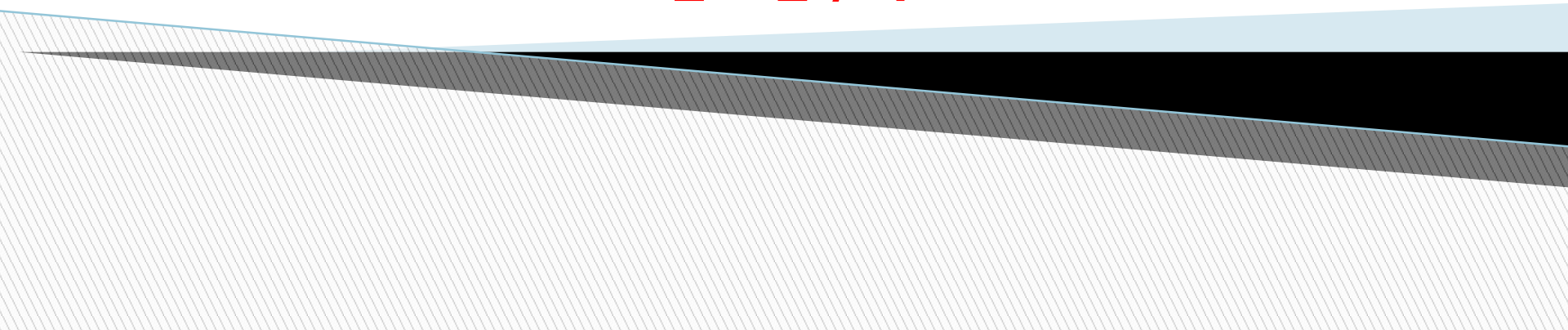


ЗМ2 МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ ФОРМУВАННЯ СИСТЕМИ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ФІНАНСОВОГО МЕНЕДЖМЕНТУ ПІДПРИЄМСТВА

Тема

**ВИЗНАЧЕННЯ ВАРТОСТІ ГРОШЕЙ У ЧАСІ ТА ЇЇ
ВИКОРИСТАННЯ У ФІНАНСОВИХ РОЗРАХУНКАХ**

**АБО
 $2 + 2 \neq 4$**





1 Необхідність і значення визначення вартості грошей у часі.

2 Нарахування простих і складних відсотків.

3 Теперішня вартість грошей та її зміст.

4 Майбутня вартість грошей та її зміст.

5 Ануїтети

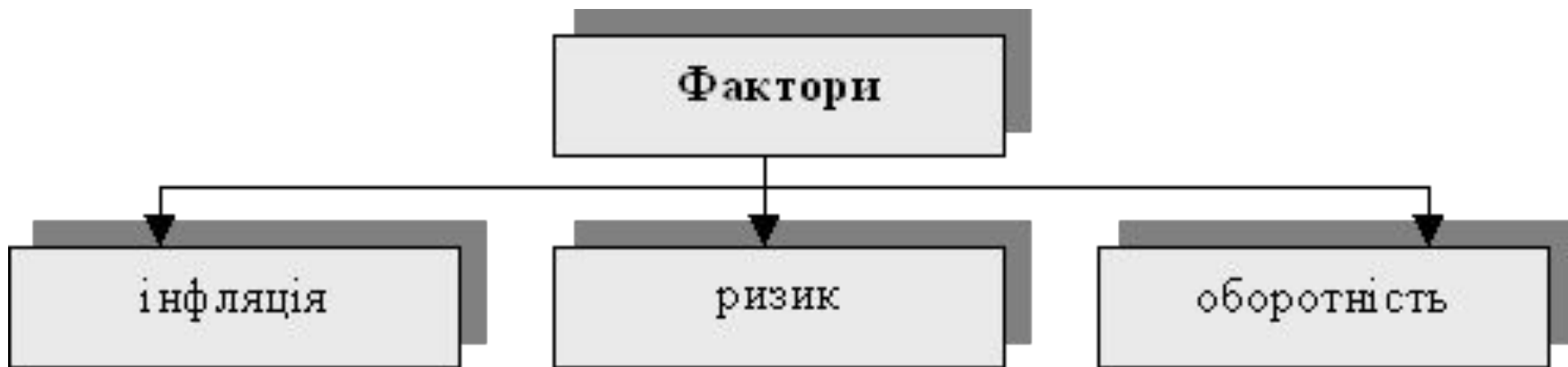
Що таке гроші?

- ▣ **Гроші** – це еквівалент вартості усіх інших товарів та послуг, бо саме за допомогою грошей у вигляді фіксованої кількості грошових одиниць вимірюється вартість будь-якого товару.



Є принцип, який діє незалежно від зміни загального рівня цін:
*мати певну суму грошей
сьогодні завжди краще, ніж
мати її завтра.*

Фактори, що визначають зміну вартості грошей у часі



Базові поняття

Відсотки - сума доходу від надання капіталу в борг або плата за користування позичковим капіталом у всіх його формах (депозитний відсоток, кредитний відсоток, відсоток з облігацій, відсоток за векселями і т.п.).

Відсоткова ставка - це величина, що характеризує інтенсивність нарахування відсотків.



Способи нарахування відсотків

Декурсивний спосіб. Відсотки нараховуються в кінці кожного інтервалу нарахування. Їхня величина визначається, виходячи з величини капіталу, що надається. Відповідно декурсивна відсоткова ставка (позиковий відсоток) представляє собою виражене у відсотках відношення суми нарахованого за певний інтервал доходу до суми, що є на початок даного інтервалу.

“Відсоткова ставка”, “відсоток”, “ставкою відсотку”, “нормою прибутку”, “доходність”.

$$r_t = \frac{FV - PV}{PV} \quad (2.1)$$

Антисипативний (попередній) спосіб. Відсотки нараховуються на початку кожного інтервалу нарахування. Сума відсоткових грошей визначається, виходячи з нарощеної суми. Відсотковою ставкою буде відношення суми доходу, що виплачується за певний інтервал, до величини нарощеної суми, одержаної по закінченні цього інтервалу (у відсотках).

Ооблікова ставка, дисконт або антисипативний відсоток.

$$d_t = \frac{FV - PV}{FV} \quad (2.2)$$

2 Нарахування простих і складних відсотків

Простий відсоток – це нарахування відсотку лише на початково інвестовану суму (постійна база нарахування %).

Нарощення за річною ставкою простих відсотків здійснюється за формулою:

$$FV = PV(1 + r \times n), \quad (2.3)$$

де FV – майбутня вартість;

PV – первісна (теперішня) вартість;

n – кількість періодів (років);

r – відсоткова ставка.



Складний відсоток - за базу нарахування відсотків є як початкова сума фінансової операції, так і сума вже накопичених до цього часу відсотків (змінювана база нарахування відсотків).

Нарощення за складними відсотками має вигляд:

$$FV = PV(1 + r)^n, \quad (2.4)$$

Нарахування простих відсотків. Приклад.

Припустимо, що ви маєте **100 гривень**.

Вклали їх під **10% річних**.

Через рік матимете $100 + 100 \cdot 0,1 = \mathbf{110}$ гривень.

Припустимо, маєте можливість знов вкласти під 10% річних.

Матимете **в кінці 2-го року** $110 + 100 \cdot 0,1 = \mathbf{120}$ гривень

В кінці 3-го року – $120 + 100 \cdot 0,1 = \mathbf{130}$ гривень

В кінці 4-го – **140** гривень і так далі.

Цю ж суму можна отримати за формулою простих відсотків:

$$FV = PV(1 + r \cdot n),$$

*За цією формулою в кінці 4-го року в нашому прикладі
матимемо*

$$FV = 100 \cdot (1 + 10\% \cdot 4) = 140 \text{ гривень}$$

Нарахування складних відсотків. Приклад.

Припустимо, що ви маєте ті ж **100 гривень**.

Вклали їх під **10% річних**.

Через рік матимете $100 + 100 \cdot 0,1 = 110$ гривень.

Припустимо, маєте можливість знов вкласти під 10% річних.

Матимете в кінці **2-го року** $110 + 110 \cdot 0,1 = 121$ гривень

В кінці **3-го року** – $121 + 121 \cdot 0,1 = 133,1$ гривень

В кінці **4-го** – $133,1 + 133,1 \cdot 0,1 = 146.41$ гривень і так далі.

Цю ж суму можна отримати за формулою складних відсотків:

$$FV = PV(1 + r)^n,$$

За цією формулою в кінці 4-го року в нашому прикладі матимемо

$$FV = 100 \cdot (1 + 0,1)^4 = 146,41 \text{ гривень}$$

Вартість інвестицій у розмірі 100 грн. на кінець року при 10% ставці

Рік	Простий відсоток	Складний відсоток
1	110	110
2	120	121
3	130	133
4	140	146
10	200	259
50	600	11 739
100	1 100	1 378 061
200	2 100	18 990 527 622



Цікаві факти

Уявімо собі, що 2014 років назад, коли народився Ісус Христос, ми вклали один американський цент під 3% річних із правом щорічно додавати проценти до вкладу (це називають капіталізацією відсотків). Якою сумою мали б володіти наші нащадки сьогодні?

Цю суму можна знайти за формулою:

$$FV = PV \times (1+r)^n$$

Для нашого випадку:

$$S = 0,01 * (1+3\%)^{2014}$$

Розрахувавши її в Excel, матимете **714 776 978 322 553 000 000 000** доларів.



Цікаві спостереження.

Правило 72 (подвоєння заощаджень)

Приклад. Інвестор придбав пакет акцій компанії за 10 млн. грн., А через чотири роки продав його за 20 млн. грн., збільшивши свій капітал у два рази. Цікаво дізнатися, яку середньорічну прибутковість він отримав від своїх інвестицій, розраховану за методом складних відсотків?

"Правило 72" говорить:

якщо число 72 розділити на число років, за яке було досягнуто подвоєння інвестицій, то отримаємо процентну ставку, яка показує середньорічну прибутковість наших інвестицій і навпаки.

$$\text{Прибутковість} = 72 / \text{Число років} = 72/4 = 18\%.$$

Різні умови нарахування відсотків

Якщо період використання грошей дано в дня

Термін нарахування відсотку коригується

$$n = t/B, \quad (2.5)$$

де t – кількість днів проведення операції;
 B – тимчасова база (кількість календарних днів в році).
Тоді майбутню вартість операції можна визначити:



$$FV = PV(1+r \times t/B), \quad (2.6)$$

Якщо період нарахування відсотків вимірюється в місяцях, то

$$n = t/12, \quad (2.7)$$

$$FV = PV(1+r \times t/12), \quad (2.8)$$

де t – кількість місяців протягом яких нараховується відсоток;
де FV – сума, яку інвестор отримає через t місяців.

Різні умови нарахування відсотків

Якщо період використання грошей дано в дня

Можливі **три** варіанти обчислень:

I. **Звичайні відсотки.** Наближена кількість днів проведення операції (місяць складає 30 днів) та фінансовий рік з наближеним числом днів (360/360). (Німеччині, Данії, Швеції).

II. **Комерційні відсотки** з точною кількістю днів проведення операції та фінансовий рік ((365/360). (Бельгії і Франції).

III. **Точний відсоток** з точною кількістю днів проведення операції та фактична кількість днів в році (365/365). (Великобританії і США).

**Дата видачі і дата погашення позики завжди
приймаються за один день.**

Нарахування відсотків декілька разів на рік

Нарахування складних відсотків декілька разів на рік називається **компаундингом**.

Відсотки, що нараховуються з певною періодичністю, називаються **дискретними**.

В цьому випадку **річна ставка** називається **номінальною**.

Нарощена сума буде розраховуватись за наступною формулою:

$$FV = PV\left(1 + \frac{r}{m}\right)^{n \cdot m} \quad (2.9)$$

де r - номінальна ставка відсотків;

m – періодичність нарахування відсотку протягом року (кількість інтервалів у році).

Комбінація простого і складного відсотків

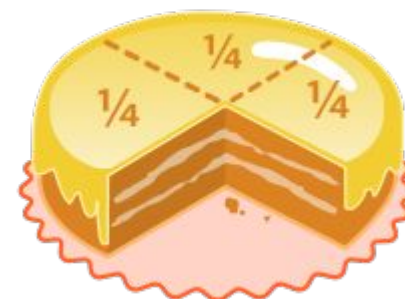
Якщо термін фінансової операції n в роках не є цілим числом, то множник нарахування k визначається за формулою:

$$k = (1 + r)^{n_a} (1 + r \times n_b), \quad (2.10)$$

де $n = n_a + n_b$;

n_a – ціле число років;

n_b – дробова частина року, що залишилася.



$$FV = PV \times k \quad (2.11)$$

Якщо n_b виражене у днях, то $n_b = \frac{t}{360}$, і формула нарахованої суми матиме вигляд:

$$FV_{n+t} = PV(1 + r)^n \left(1 + r \frac{t}{360}\right), \quad (2.12)$$

Змінювана ставка простих та складних відсотків

При встановленні змінної відсоткової ставки нарощена сума при нарахуванні **простого відсотку** визначається за формулою:

$$\begin{aligned} FV &= PV(1 + n_1 \times r_1 + n_2 \times r_2 + \dots + n_t \times r_t) = \\ &= PV(1 + \sum_1^k n_t \times r_t), \end{aligned} \quad (2.13)$$

Нарощена сума при змінювані в часі, але заздалегідь фіксованій для кожного періоду ставки **складних відсотків** :

$$FV = PV(1 + r_1)^{n_1} \times (1 + r_2)^{n_2} \times \dots \times (1 + r_k)^{n_k}, \quad (2.14)$$



Теперішня вартість грошей

- **Теперішня вартість грошей (Present Value, PV)** – сума майбутніх грошових коштів (вкладу), приведених з урахуванням конкретної відсоткової ставки до поточного моменту часу.
- **Дисконтування вартості (discounting)** – процес приведення майбутньої вартості грошових коштів (вкладу) до їх теперішньої вартості шляхом виключення з майбутньої суми відповідної величини дисконту, тобто доходу, який принесе інвестування сучасного значення PV наростаючий за певний термін.
- **Формула дисконтованої або теперішньої вартості:**

$$PV = \frac{FV}{(1+r)^n}$$

де FV – це майбутня вартість;

PV – дисконтована або приведена вартість (сьогоднішня, дійсна, поточна вартість);

r – ставка дохідності (ставка дисконту), яку вимагає інвестор;

n – кількість років, через які отримаємо суму FV.

$\frac{1}{(1+r)^n}$ – це коефіцієнт дисконтування.

Приклад з альтернативами вкладу

Припустимо, що ви маєте **10 000 гривень**.

Вклали їх під **20% річних**.

за формулою складних процентів: в кінці 4-го року матимемо

$$FV = 10000 * (1+20\%)^4 = 20\,736 \text{ гривень}$$

Припустимо, що замість вкласти під 20% хтось пропонує наступну альтернативу:

Вкласти – **10 000 гривень**

Отримати – **5 000** через 2 роки та ще **15 000** - через 4 роки. Чи є ця альтернатива кращою чи гіршою?

Для вирішення цього питання треба скористатися формулою **теперішньої вартості майбутніх грошових потоків**:

$$PV = FV / (1+r)^n$$

Дана формула показує, скільки треба вкласти сьогодні під задану процентну ставку, аби отримати в майбутньому певну суму, тобто фактично це оцінка справедливої суми за право отримання в майбутньому більшої суми.

Приклад з альтернативами вкладу

Отже, для нашої задачі приведемо майбутні обіцяні потоки 5000 і 15000 до теперішньої вартості

$$PV(5000) = 5\,000 / (1+20\%)^2 = 3\,472$$

$$PV(15\,000) = 15\,000 / (1+20\%)^4 = 7\,234$$

$$\text{Разом: } 3\,472 + 7\,234 = 10\,706$$

$$\text{Вигода відносно базового варіанту} = \\ 10\,706 - 10\,000 = 706$$

Отже, пропозиція більш вигідна відносно можливості інвестувати під 20% річних, оскільки справедлива ціна для можливості отримати такі грошові потоки в майбутньому більше, ніж 10000.

Але важливе зауваження: вигідна за умови співмірних ризиків в обох випадках!

Приведений вище розрахунок демонструє знаходження показника NPV (Net Present Value) – **Чиста приведена вартість майбутніх грошових потоків**

Майбутня вартість грошей. Метод розрахунку

- ▣ **Майбутня вартість грошей (Future Value, FV)** – сума вкладених у теперішній час грошових коштів, на яку вони перетворюються через певний період часу з врахуванням обраної відсоткової ставки.
- ▣ **Нарощення вартості (компаундування, **compounding**)** – процес перерахунку теперішньої вартості грошових коштів (вкладу) в їх майбутню вартість в конкретний період часу шляхом додавання до первісної суми нарахованої величини відсотка.

- ▣ **Майбутня вартість потоку платежів:**

$$F = \sum_{t=1}^n C_t (1+r)^{n-t} \quad (2.16)$$

де: F – майбутня вартість потоку платежів;

C_t – сума платежу за рік t ;

r – відсоток, під який інвестується сума C_t ;

n – кількість років, протягом яких проводяться виплати.

Ануїтет

Ануїтет (або рента) - механізм припливу (відпливу) однакових сум грошей через рівні проміжки часу за однієї й тієї самої діючої відсоткової ставки.

Приклади ануїтету:

- однакові суми коштів, які перераховують один раз на місяць на депозитний рахунок;
- однакові суми коштів, які отримують за договором фінансової оренди;
- однакові щомісячні виплати за кредитом;
- виплати по облігаціях;
- премії по страхуванню;
- регулярні внески до Пенсійного фонду.



Ануїтет

Розрізняють такі основні типи рент:

I Безумовні – ренти з фіксованим строком, тобто дати першої і останньої виплати визначені до початку ренти.

II Умовні – ренти, в яких дата першої та останньої виплат залежить від деякої події. *Наприклад, пенсія чи премія зі страхування життя.*

III Довічна - рента, виплати якої не обмежені ніякими строками (безстрокові облігації).

Рента називається **звичайною** або **постнумерандо**, якщо виплати здійснюються в кінці кожного періоду (іпотека),

приведеною (авансованою, вексельною або пренумерандо), якщо виплати відбуваються на початку кожного періоду.

Ануїтет

Майбутня вартість звичайного ануїтету:

$$F = \frac{C}{r} [(1 + r)^n - 1], \quad (2.17)$$

де r - % ставка при ануїтетних платежах;

C – платіж (величина) ануїтету;

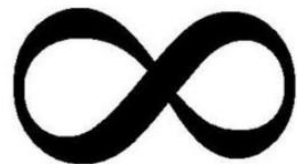
n – кількість років.

Майбутня вартість ануїтету визначається на момент останнього платежу.

$$C = \frac{F \cdot r}{(1 + r)^n - 1}, \quad (2.18)$$

Довічна рента (перпетуїтет). Приведена вартість довічної ренти:

$$P = \frac{C}{r}, \quad (2.19)$$



Висновки

Приведені розрахункові формули описують механізм впливу фактора часу на результат фінансових операцій.

Їх використання дозволяє уникнути помилок і втрат в умовах зниження купівельної спроможності грошей.

