

# **Лекция - 5. Жарық дифракциясы. Френельдің аумақ әдісі. Жарықтың түзу сызықпен таралуы. Аумақ пластинасы.**

**Электромагниттік толқын бір текті ортада тараған кезде толқын шебінің геометриялық пішіні өзгермейді. Егерде толқын мөлдір емес кедергілері бар немесе сыну көрсеткіші шұғыл өзгертін аймақтары бар біртекті емес мөлдір ортада таралатын болса, онда толқын шебі бүлінеді, кеңістікте интенсивтіктің үлестірілуі өзгереді.**

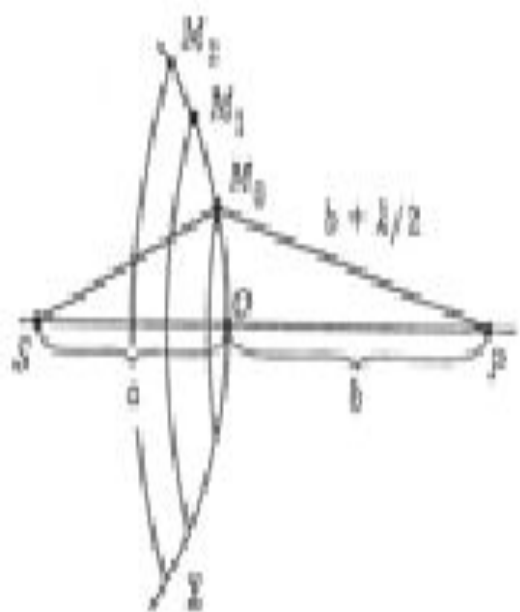
Осындай жағдайларды дифракция деп атайды.

Оптикада Френель дифракциясы және Фраунгофер дифракциясы деп дифракцияны шартты түрде екіге бөлінеді. Френель дифракциясы (сфералық толқындар дифракциясы) Фраунгофер дифракциясына (параллель шоқтар, яғни жазық толқындар дифракциясы) қарағанда жалпы жағдай болып табылады.

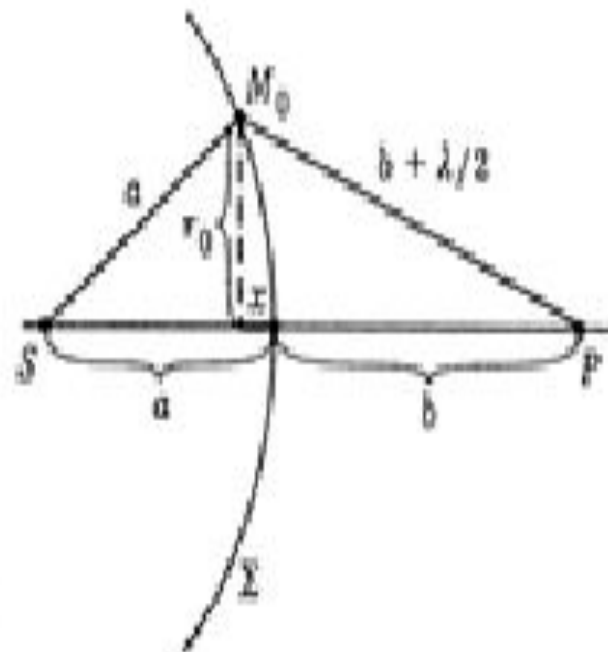
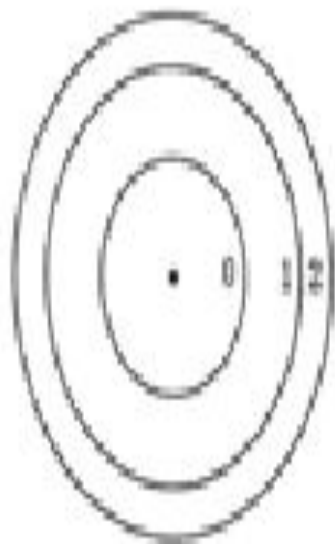
# Френельдің аумақтық әдісі

Френель дифракциялық суреттерді есептеудің жарты-толқындық аумақтар немесе Френель аумақтары деген көрініске негізделген жуық әдісін ұсынды.

Френель толқындық беттің әртүрлі элементтерінен келетін тербелістердің амплитудаларын қосуды бетін конфигурациясы қарастырылып отырған есептің симметриясына қарай аумақтарға бөлу арқылы іске асыруды ұсынды.



1-сурет



2-сурет

Аумақтардың шекараларын  $M_0$ ,  $M_1$ ,  $M_2, \dots$  арқылы белгілегенде, осы шарт мына түрде жазылады:

$$\begin{aligned}
 M_0P - OP &= \frac{\lambda}{2}, \\
 M_1P - M_0P &= \frac{\lambda}{2}, \\
 &\dots \\
 M_nP - M_{n-1}P &= \frac{\lambda}{2}
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

мұндағы  $\lambda$ -жарықтың толқыны ұзындығы, Р-өріс бақыланатын нүкте, О-Френельдік нөлінші аумағының центрі (2-сурет). Осылай алынған аумақтардың мөлшерін есептейік. Орталық аумақ үшін (2-сурет)

$$r_0^2 = a^2 - (a-x)^2 = \left(b + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - (b+x)^2$$

$a$  мен  $b$ -ға салыстырғанда  $\lambda$  кіші шама ( $a, b \gg \lambda$ ) болуы себепті мынаны (2)табамыз

$$x = \frac{b\lambda}{2(a+b)}$$

радиусы  $r_0$  сфералық сегменттің ауданы болады,

$$(3) \quad \sigma_0 = 2\pi a x$$

$$\sigma_0 = \frac{\pi a b}{a+b} \lambda$$



Френель әдісі бойынша тұрғызу толқындық шепті теңдей аумақтарға бөледі, бұлардың әрқайсысының (3) өрнегімен анықталатын ауданы болады. Демек  $P$  нүктесіне дейін жеке аумақтардан келіп жететін тербелістердің амплитудалары  $b$  қашықтығына және аумақ бетіне түсірілген нормаль мен  $b$  бағыты арасындағы  $\phi$  бұрышқа тәуелді болады. Мұнда ескеретін нәрсе, аумақ нөмірі  $m$  өскенде  $b_m$  қашықтығы артады және  $\phi$  бұрышы ұлғаяды. Сондықтан жеке аумақтардан нүктесіне дейін жеткен тербелістердің  $a_m$  амплитудалары кішірейе беруі тиіс:  $a_0 > a_1 > \dots > a_m > a_{m+1} > \dots$

Екі көрші аумақтан нүктесіне келетін тербелістердің фазалары қарама-қарсы болатындықтан,  $m$  аумақ әрекеті тудыратын қорытқы тербелістің  $A_m$  амплитудасы мынаған тең

$$A_m = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - \dots \pm a_m \quad (4)$$

мұндағы соңғы мүшенің таңбасы  $m$  тақ болғанда оң,  $m$  жұп болғанда теріс болады.



Аумақ саны жұп болған жағдайда бұлардың әрекеттері қос-қостан бірін-бірі әлсіретеді де, нүктесіндегі қорытқы тербелістің  $A_m$  амплитудасы елеусіз аз болады.

**Аумақ саны тақ болғанда** бұлардың біреуінің әрекеті әлсіремей қалады да,  $A_m$   $m$  жұп болғандағыдан үлкен болады.

Қорытқы тербелістің  $A_m$

амплитудасы:

**$m$  тақ болғанда:**

$$A_n = \frac{a_0}{2} + \left( \frac{a_0}{2} - a_1 + \frac{a_2}{2} \right) + \left( \frac{a_2}{2} - a_3 + \frac{a_4}{2} \right) + \dots + \left( \frac{a_{m-2}}{2} - a_{m-1} + \frac{a_m}{2} \right) + \frac{a_m}{2} \quad (5)$$

**$m$  жұп болғанда**

$$A_m = \frac{a_0}{2} + \left( \frac{a_0}{2} - a_1 + \frac{a_2}{2} \right) + \left( \frac{a_2}{2} - a_3 + \frac{a_4}{2} \right) + \dots + \left( \frac{a_{m-3}}{2} - a_{m-2} + \frac{a_{m-1}}{2} \right) + \frac{a_{m-1}}{2} - a_m \quad (6)$$

$$A_m = \frac{a_0}{2} \pm \frac{a_m}{2}$$

мұндағы “+”- аумақ саны тақ, “-” — аумақ саны жұп болғанда алынады.

Толқындық шептің қалқамен жабылмаған бөлігіне (тесікке)

келетін (сиятын) аумақтар саны ол

мынаған

$$N_0 = \sqrt{\left[ \frac{ab}{(a+b)} \right] \lambda}$$

тең

Ал,  $m$ -і аумақ радиусы

$$r_m = \sqrt{m \frac{ab}{a+b} \lambda}$$

$r_m$  қалқадағы қарастырылып отырған тесік радиусы болып табылады. Осыдан радиусы  $r = r_m$  тесік толқындық шептің өрнегімен

$$m = \frac{r}{\lambda} \cdot \frac{r(a+b)}{ab}$$

аумақтар саны сиятын бөлігін ашатындығын табамыз.

**Егерде тесіктің мөлшерін шексіздікке дейін өсіретін болсақ, яғни толқындық шептің бүкіл бетін ашық қалдыратын болсақ, онда соңғы  $a_m$  аумақтың әрекеті шексіз кіші болады, яғни толқындық шеп ашық болған жағдайда барлық толқынның әрекеті орталық аумақтың жартысының әрекетімен пара-пар болады. Осыдан ашық аумақтар саны үлкен болғанда тесік мөлшері нүктесіндегі интенсивтікке әсер етуден қалады.**

Басында дифракцияны толқындардың қоршауларды орағыта өту құбылысы ғана деп түсінген. Алдыңғы қатарлы оптика және толқындар теориясы бұл ұғымды кеңейтіп геометриялық оптика заңынан ауытқып таралатын толқындардың кез-келген процесін қарастырады. Жарық қозуы жететін ортаның әр нүктесі екінші ретті толқындардың центрі болып келеді (Гюгенс принципі).



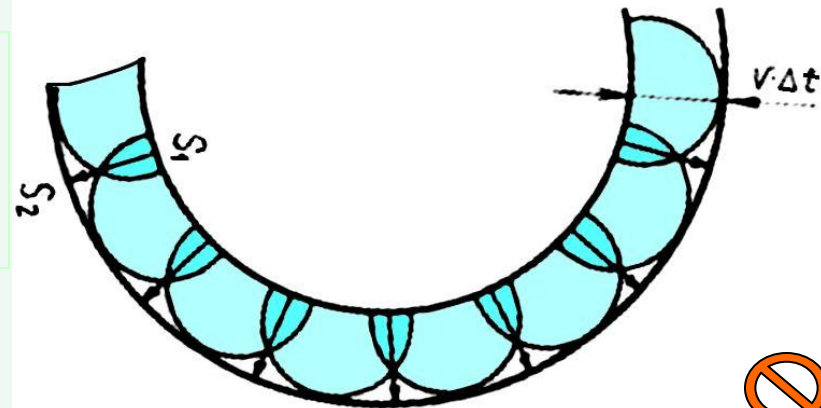
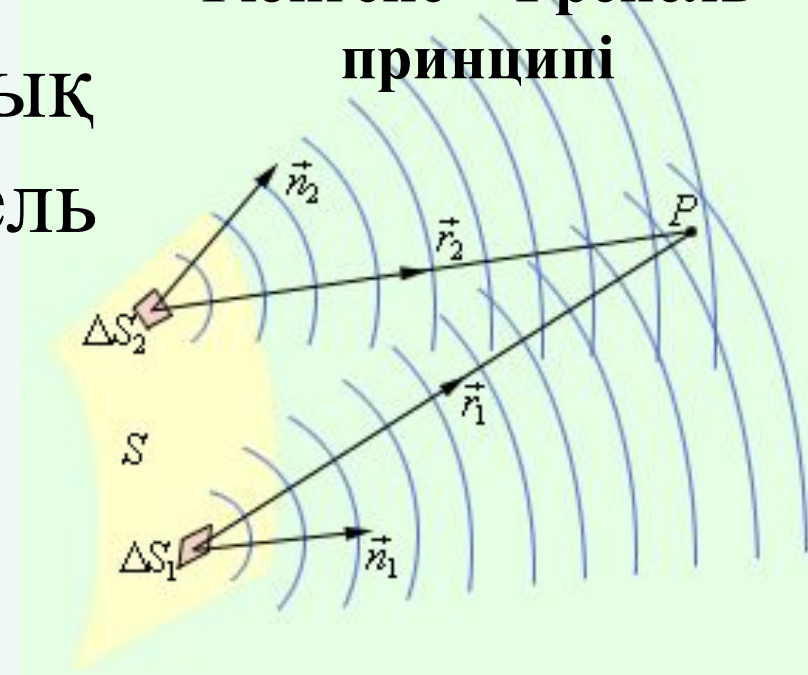
Екінші және бірінші ретті  
 толқындардың  
 интерференциясы  
 қозғалатын толқындық  
 фронт түзейді. (Френель  
 толықтыруы)

Бірінші ретті фронт толқынының  
 амплитудасының берілген таралуымен  $a(s)$   
 екінші ретті толқындық фронттың кез-  
 келген P нүктесіндегі өрістің амплитудасы  
 Ар:

$$A_p = \iint_S \left( \frac{a(s) \cdot k(\alpha)}{r} \cdot e^{i(\omega t - kr)} \right) \cdot ds$$

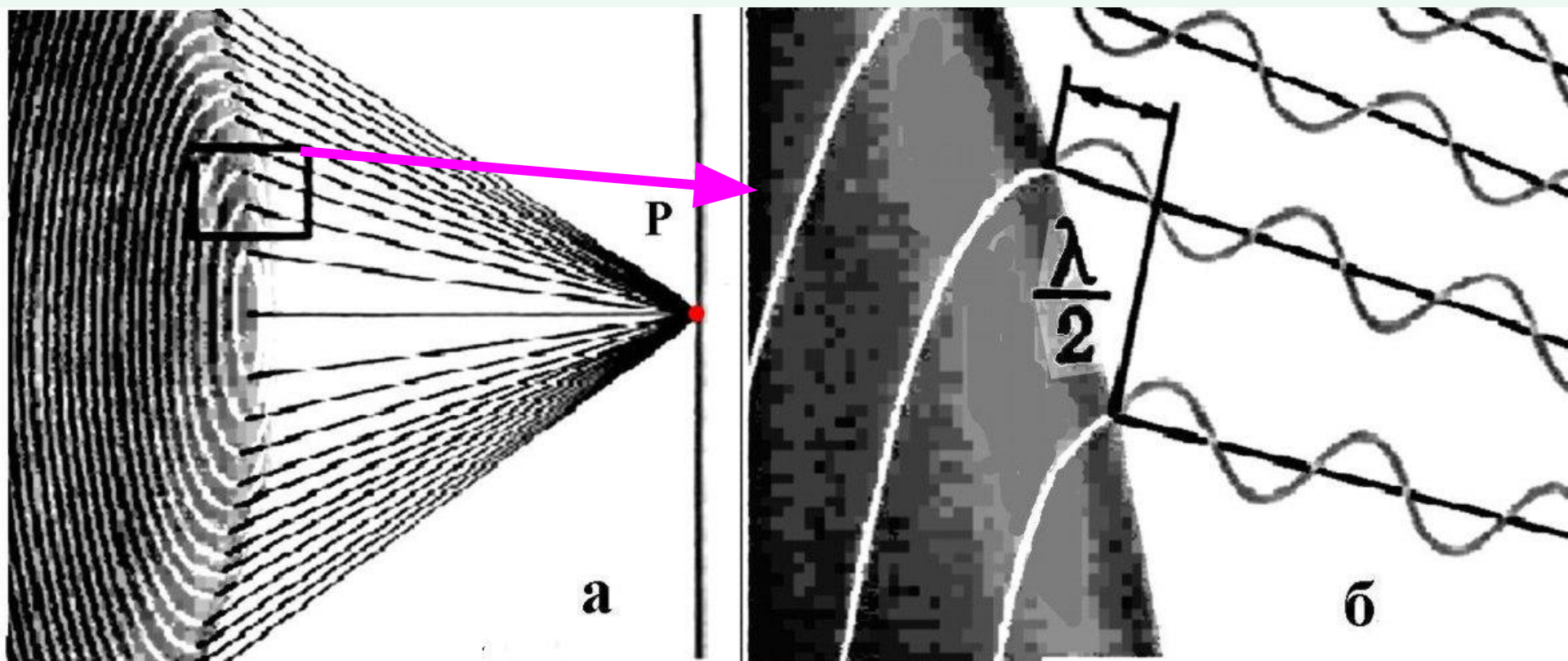
$k(\alpha)$  - бұрыштық коэффициент.  $k$  – толқындық  
 вектор  $= 2\pi n / \lambda$

### Гюйгенс - Френель принципі



# Френель аумағы

Екінші ретті толқындық фронттың өрісінің амплитудасын анықтау үшін Френель бірінші ретті толқындық фронтты сақиналы аумақтарға бөлуді ұсынды, онда екі көршілес аумақтағы сәулелену фазасы бойынша р ығысқан когерентті толқындарды шығарады. Бұл оптикалық жол айырымы  $\lambda/2$  тең болады.

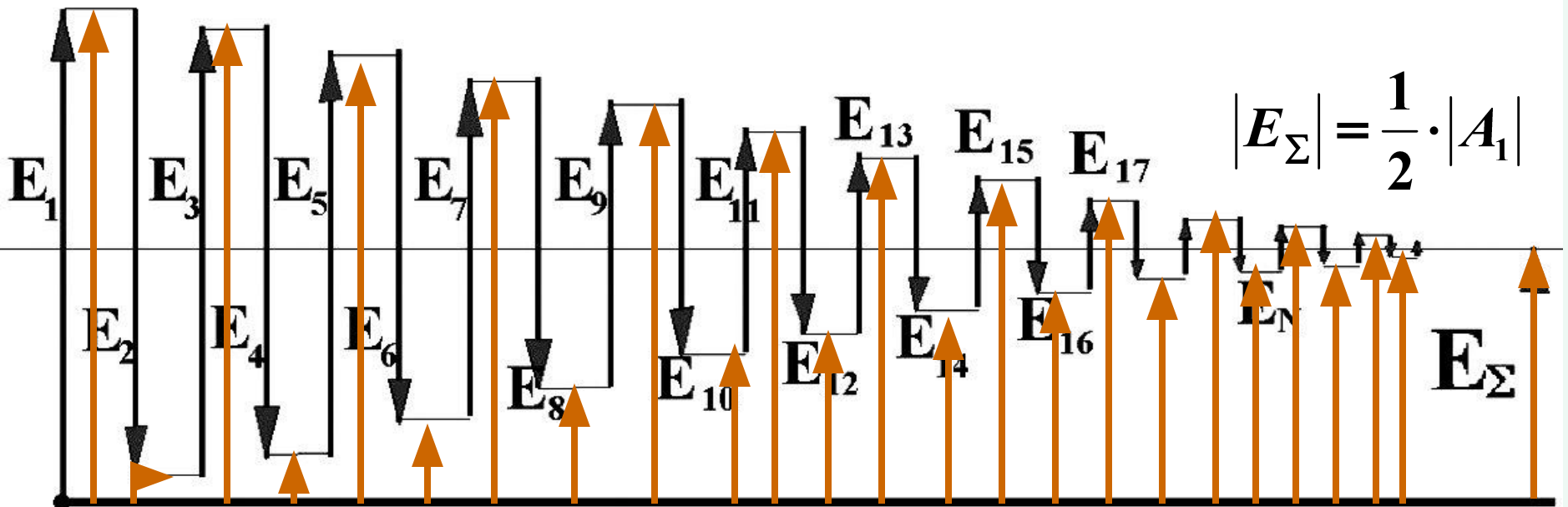


## E векторы

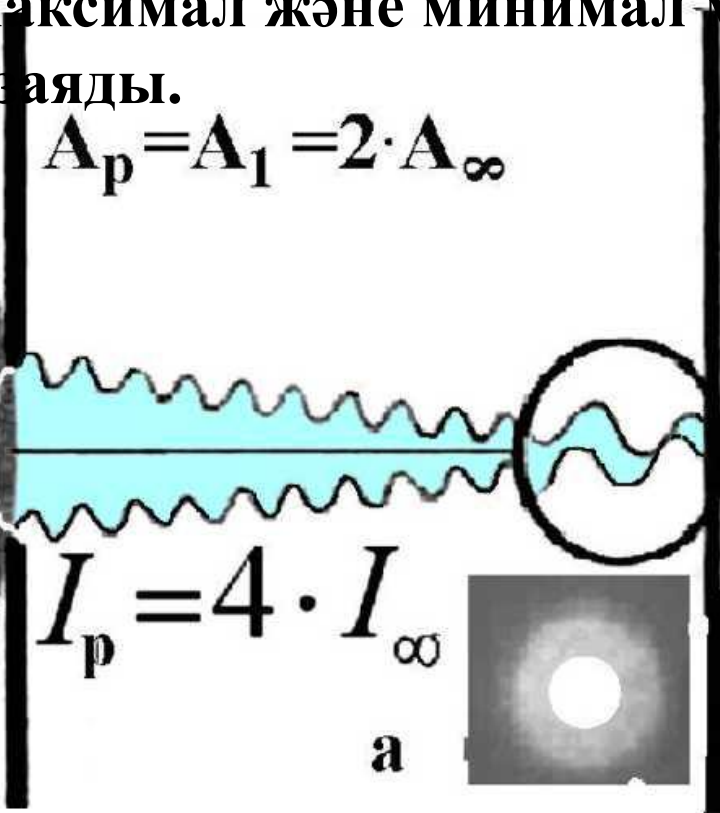
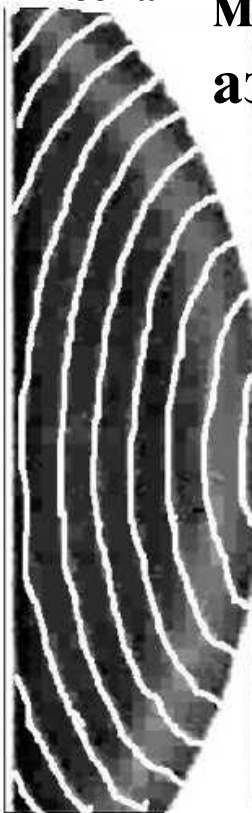
Жарық толқынында  $A$  амплитудасының ролін электр өрісінің кернеулігі  $E$  атқарады және ол векторлық шама. Барлық бірінші ретті толқындық фронттан «P» нүктесіндегі электр өрісінің толық кернеулігі (амплитуда) әр зона амплитудасының алгебралық қосындысына тең.

$$\mathbf{E}_{\Sigma} = \left( \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 \dots + \mathbf{E}_N \right) \quad \left| E_{\Sigma} \right| = A_{\Sigma}$$

$$A_{\Sigma} = A_p = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots = \frac{A_1}{2}$$



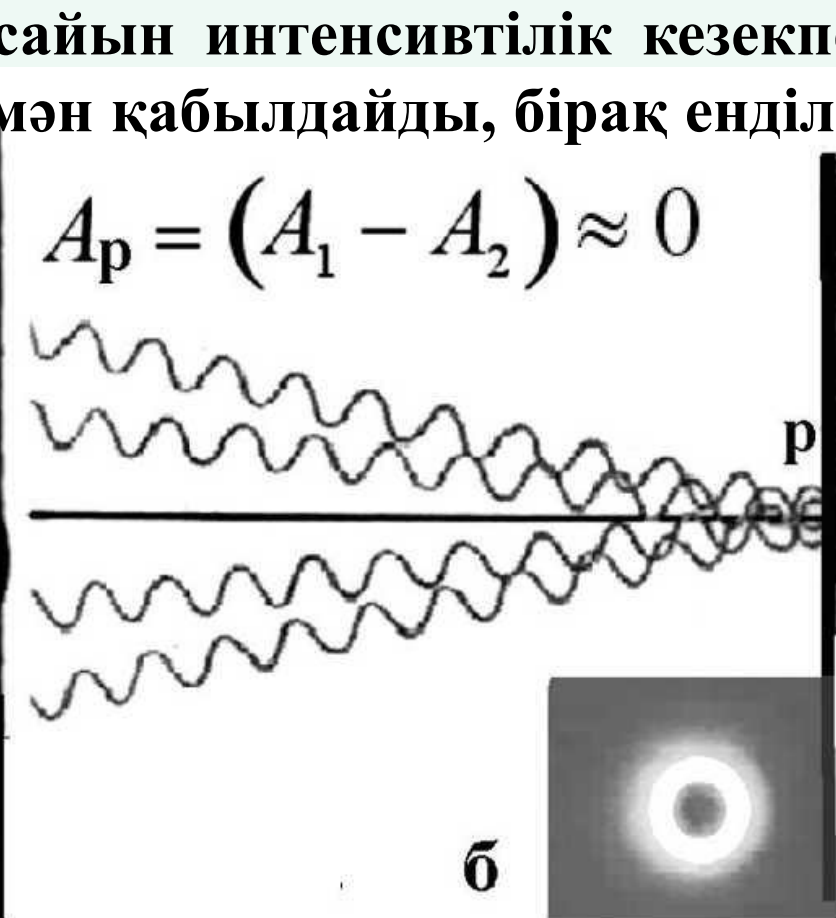
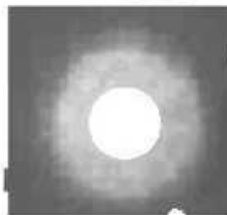
Бірнеше **Жаңа зоналар ашылған сайын интенсивтілік кезекпен**  
**максимал және минимал мән қабылдайды, бірақ енділігі**  
**азаяды.**



$$A_p = A_1 = 2 \cdot A_\infty$$

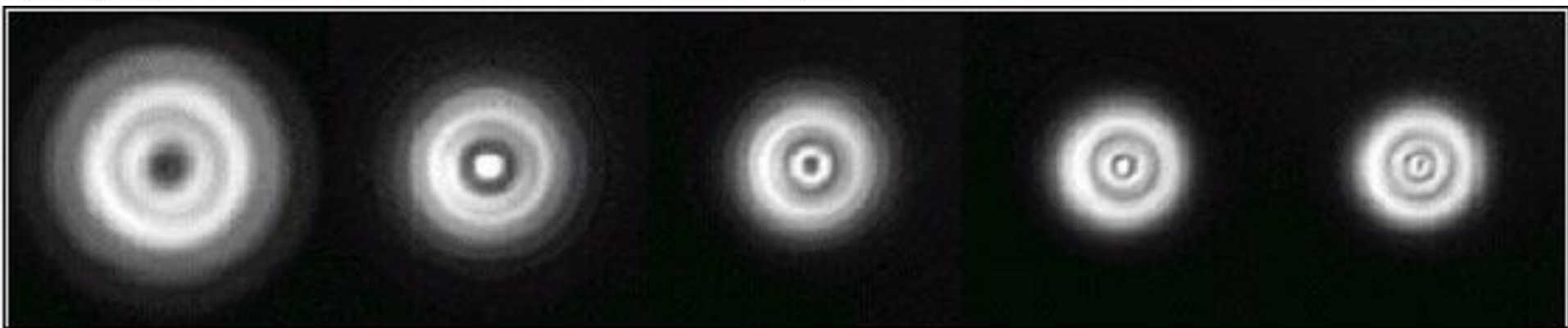
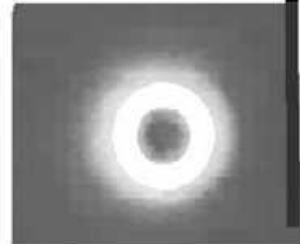
$$I_p = 4 \cdot I_\infty$$

а



$$A_p = (A_1 - A_2) \approx 0$$

б



$m = 2$

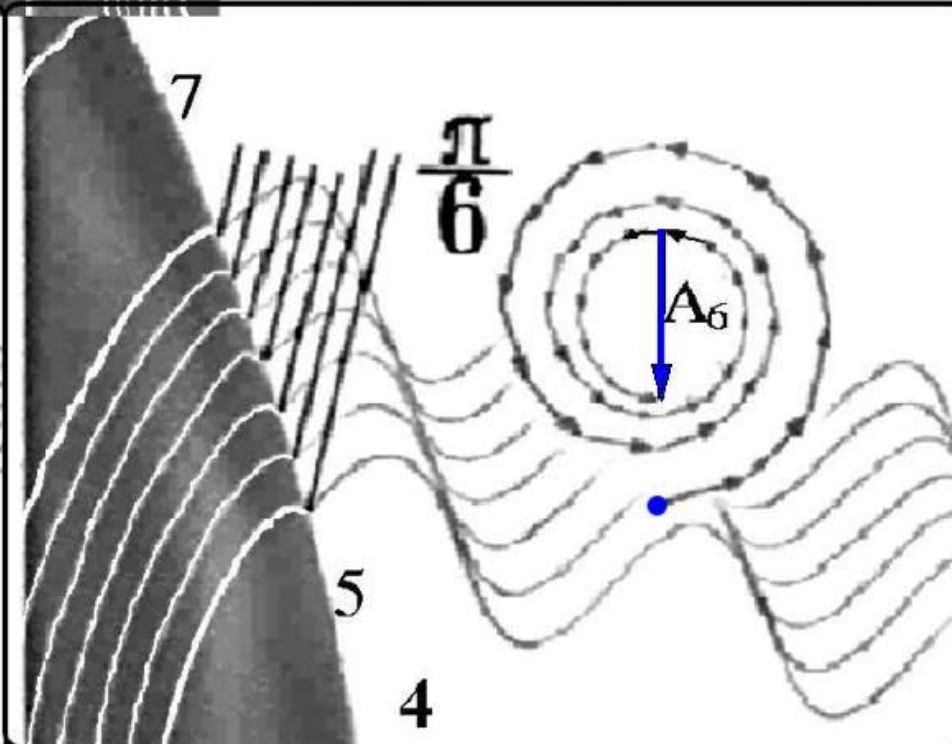
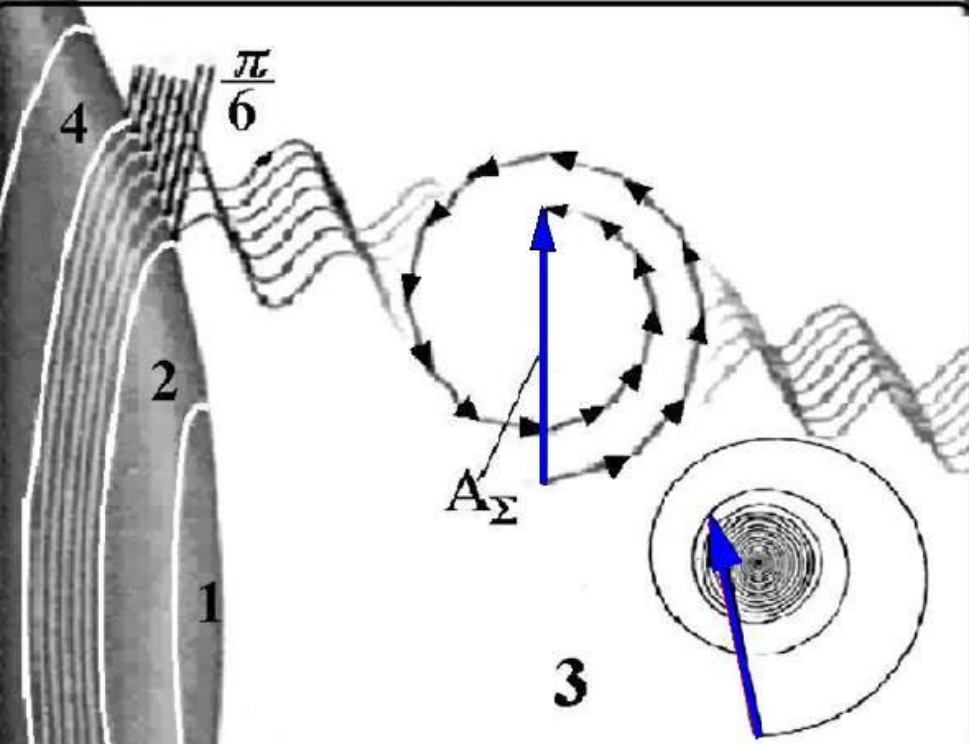
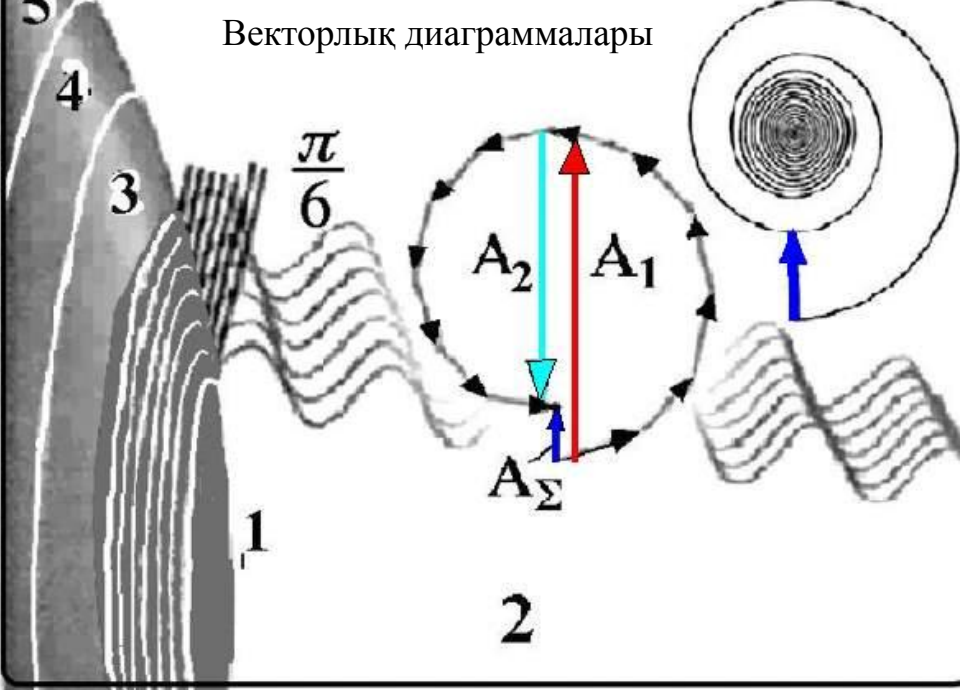
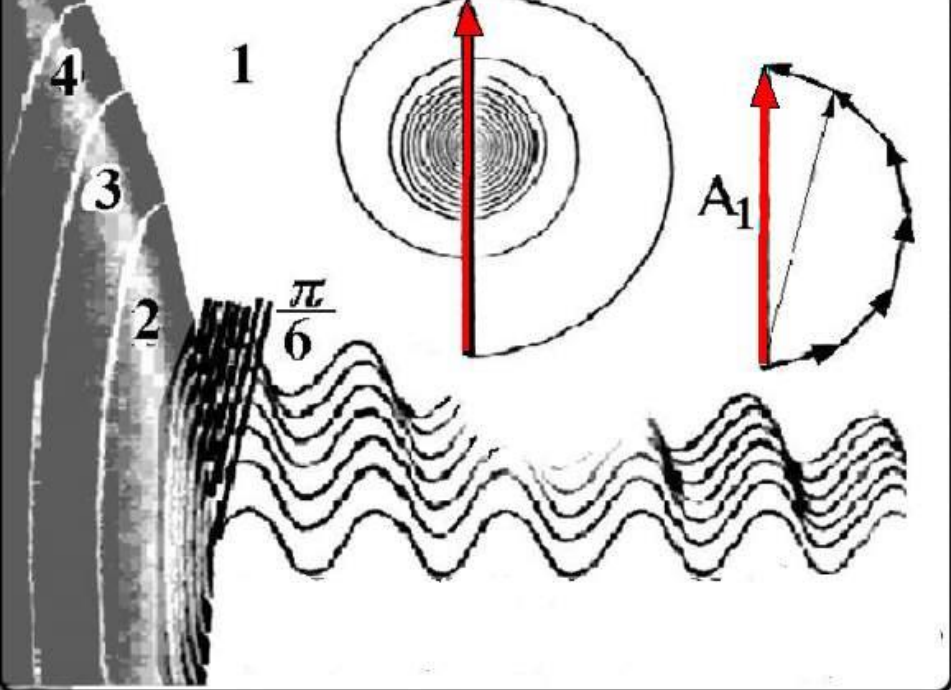
$m = 3$

$m = 4$

$m = 5$

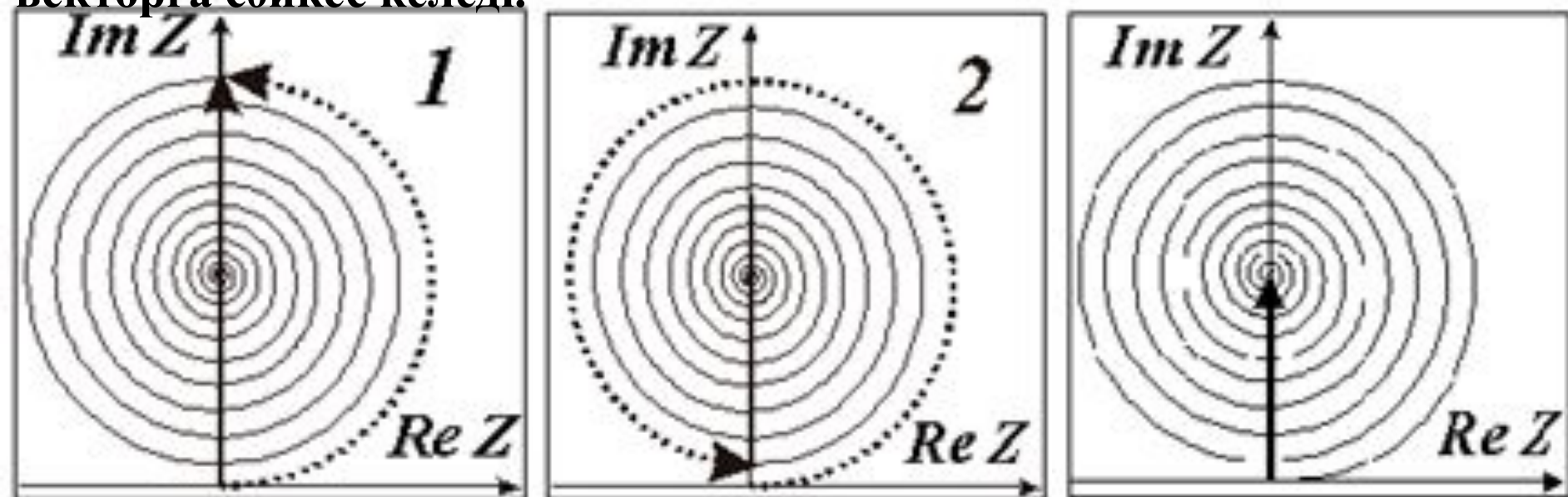
$m = 6$





# Комплекстік жазықтық

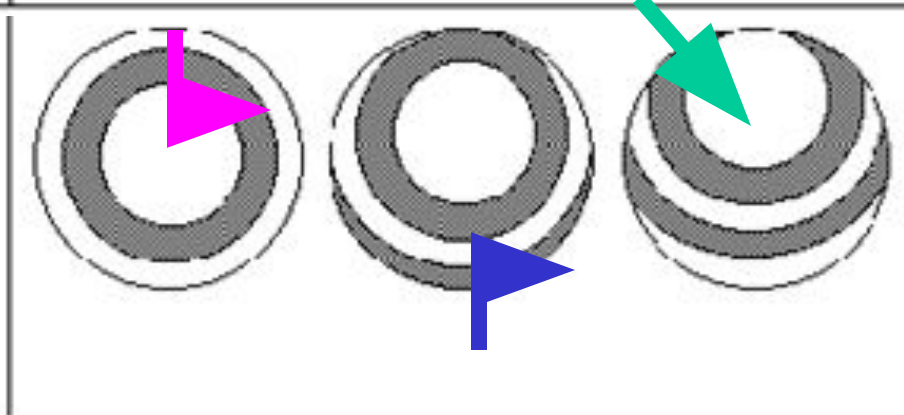
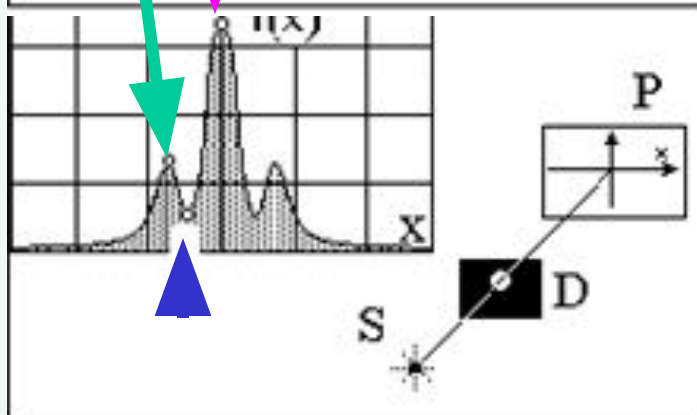
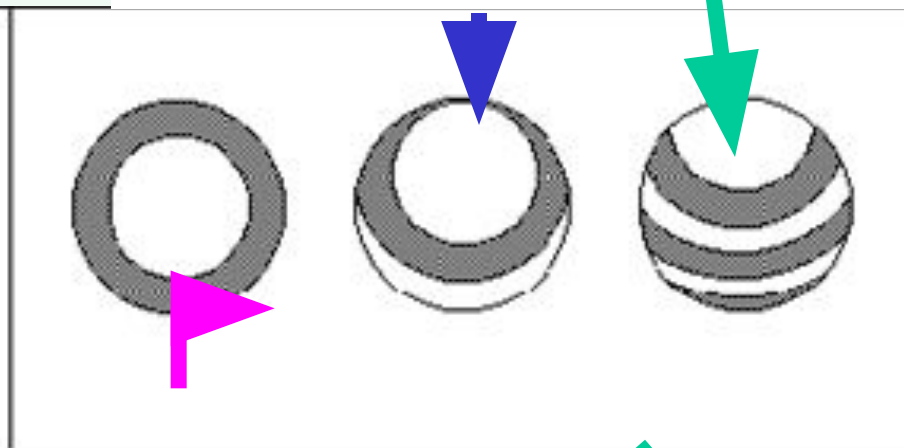
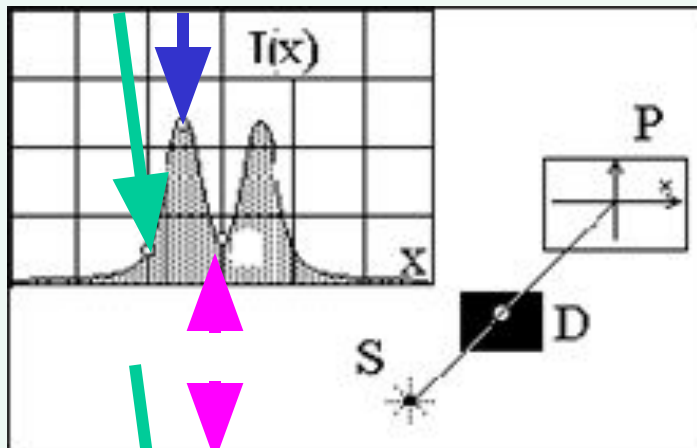
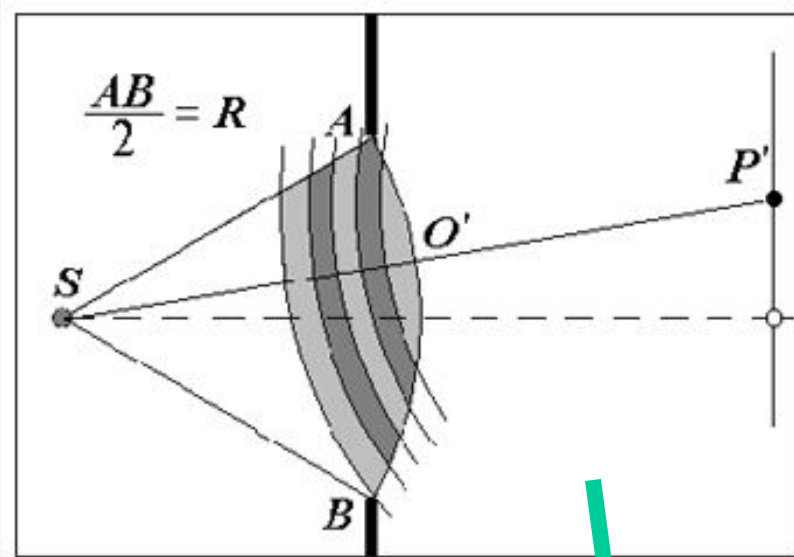
Толқындық фронттың кіші элементтері толқын амплитудасы  $a_0 \exp(if)$ , комплекстік жазықтықта элементар векторлармен белгіленеді, сағат тіліне қарсы бұрылуы тесіктін центрінен оның шетіне орын ауысуы кезінде фазаның өсуін көрсетеді. Толқындық фронттың нормалі мен бақылау нүктесі  $P$  бағыты арасындағы бұрыш үлкейгенде элементар векторлардың ұзындығы  $a_0$  азаяды (“косинустық фактор”), сондықтан олардың векторлық қосындысы шеңберді сипаттамайды, яғни спиральға оралады. Экран жоқ кезде барлық френельдік аумақтардан екінші ретті толқындардың толық амплитудасы толық координат басы мен спираль центрін қосатын векторға сәйкес келеді.





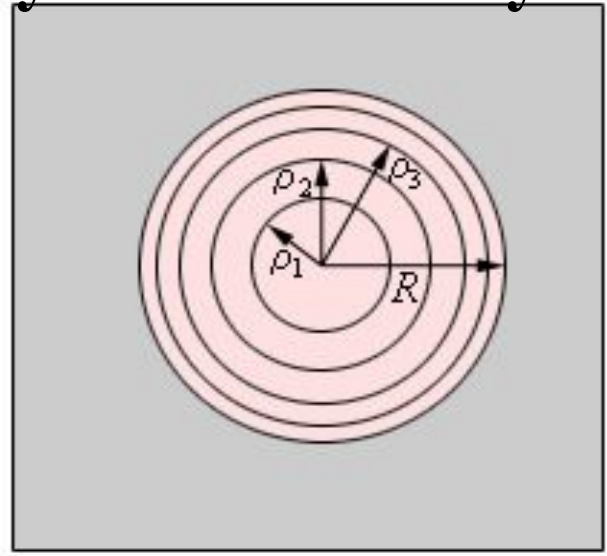
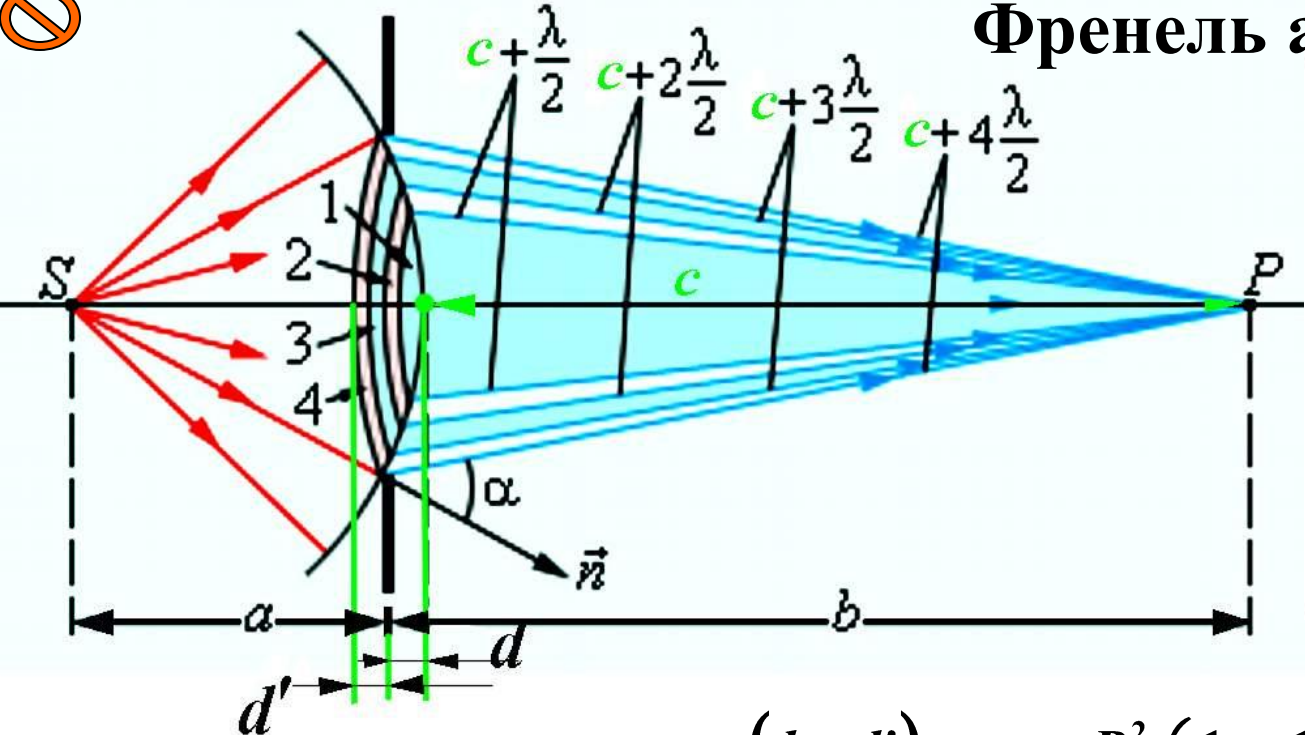
Дөңгелек қуыста дифракция кезінде интенсивтіліктің көлденең ( $P'$  нүктелері) таралуын анықтау үшін қуыстың центрі  $O$  қатысты сфераның төбесінің  $O'$  эксцентриситеті пайда болады.

Аумақтың бір бөлігі осьтік нүкте сияқты ашық болып қалады, ал қалған бөлігі тек бөліктеп ашық болады.





# Френель аумағын есептеу



$$(a + d)^2 - a^2 = R^2 \approx 2ad \quad \frac{(d + d')}{\lambda/2} = m = \frac{R^2}{\lambda} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

$$(b + d')^2 - b^2 = R^2 \approx 2bd' \quad \rho_m = \sqrt{m \cdot \lambda \cdot \frac{a \cdot b}{a + b}}$$

$$(d + d') = \frac{R^2}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right)$$

Бір аумақтың ені  $F = \pi \cdot \frac{(a + d') \cdot (b - d)}{(a + b)} \cdot \lambda$

$$\frac{\rho_m}{\rho_1} = \sqrt{m} \Rightarrow 1; \sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{4}; \sqrt{5} \dots$$

Центрлі сызықтық Френель аумағының радиусы.

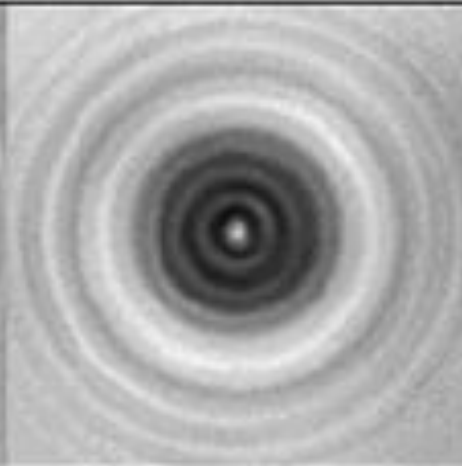
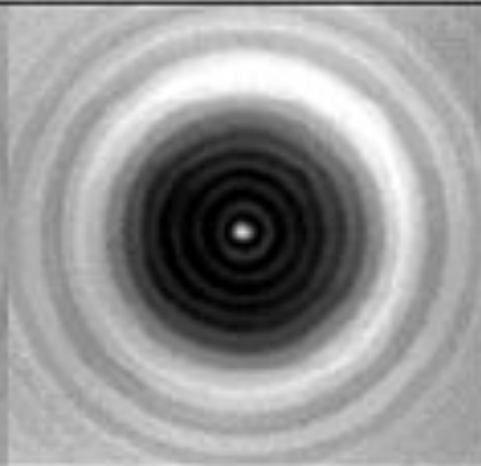
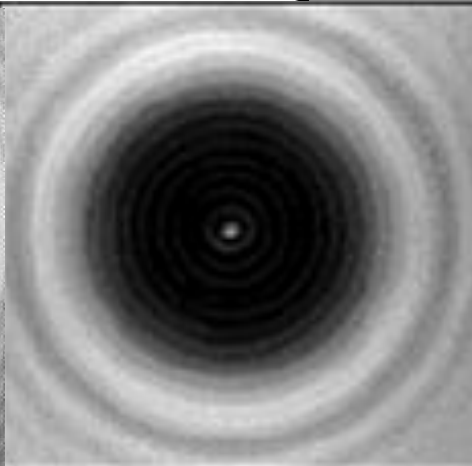
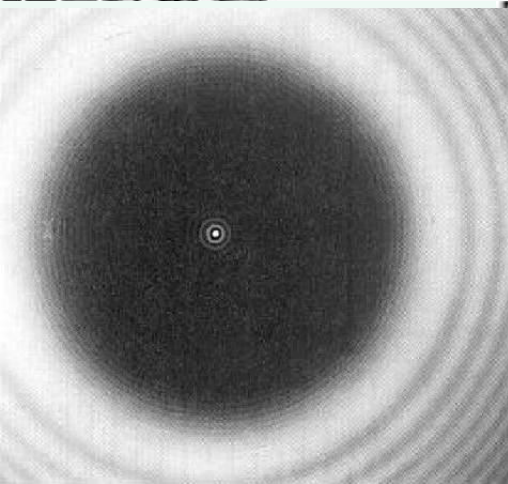
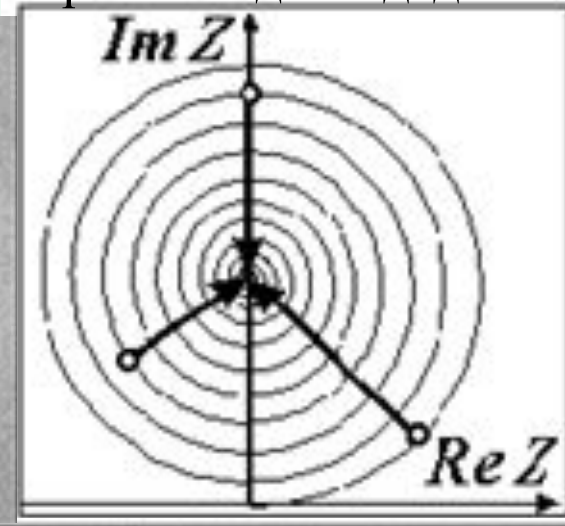
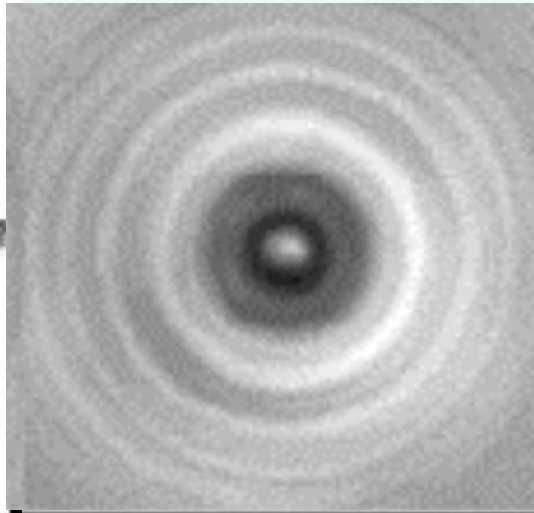
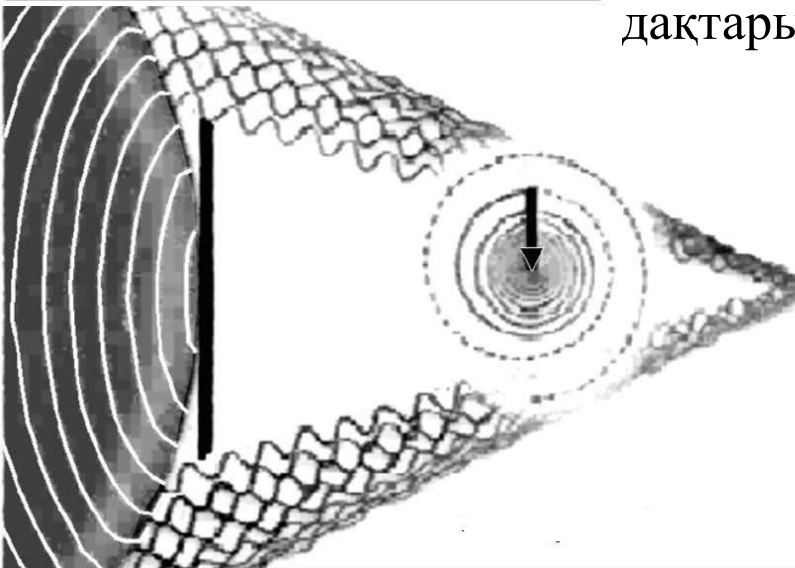
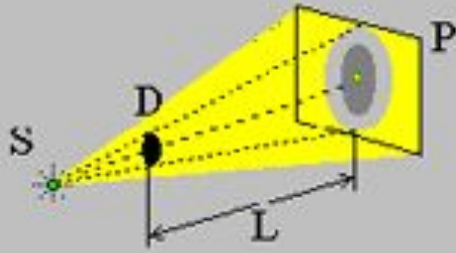
Радиусы R қуысқа орналасқан Френель аумағының саны

Френельдің m аумағы енетін сыртқы шеңбердің радиусы.

$$\rho_{cm} = \rho_1 \cdot \sqrt{\frac{(2m - 1)}{2}}$$

# Пуассон дағы

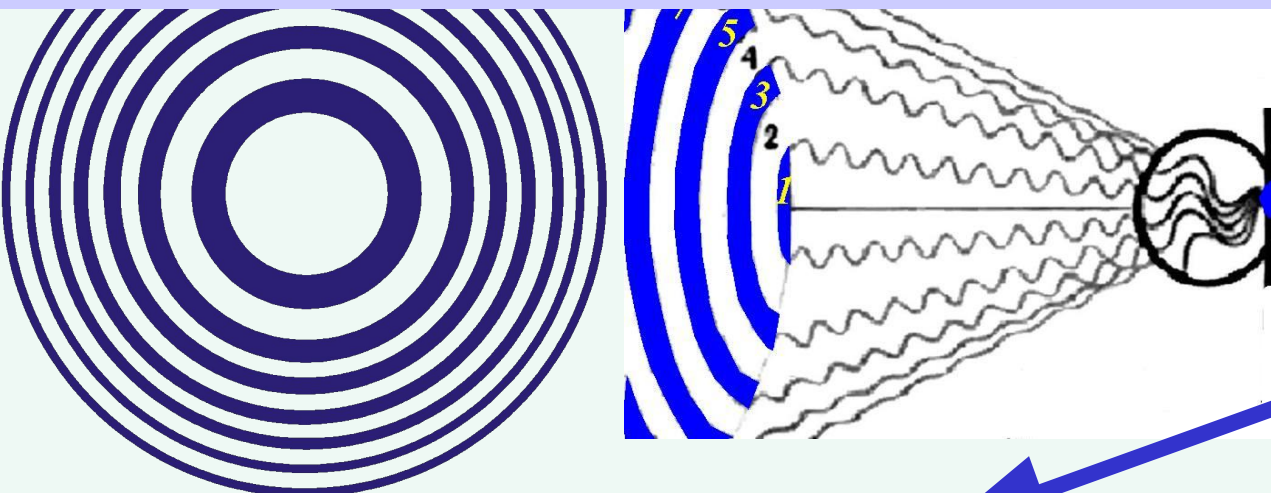
$D$  және  $L$  мәніне тәуелсіз диск көлеңкесінің центрінде интенсивтіліктің максимумы байқалу керек. Кез-келген диаметрлі диск көлеңкесінің центрінде түсіші толқынның жеткілікті когеренттілік шартында Пуассон дақтарын болатынын Араго эксперименті дәлелдеді.



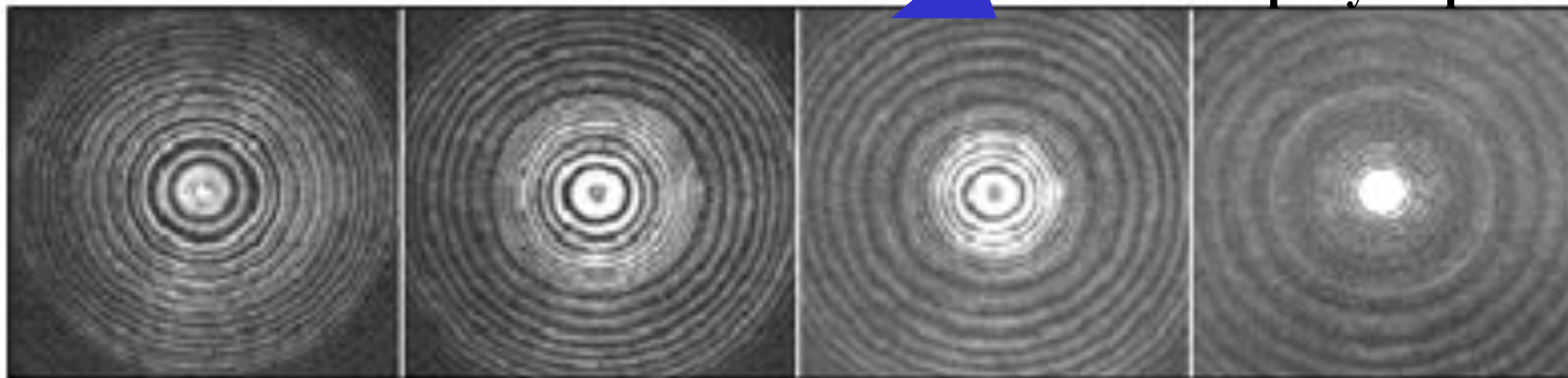


# Аумақтық пластинка

Егер барлық жұп (немес так) аумақтарды мөлдір емес маскамен жапсақ, онда бұл аумақтың екінші ретті толқындары синфазды болғандықтан Р нүктесінде жарықтың бірнеше есе үлкейгенін байқауға болады, яғни фокусировка.



Қарапайым фокустаушы жүйелерге қарағанда аумақтық пластинка полифокалдық қасиетке ие. Бас фокустан басқа онда еселік немесе кері фокустары болады.



$$L = 0,3 f$$

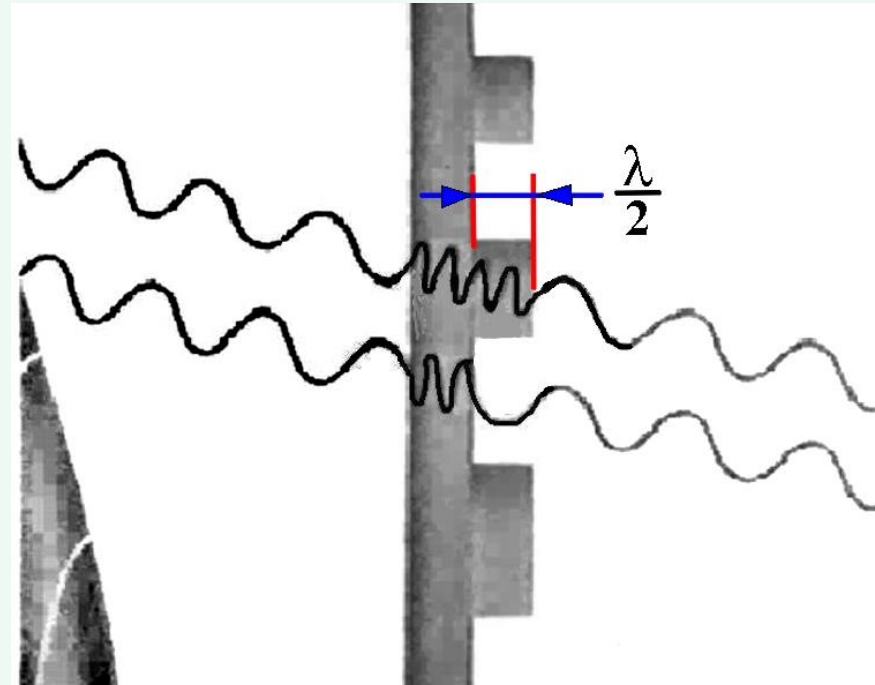
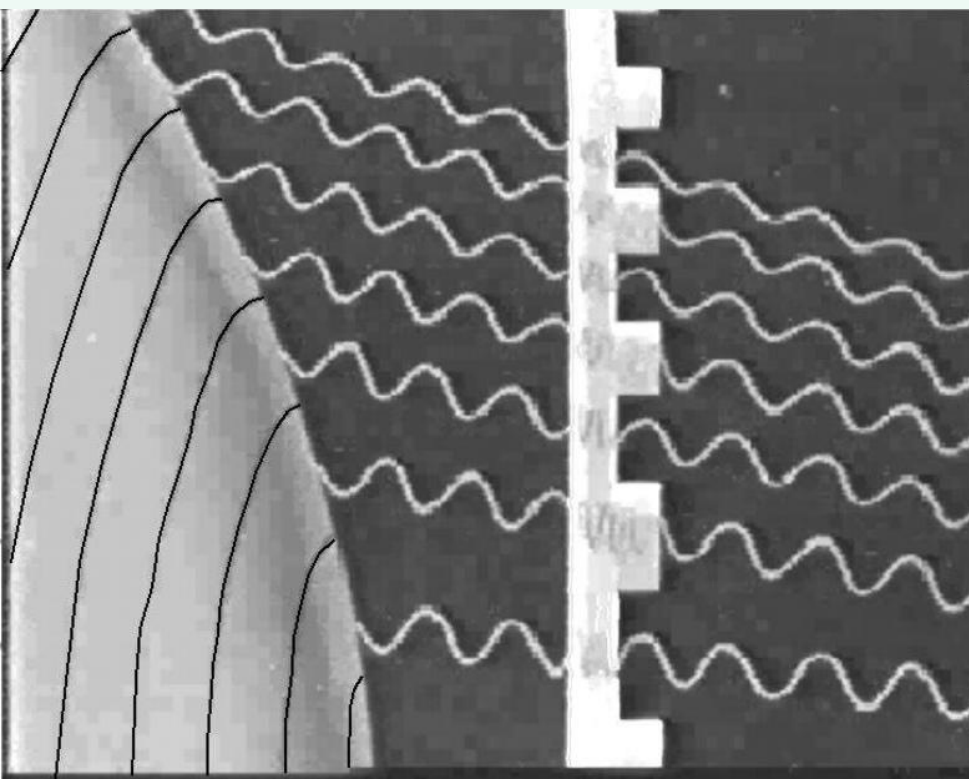
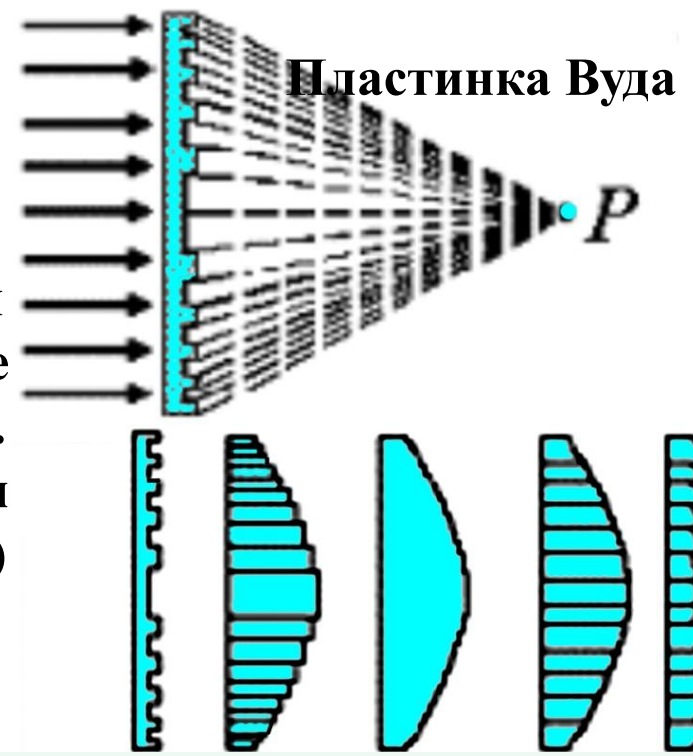
$$L = 0,5 f$$

$$L = 0,8 f$$

$$L = f$$

Егер мөлдір емес масканың орнына жұп немесе тақ аумақтарда қосымша фазалық ығысу енгізсек  $Df = p$ , онда жарықтың интенсивтілігі 4 есе артады.

Жартылай толқынды аумақтарға бөлу бірдей биіктікті теппешекте сындырушы линза бетінде теппешектік аппроксимацияға сәйкес келеді. Аппроксимацияның басқа әдісі траперция (сақиналы белбеулердің бірдей енділігінде) Френельдің жазық линзасы сәйкес келеді.

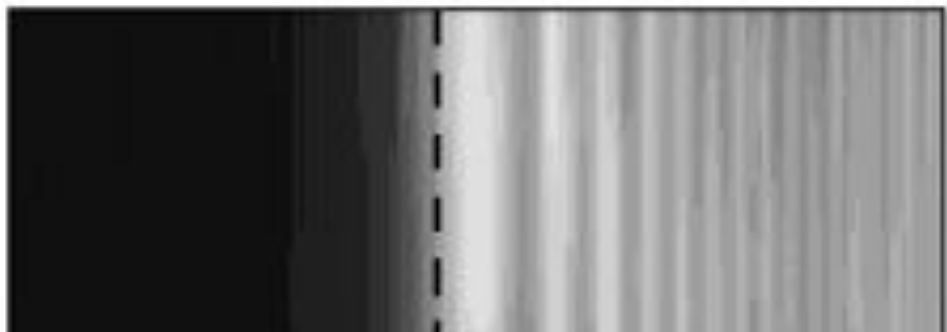
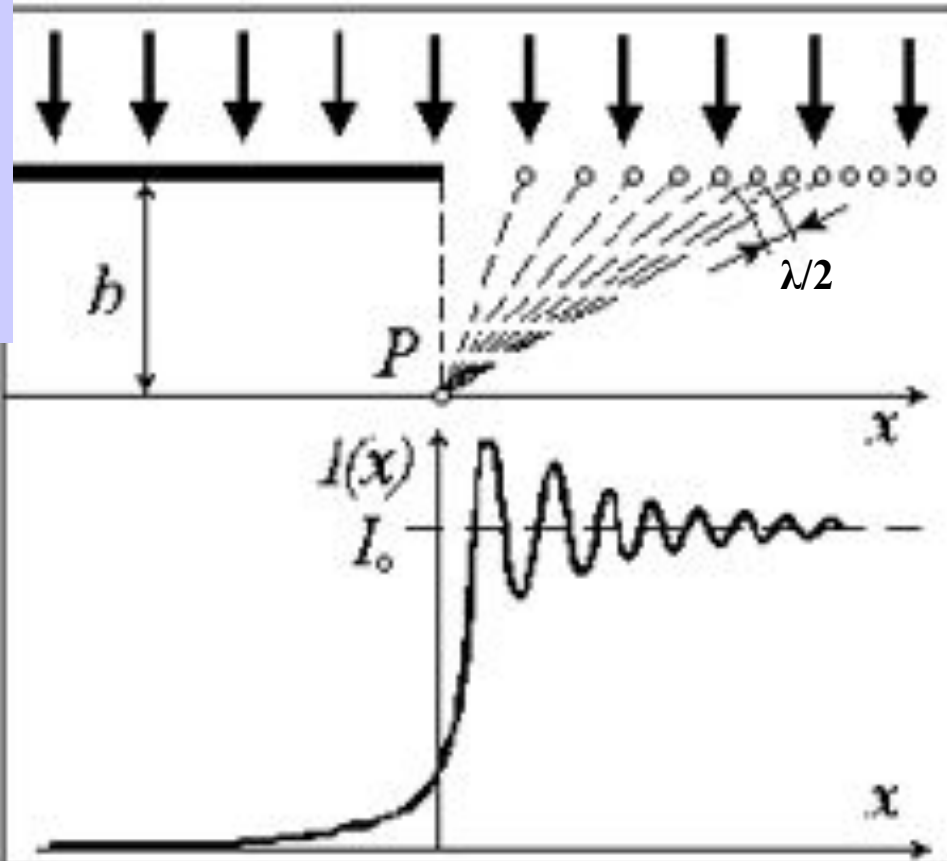


# дифракция на полуплоскости

При дифракции Френеля на полубесконечной плоскости часть энергии световых волн проникает в область геометрической тени. В освещённой части появляются осцилляции интенсивности.

Разбиение на зоны (зоны Шустера) ведется путем последовательного добавления половины длины волны к расстоянию  $b$  от точки наблюдения  $P$ , до границы полуплоскости. Предполагается, что падающая на полуплоскость волна имеет плоский волновой фронт.

В

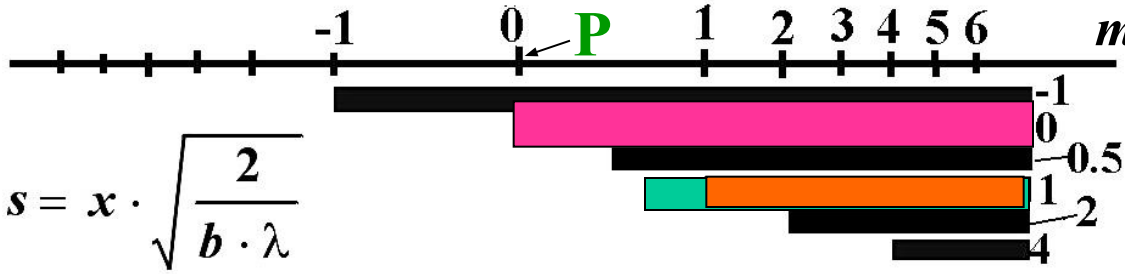


$$\left(b + \frac{\lambda}{2}\right)^2 - b^2 = (x_1)^2 \quad x_1 = \sqrt{b\lambda}$$

$$(b + \lambda)^2 - b^2 = (x_2)^2 \quad x_2 = \sqrt{2b\lambda}$$

$$x_n^2 - x_{n-1}^2 = b\lambda \quad x_n = \sqrt{nb\lambda}$$





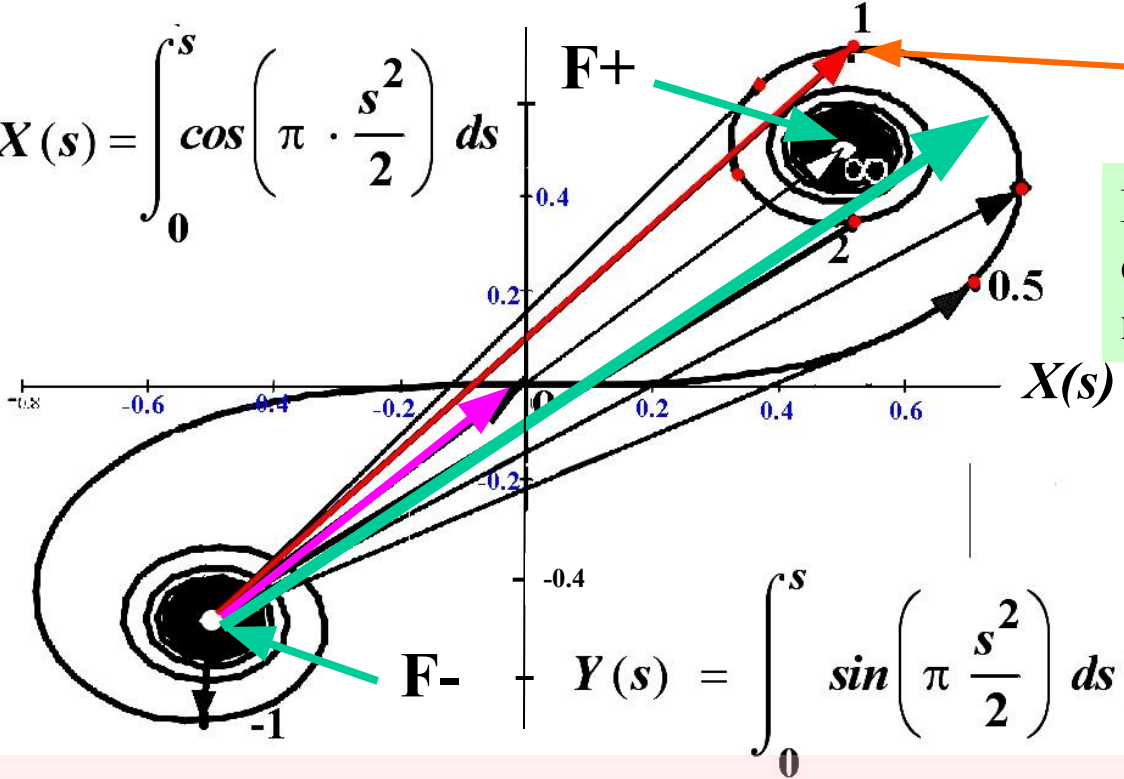
Векторная диаграмма на комплексной плоскости для данного случая трансформируется в спираль Корню с двумя фокусами F- и F+.

$$s = x \cdot \sqrt{\frac{2}{b \cdot \lambda}}$$

$$X(s) = \int_0^s \cos\left(\pi \cdot \frac{s^2}{2}\right) ds$$

$$s = \sqrt{2} \Rightarrow m = 1$$

Параметр s есть длина дуги спирали, отсчитываемой от начала координат.



Спираль Корню

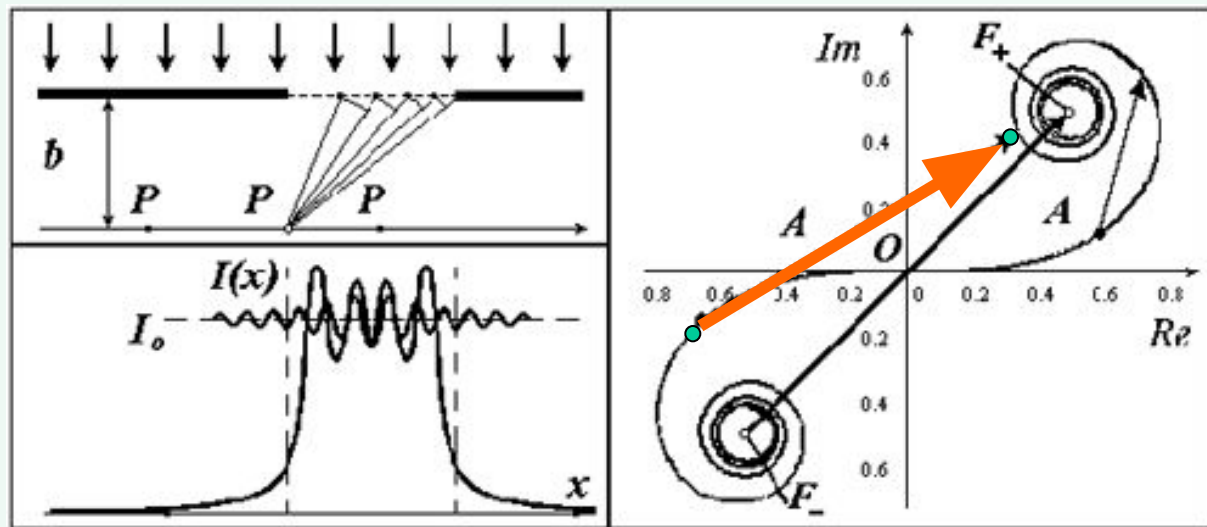
Амплитуда изображается вектором, начинающимся в фокусе F- и опирающимся вершиной на спираль. В точке спирали, соответствующей точке P, амплитуда волны вдвое меньше амплитуды падающей волны, которая равна расстоянию F- F+ , а интенсивность составляет четверть от I<sub>0</sub>. Максимум в осциляции освещаемой части экрана наблюдается когда шторка на 3/4 открывает первую положительную зону Шустера.

Дифракция Френеля на щели сводится к дифракции на двух резких краях.

Щель

В этом случае амплитуда дифрагированной волны в точке наблюдения  $P_i$  определяется как длина вектора  $A_i$ , проведенного между двумя точками на спирали Корню, координаты которых зависят от положения точки наблюдения относительно краев щели.

Увеличение числа открытых зон  $m$  соответствует постепенному переходу к оптическому приближению геометрической оптики, а уменьшение - к дифракции Фраунгофера



$m = 1$

$m = 2$

$m = 3$

$m = 4$

$m = 7$