-t}{2} - \frac{t}{2}\right)}{d \cdot I_z}; \quad \tau_{(3)max} = \alpha_T \cdot \tau_{номінальне}$$

де  $\alpha_T$  — теоретичний коефіцієнт концентрації напруження.

