

# 1. Внешние нагрузки, действующие на самолёт



Первый самолет с мотором  
*Wright-Flyer*

1903



Первый пассажирский цельнометаллический самолет  
*Junkers F13*

1919



Первый реактивный пассажирский самолет  
*DeHavilland Comet*

1952



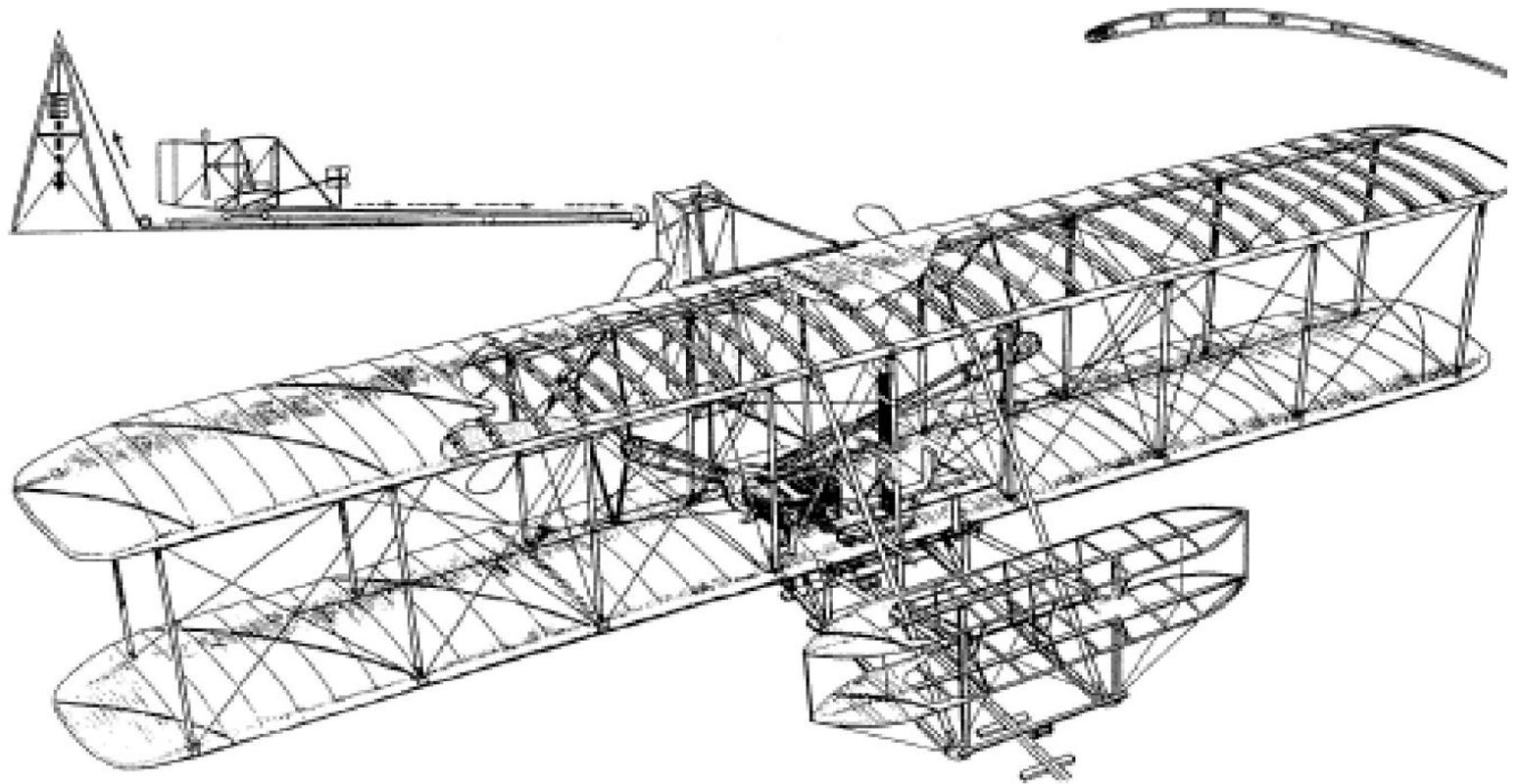
Первый сверхзвуковой пассажирский самолет  
*Tu-144*

1969



После 2020

- ▶ Более тысячи пассажиров ?
- ▶ Экологический самолет ?
- ▶ Гиперзвуковой?



## Первые цельнометаллические самолеты



### Junkers J1

Первый цельнометаллический  
(стальной) моноплан.

Первый полет : 12 декабря 1915



### Junkers J7

Первый алюминиевый моноплан.  
Первый полет : 17 сентября 1917

## Первый реактивный самолет

- Heinkel He 178 -



Первый полет: 24 августа 1939

Размах: 8м.

Длина: 7,48м.

Тяга: 4кН.

Макс. скорость: 850 км/ч.



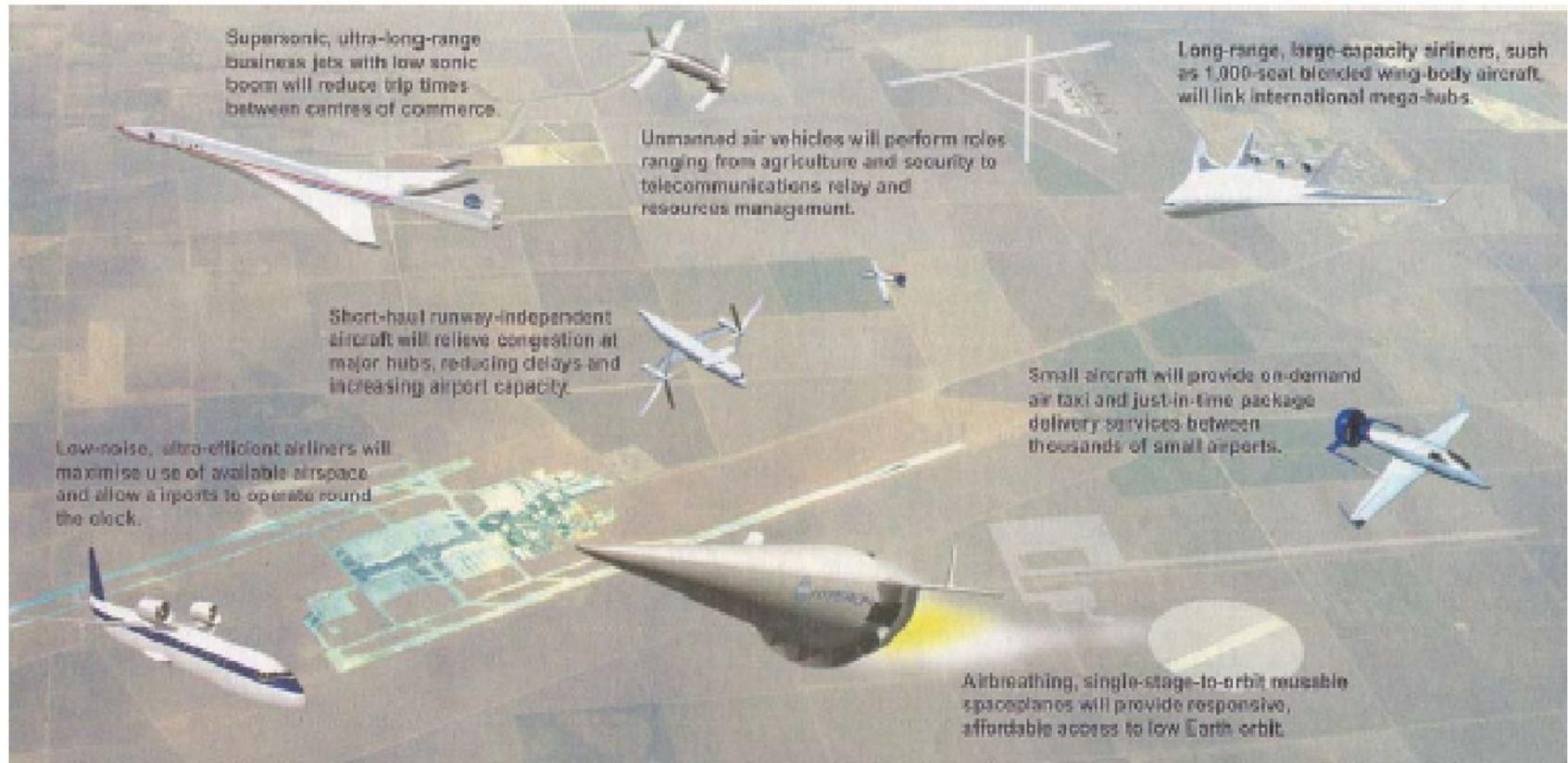
**Первый самолет,превысивший скорость звука.**



Bell X-1 Пилот: Чарльз Йегер

Макс.скорость: 1066 км/ч

Первый сверхзвуковой полет: 14 октября 1947 года



Supersonic, ultra-long-range business jets with low sonic boom will reduce trip times between centres of commerce.

Unmanned air vehicles will perform roles ranging from agriculture and security to telecommunications relay and resources management.

Long-range, large-capacity airliners, such as 1,000-seat blended wing-body aircraft, will link international mega-hubs.

Short-haul runway-independent aircraft will relieve congestion at major hubs, reducing delays and increasing airport capacity.

Low-noise, ultra-efficient airliners will maximise use of available airspace and allow airports to operate round the clock.

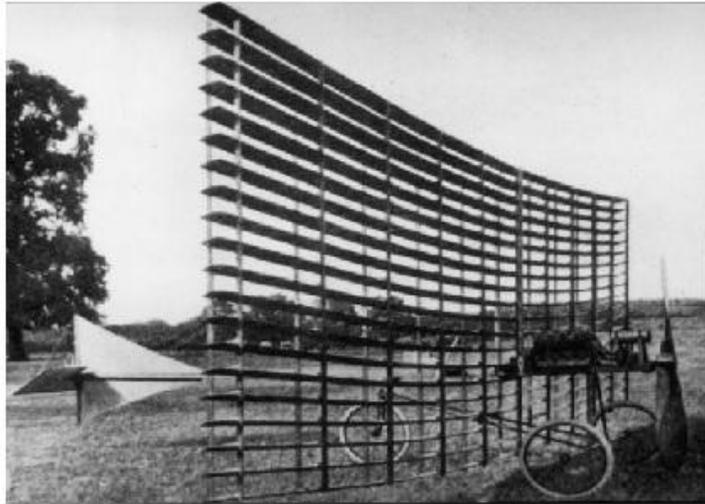
Small aircraft will provide on-demand air taxi and just-in-time package delivery services between thousands of small airports.

Airbreathing, single-stage-to-orbit reusable spaceplanes will provide responsive, affordable access to low Earth orbit.

Source: Flight International



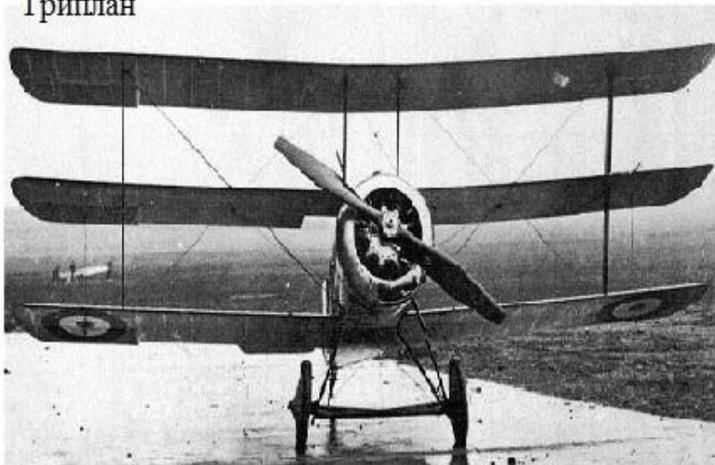
Мультиплан



Биплан



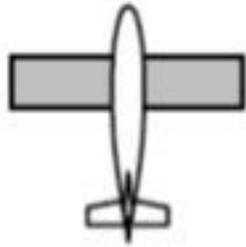
Триплан



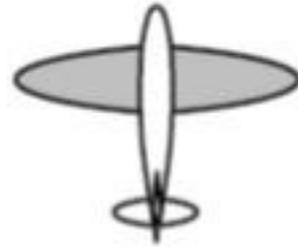
Моноплан



## Прямые крылья



**Прямоугольное**



**Эллипсоидное**



**Трапецевидное**



**Двойное  
трапецевидное**

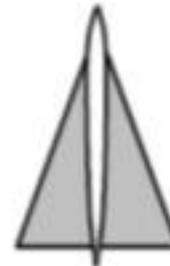
## Стреловидное крыло



**Прямая  
стреловидность**



**Обратная  
стреловидность**

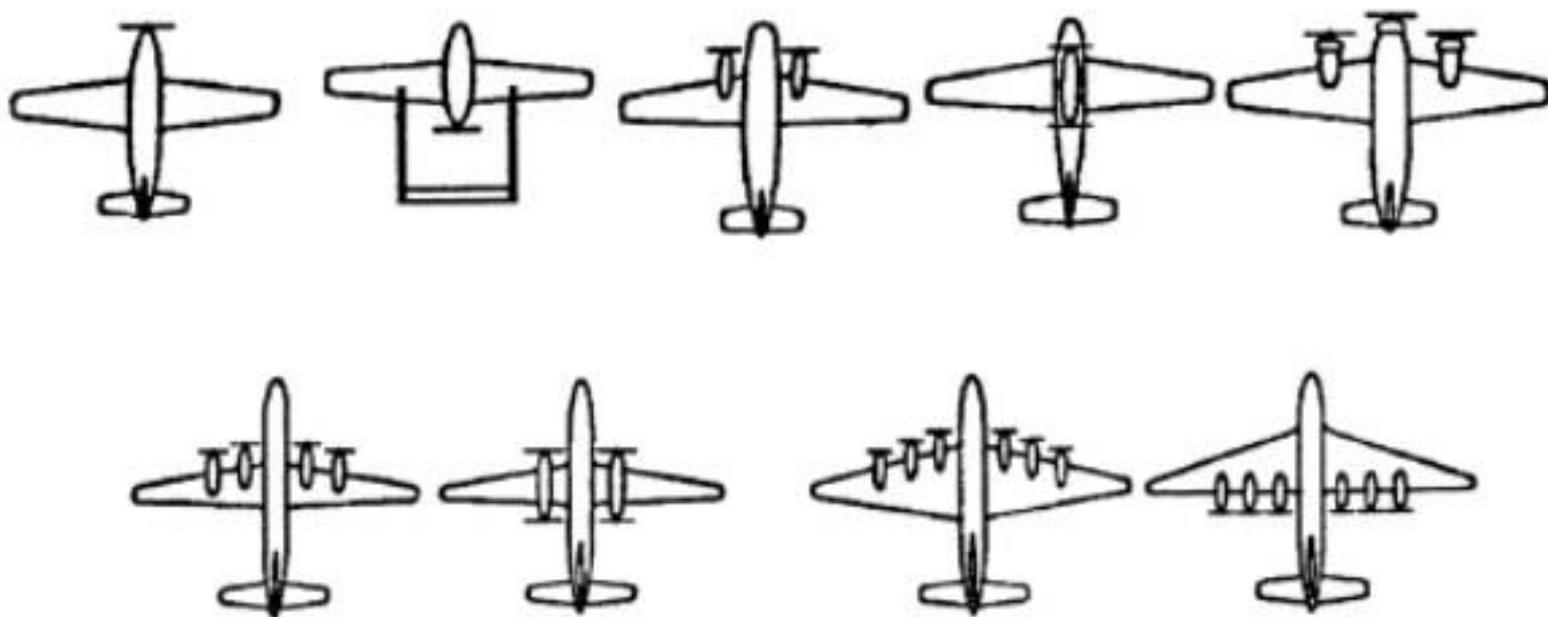


**Треугольное**



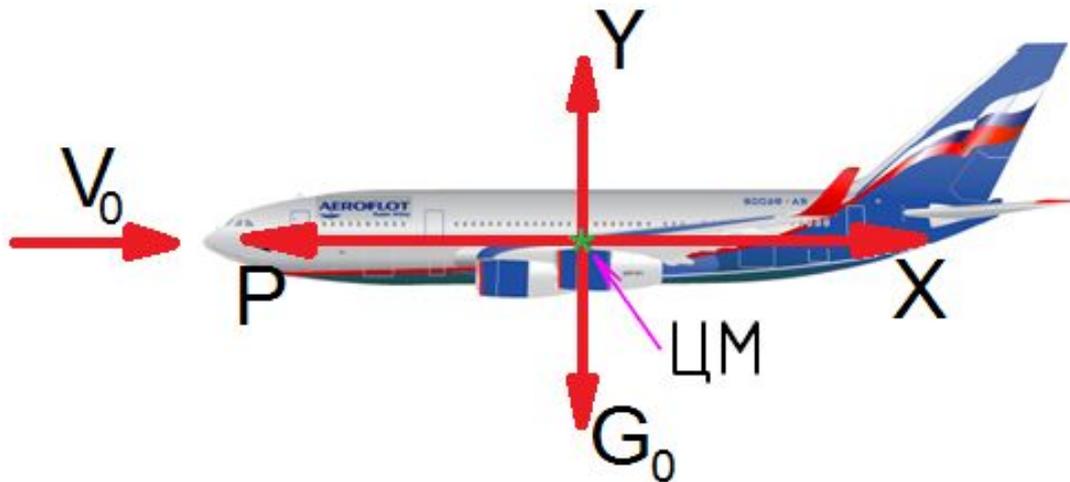
**Схема "утка"**

## Расположение двигателей



# Равномерный прямолинейный полёт

Уравнения  
равновесия



$$Y = G_0$$

$$X = P$$

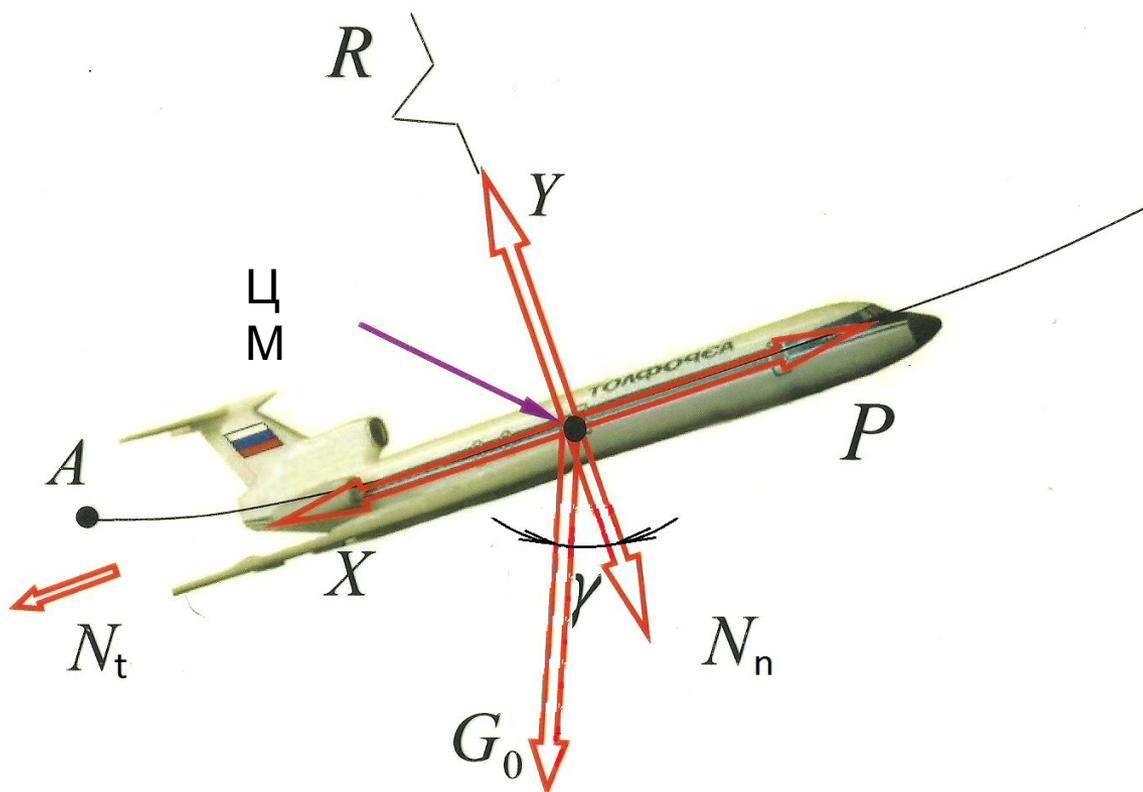
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Уравнения  
равновесия

X		G <sub>0</sub>		
X		P		
X		c <sub>y</sub>	- q	- S <sub>кр</sub>
X		c <sub>x</sub>	- q	- S <sub>кр</sub>

# Криволинейный полёт в вертикальной плоскости



Уравнения движения

$$Y - N_n - G_0 \cos \gamma = 0$$
$$P - X - N_t - G_0 \sin \gamma = 0$$

где  $N_t = \frac{G_0}{g} \cdot \frac{dV}{dt}$

$$N_n = \frac{G_0 \cdot V^2}{g \cdot R}$$

В точке А

$$Y_{max} = G_0 \cdot \left( 1 + \frac{V^2}{g \cdot R} \right)$$

$$Y_{max} > G_0$$

# Определение перегрузки

Уравнения  
равновесия

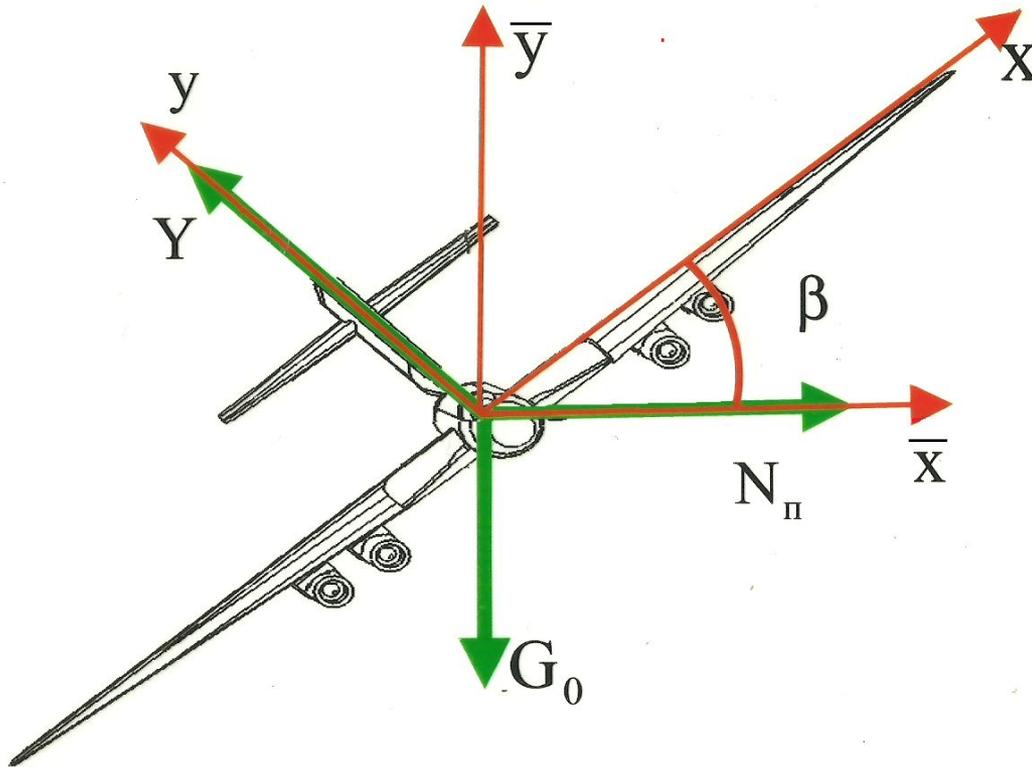
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Криволинейный полёт в горизонтальной плоскости (вираж)



Уравнения равновесия

$$Y \cos \beta - G_0 = 0$$

$$G_0 \sin \beta - N_n \cos \beta = 0$$

Отсюда

$$Y = \frac{G_0}{\cos \beta}$$

$$N_n = \frac{G_0 \cdot V^2}{g \cdot r} \longrightarrow \tan \beta - \frac{V^2}{g \cdot r} = 0$$

$$r = \frac{V^2}{g \cdot \tan \beta}$$

$$n_{\text{вир}} = \frac{1}{\cos \beta}$$

В горизонтальном полёте  $n_0 = 1$ ,

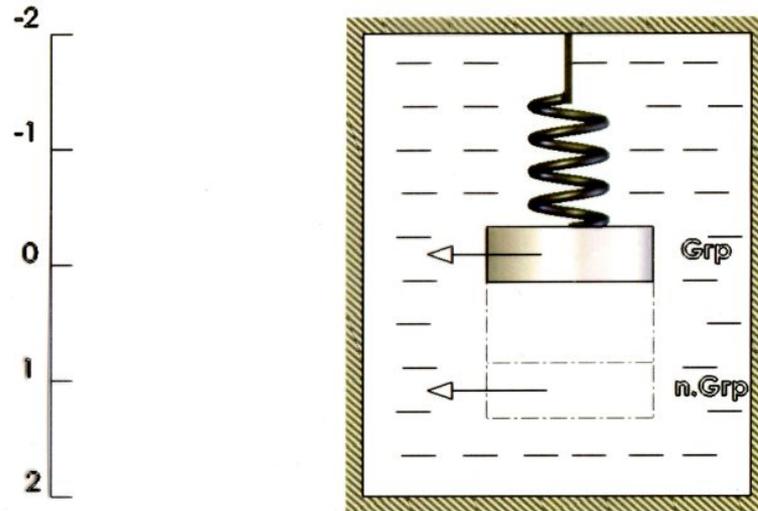
При вираже  $n_{\text{вир}} > 1$

$$V_{\text{вир}} = \frac{Y_0 \cdot V_{\text{вир}}^2}{V_0^2} > V_0$$

$\beta$	10	30	50	60	70	80	90
$n_{\text{вир}}$	1,015	1,155	1,556	2,000	2,900	5,800	$\infty$
$\frac{V_{\text{вир}}}{V_0}$	1,008	1,075	1,250	1,414	1,700	2,400	-

## Экспериментальное определение величины перегрузки

Схема акселерометра

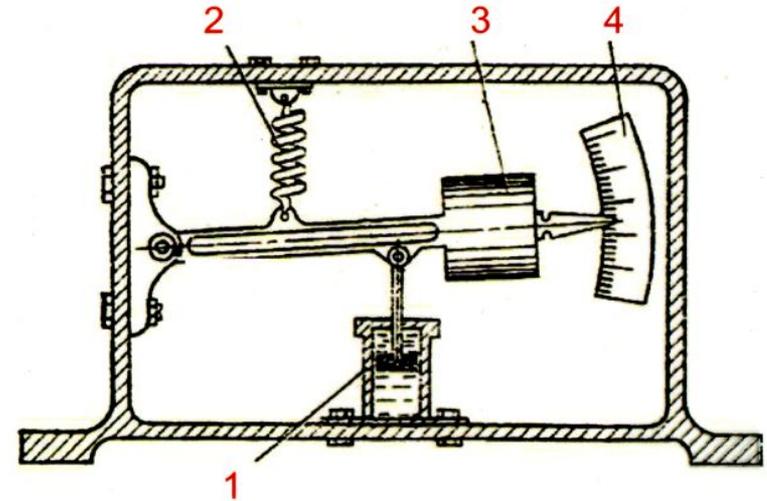


Впервые перегрузка в полете была определена в

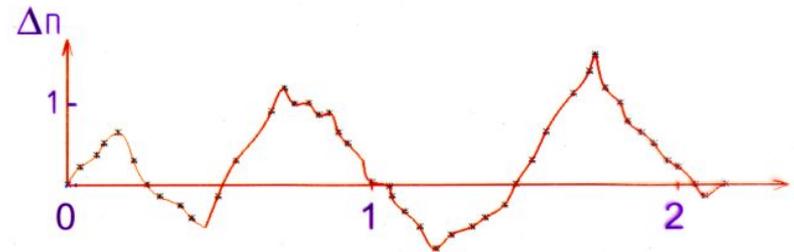
ЦАГИ в 1922 г.

$$\frac{Y_{\text{крив}}}{Y_0} = \frac{n \cdot G_{\text{гр}}}{G_{\text{гр}}} = n$$

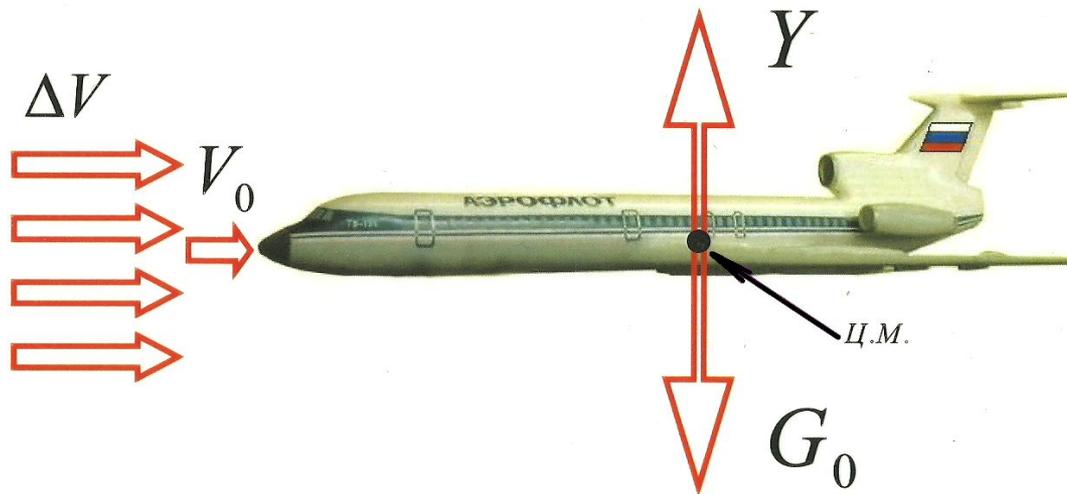
Схема простейшего перегрузочного прибора



1. демпфирующее устройство 3. груз  
2. пружина 4. шкала



# Полёт самолёта в неспокойном воздухе Горизонтальный воздушный поток



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

XXXX

||||

0000

-

00

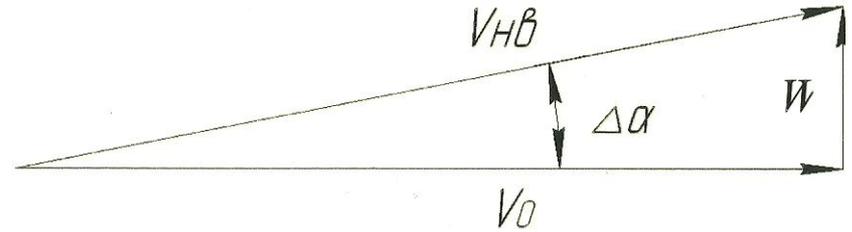
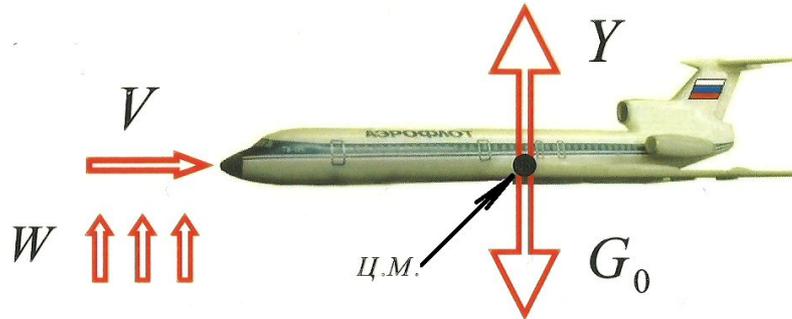
-

0000

Уравнения

# Вертикальные воздушные потоки

## а) Мгновенный вход крыла в вертикальный поток большой интенсивности ( $W > 15$ м/с)



Допущение:

Крыло и фюзеляж абсолютно жёсткие

$$\begin{aligned} \alpha_{\text{НВ}} &= \alpha_0 + \Delta\alpha \\ c_{\text{НВ}} &= c_{y_0} + \Delta c_y \\ Y_{\text{НВ}} &= Y_0 + \Delta Y \end{aligned}$$

Т.к.  $\alpha$  – мал

$$\text{tg } \alpha \approx \alpha = \frac{W}{V_0}; \quad \text{и} \quad V_{\text{НВ}} \approx V_0$$

$$Y_{\text{НВ}} = \left( c_{y_0} + \frac{W}{V_0} \cdot \frac{dc_y}{d\alpha} \right) \cdot S_{\text{кр}} \cdot \frac{\rho \cdot V_0^2}{2};$$

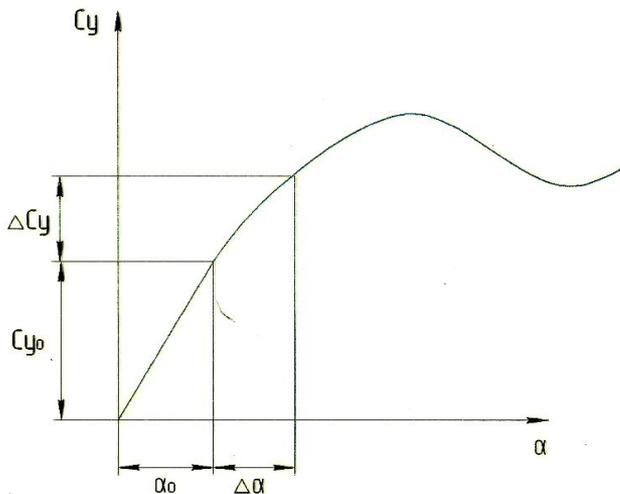
$$n_{\text{НВ}} = \frac{Y_{\text{НВ}}}{G_0} = \frac{Y_{\text{НВ}}}{Y_0} = 1 \pm \frac{W}{V_0} \cdot \frac{dc_y}{d\alpha} \cdot \frac{1}{c_{y_0}};$$

или

$$n_{\text{НВ}} = 1 \pm \frac{W \cdot V_0 \cdot \rho \cdot \frac{dc_y}{d\alpha}}{2 \cdot p},$$

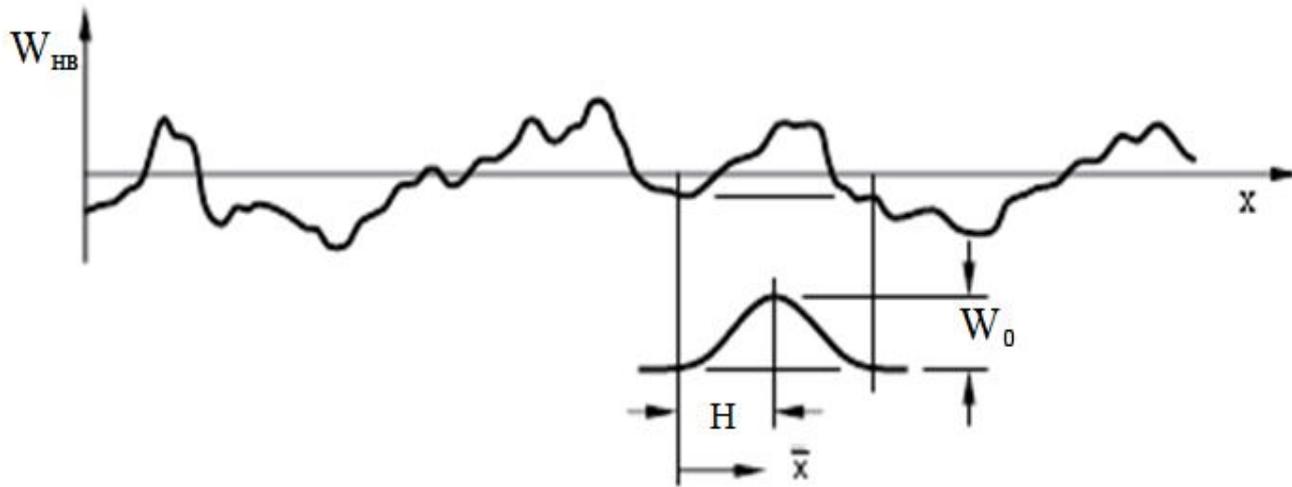
где

$p = \frac{G_0}{S_{\text{кр}}}$  – удельная нагрузка на крыло



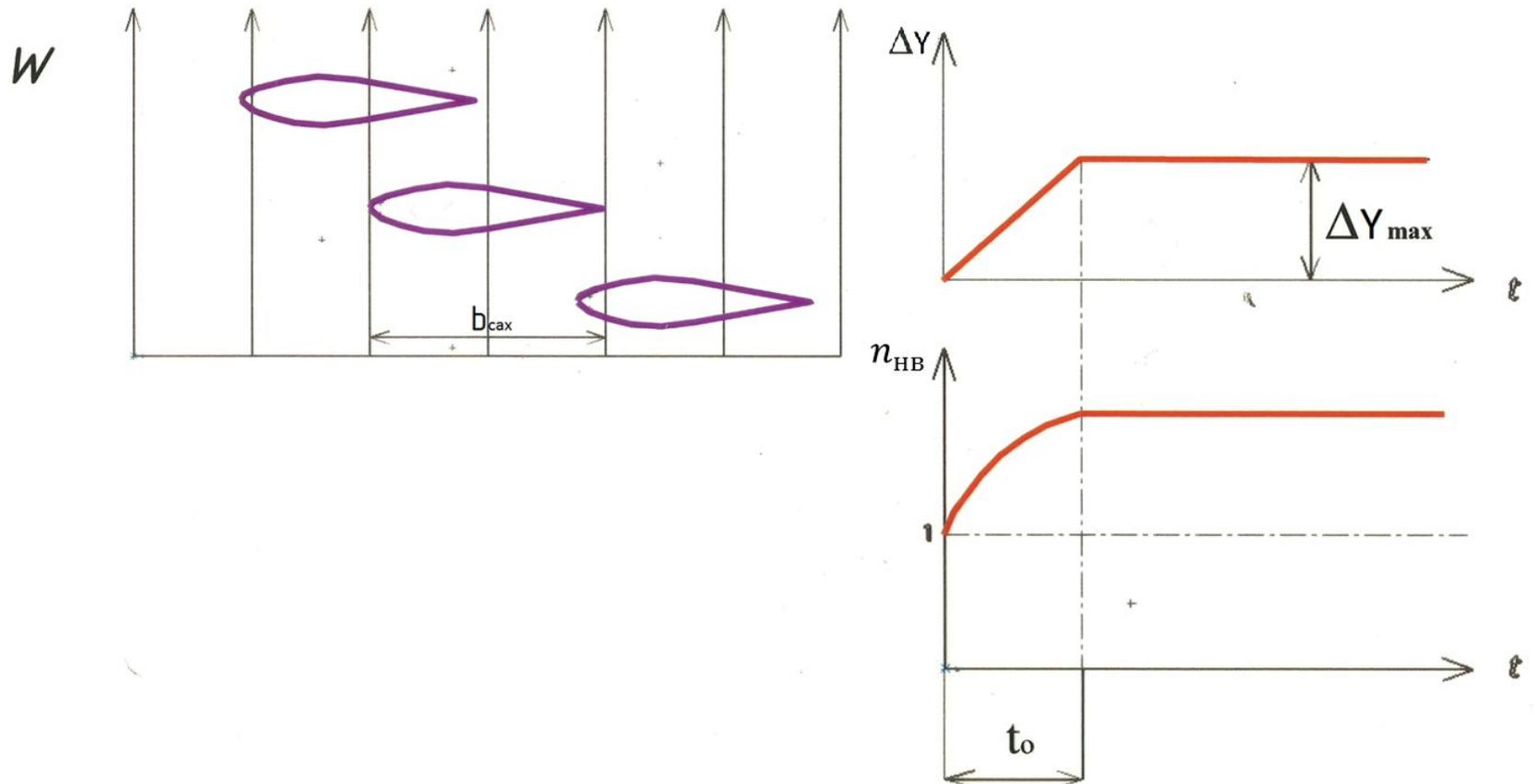
# Полет в неспокойном воздухе

## Вертикальные воздушные потоки



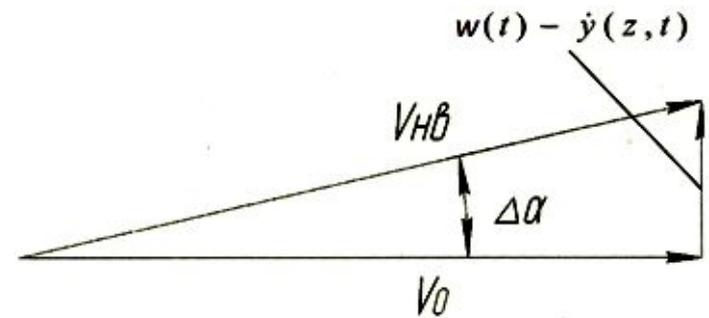
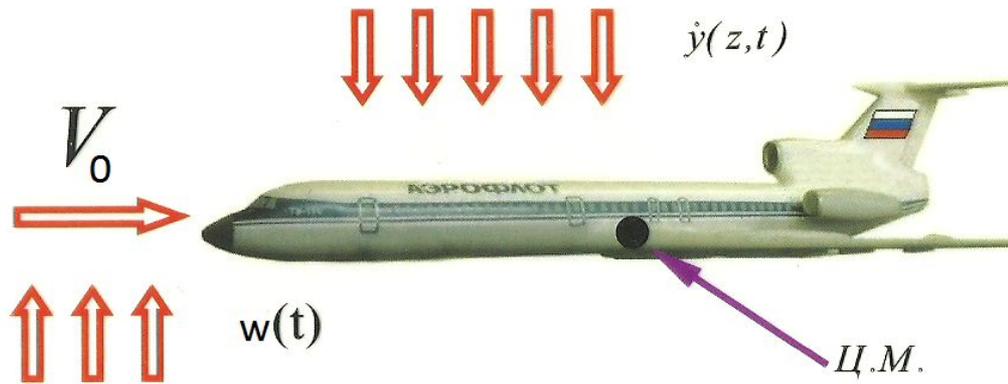
Аппроксимация отдельных  
порывов

## б) Постепенный вход крыла в вертикальный воздушный ПОТОК

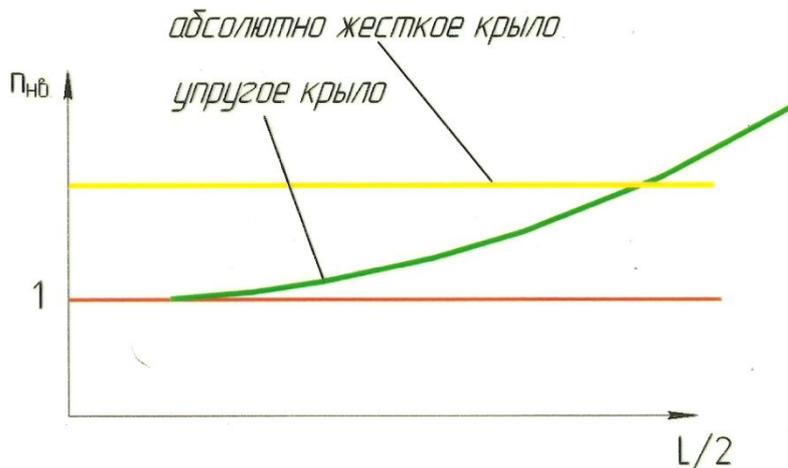


$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

## в) Полёт в циклическую болтанку



## Основное дифференциальное уравнение колебаний крыла



п.к.  $\Delta\alpha$  – мал  $\rightarrow \Delta\alpha \approx \tan \alpha = \frac{w - \dot{y}(z,t)}{V_0}$ ;  $(V_{HB} \approx V_0)$

$\alpha_{HB} = \alpha_0 + \Delta\alpha$   $c_{HB} = c_0 + \Delta c_y$   $Y_{HB} = Y_0 + \Delta Y$

$$\Delta Y = \Delta c_y \cdot \frac{\rho \cdot V_0^2}{2} \cdot b(z) = \frac{1}{2} \cdot b(z) \cdot \frac{dc_y}{d\alpha} \cdot \rho \cdot V_0^2 \cdot [w - \dot{y}(z,t)] =$$

$$= h(z) \cdot [w - \dot{y}(z,t)]$$

$q_{y \text{ кр}} = [EI(z) \cdot y''(z,t)]''$ ;  $p_{ин} = \frac{G_0}{g} \cdot \ddot{y}(z,t)$ ;

$$[EI \cdot y''(z,t)]'' + \frac{G_0}{g} \cdot \ddot{y}(z,t) + h(z) \cdot \dot{y}(z,t) = h(z) \cdot w_0 \sin \omega t$$

$$n_{HB} = 1 + \frac{\ddot{y}(z,t)}{g}$$

## В) Полёт в режиме «Циклической болтанки» (в турбулизированной атмосфере малой интенсивности)

### Основные допущения

1. Принимаем гармонический закон изменения во времени аэродинамических импульсов

(\*)  $w(t) = w_0 \sin \omega t$ , где  $w_0 \approx 3 \div 4$  м/с

$\omega$  — частота, приблизительно равная частоте собственных колебаний первого тона

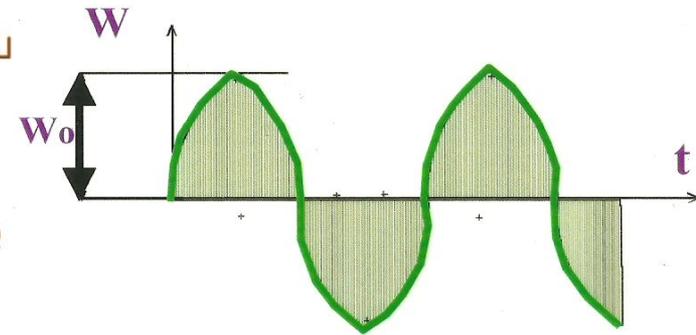
2.  $V_{\text{гор}} = V_{\text{max}} = \text{const}$

3. Колебательные перемещения складываются из поступательного движения самолёта как твёрдого тела и изгибных колебаний упругого крыла относительно абсолютно жёсткого фюзеляжа. Кручением крыла можно пренебречь

4. Вес самолета уравновешивается подъемной силой в спокойном воздухе  $G_0 = Y_0$

Приращение подъемной силы уравновешивается силами упругости и силами инерции крыла

(\*\*)  $\Delta Y = p_{\text{ин}} + q_{\text{упр}} \qquad \Delta Y = m_0 \cdot \ddot{y}(z, t) + q_{\text{упр}}$



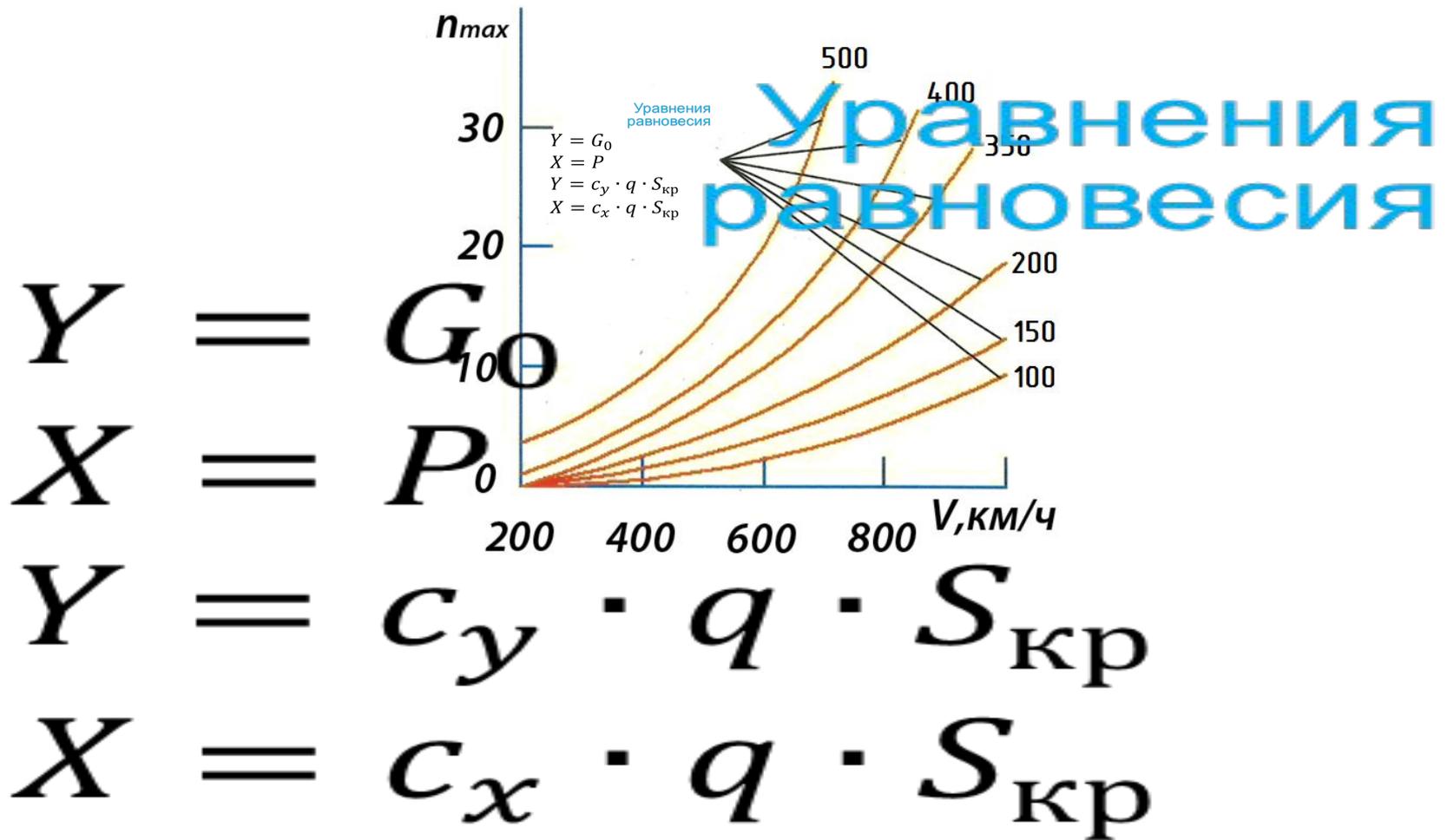
## Укрупнённая классификация самолётов

N	Типы самолётов	$n_{\text{max}}^{\text{э}}$
1	Лёгкие маневренные самолёты	8-9
2	Самолёты ограниченной маневренности	4-6
3	Тяжёлые неманевренные самолёты	2-3

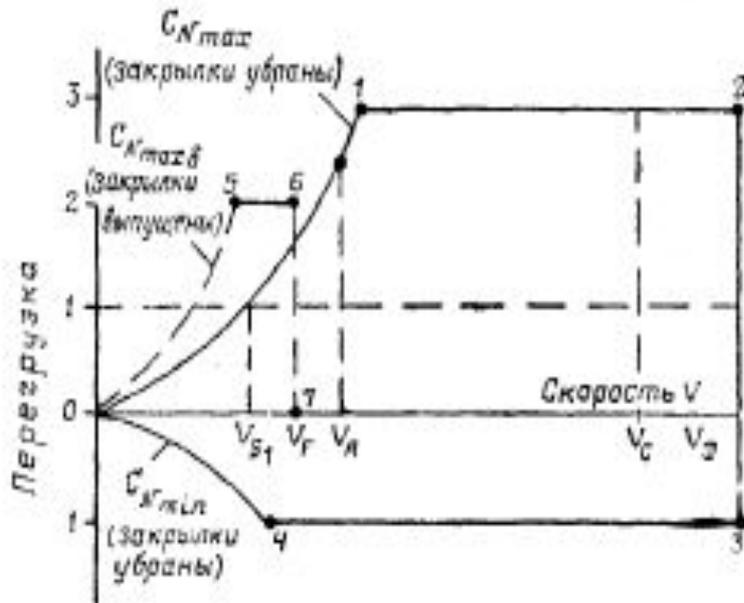
## Значение перегрузок при выполнении фигур высшего пилотажа

N	Название фигур	$n_{\text{max}}^{\text{э}}$
1	Спираль	3-4
2	Бочка	4-5
3	Боевой разворот	3-4
4	Штопор	2-3
5	Виращ	3-4
6	Многократная бочка	5-7
7	Петля Нестерова	3-6

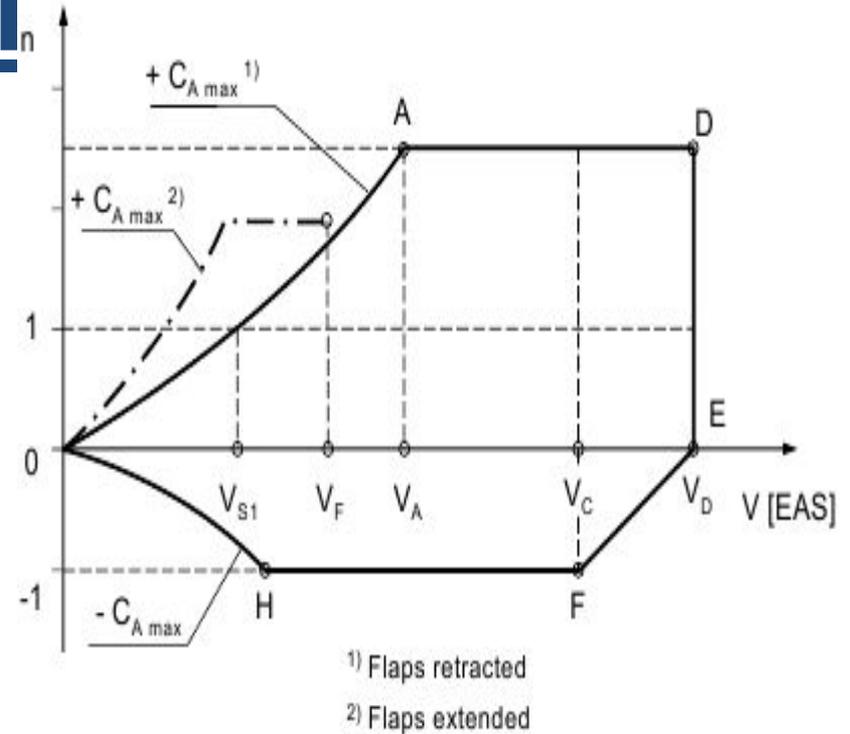
# Зависимость теоретической перегрузки от скорости полёта и удельной нагрузки на крыло



# Границы допустимых скоростей и перегрузок

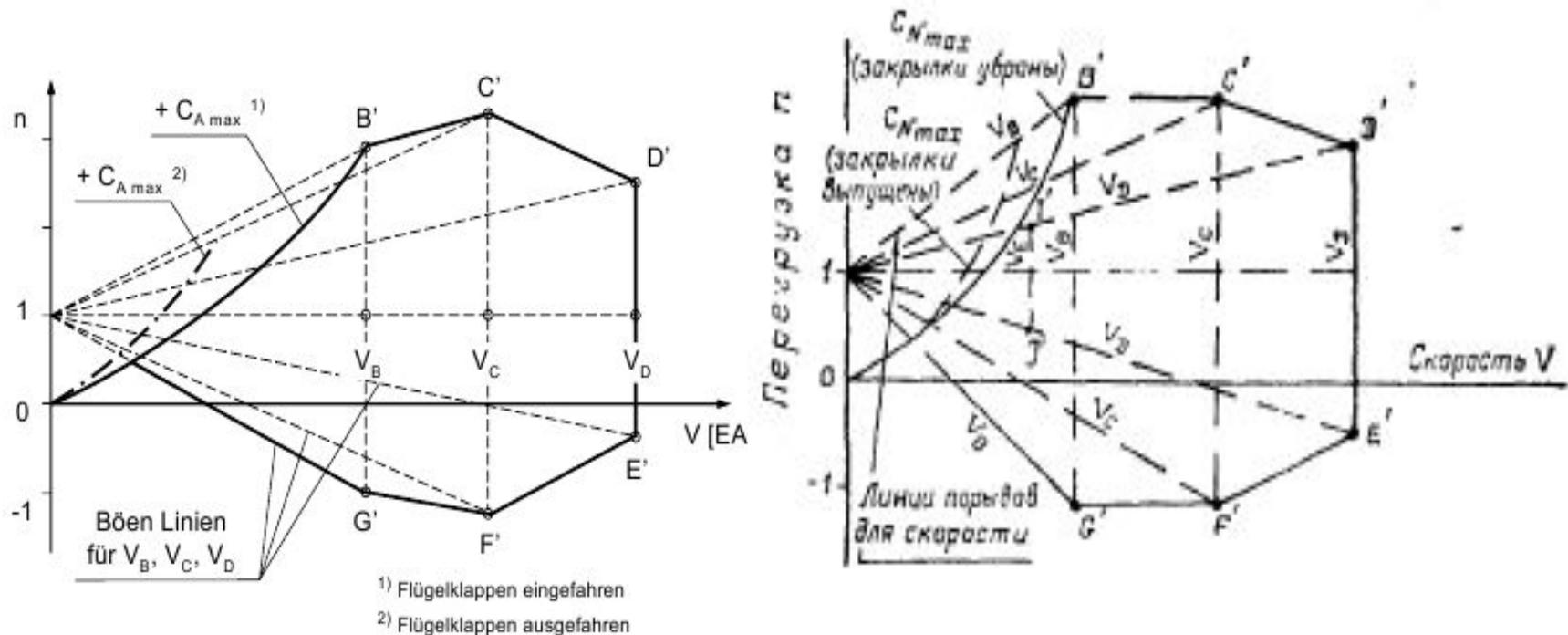


Допустимая область полетов при маневре согласно АП-25



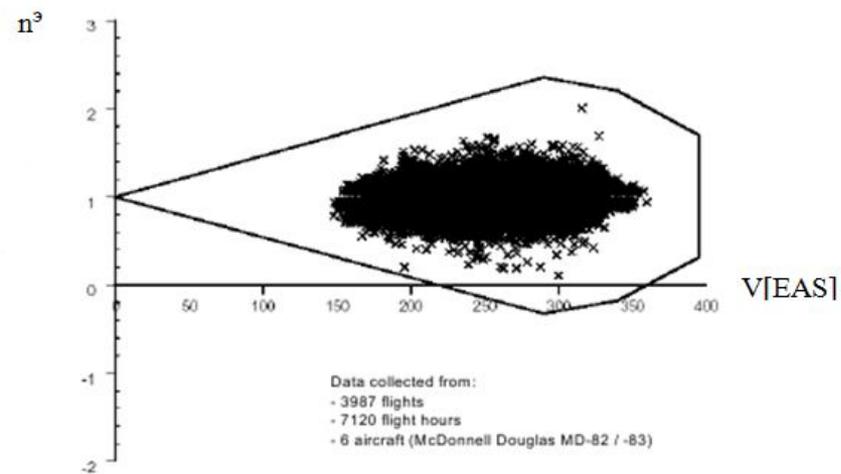
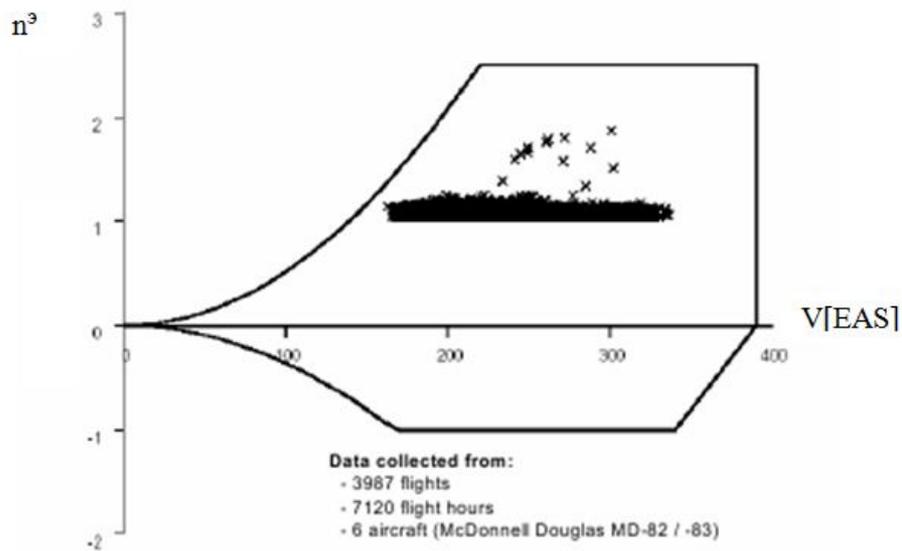
Допустимая область полетов при маневре согласно FAR-25

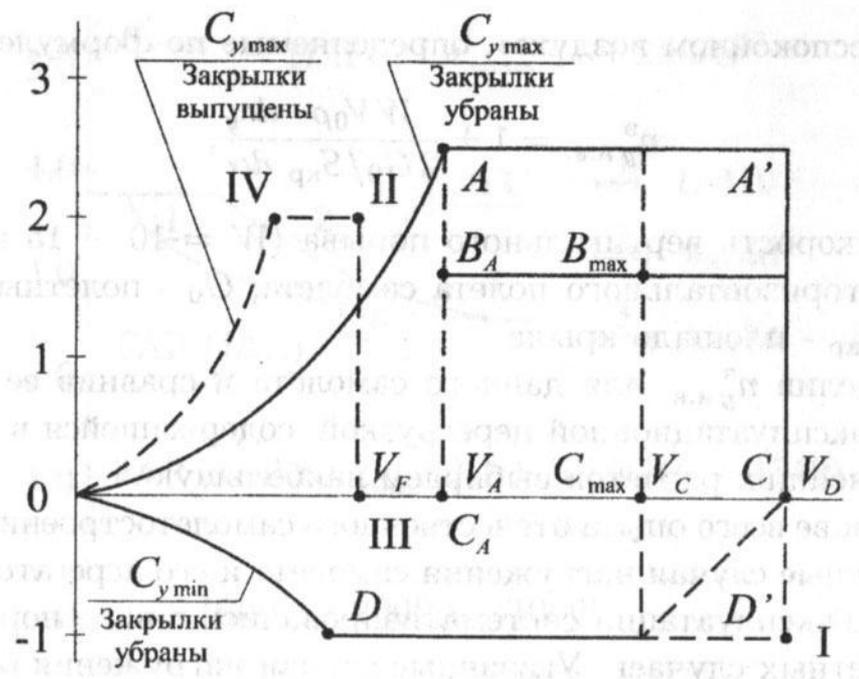
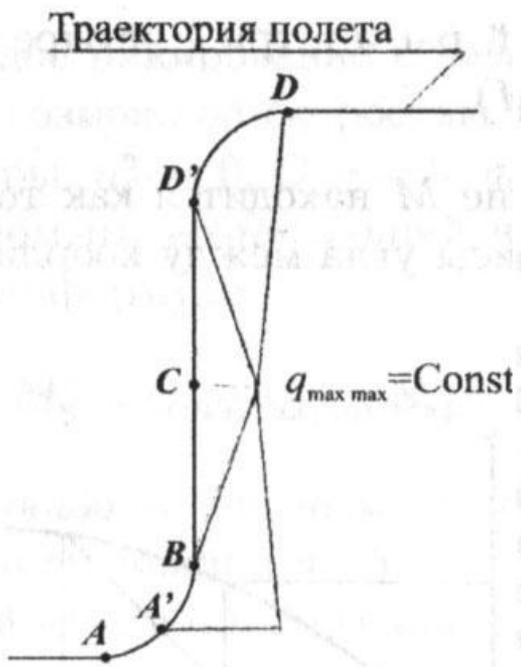
# Границы допустимых скоростей и перегрузок



Допустимая область полетов  
в неспокойном воздухе, согласно JAR-25

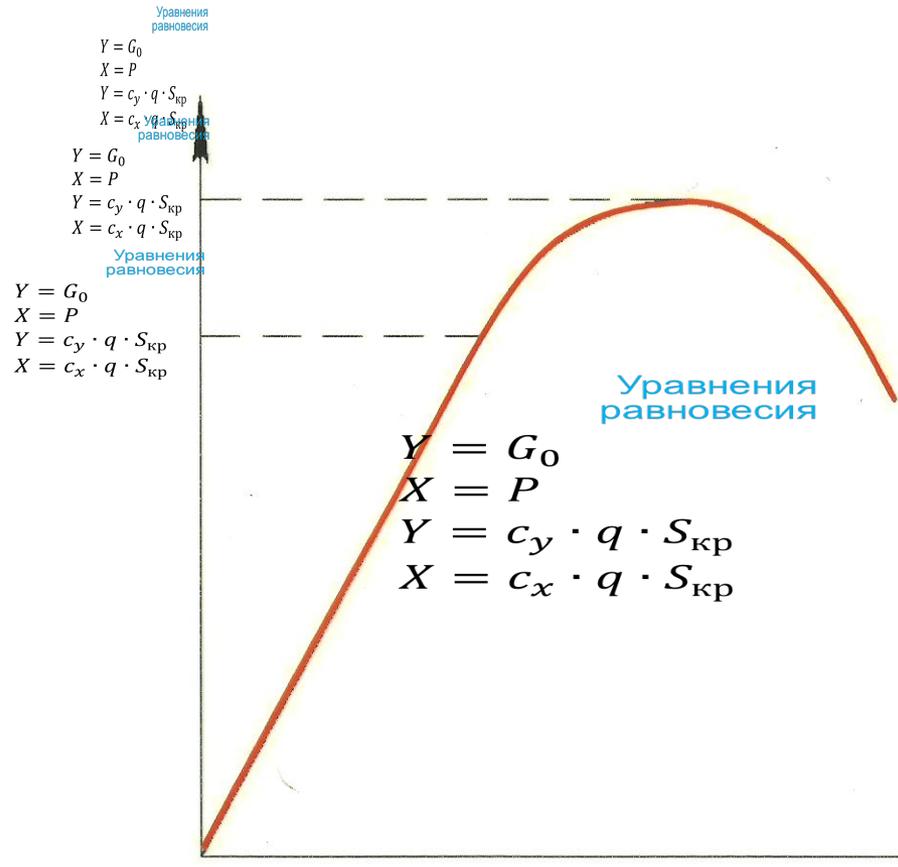
# Границы допустимых скоростей и перегрузок





# Коэффициент безопасности и расчётная перегрузка

Уравнения  
равновесия



$$Y = G_0$$

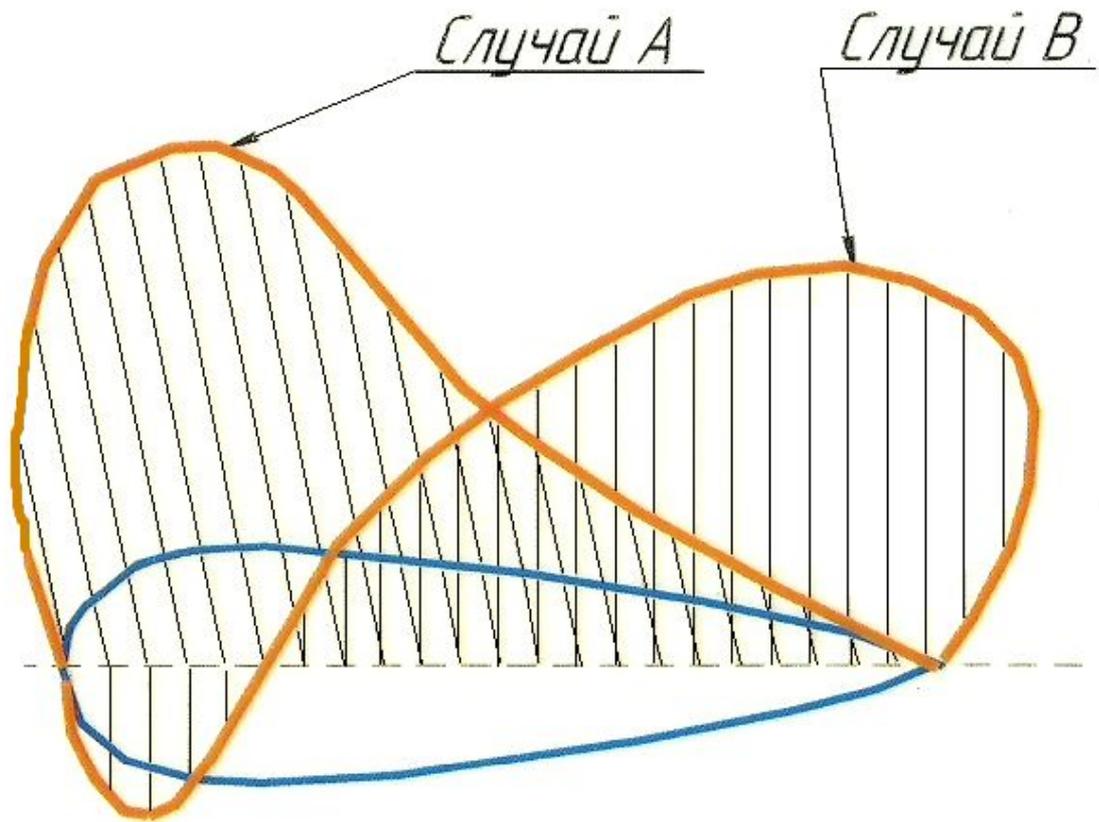
$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$
$$X = P$$
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Основные полётные расчётные случаи и их связь с траекторией движения



Уравнения  
равновесия

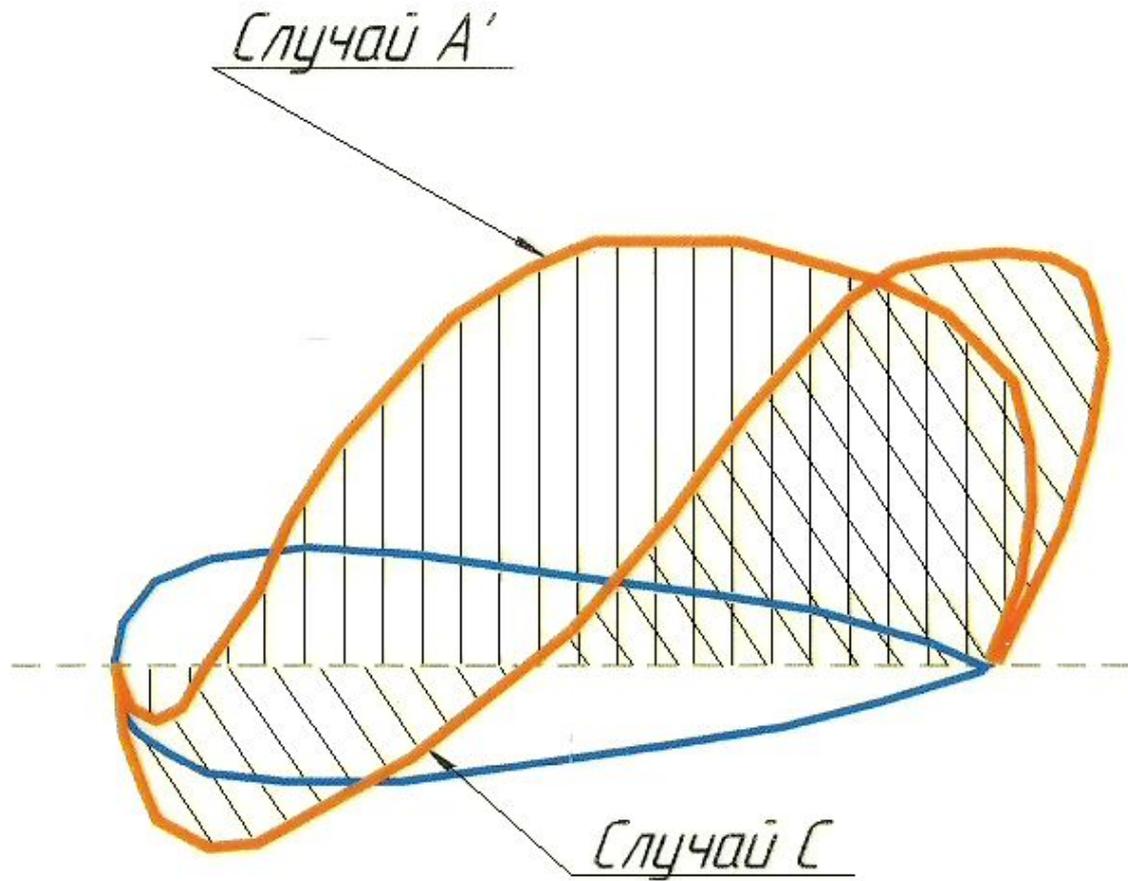
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

## Уравнения равновесия



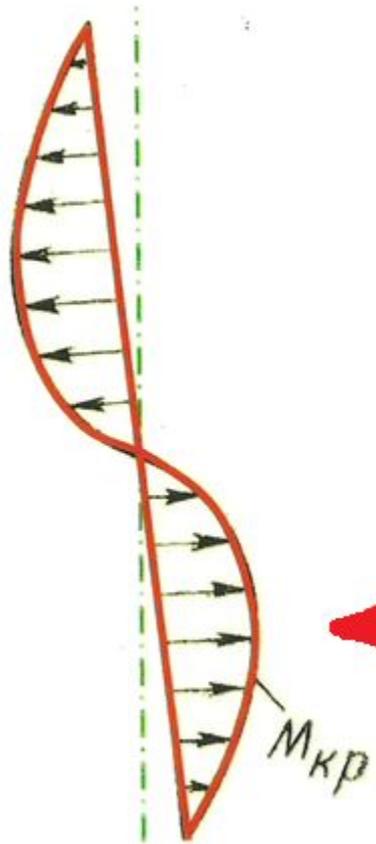
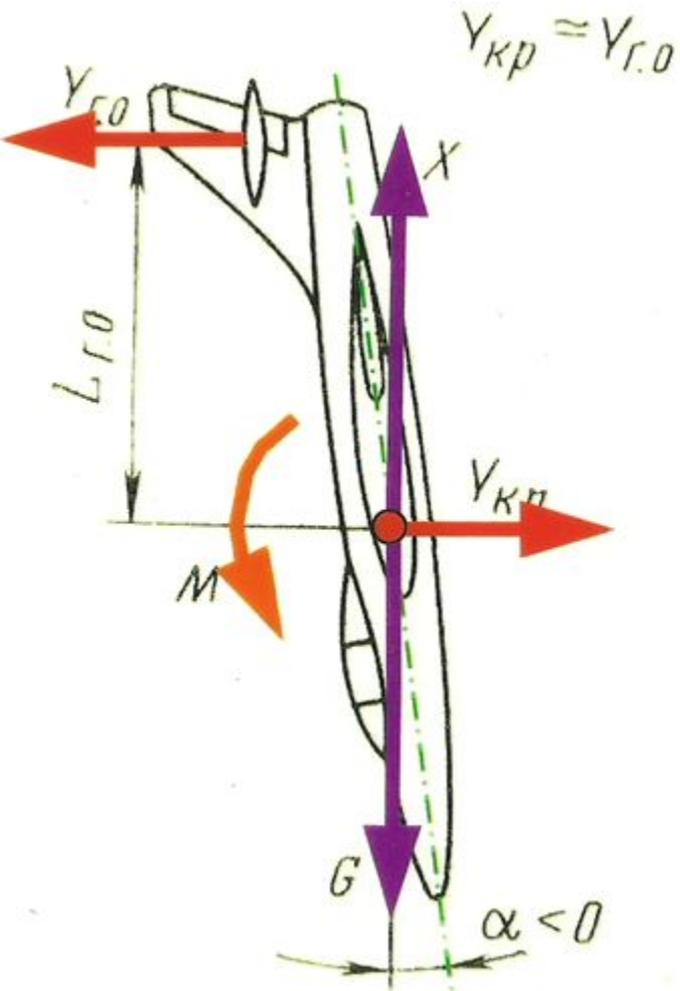
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Случай С



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

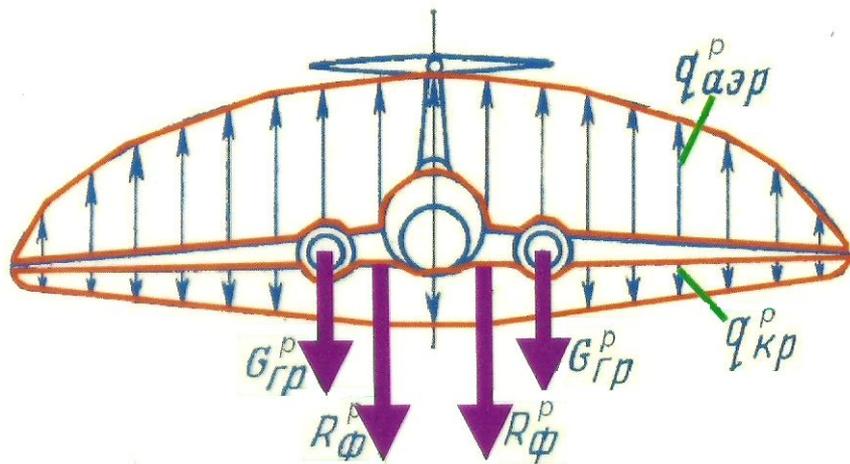
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Внешние нагрузки, действующие на крыло в полёте

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$



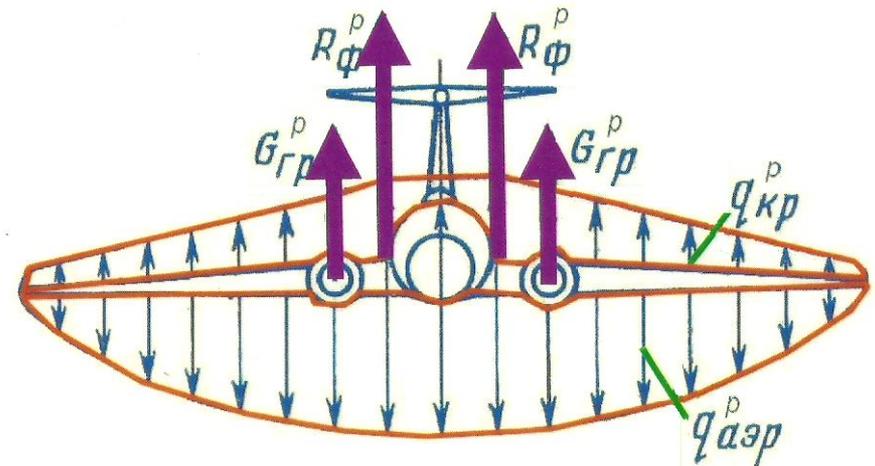
Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

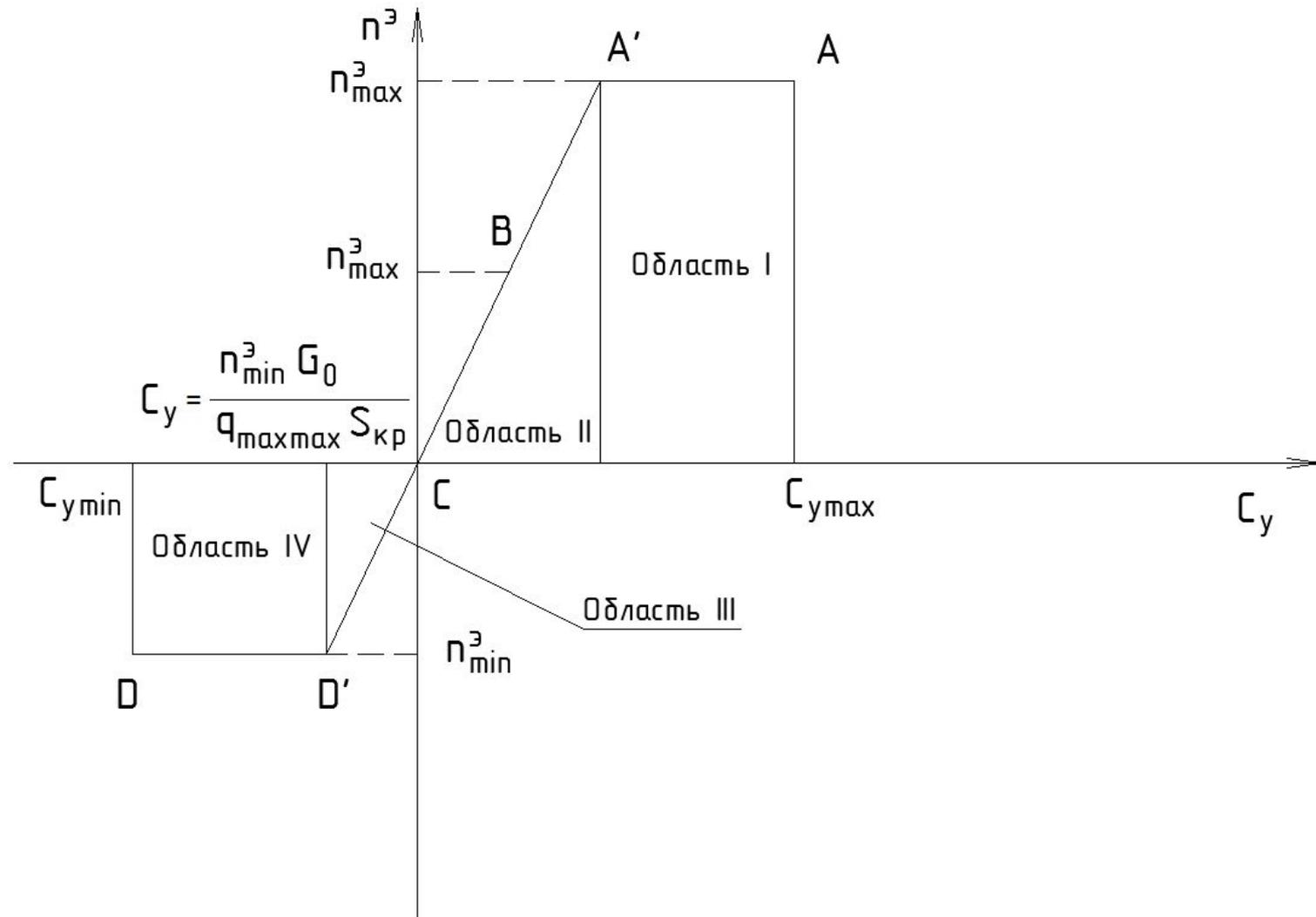
$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

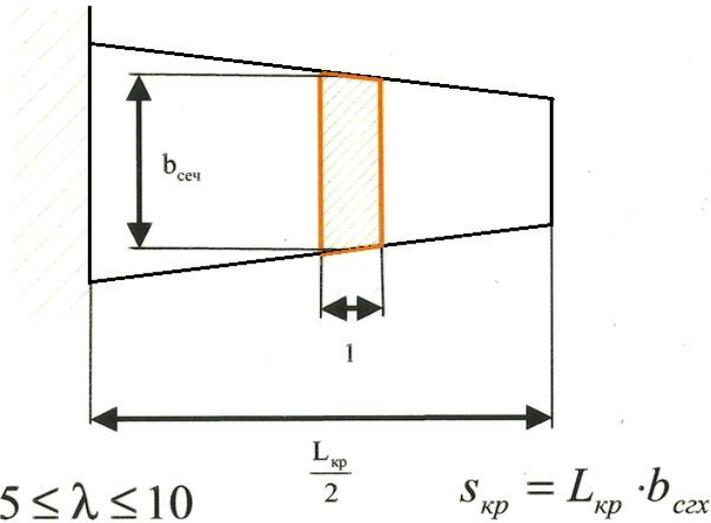


# Связь между расчётными случаями



## 2. Распределение внешних нагрузок по размаху крыла

## Распределение аэродинамической нагрузки по размаху плоского прямого крыла

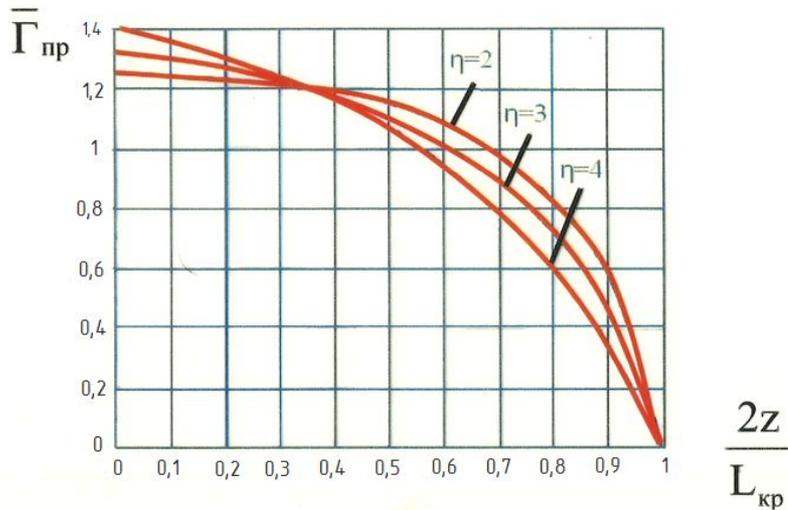


$$q_{аэр}^э = c_{y\text{ сеч}} \cdot q \cdot b_{сеч} \quad (1)$$

$$Y^э = G_0 \cdot n^э = c_{y\text{ кр}} \cdot q \cdot S_{кр} \quad (2)$$

Из (2)

$$q = \frac{G_0 \cdot n^э}{c_{y\text{ кр}} \cdot S_{кр}} = \frac{G_0 \cdot n^э}{c_{y\text{ кр}} \cdot L_{кр} \cdot b_{сгх}} \quad (3)$$



$$q_{аэр}^э = \frac{G_0 \cdot n^э}{L_{кр}} \cdot \left( \frac{c_{y\text{ сеч}} \cdot b_{сеч}}{c_{y\text{ кр}} \cdot b_{сгх}} \right) = k_1 \cdot \bar{\Gamma}_{пр}(z),$$

где  $k_1 = \frac{G_0 \cdot n^э}{L_{кр}}$

$\bar{\Gamma}_{пр}(z)$  - относительная циркуляция плоского прямого крыла

$$\Lambda = c_x \cdot \eta \cdot S_{кр}$$

# Учёт закрутки крыла

$$q_{\text{аэр}}^{\text{э}} = \frac{G_0 \cdot n^{\text{э}}}{L_{\text{кр}}} \cdot (\bar{\Gamma}_{\text{пр}} \pm \bar{\Gamma}_{\text{закр}})$$

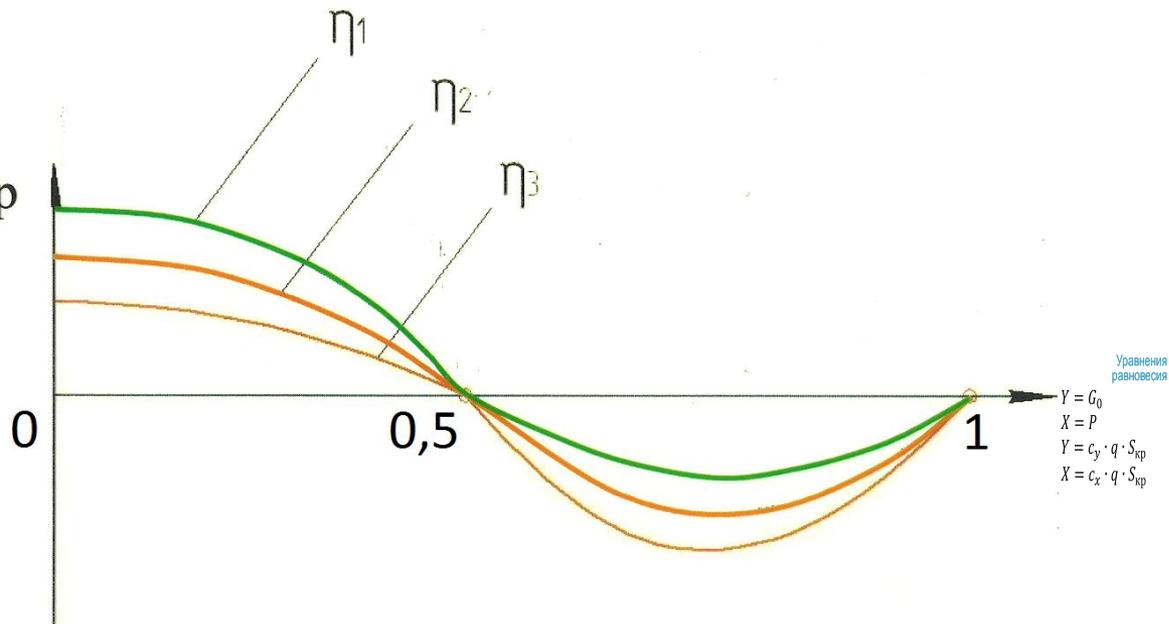
ИЯ  
ИЯ

где  $\bar{\Gamma}_{\text{закр}} = \frac{\Delta c_{y \text{ сеч}} \cdot b_{\text{сеч}}}{b_{\text{сгх}}} \cdot \varphi^0 = \Delta \bar{\Gamma}_{\text{закр}} \cdot \varphi^0$

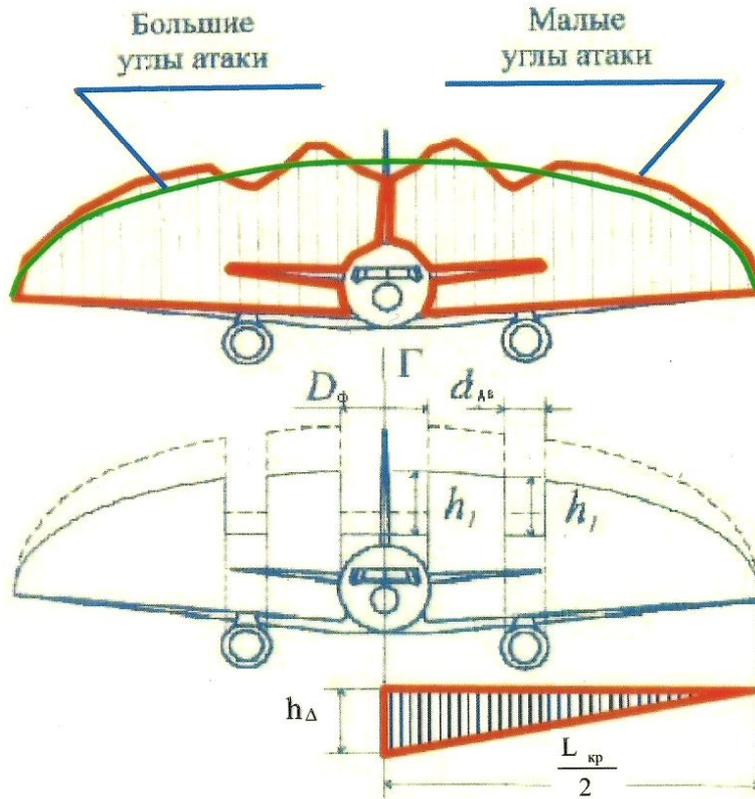
$X$  :

$Y = \Delta \bar{\Gamma}_{\text{закр}}$

$X$  :



# Учёт влияния мотогондол и фюзеляжа



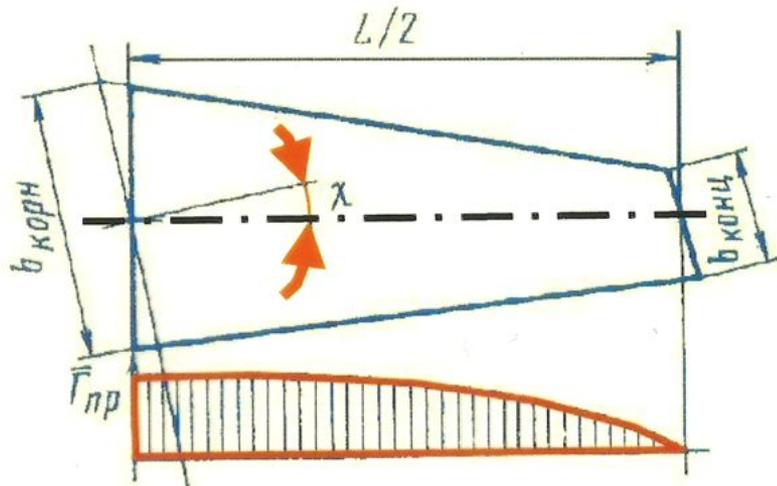
$$q_{\text{аэр}}^{\text{э}} = \frac{G_0}{L_{\text{кр}}} \cdot (\bar{\Gamma}_{\text{пр}} \pm \Delta\bar{\Gamma}_{\text{закр}} \pm \Delta\bar{\Gamma}_{\text{стр}} \pm \Delta\bar{\Gamma}_{\text{мф}})$$

$$\text{где } \Delta\bar{\Gamma}_{\text{мф}} = h_1 \cdot \bar{\Gamma}_{\text{пр}}$$

$$S_{\Delta} = \frac{h_{\Delta}}{2} \cdot \frac{L_{\text{кр}}}{2} = \left( \frac{D_{\phi}}{2} + d_{\text{дв}} \right) \cdot \frac{h_1}{\bar{\Gamma}_{\text{пр}}}$$

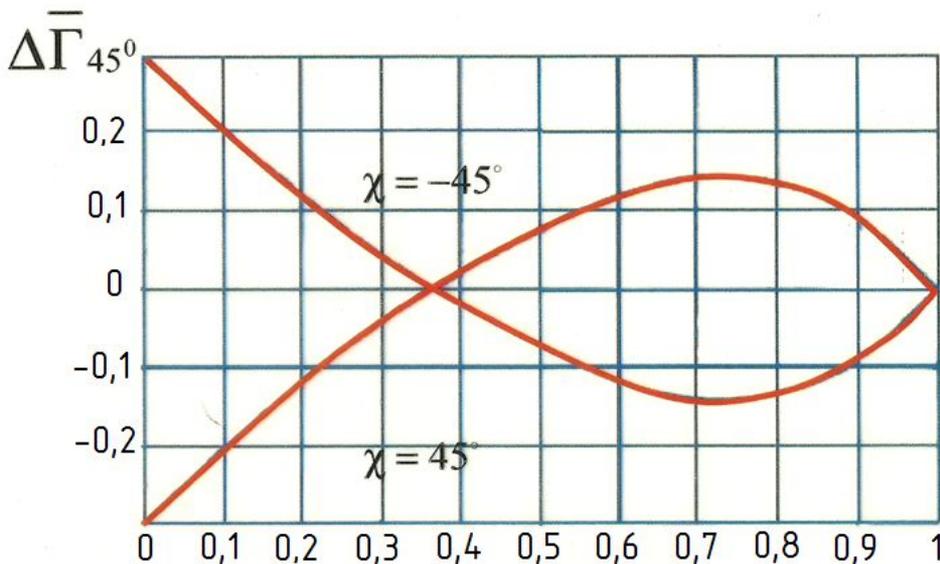
Тип самолёта		$c_{y \text{кр}}$						
		0,2	0,25	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
Одномоторный	$\frac{h_1}{\bar{\Gamma}_{\text{пр}}}$	1,0	0,715	0,550	0,382	0,308	0,250	0,200
Двухмоторный	$\bar{\Gamma}_{\text{пр}}$	1,0	0,872	0,778	0,630	0,535	0,460	0,400
Четырёхмоторный		1,0	0,895	0,825	0,730	0,655	0,590	0,535

# Учёт стреловидности крыла



$$q_{\text{аэр}} = \frac{G_0 \cdot n^3}{L_{\text{кр}}} \cdot (\bar{\Gamma}_{\text{пр}} + \Delta\bar{\Gamma}_{\text{стр}})$$

$$\text{где } \Delta\bar{\Gamma}_{\text{стр}} = \Delta\bar{\Gamma}_{45} \cdot \frac{\chi^0}{45^0}$$

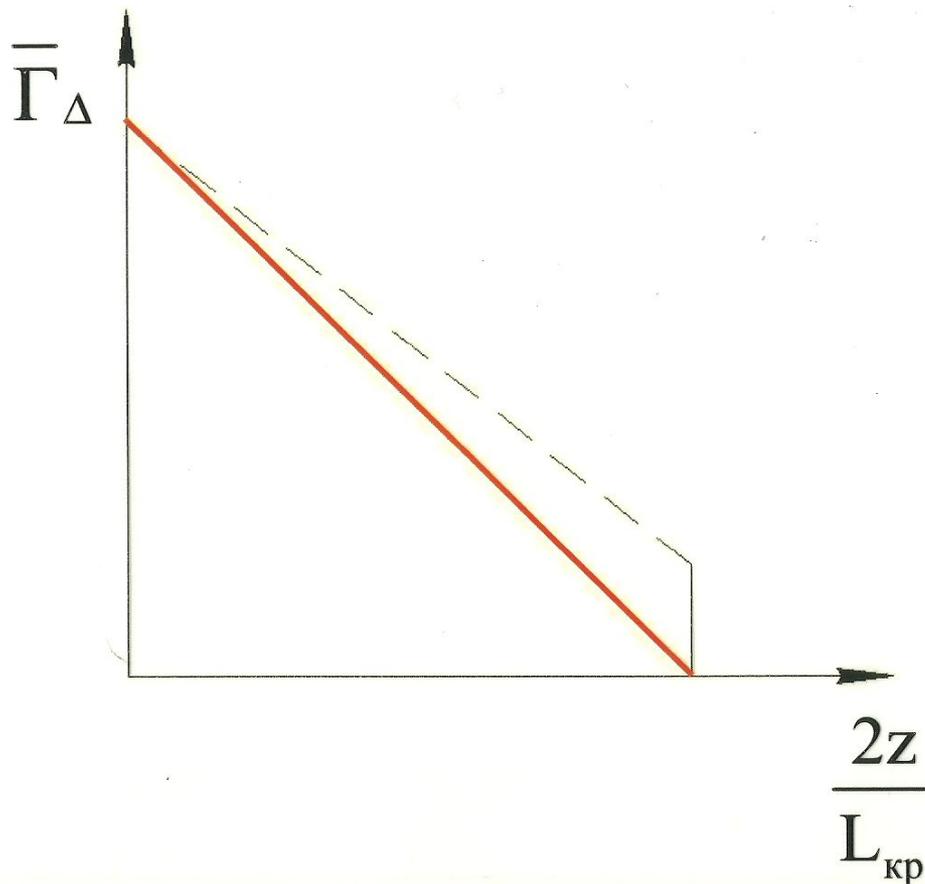


$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

Уравнения  
равновесия  
 $Y = G_0$   
 $X = P$   
 $Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$   
 $X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$

# Распределение аэродинамической нагрузки по размаху треугольного крыла



$$c_{y \text{ сеч}} \cong c_{y \text{ кр}}$$

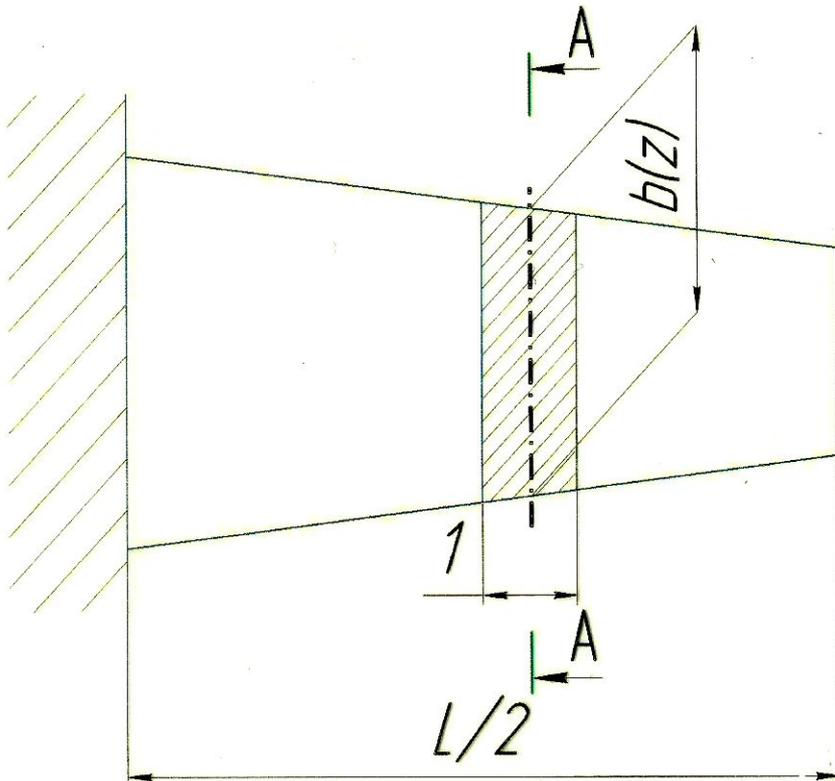
$$q_{\text{аэр}} = \frac{G_0 \cdot n^3 \cdot b_{\text{сгх}}}{S_{\text{кр}}} \cdot \bar{\Gamma}_{\text{пр}} =$$

$$= \frac{G_0 \cdot n^3 \cdot b_{\text{сгх}}}{S_{\text{кр}}} \cdot \left( \frac{c_{y \text{ сеч}} \cdot b_{\text{сеч}}}{c_{y \text{ кр}} \cdot b_{\text{сгх}}} \right) =$$

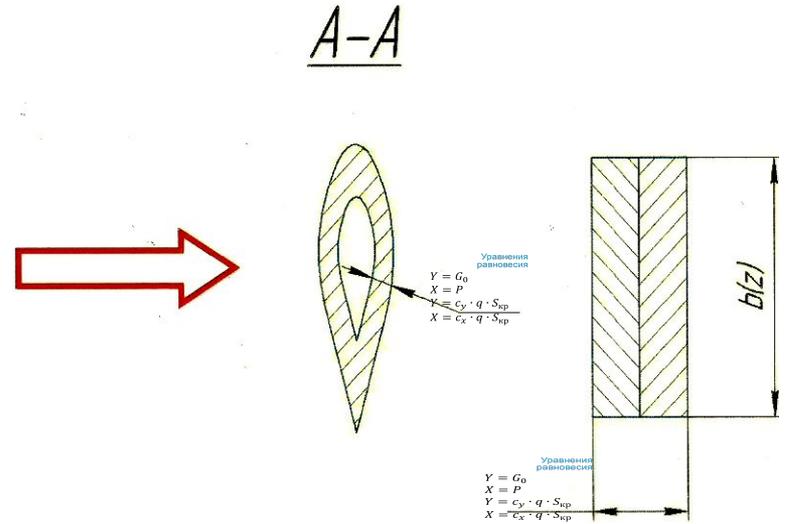
$$= \frac{G_0 \cdot n^3}{S_{\text{кр}}} \cdot b_{\text{сеч}}(z) = k_2 b_{\text{сеч}}(z)$$

$$\frac{2z}{L_{кр}} \Lambda = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

# Распределение массовой нагрузки от собственного веса конструкции по размаху крыла



$F_{\text{конт}}$  – длина контура сечения



$$\delta_{\text{пр}} = \delta_0 + \frac{n \cdot f_{\text{стр}}}{F_{\text{конт}}}$$

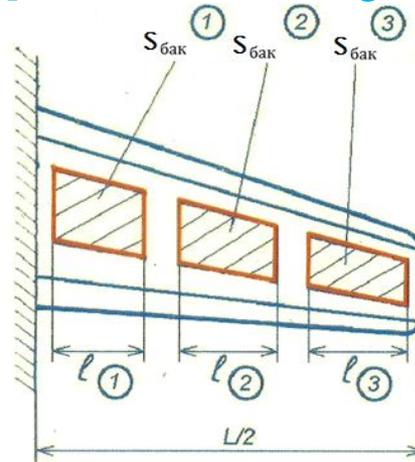
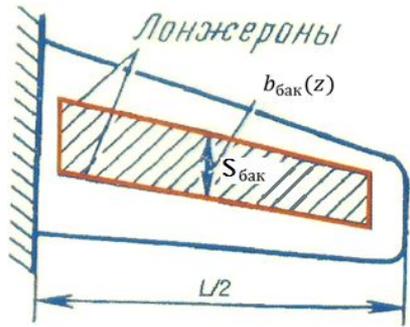
$$q_{\text{кр}} = \gamma \cdot 2 \cdot \delta_{\text{пр}} \cdot b(z) \cdot l$$

$$G_{\text{кр}} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} q_{\text{кр}} dz = \gamma \cdot 2 \cdot \delta_{\text{пр}} \cdot \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} b(z) dz$$

$$= 2 \cdot \delta_{\text{пр}} \cdot S_{\text{кр}}$$

$$q_{\text{кр}}^{\text{р}} = \frac{G_{\text{кр}} \cdot n^3 \cdot f}{S_{\text{кр}}} \cdot b(z) = k_2 \cdot b(z)$$

# Распределение массовой нагрузки от веса топлива по размаху крыла

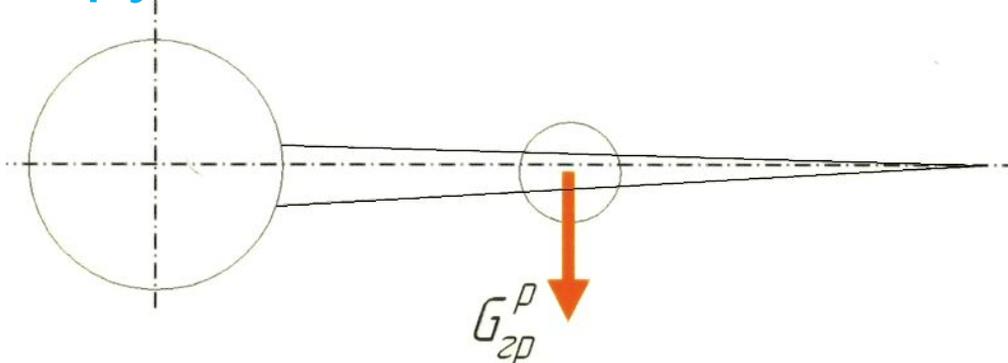


$$q_T^p = \frac{G_T \cdot n^3 \cdot f}{S_{\text{бак}}} \cdot b_{\text{бак}}(z)$$

При  $b_{\text{бак}}^{(i)} < 1 \text{ м}$

$G_T^p = G_T \cdot n^3 \cdot f$  прикладывается в виде сосредоточенной силы в ЦМ бака

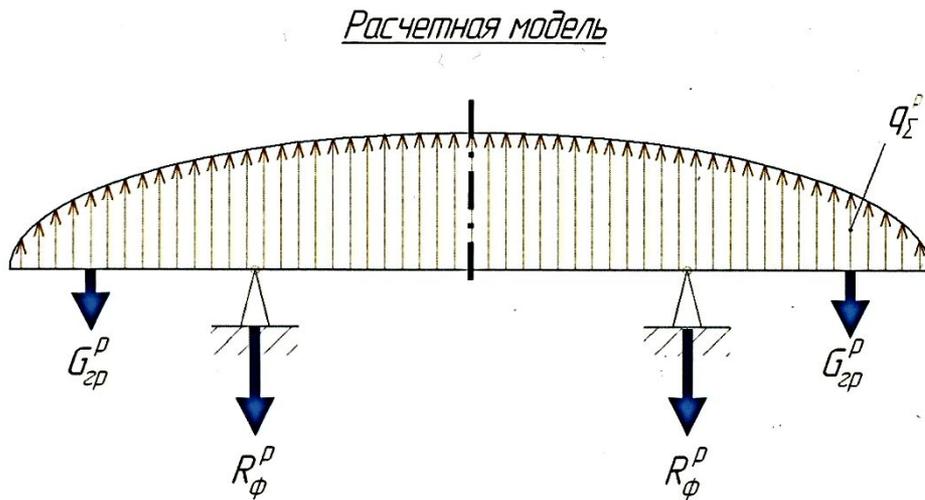
## Массовая нагрузка от веса сосредоточенных грузов



$G_{\text{гр}}^p = G_{\text{гр}} \cdot n^3 \cdot f$  - прикладывается к крылу в узлах крепления груза

# Построение эпюр внешних нагрузок по размаху крыла

Уравнения  
равновесия

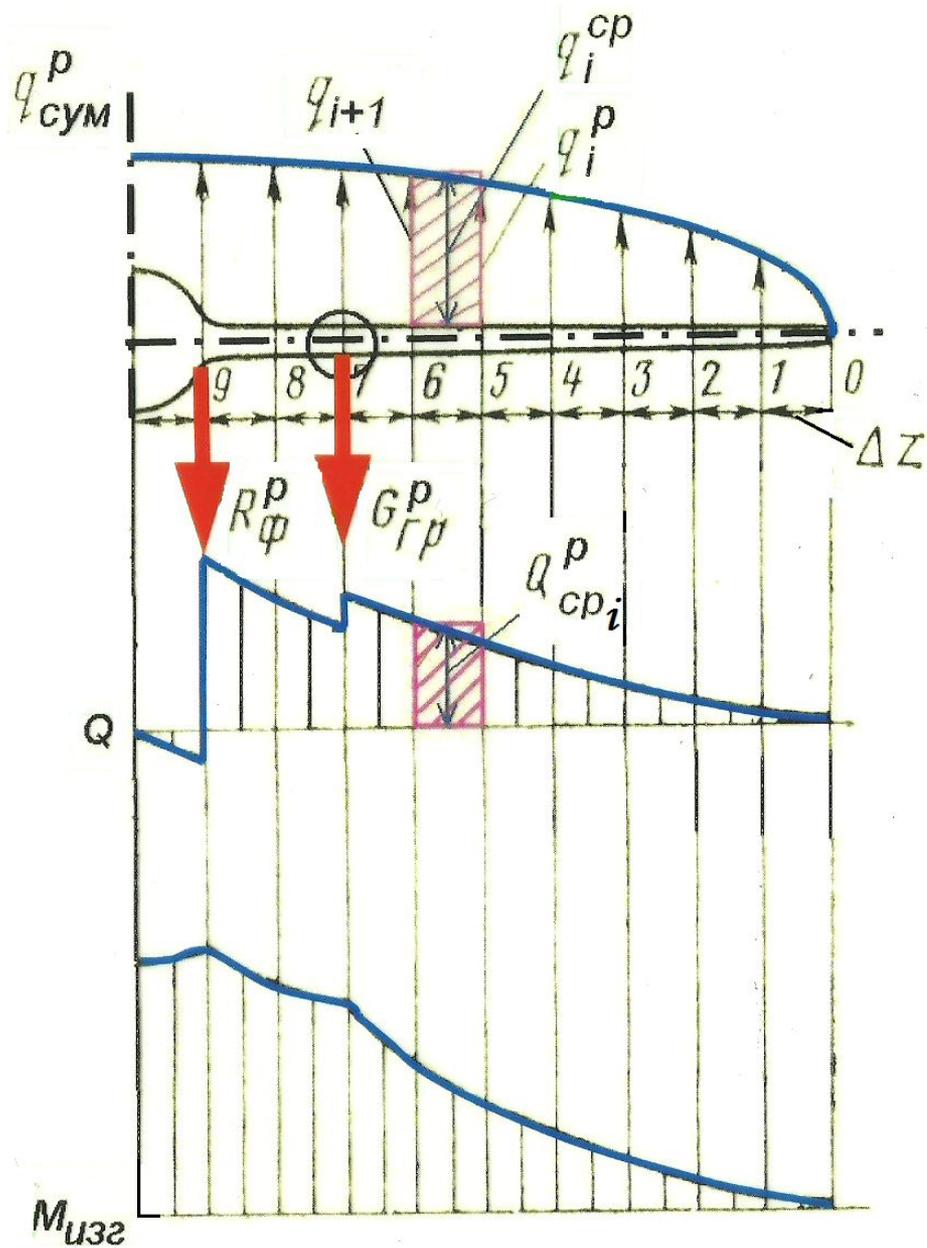


$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$



Уравнения  
равновесия

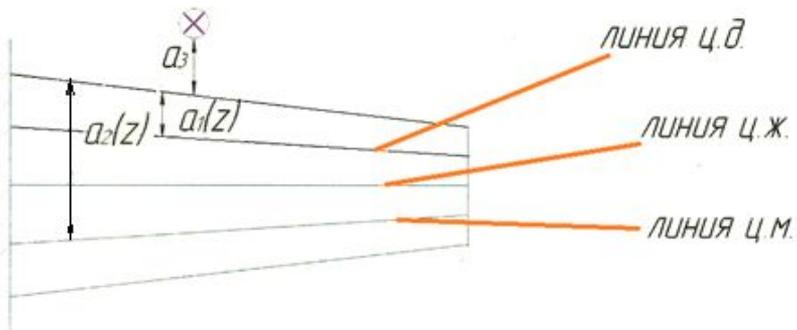
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Построение эпюры крутящих моментов по размаху крыла



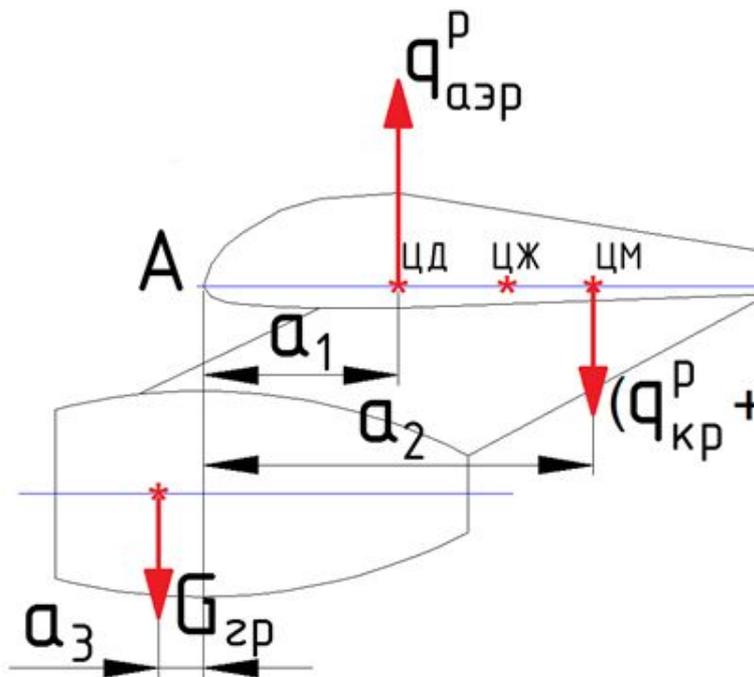
Уравнения  
равновесия

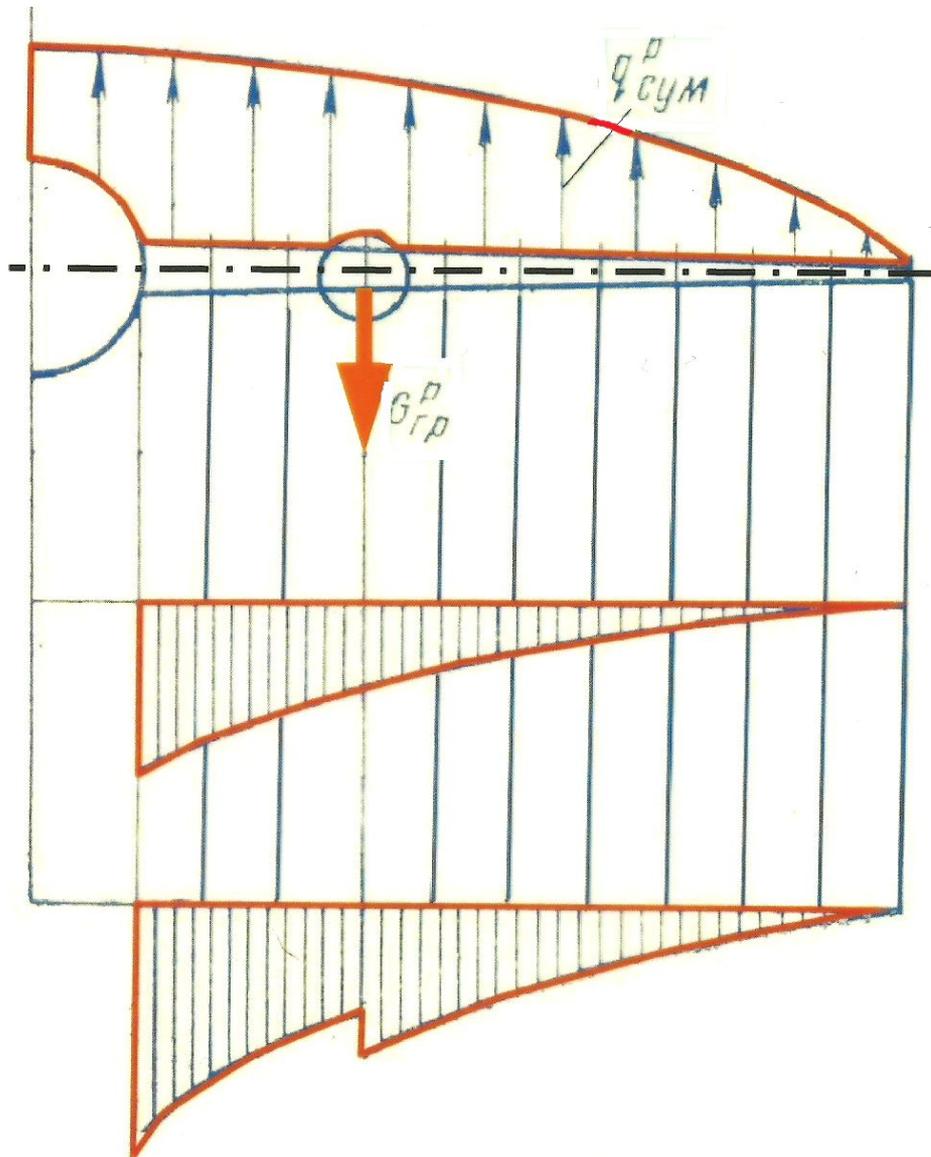
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$





Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

### 3. Определение расчётных (разрушающих) напряжений в силовых элементах крыла

# Разрушающие напряжения в силовых элементах, нагруженных

## растяжением

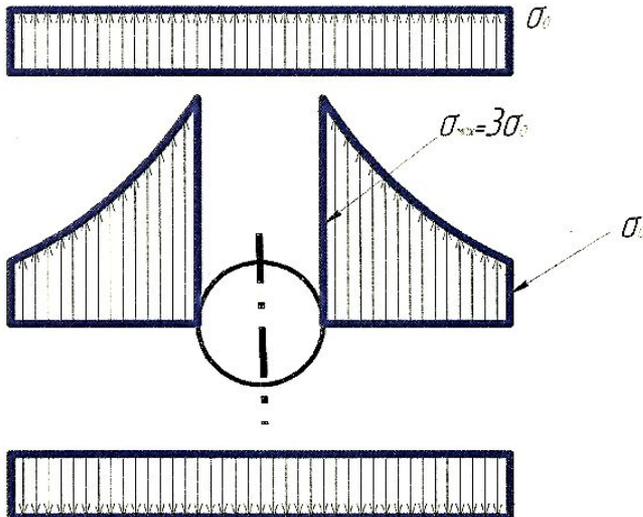
### 1. Наличие большого числа отверстий в сечении крыла



Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 v &= \dots
 \end{aligned}$$

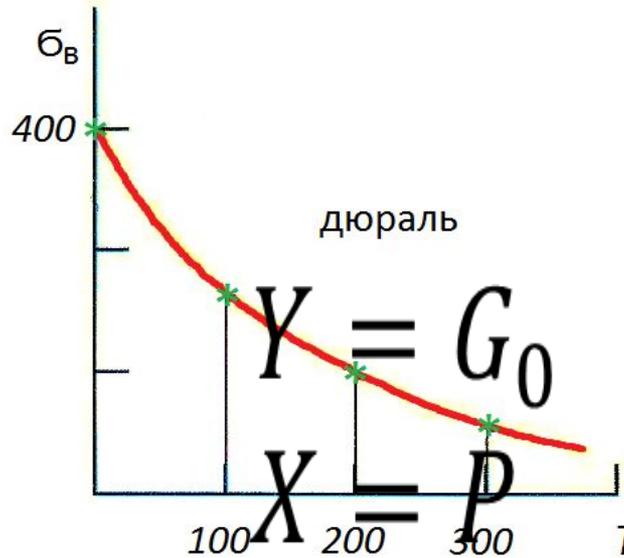
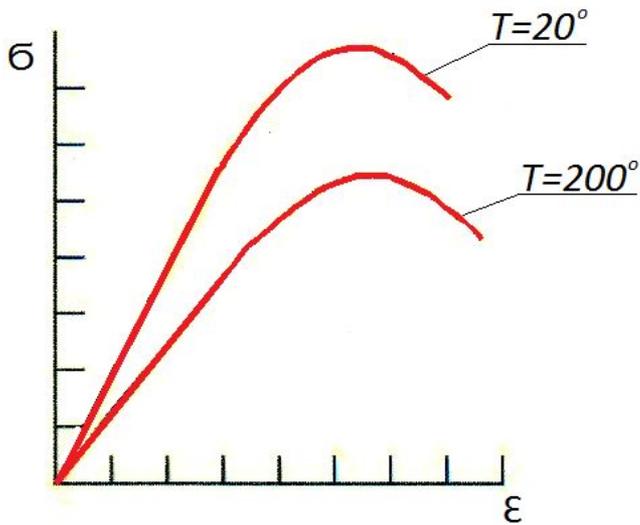
### 2. Концентрация напряжений на контуре отверстий



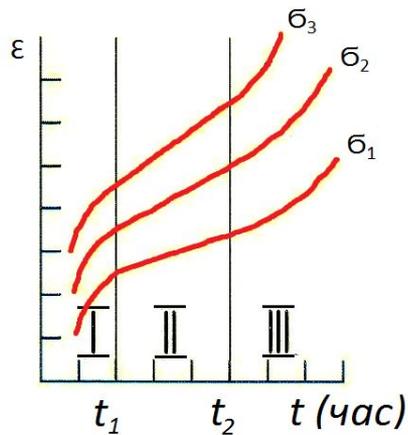
Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

### 3. Влияние температуры



Уравнения  
равновесия



$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

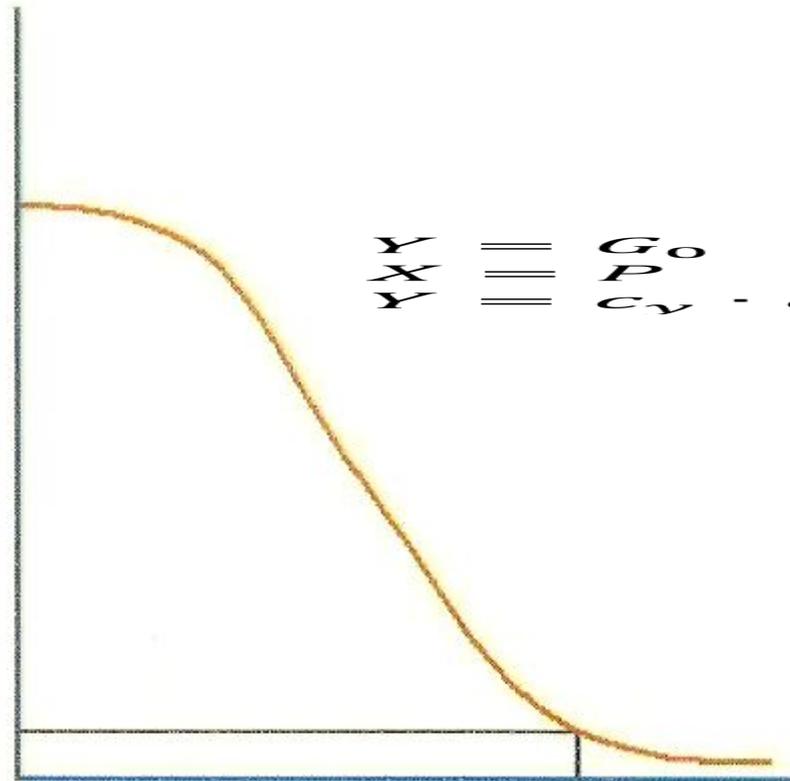
# 4. Работа конструкции на выносливость (усталость)

## Кривая Вёлера

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$
$$X = P$$
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Y  
X  
Y  
X



Уравнения  
равновесия

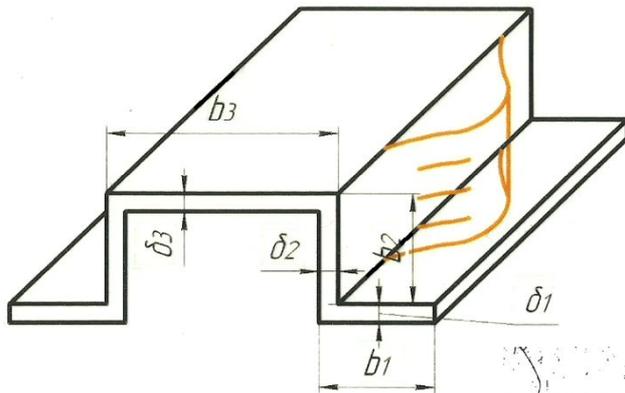
$$Y = G_0$$
$$X = P$$
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$
$$X = P$$
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$



### 3. Местная потеря устойчивости



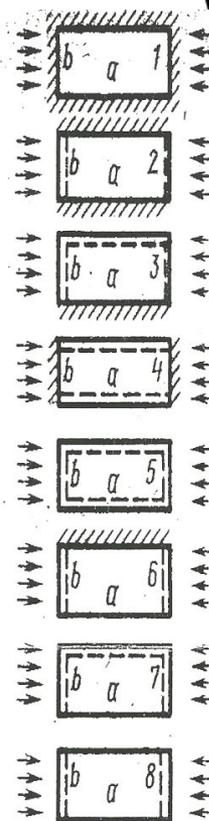
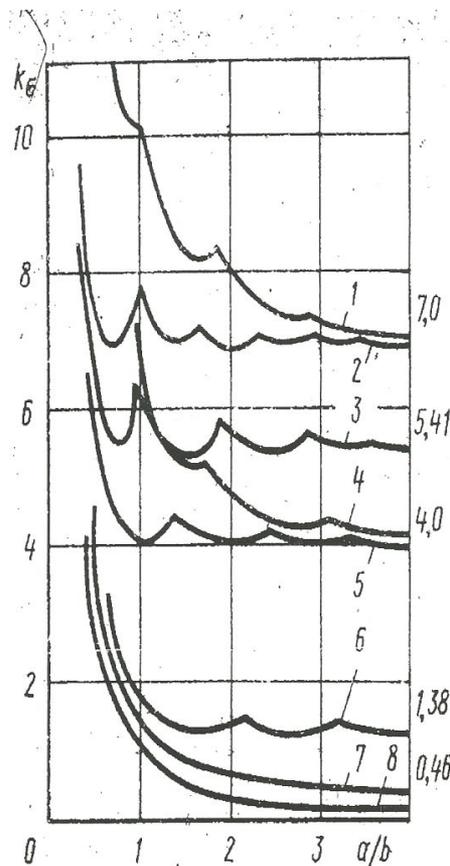
Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

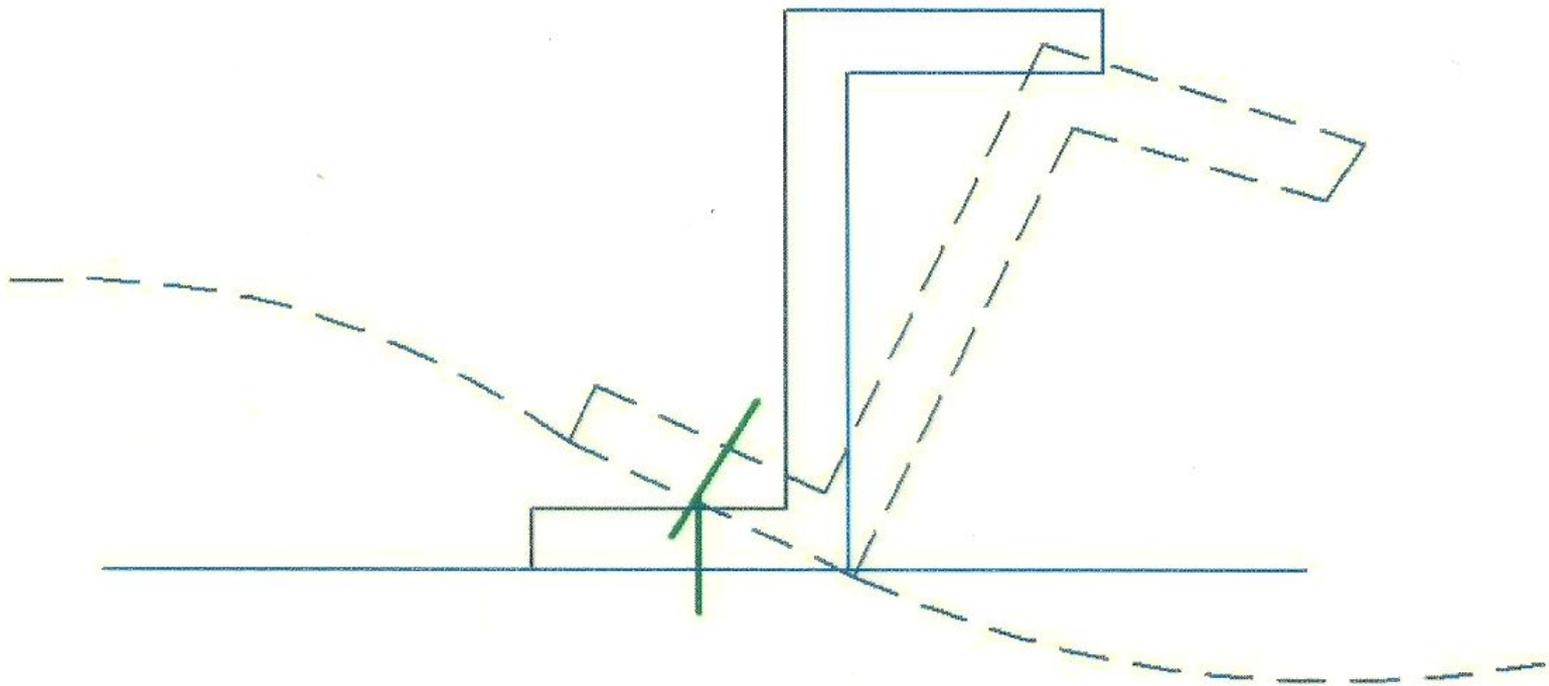
$$X = P$$

$$Y = c_v \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$c \cdot q \cdot S_{кр}$$



## 4. Изгибно-крутильная форма потери устойчивости



Определение внешних  
нагрузок и расчёт на  
прочность шасси

# Landing Gear

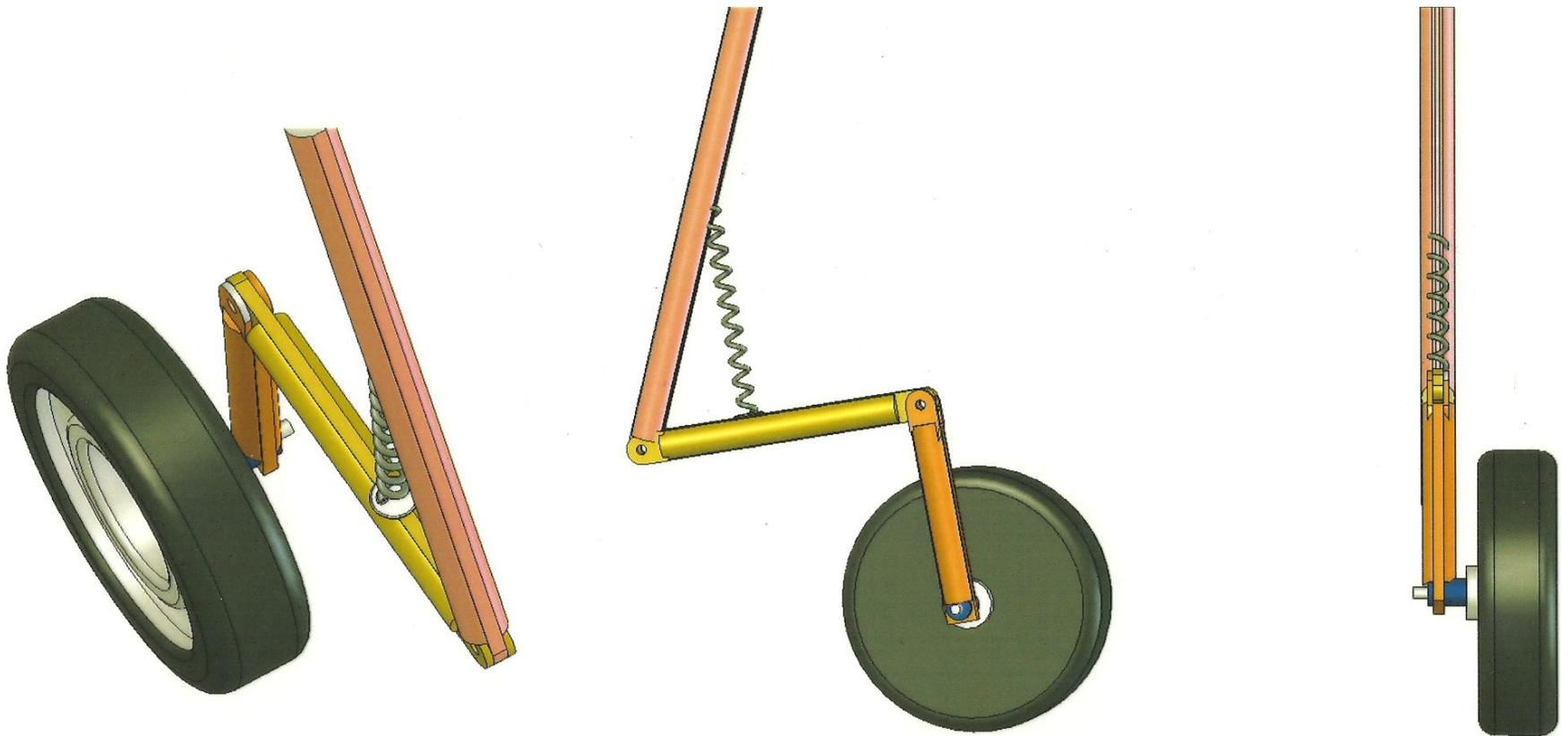
- Example: Airbus A380 -



**Main Landing Gear**

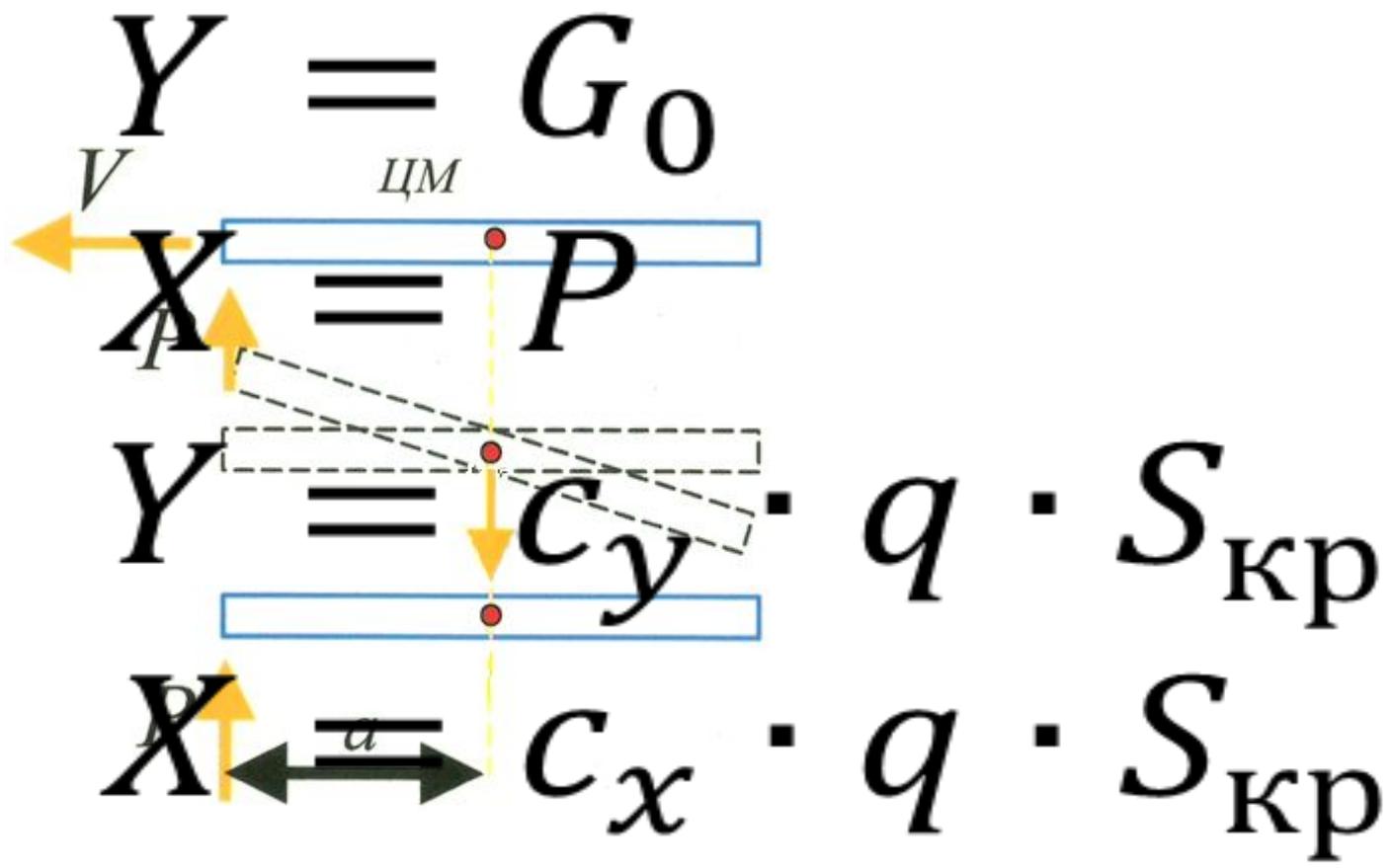


# Конструктивно-силовые схемы шасси



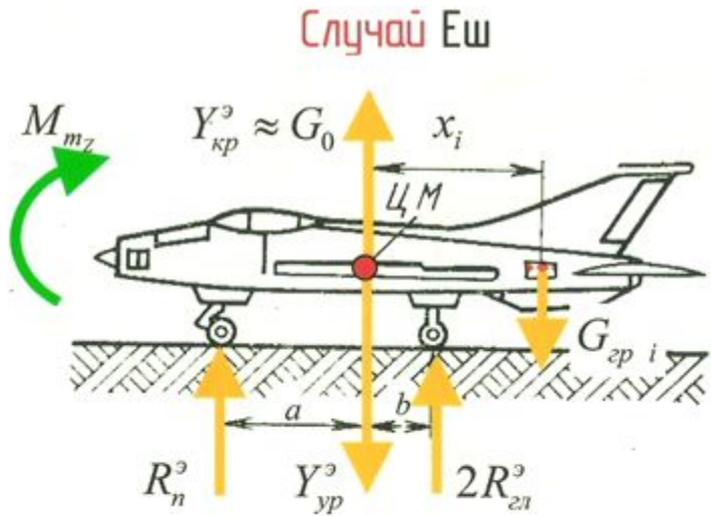
$$\begin{array}{l}
 Y \\
 X \\
 X \\
 X \\
 X
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 || \\
 || \\
 || \\
 || \\
 ||
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 G_0 \\
 P \\
 c_y \\
 c_x
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 : \\
 : \\
 : \\
 :
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 q \\
 q
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 : \\
 :
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 S_{кр} \\
 S_{кр}
 \end{array}$$

# Уравнения равновесия



# Основные посадочные расчётные случаи

## Уравнения равновесия



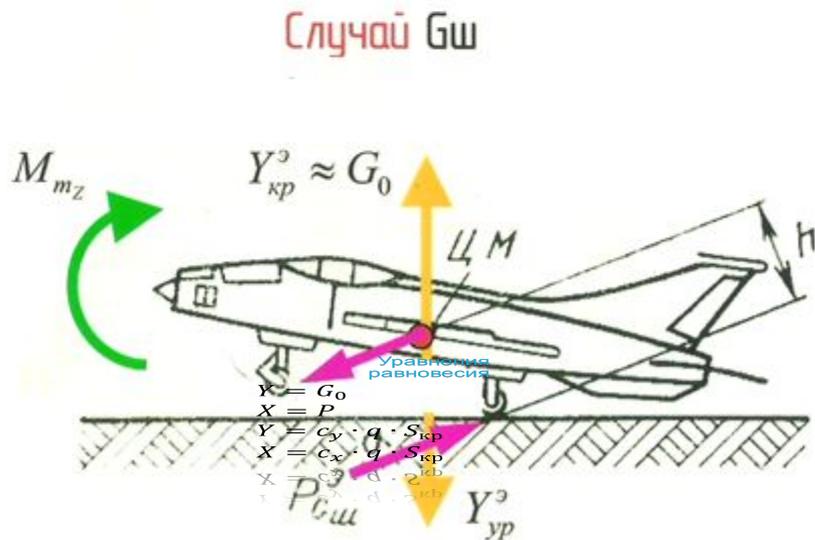
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

$D$  – диаметр колеса в мм



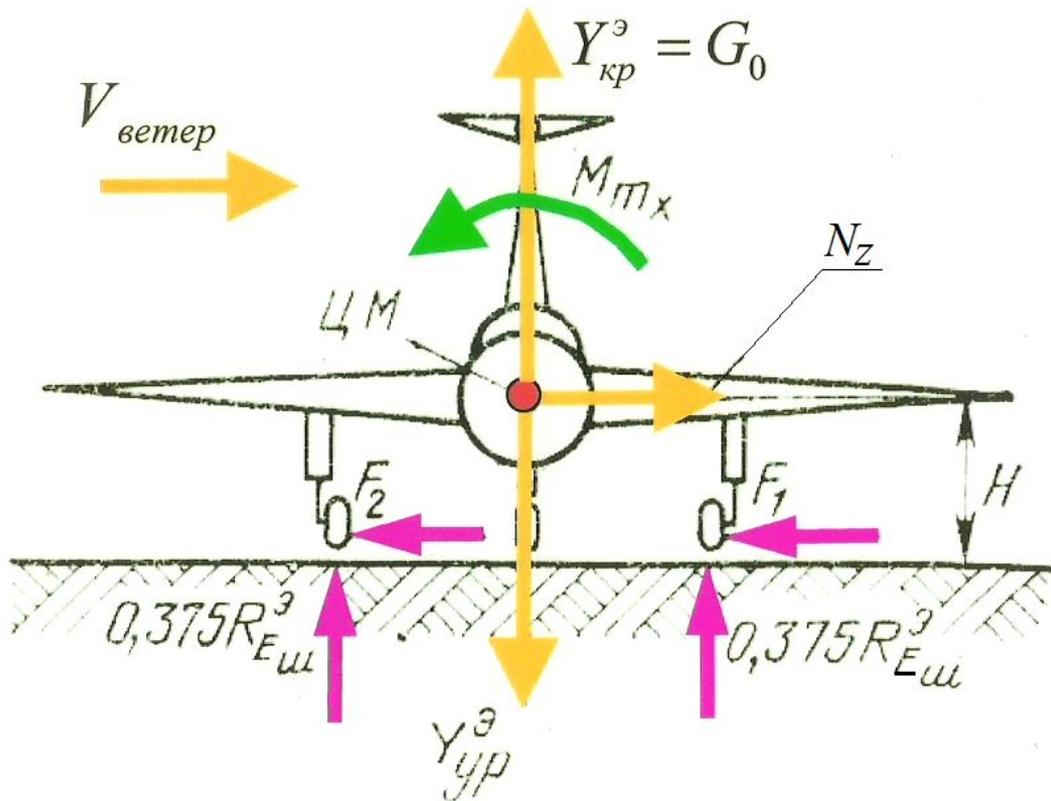
Наименование	Шасси с хвостовой опорой	3-х опорное с передней стойкой, велосипедная схема
Угол $\alpha$	$5^\circ + 0,025D$	$20^\circ + 0,025D$
$n_{G_{ш}}^э$	1,25	1,5

# Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$



# Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

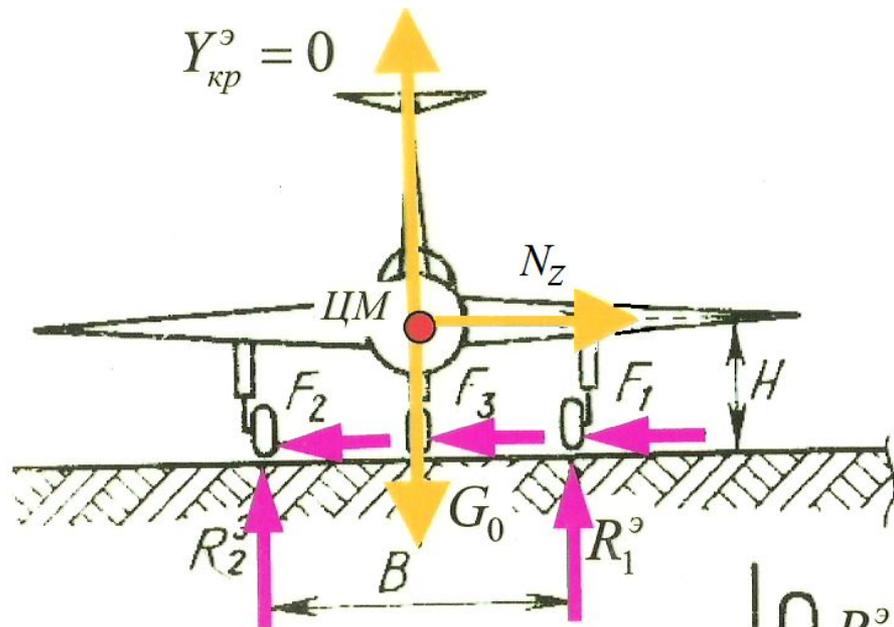
$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$



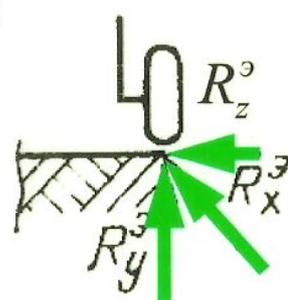
# Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

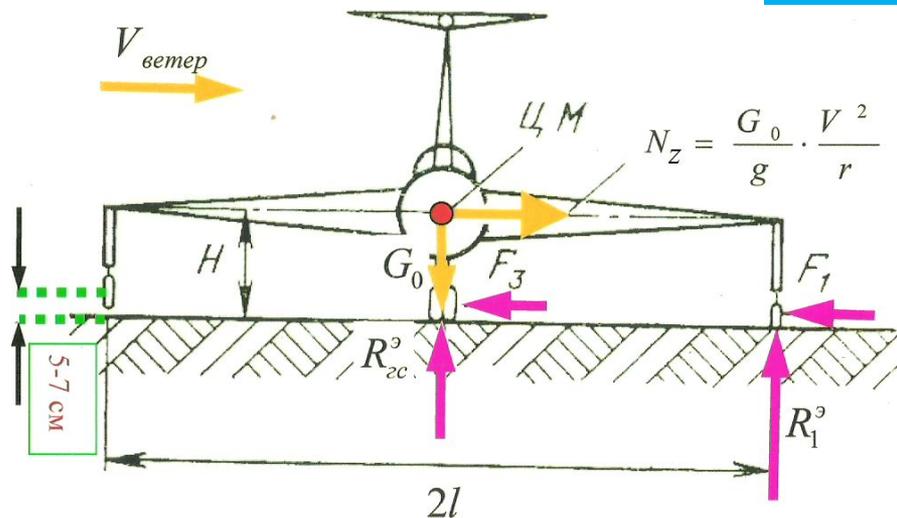
$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



# Велосипедная схема с подкрыльевыми стойками

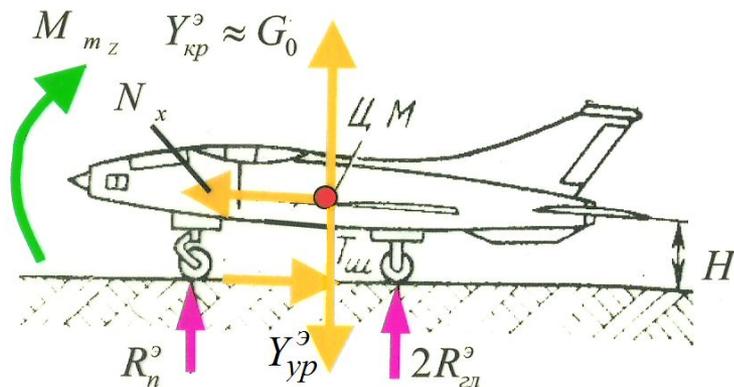


Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

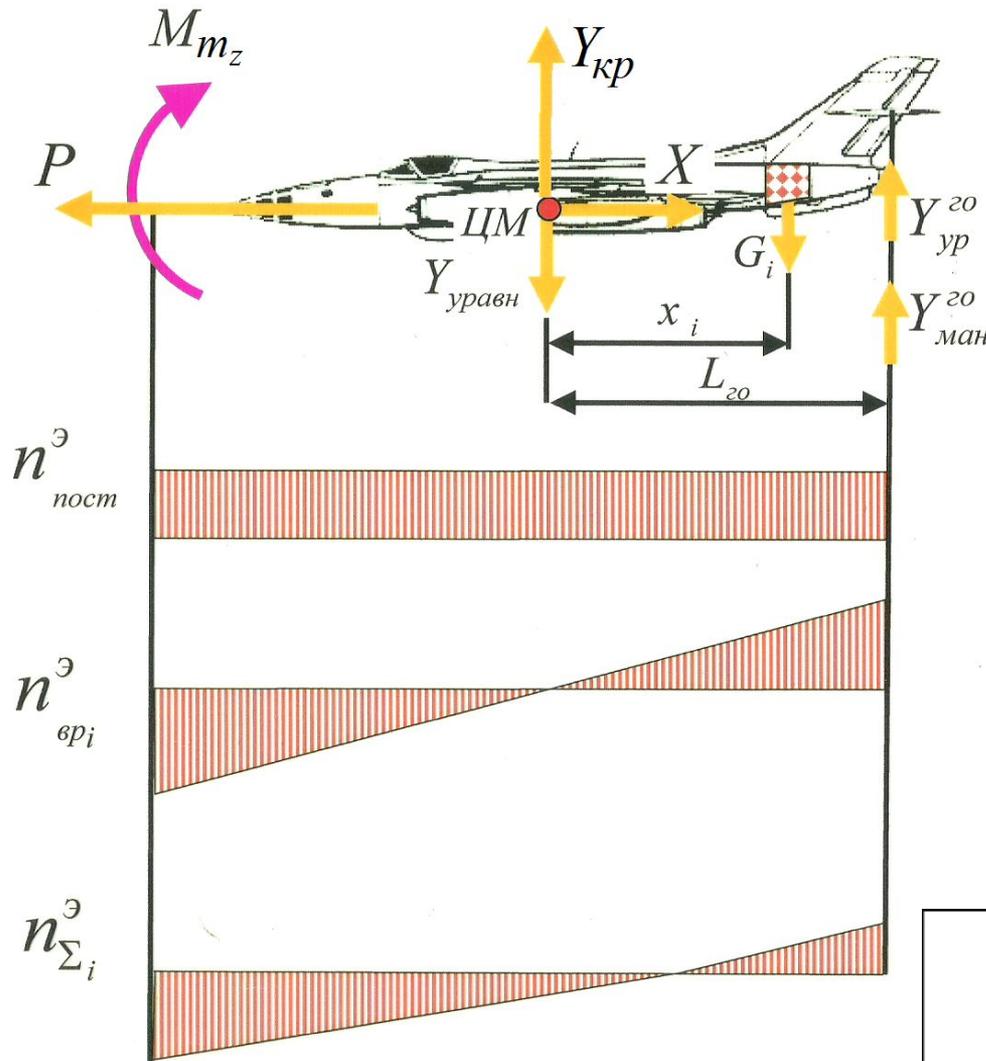
Случай Тш



$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Уравновешенный самолёт относительно оси Z (манёвр в вертикальной плоскости)



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

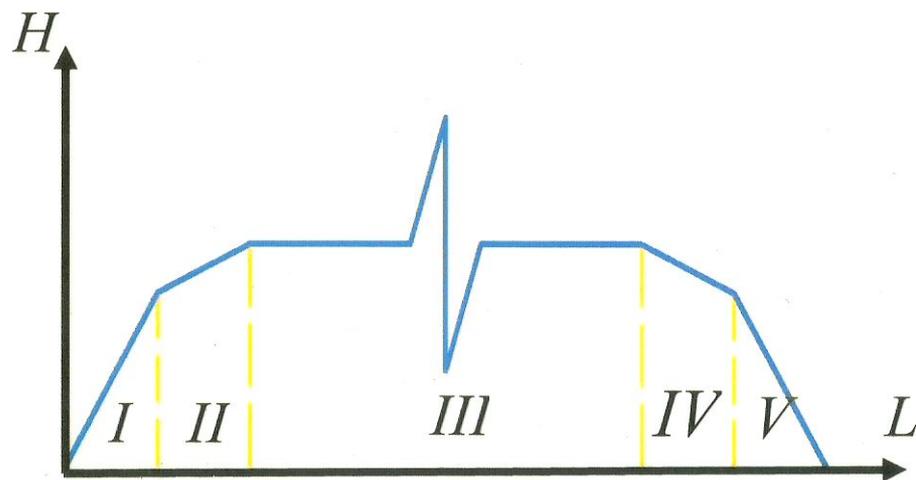
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$n_{\phi i}^{\epsilon} = n_{кр}^{\epsilon} + \frac{Y_{ур}^{го}}{G_0} \pm \frac{Y_{ман}^{го}}{G_0} \pm \frac{\epsilon}{g} x_i$$

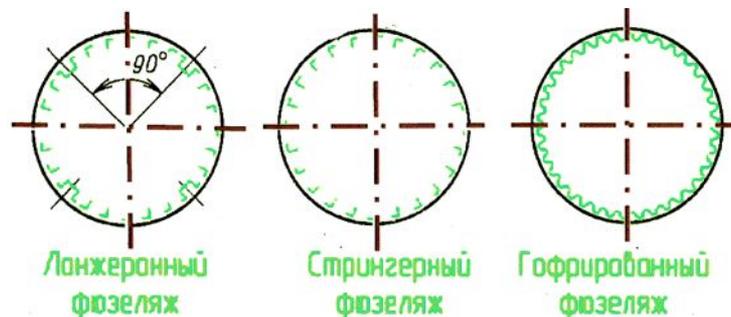
# Конструктивно-силовые схемы фюзеляжей

## 1. Полумонокок

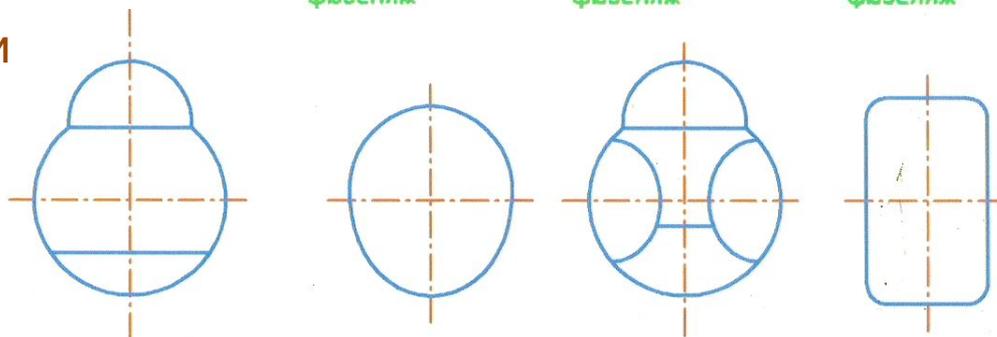
“Типовая траектория полёта”



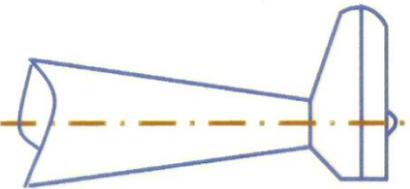
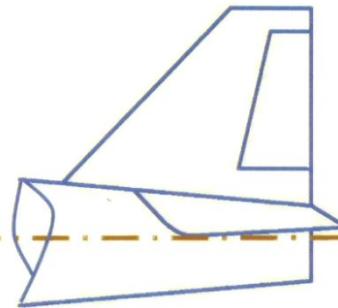
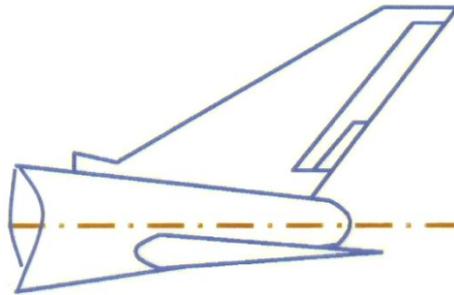
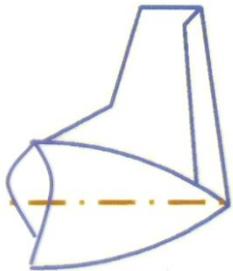
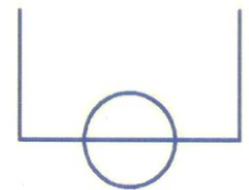
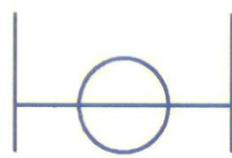
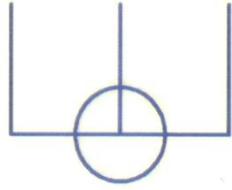
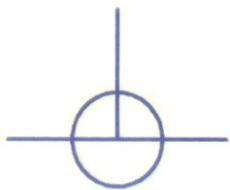
- I – Взлёт и набор высоты
- II – Продолжение набора высоты и разгон до крейсерской скорости
- III – Крейсерский полёт
- IV – Спуск и снижение скорости
- V – Посадка



## 2. Монокок

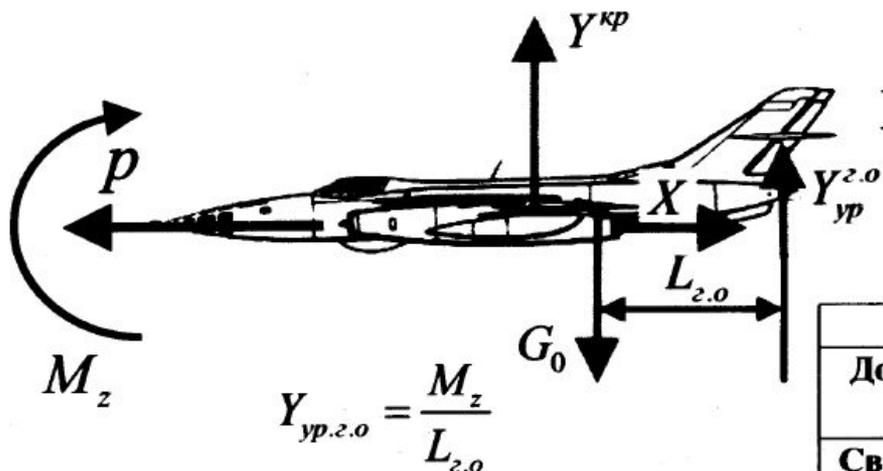


# Конструктивно-силовые схемы оперения



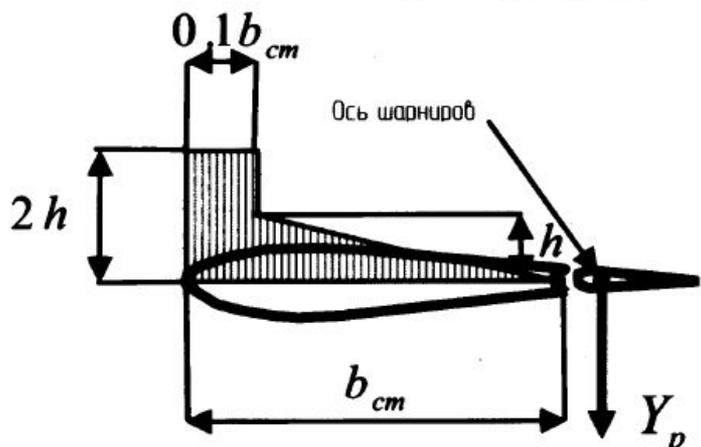
# Горизонтальное оперение

Уравновешивающие нагрузки



$$Y_{ур.z.0} = \frac{M_z}{L_{z.0}}$$

где  $M_z = m_z q S_{кр} b_{сах}$



$$m_z = m_z^{c_y} c_y + m_{z_0} = m_{z_0} + m_z^{c_y} \frac{nG_0}{qS_{кр}}$$

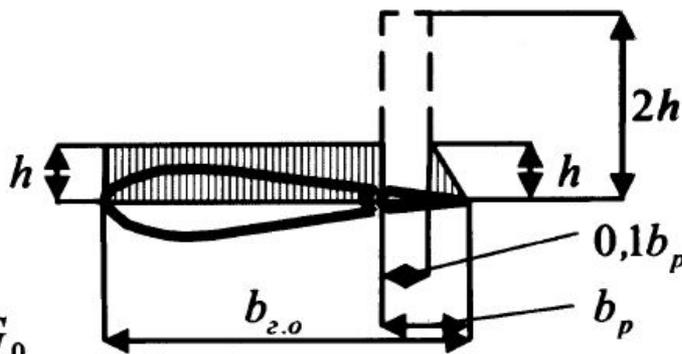
$$Y_{ур}^{z.0} = Y_{см} - Y_{p.в}$$

Маневренная нагрузка

$$Y_{max}^{z.0} = \pm k n^3 \frac{G_0}{S_{кр}} S_{z.0}$$

q	A'	B	C
Дозвук. скор. q < 1800	0,265	0,2	0,2
Св.-звук. скор. q > 1800	0,33	0,25	0,25

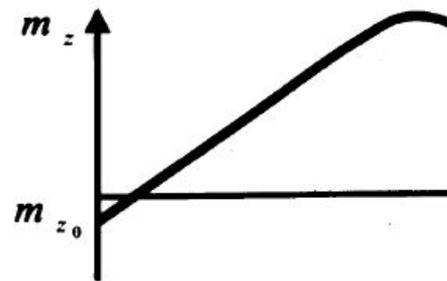
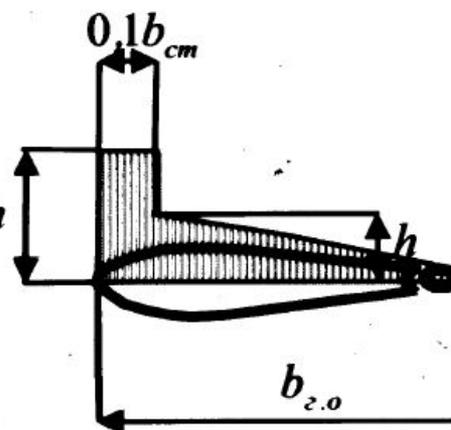
$$Y_{\Sigma}^{z.0} = Y_{ур}^{z.0} \pm Y_{max}^{z.0}$$



Нагрузка  
"неспокойного воздуха"

$$Y_{нв}^{z.0} = \pm 1,5 c V_{0max} S_{z.0}$$

при  $M > 0,8; c >$

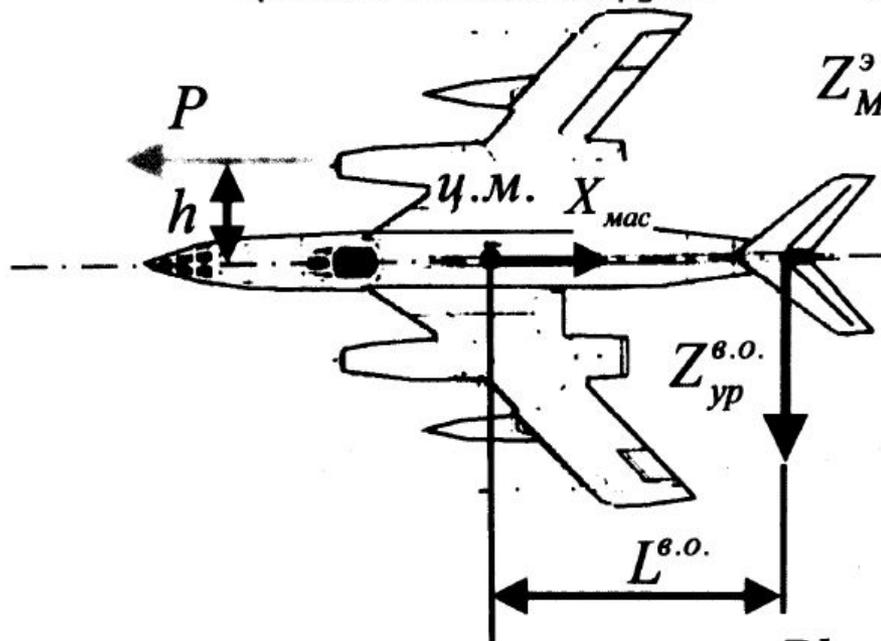


# Вертикальное оперение

Уравновешивающие нагрузки

Маневренная нагрузка

Нагрузка  
"неспокойного воздуха"



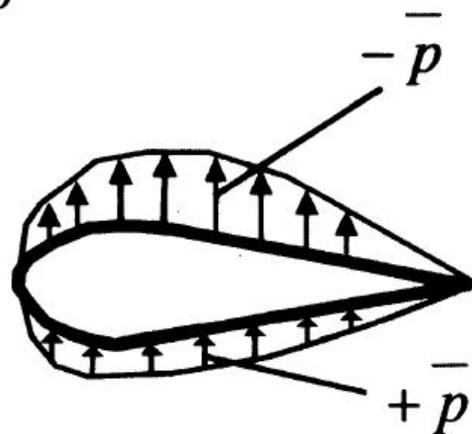
$$Z_M^o = \pm 0,37 q_{max} S_{в.о.}$$

$$Z_{нв}^o = \pm 1,6 c V_{0max} S_{в.о.} f$$

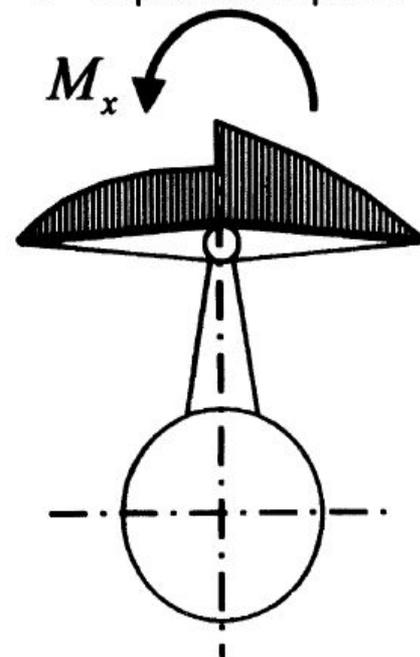
при  $M > 0,8$ ;  $c = 1,4$

$$Ph = Z_{ур.}^{в.о.} \cdot L_{в.о.} \Rightarrow Z_{ур.}^{в.о.} = \frac{Ph}{L_{в.о.}}$$

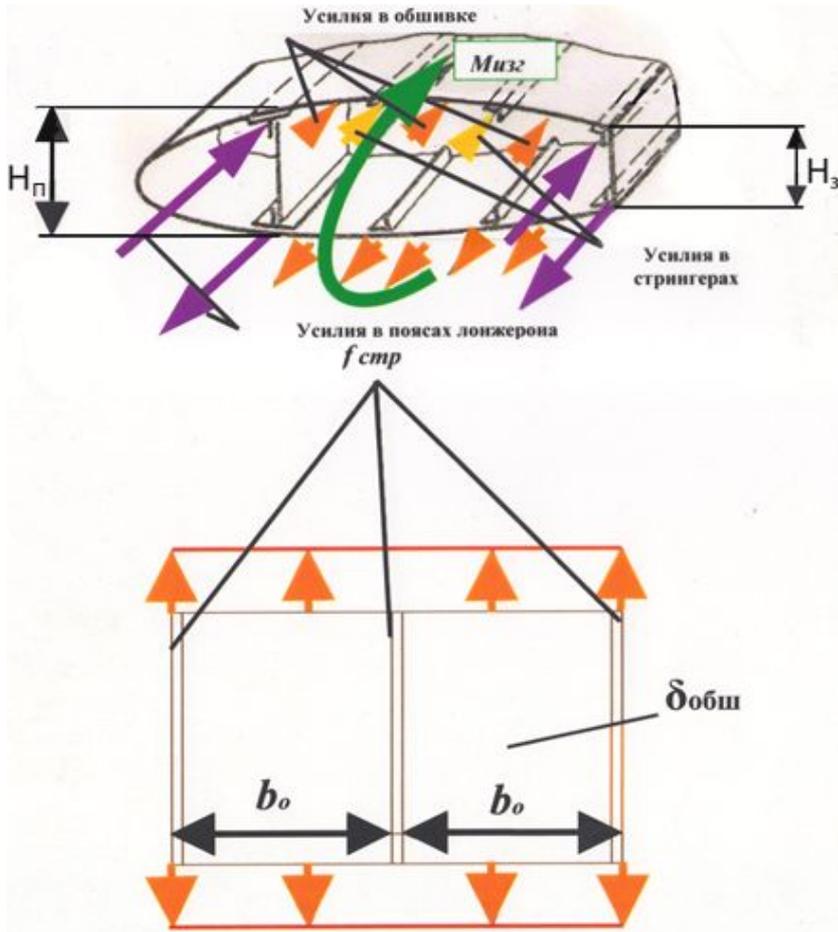
Двухкилевая схема



T-образное оперение



# Несущая способность подкреплённых панелей при растяжении



## Уравнения равновесия

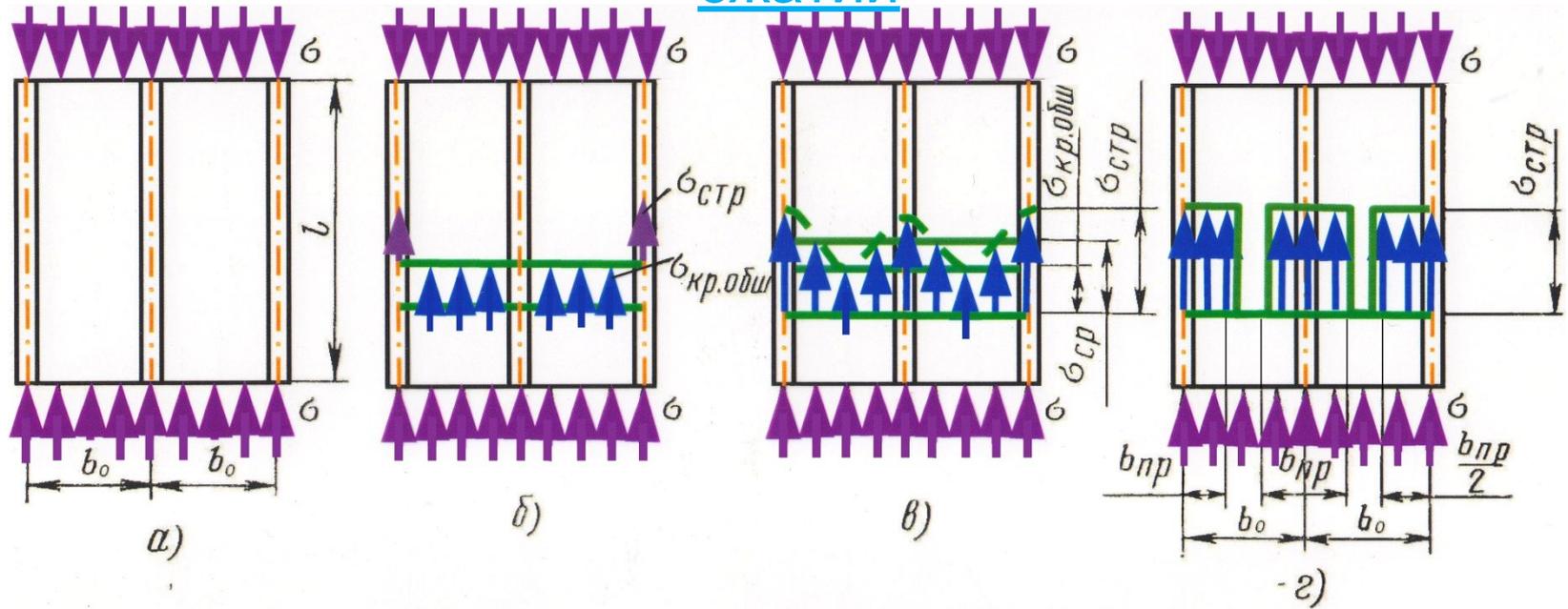
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Несущая способность подкреплённых панелей при сжатии



Гипотеза Кармана

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Общие методы расчёта крыла

# Метод редуционных коэффициентов

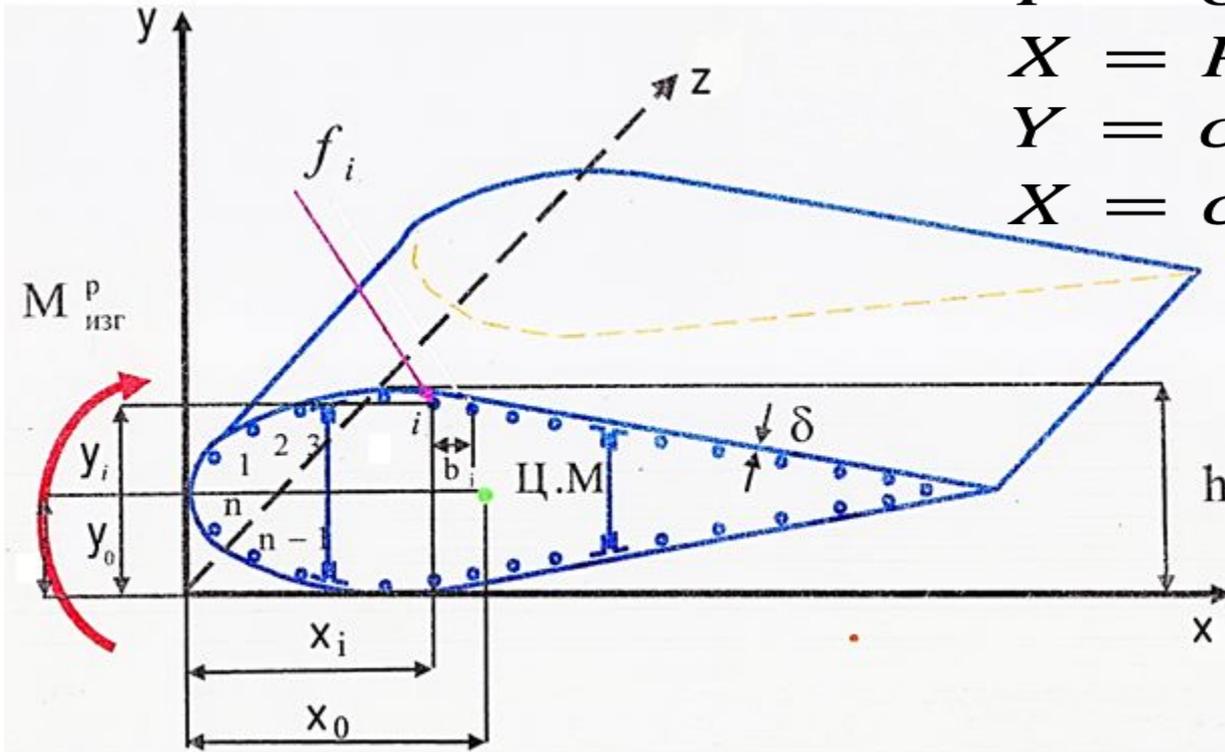
Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



Уравне  
 равнове

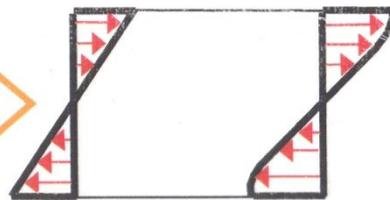
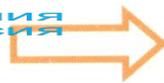
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Уравнения  
равновесия



$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Основные гипотезы

Уравнения  
равновесия

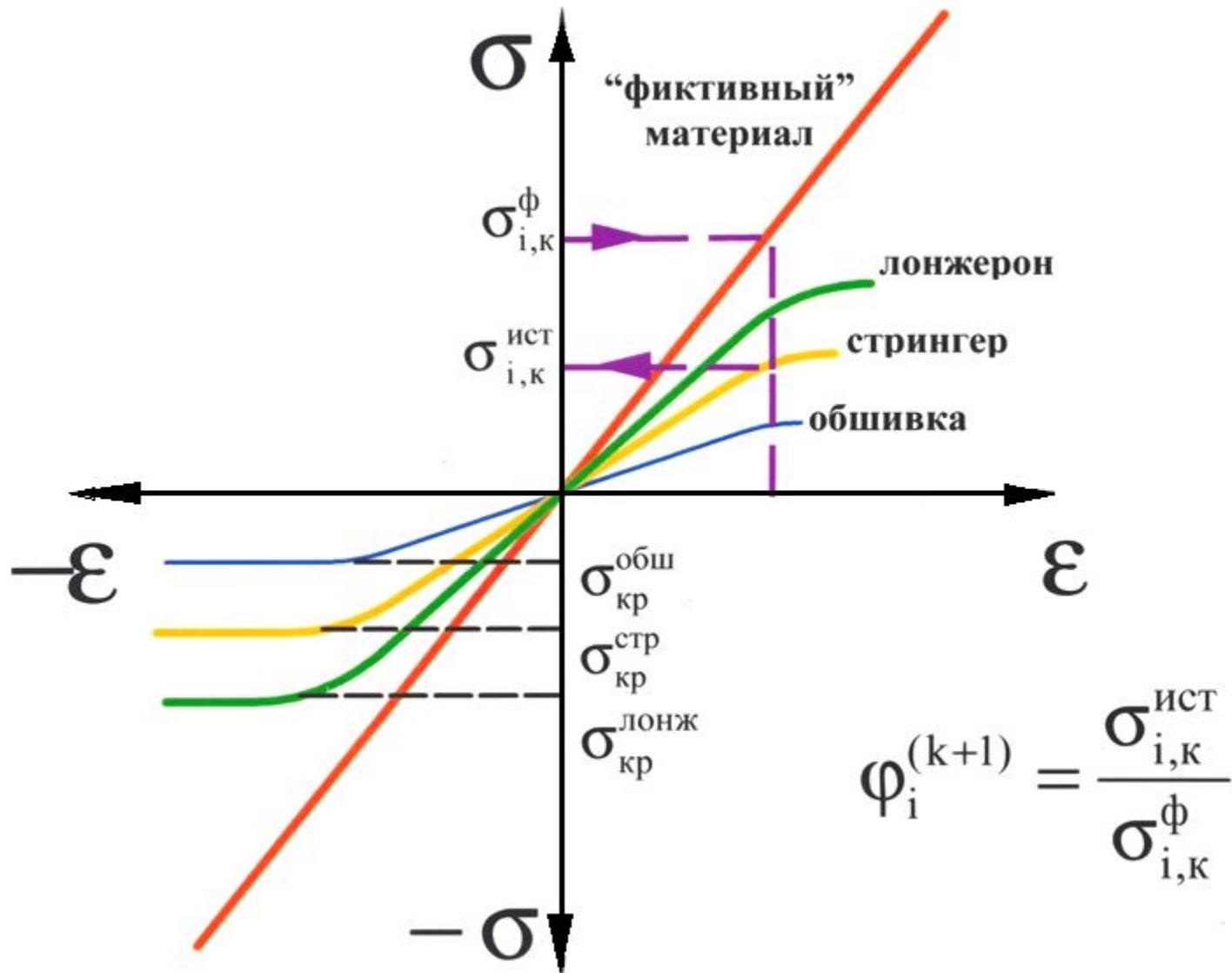
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Диаграмма деформаций материалов



# Процедура последовательных приближений

$$1. \varphi_i^{(1)} = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad \varphi_i^{(2)} = \frac{\sigma_{i,1}^{ист}}{\sigma_{i,1}^{факт}}$$

$$2. f_{при}^{(1)} = f_{при} \varphi_i^{(1)} \quad (\text{согласно гипотезы Кармана})$$

$$f_{при} = f_i + \bar{\varphi} b_i \delta; \quad \text{где } \bar{\varphi} = \begin{cases} 1 - \nu & \text{в растянутой зоне} \\ \sqrt{\frac{\sigma_{кр}^{обл}}{\sigma_{кр}^{сж}}} & \text{в сжатой зоне} \end{cases}$$

$$3. x_0^{(1)} = \frac{\sum_i f_{при}^{(1)} x_i}{\sum_i f_{при}^{(1)}}; y_0^{(1)} = \frac{\sum_i f_{при}^{(1)} y_i}{\sum_i f_{при}^{(1)}}; I_{oy}^{(1)} = I_y^{(1)} - F^{(1)} x_0^{(1)2}; I_{ox}^{(1)} = I_x^{(1)} - F^{(1)} y_0^{(1)2};$$

$$I_{oxy}^{(1)} = I_{xy}^{(1)} - F^{(1)} x_0^{(1)} y_0^{(1)};$$

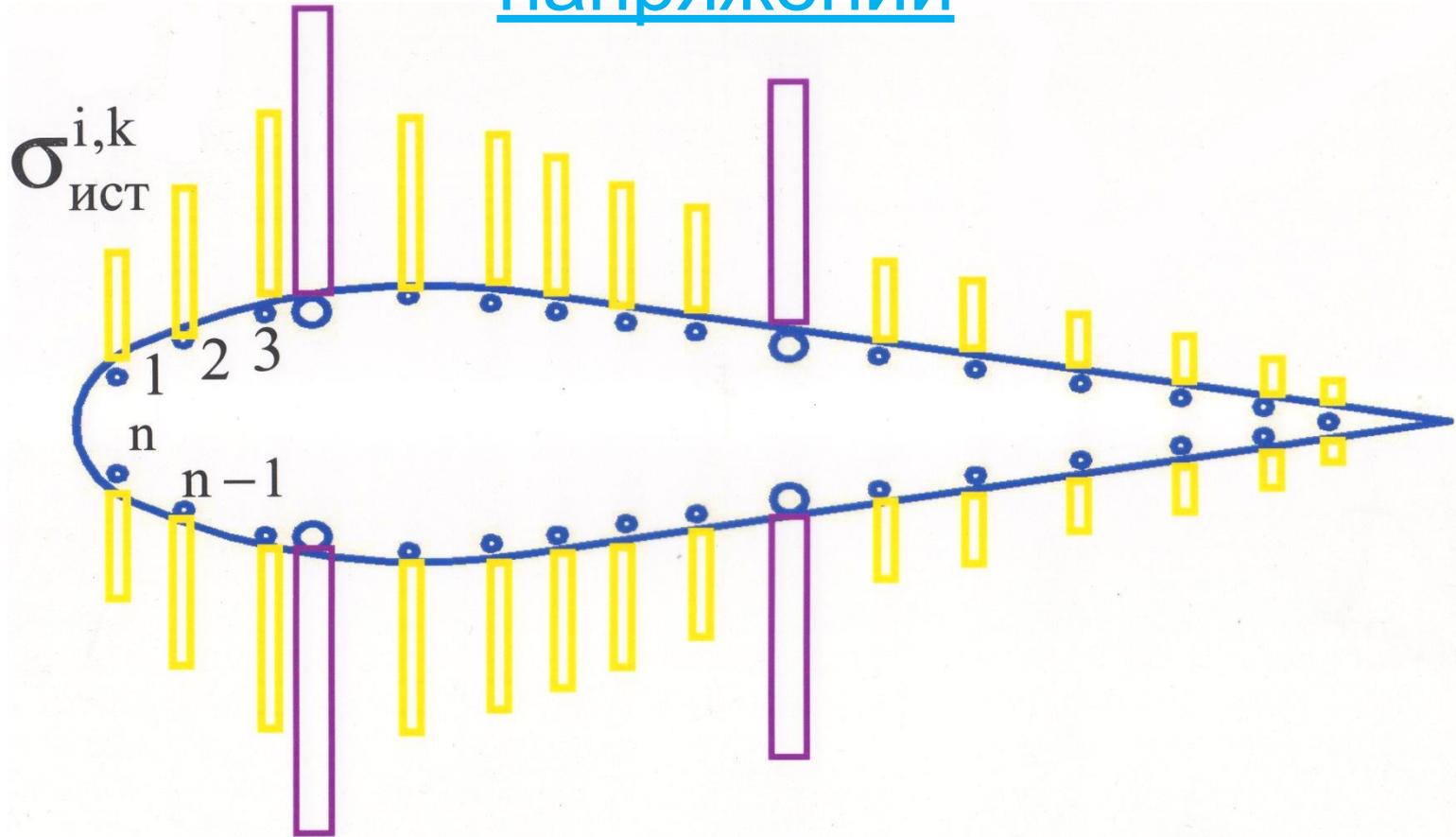
$$4. \sigma_{i,факт}^{(1)} = k^{(1)} \frac{M_{изг}^p}{I_{ox}^{(1)}} \left[ (y_i - y_0^{(1)}) - \frac{I_{oxy}^{(1)}}{I_{oy}^{(1)}} (x_i - x_0^{(1)}) \right] \quad \text{где } k = \frac{1}{1 - \frac{I_{oxy}^{(1)2}}{I_{ox}^{(1)} I_{oy}^{(1)}}};$$

5. В соответствии с истинной диаграммой материала  $i$ -того силового элемента определяется  $\sigma_{i,1}^{ист}$

$$6. \varphi_i^{(2)} = \frac{\sigma_{i,1}^{ист}}{\sigma_{i,1}^{факт}}$$

Далее процесс повторяется начиная с п. 2.

# Результат расчёта нормальных напряжений

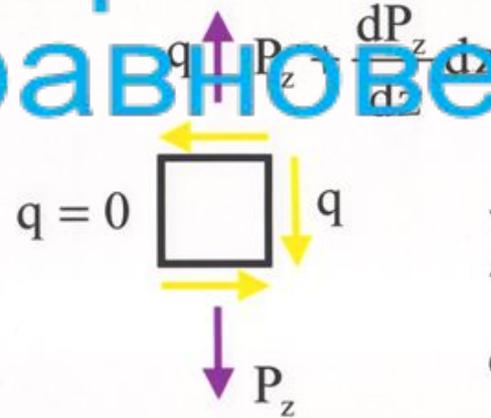
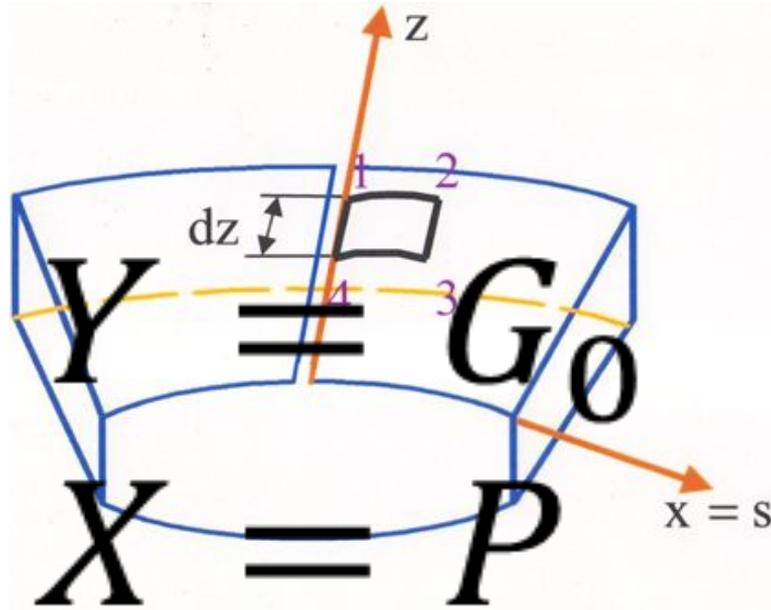


Уравнения равновесия

$$\begin{array}{l}
 \times \times \times \times \\
 \parallel \parallel \parallel \parallel \\
 \times \times \times \times
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 G_0 \\
 R_0 \\
 c_y : q : S_{кр} \\
 c_x : q : S_{кр}
 \end{array}$$

# Влияние конусности крыла по размаху на величину перерезывающей силы в сечении

## Уравнения равновесия



$$\sum z = 0$$

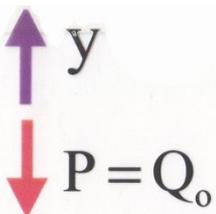
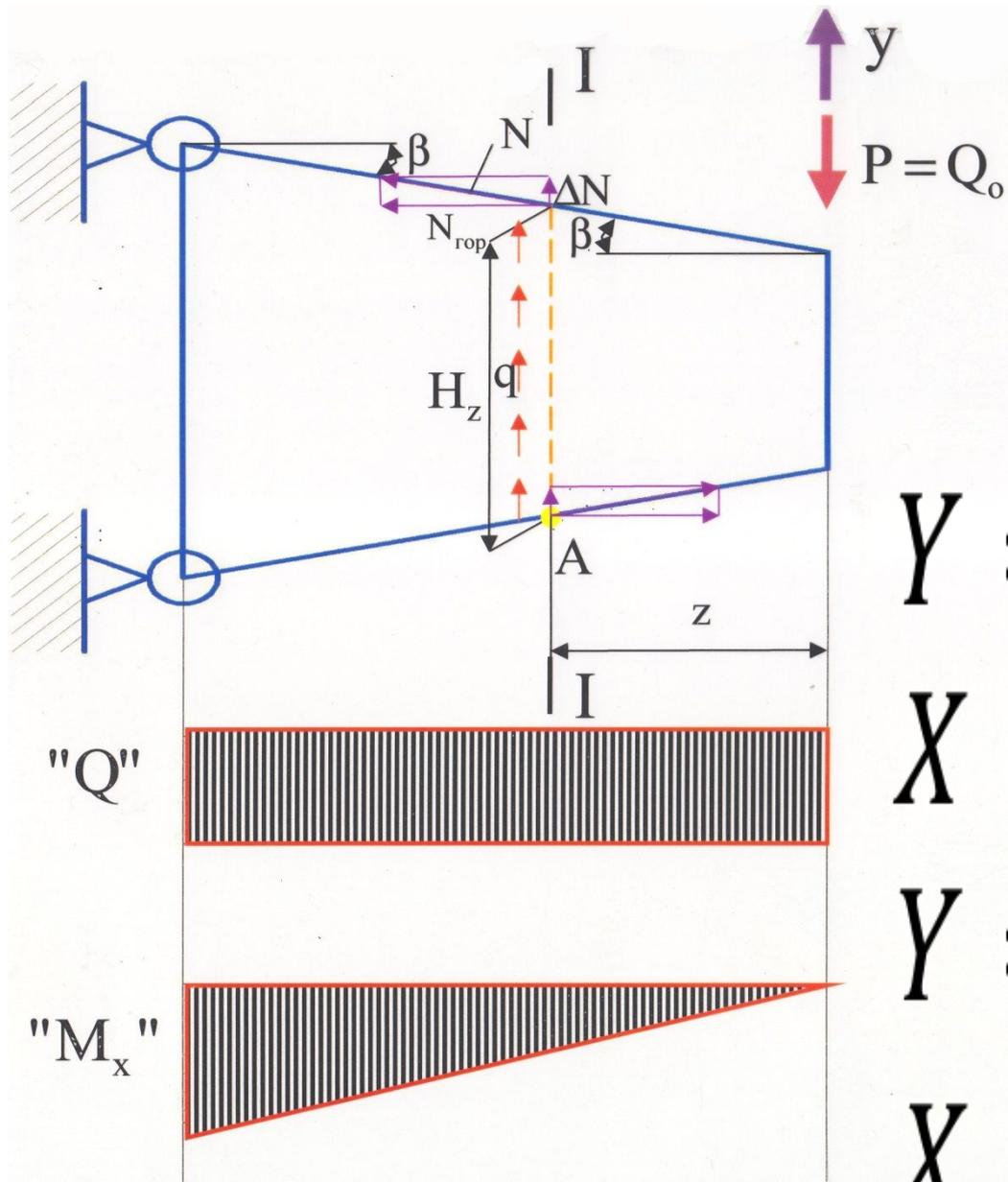
$$q dz - \frac{dP_z}{dz} dz = 0;$$

$$q = \frac{dP_z}{dz}$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$q = \frac{Q_y}{I_x(z)} S_x(z) \mp M_x \frac{d}{dz} \left[ \frac{S_x(z)}{I_x(z)} \right]$$



## Уравнения равновесия

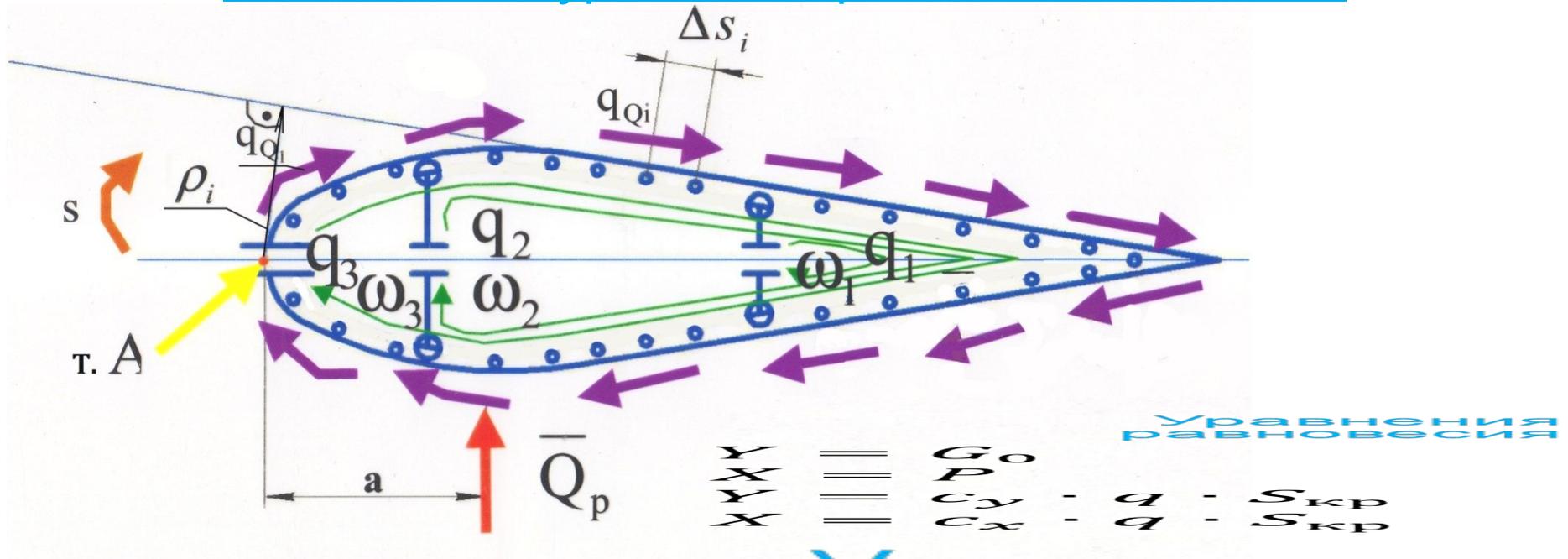
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Определение касательных усилий в открытом контуре и составление уравнения равновесия сечения



$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

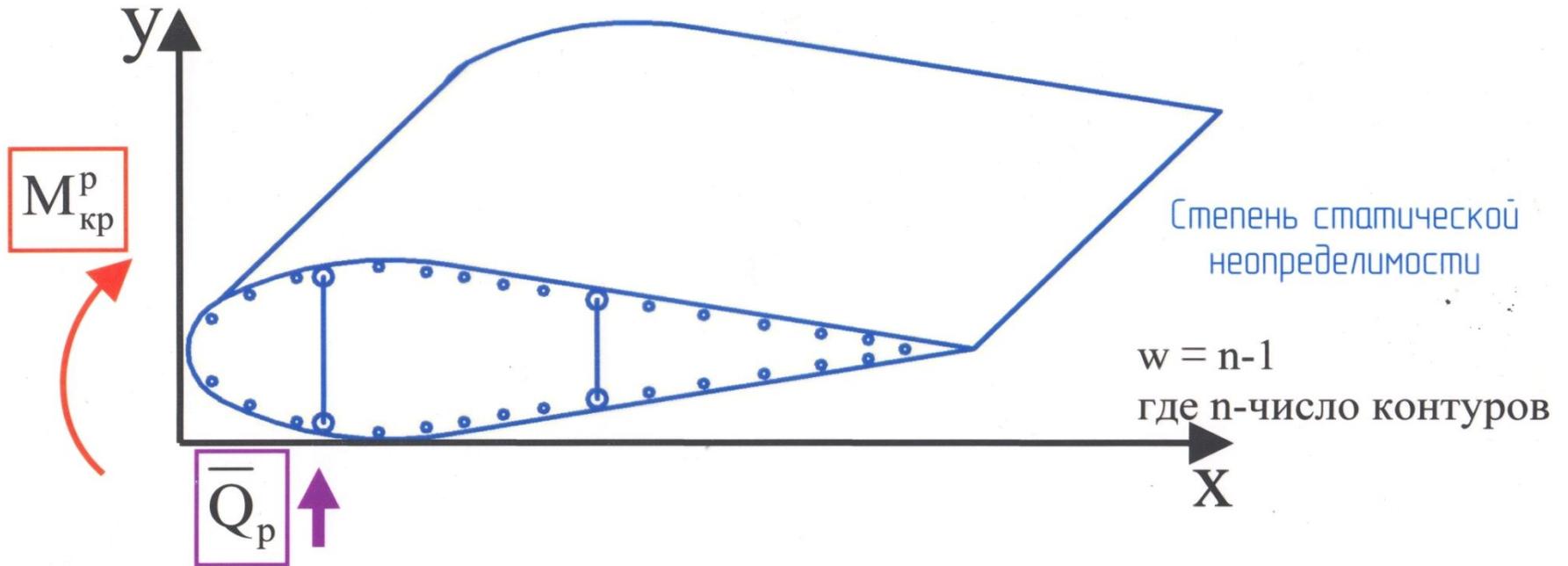
## Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

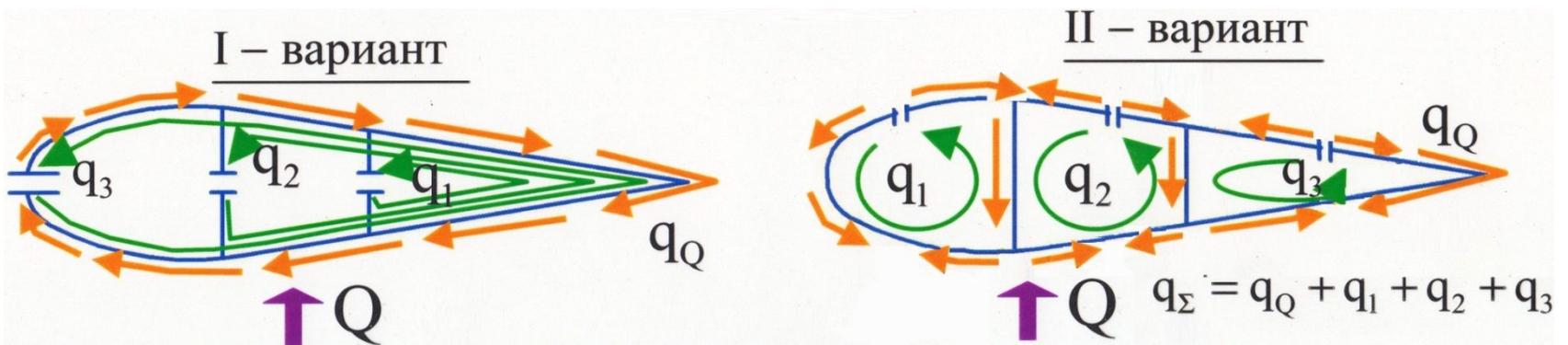
$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Определение касательных усилий в многозамкнутом контуре сечения крыла



## Варианты превращения замкнутого контура в открытый



# Полная система уравнений

## Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

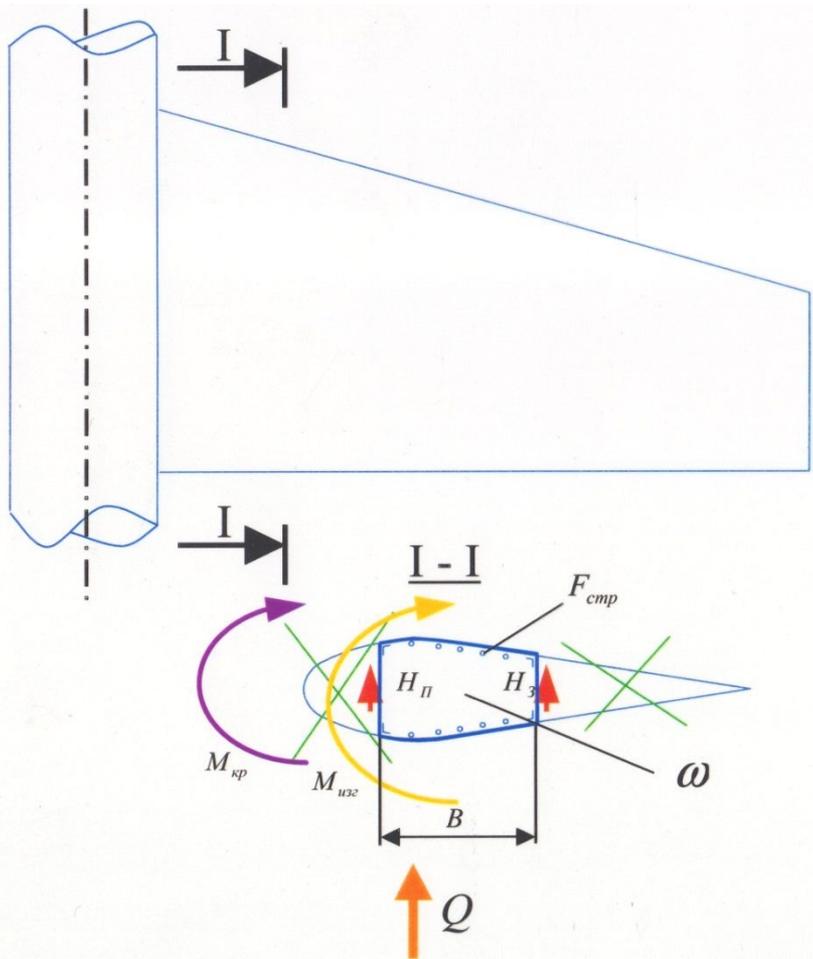
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

# Проектировочный расчёт крыла

## Кессонное крыло

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$
$$X = P$$



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

## Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

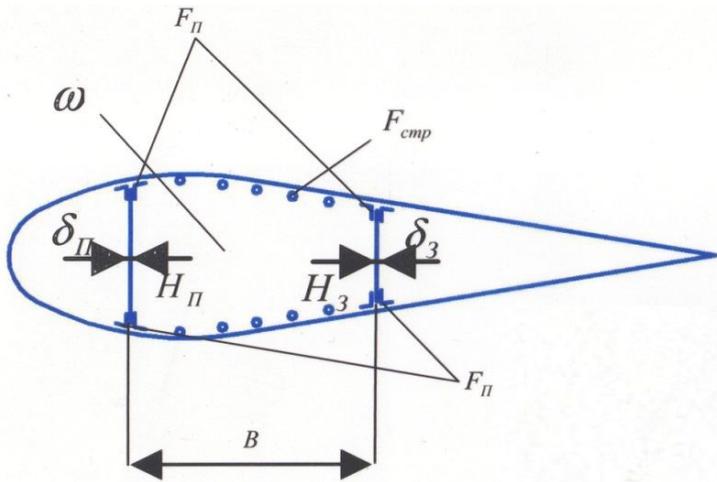
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

# Лонжеронное крыло

1. Определение толщины обшивки и стенок лонжеронов, так же как в кессонном крыле

Уравнения равновесия

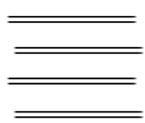


$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



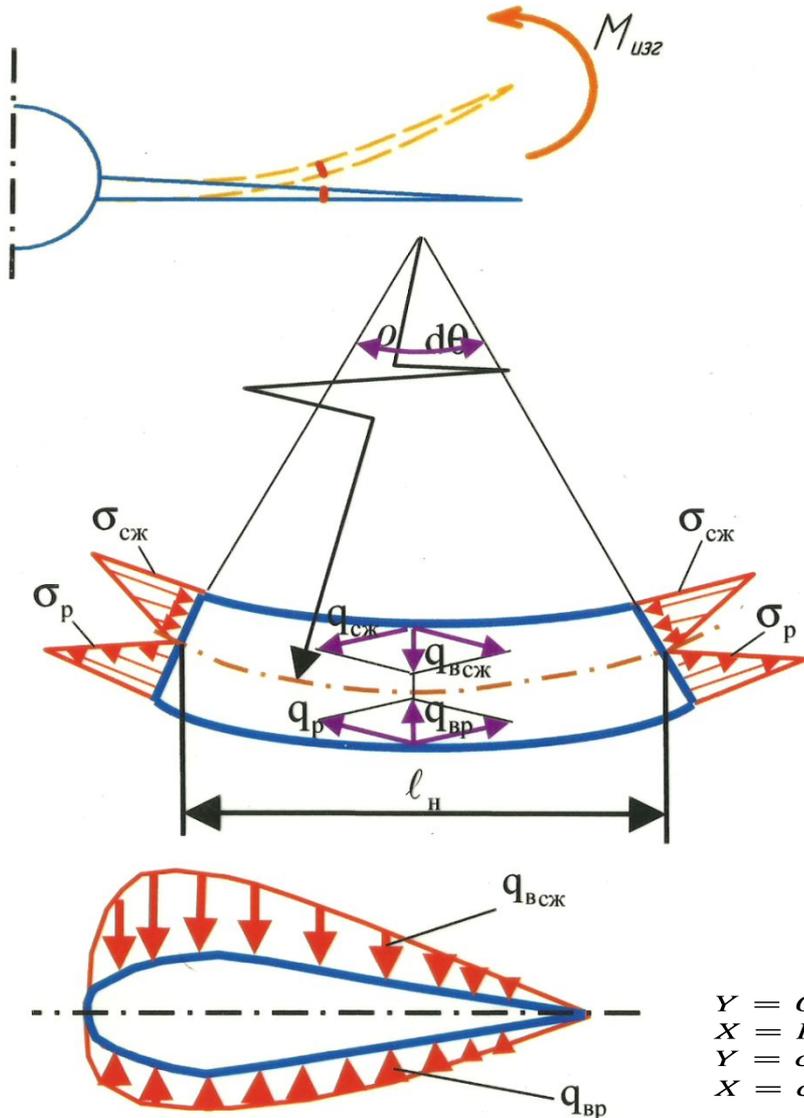
$G_0$   
 $P$   
 $c_y$   
 $c_x$

$q$   
 $q$

$S_{кр}$   
 $S_{кр}$

$S_{кр}$   
 $S_{кр}$

# Нагрузка при изгибе крыла



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

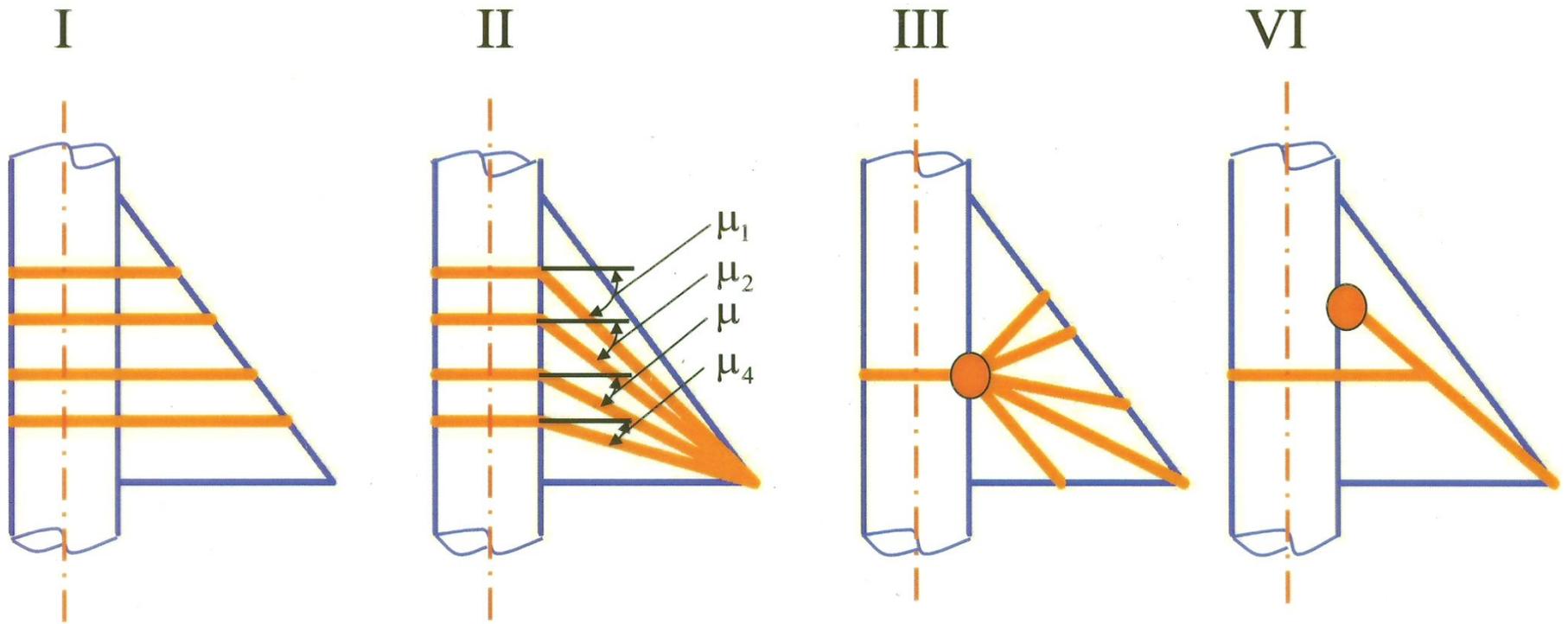
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Уравнения  
равновесия

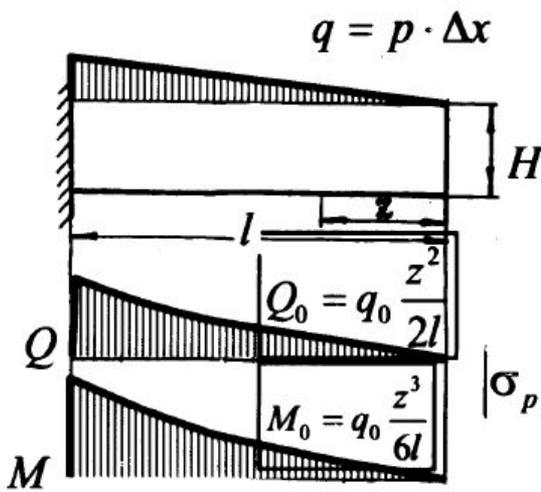
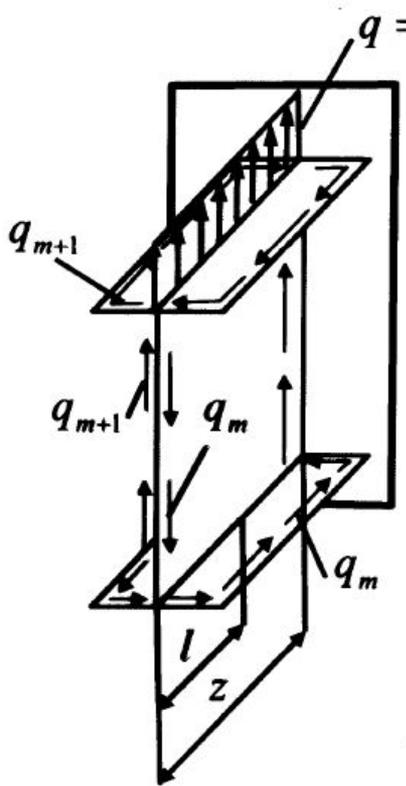
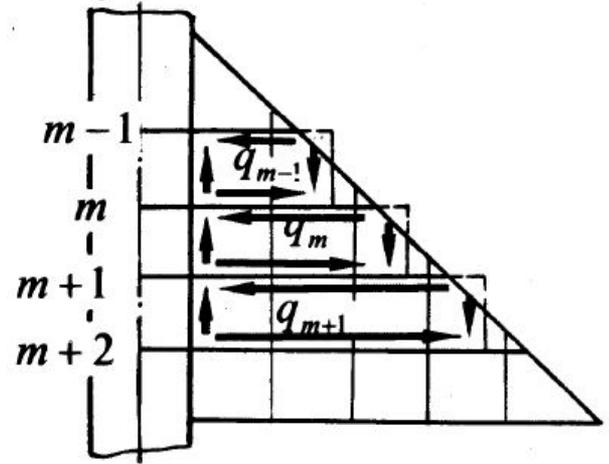
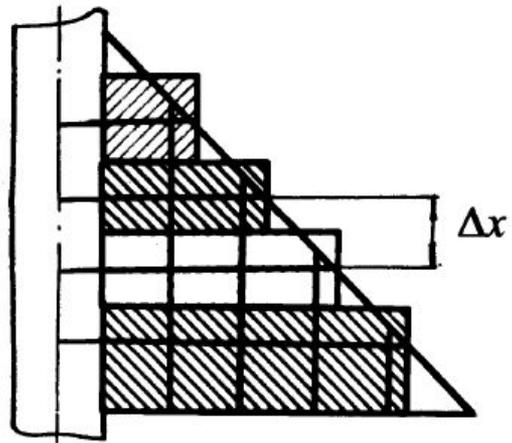
$$\begin{aligned} Y &= G_0 \\ X &= P \\ Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\ X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр} \end{aligned}$$

# Расчёт треугольного крыла

## Конструктивно-силовые схемы



# Расчет треугольного крыла



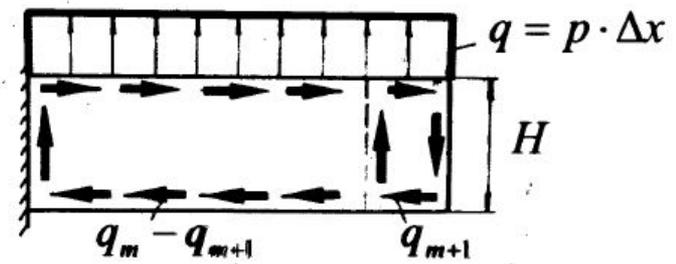
$$q = q_0 \frac{z}{l}$$

$$|\sigma_p| = |\sigma_{сжс}| = \frac{M_{0z}}{HF};$$

$$\tau = \frac{Q_0}{H\delta}$$

$$Q_0 = q_0 \frac{z^2}{2l}$$

$$M_0 = q_0 \frac{z^3}{6l}$$



$$M_z = M_0 - 2q_{m+1}F_{m+1} + 2q_m F_m$$

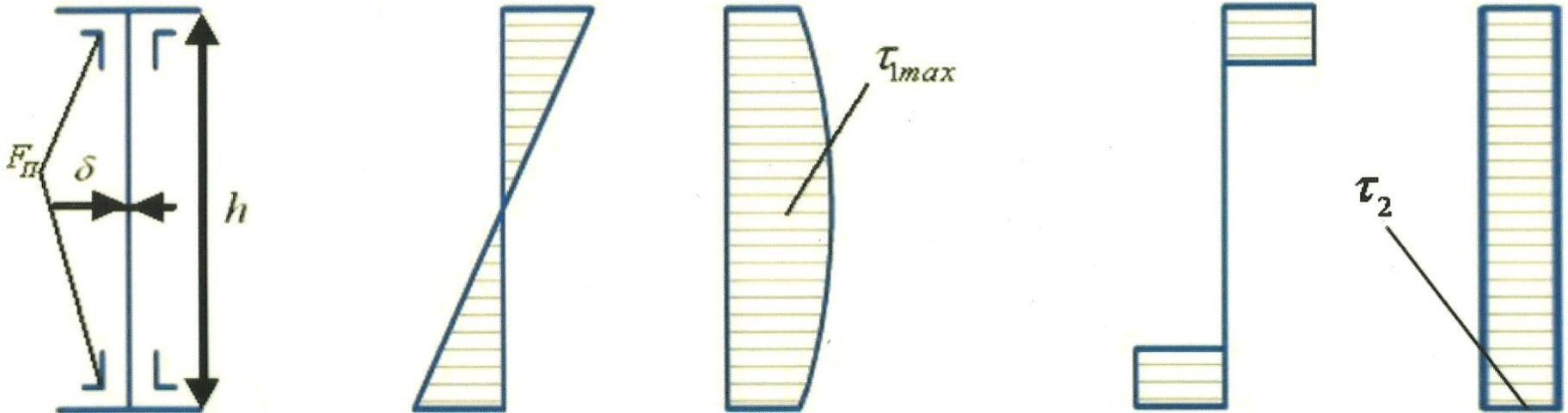
$$Q_z = Q_0 - q_{m+1}H_{m+1} + 2q_m H_m$$

$$U = \sum_{m=1}^n U_m = \sum_{m=1}^n \int_0^{l_m} U \frac{M_{zm}^2}{2EJ} dz;$$

$$\frac{\partial U}{\partial q_m} = 0 \quad m = 1, 2, \dots, M$$

# Нагружение лонжерона до потери устойчивости

1. Стенка воспринимает нормальные и касательные напряжения
2. Стенка работает только на сдвиг



XXXX  
XXXX  
XXXX


0000  
0000  
0000

Уравнения равновесия

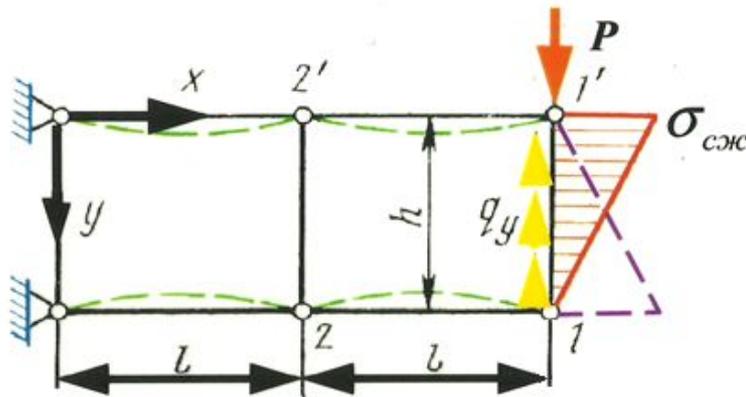
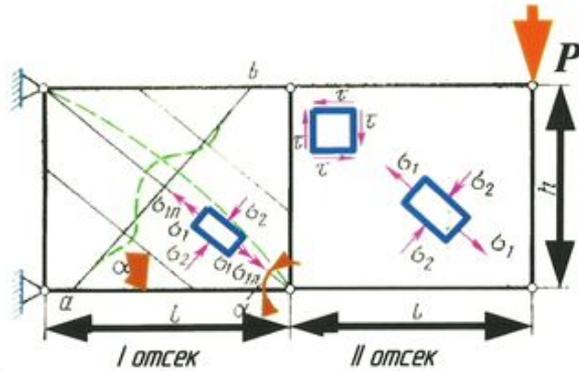
$Y = G_0$   
 $X = P$   
 $Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$   
 $X = c \cdot a \cdot c$

Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c \cdot a \cdot c
 \end{aligned}$$

# После потери устойчивости стенки

Уравнения  
равновесия

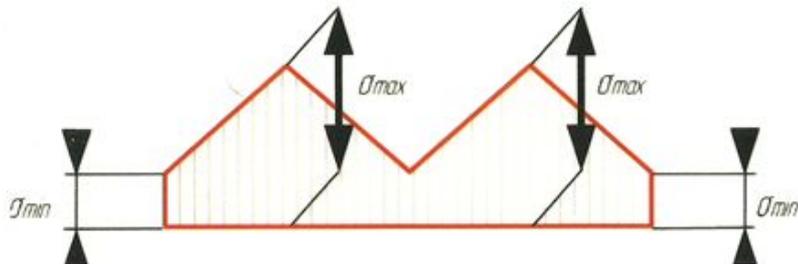


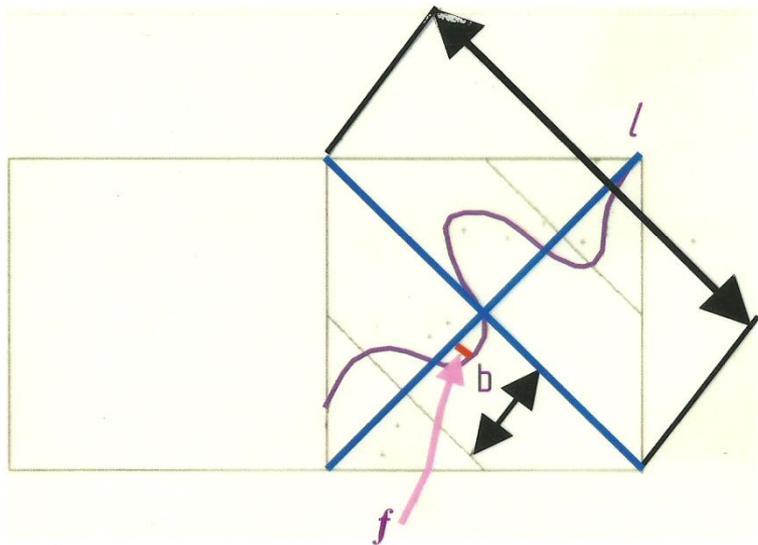
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$





# Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

I-I

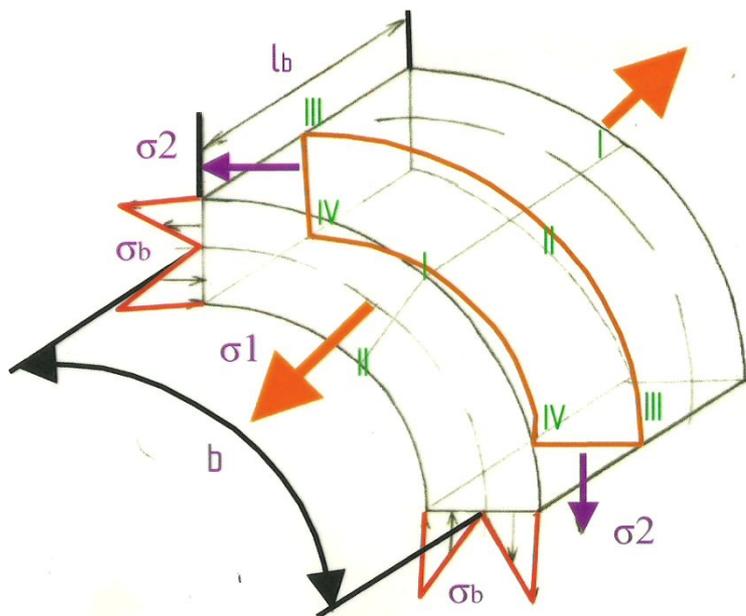
II-II

III-III

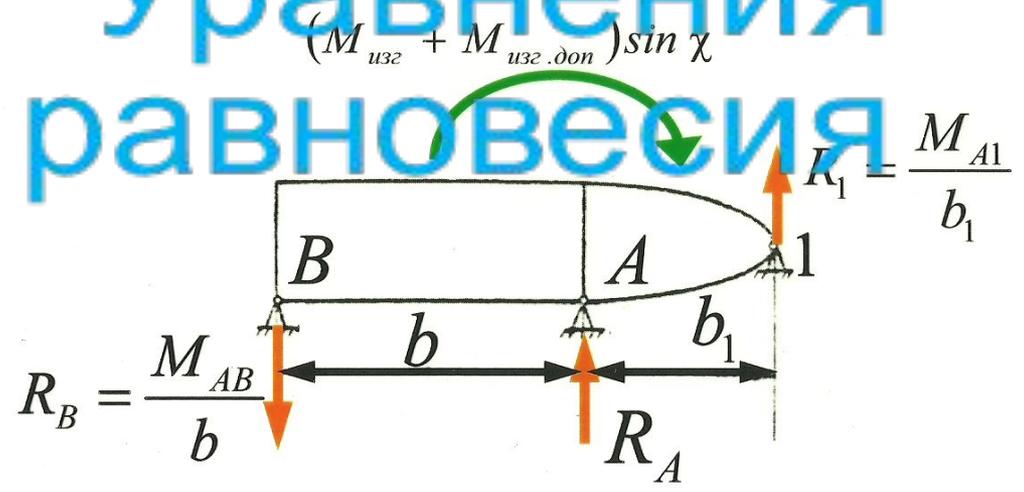
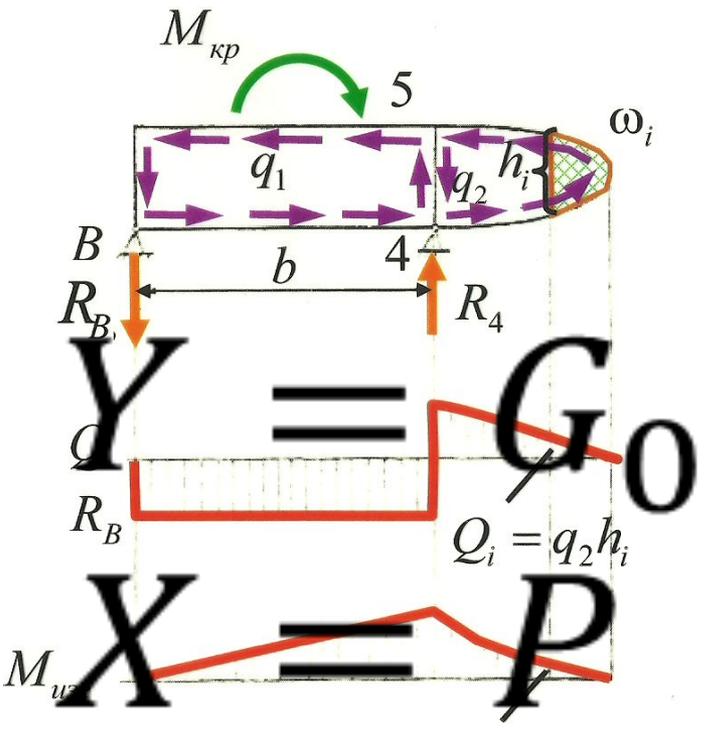
IV

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



# Уравнения равновесия



Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

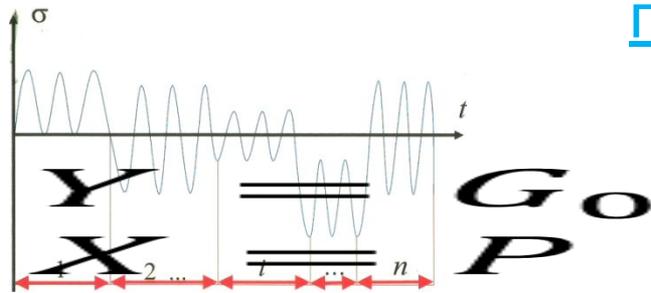
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Усталостная прочность  
и определение срока  
службы самолёта

# Теория линейного суммирования усталостных повреждений



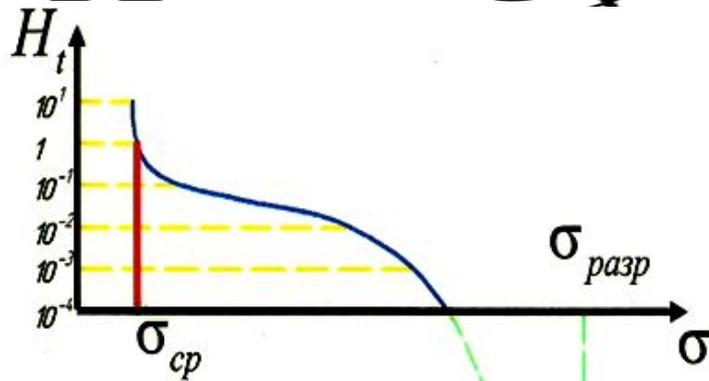
Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



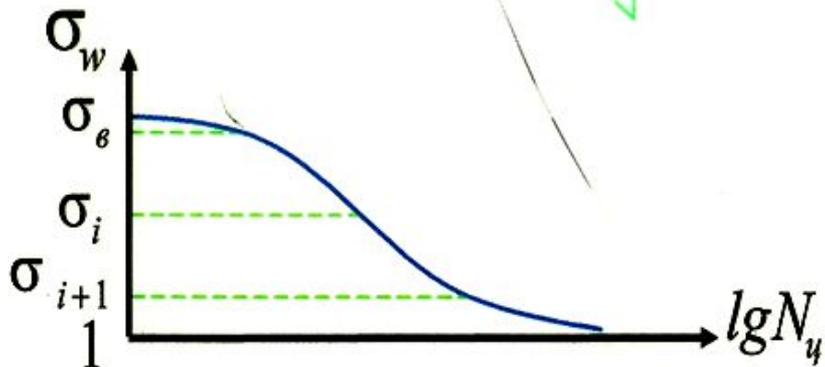
Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

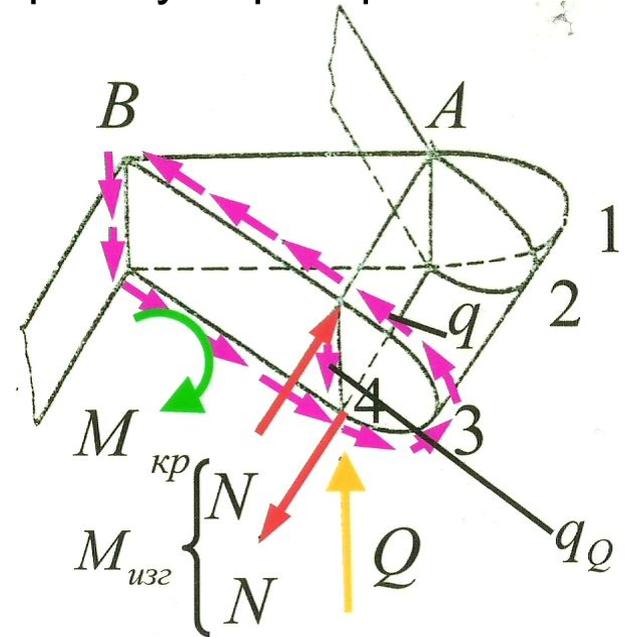
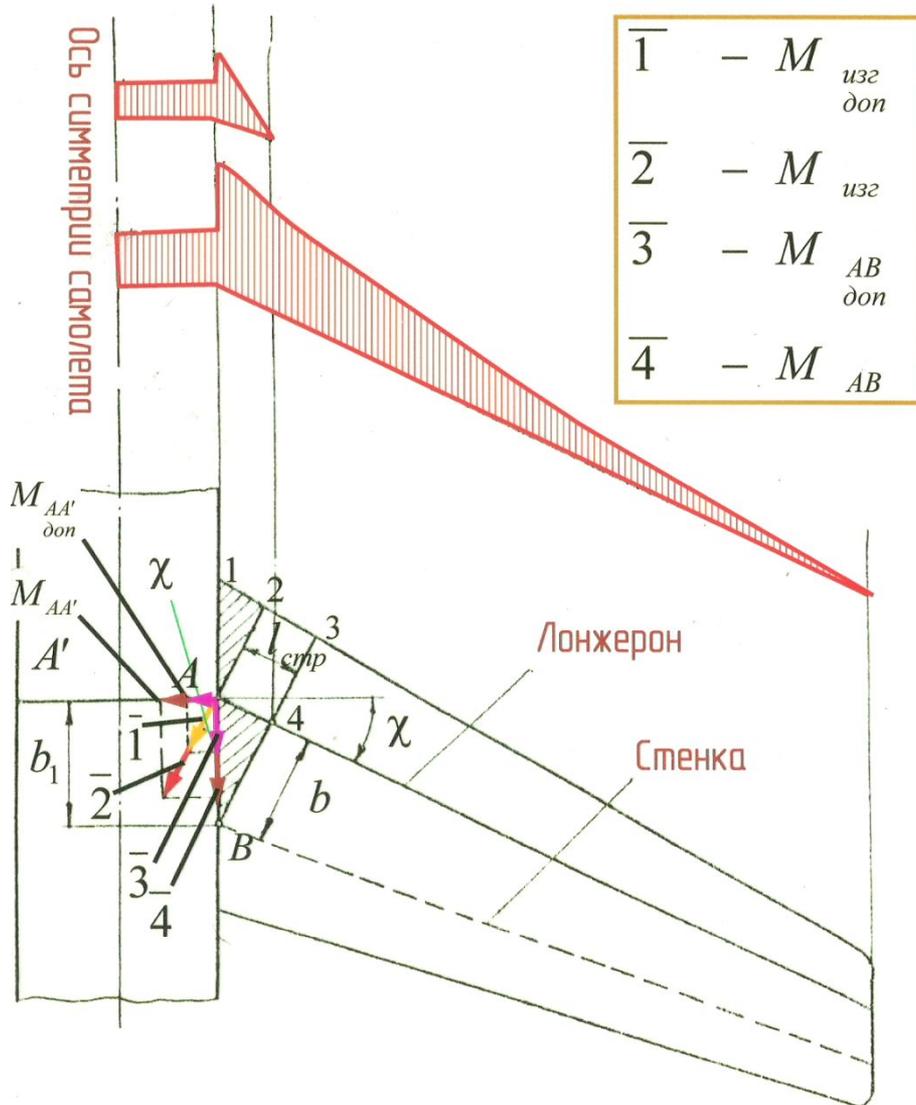
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



# Особенности расчёта стреловидного крыла

## 1. Однолонжеронное крыло с изломом лонжерона у борта фюзеляжа



Уравнения равновесия

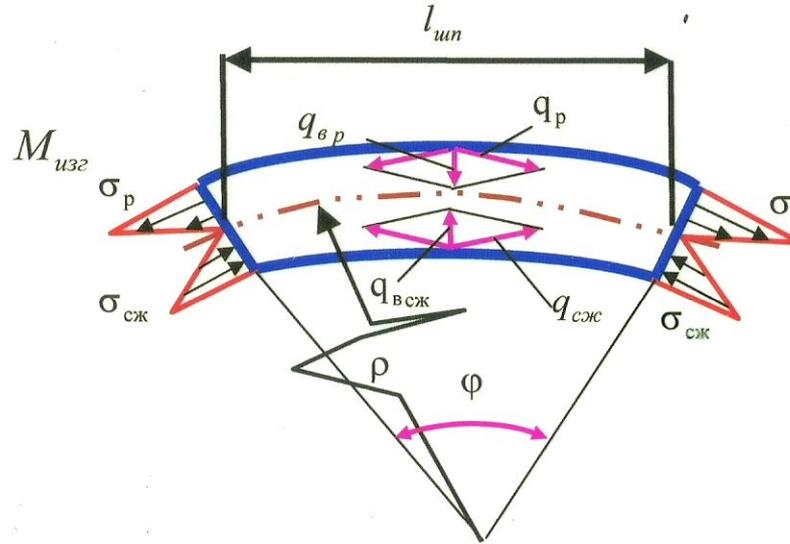
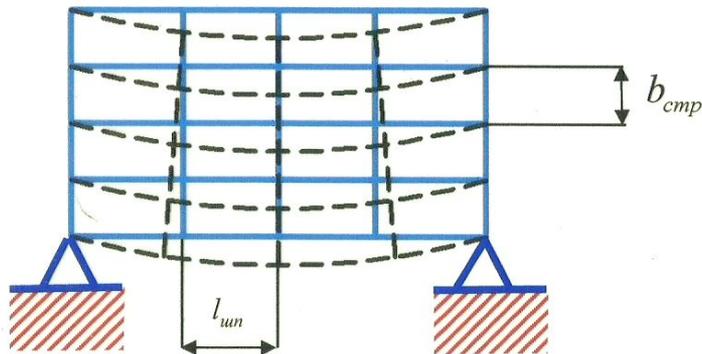
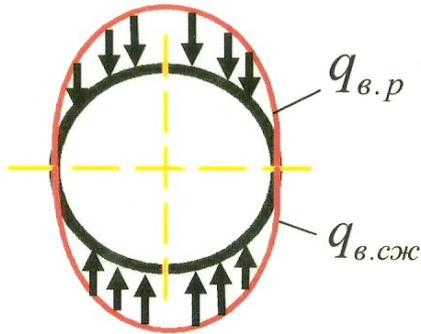
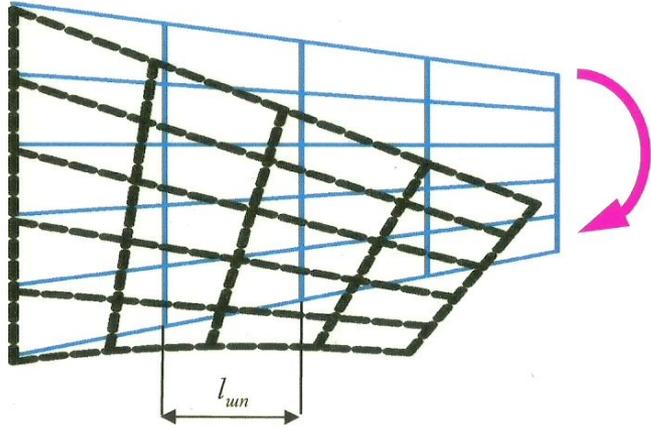
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Общая устойчивость фюзеляжа



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Уравнения  
равновесия

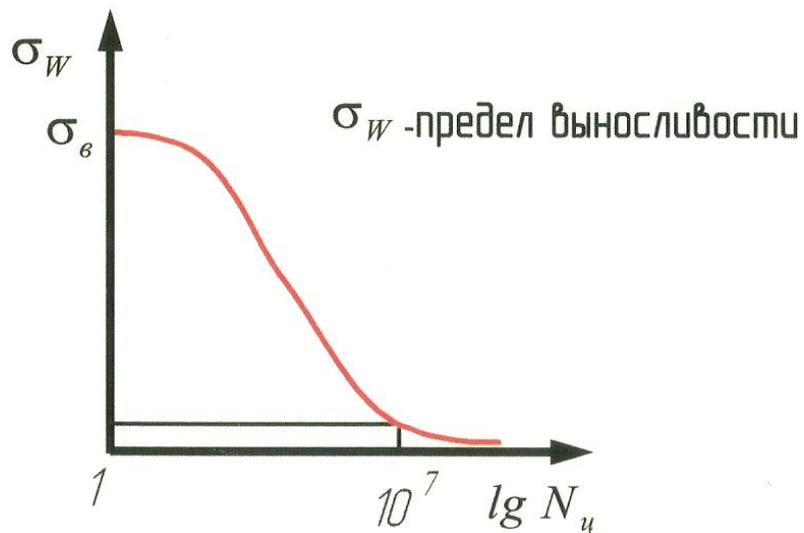
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

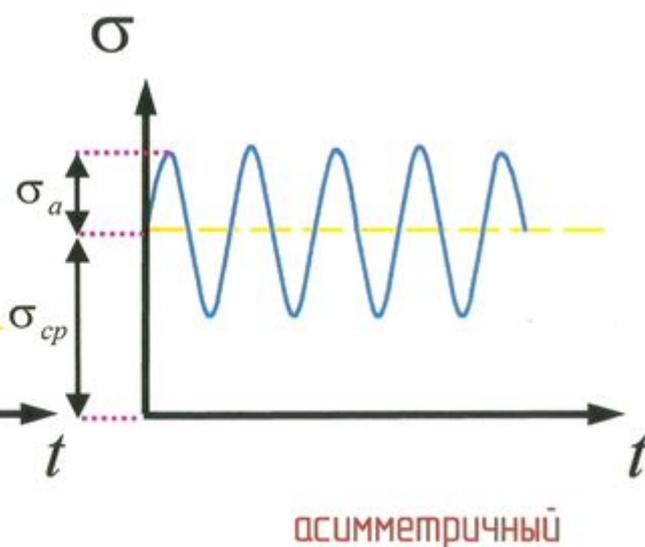
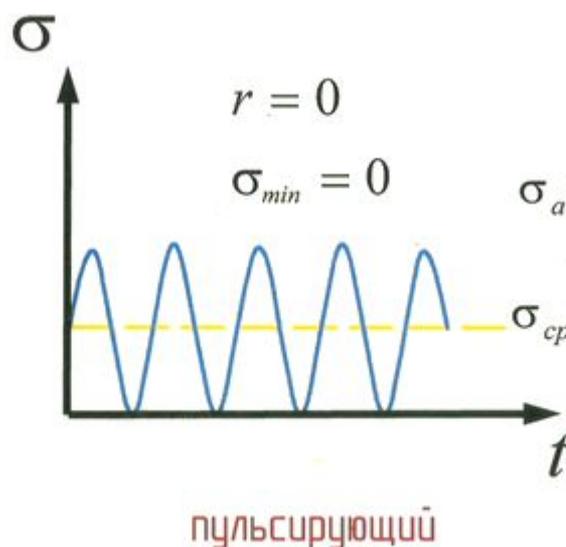
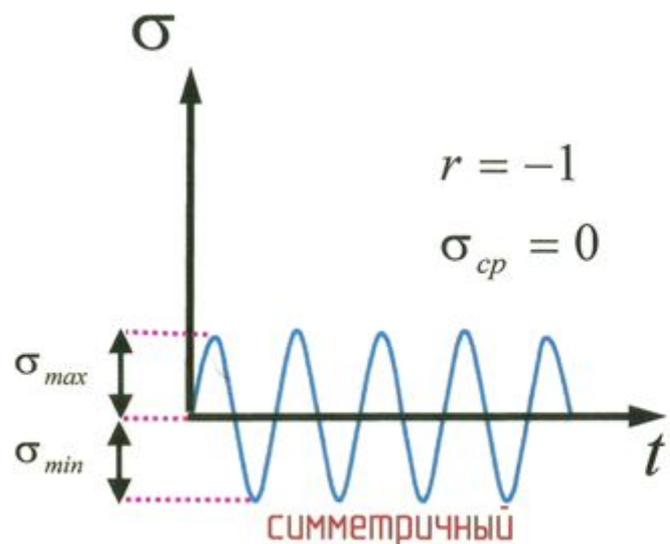
## Диаграмма Вёлера



$$Y = G_0$$

$$X = P$$

## Уравнения равновесия



# Уравнение изгиба пояса

Уравнения  
равновесия

$$\frac{\sigma_{1n \max}}{\sigma_n} Y = G_0$$

$$X = P$$

1,8

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

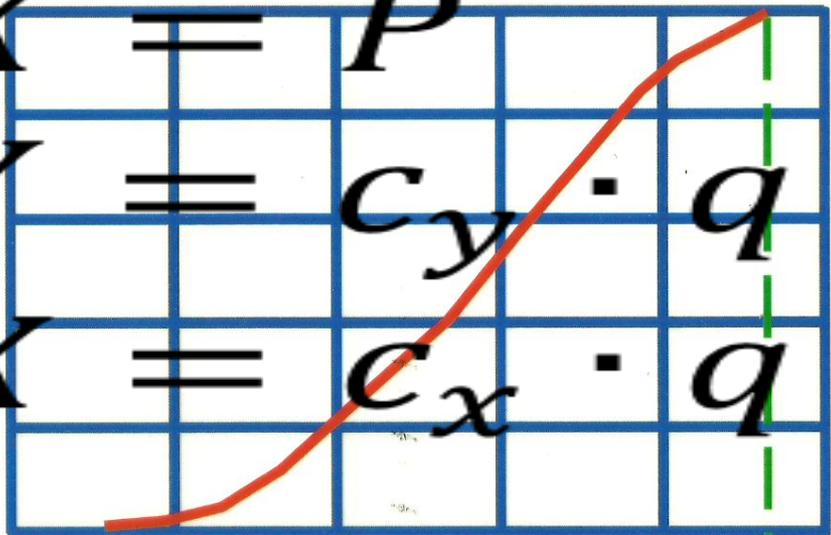
1,4

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

1,0

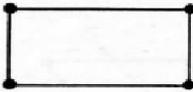
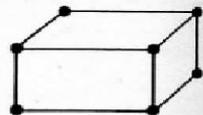
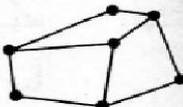
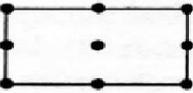
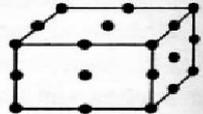
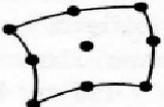
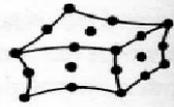
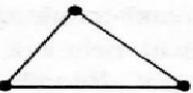
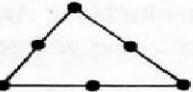
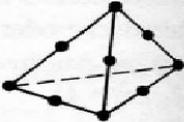
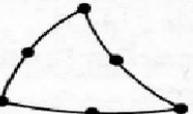
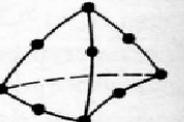
0 1 2 3 4 4,6 5

$K_1 l$

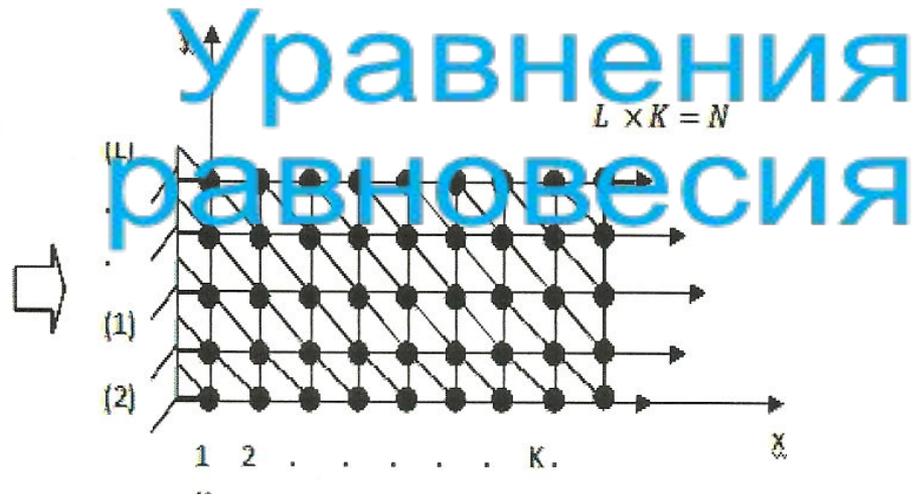
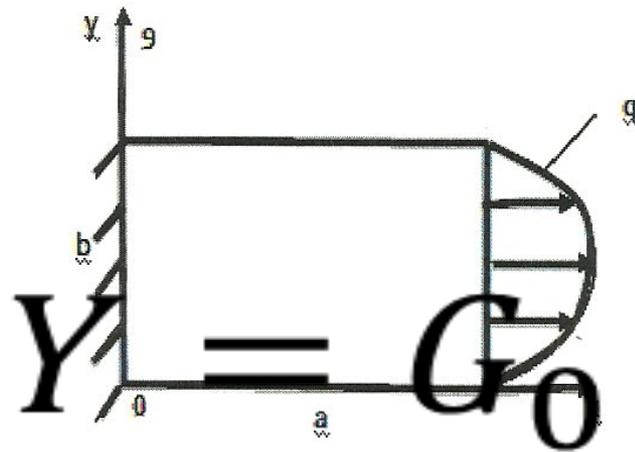


# Метод конечного элемента

## ТИПЫ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

<i>Grundform Verschiebungs- ansatz</i>	<i>eindimensional</i>	<i>zweidimensional</i>	<i>dreidimensional</i>
1. Rechteck linear			
2. schiefwinkliges Viereck linear			
3. Rechteck quadratisch			
4. krummliniges Viereck quadratisch			
5. Dreieck linear			
6. Dreieck quadratisch			
7. krummliniges Dreieck quadratisch			

# Метод конечного элемента



$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Соотношение теории упругости в матричной  
форме

Уравнения  
равновесия

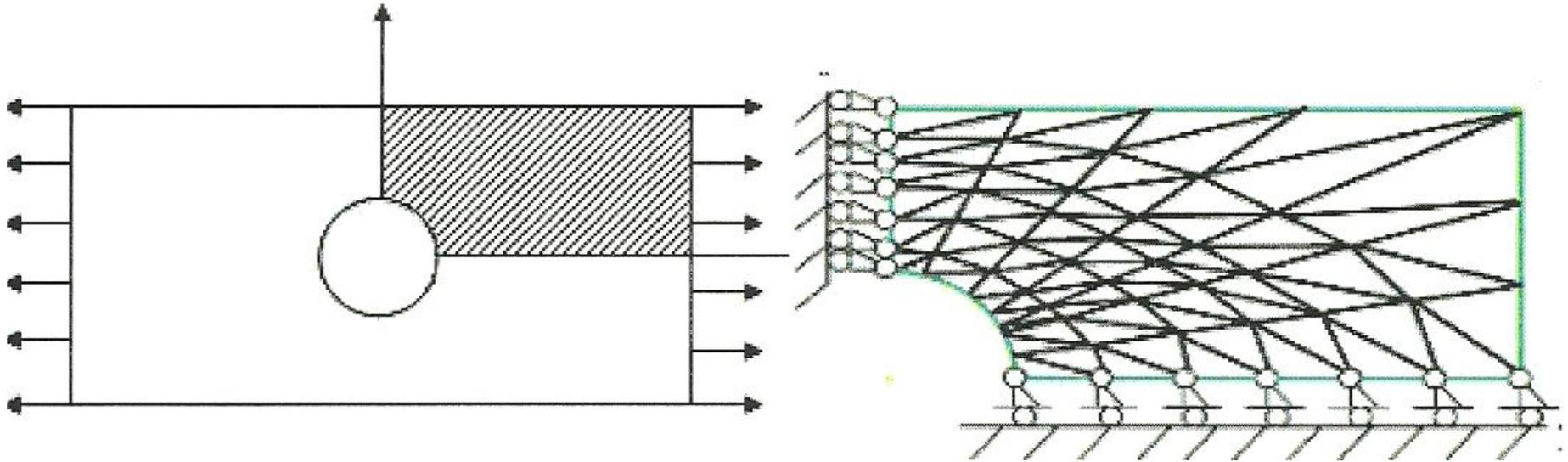
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

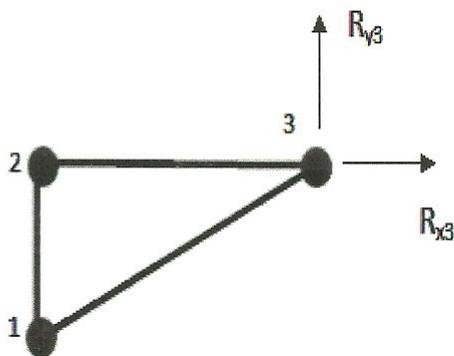
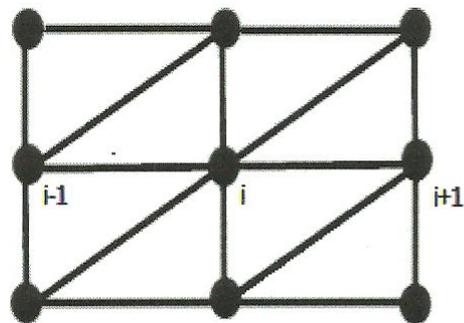
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

# Пример разбиения пластины с овальным отверстием







## Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

## Уравнения равновесия

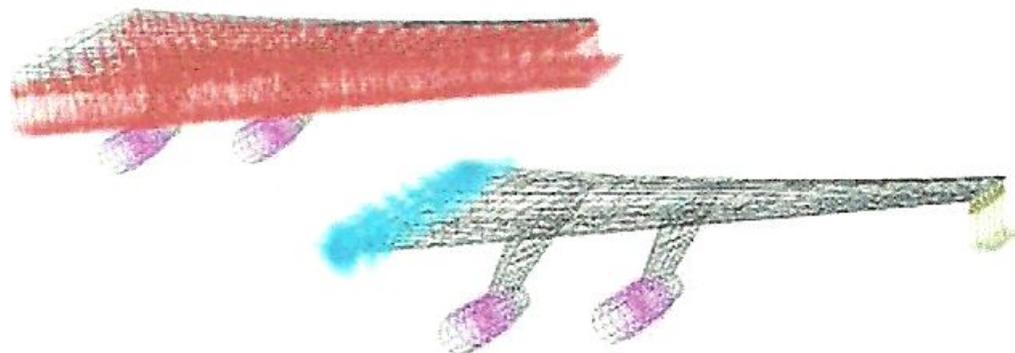
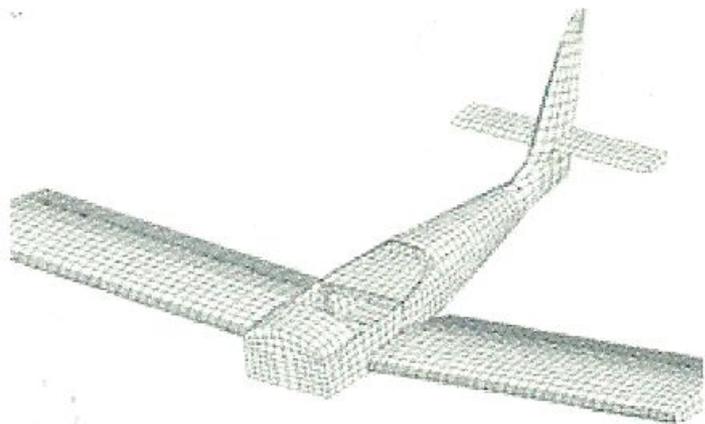
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

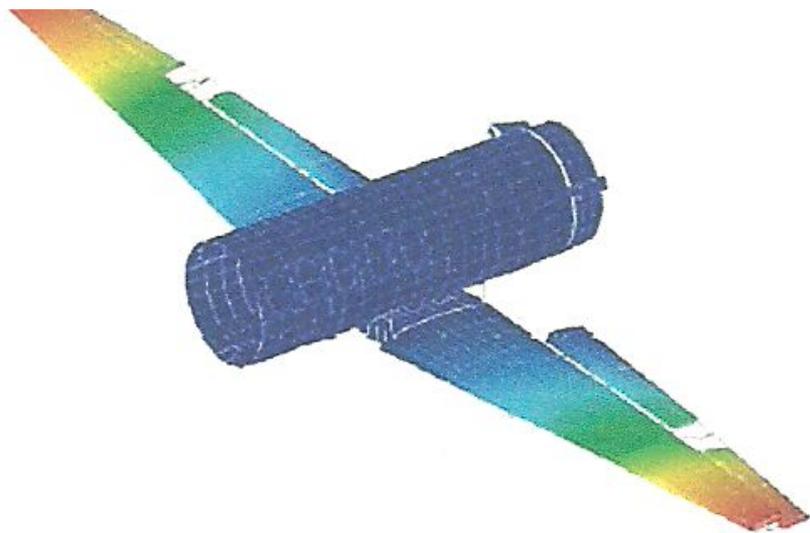
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

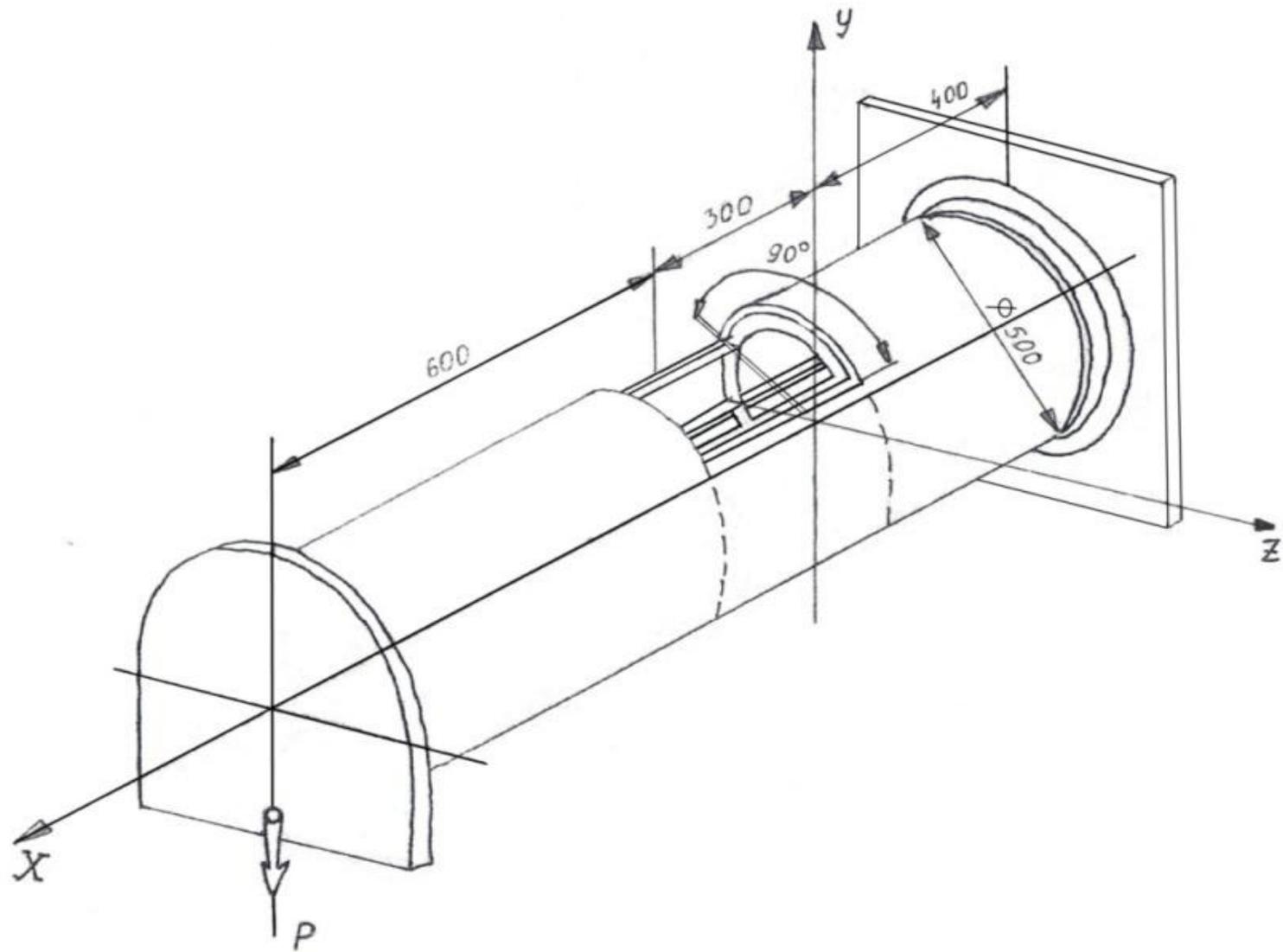
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

# Примеры КЭ-моделей

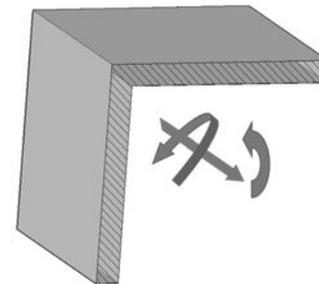
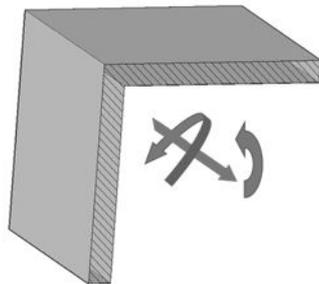
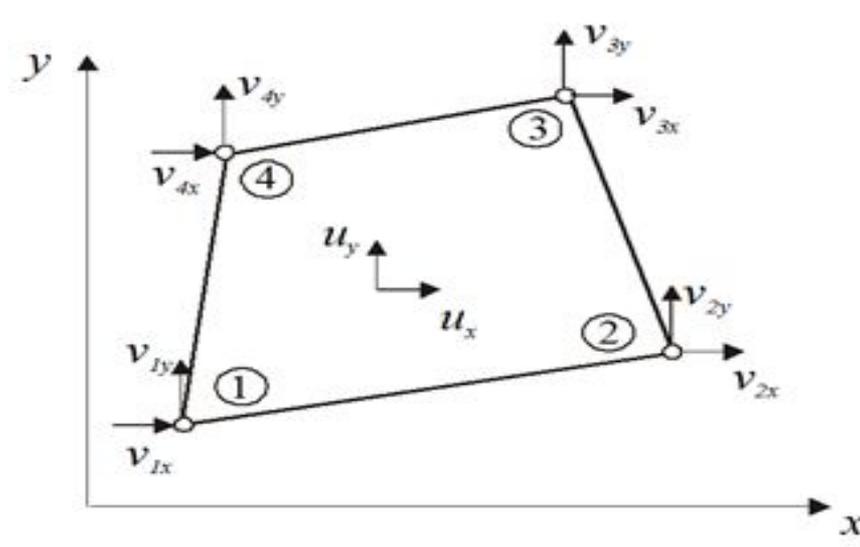


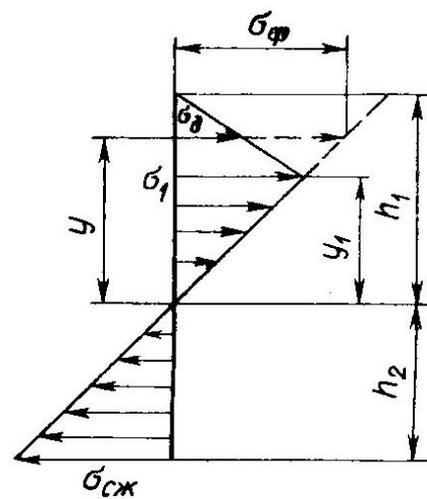
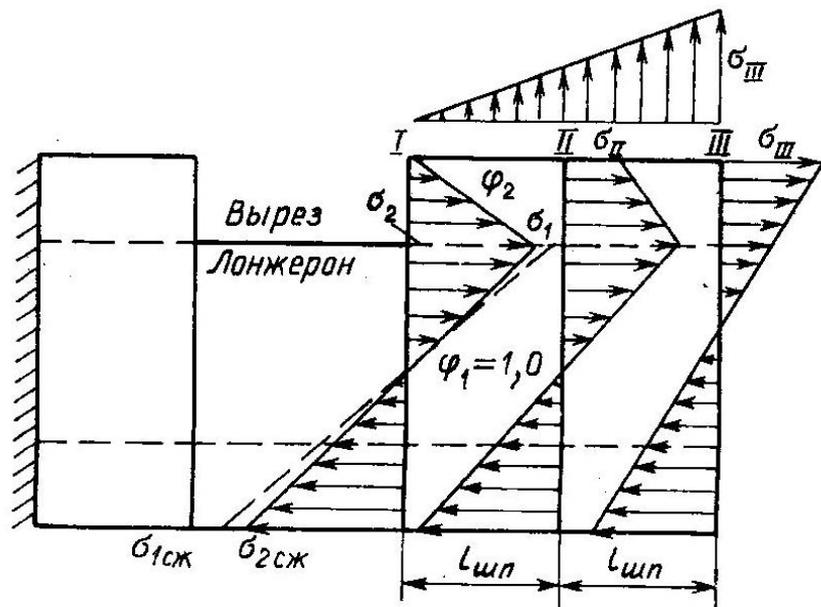
# Результаты расчёта МКЭ

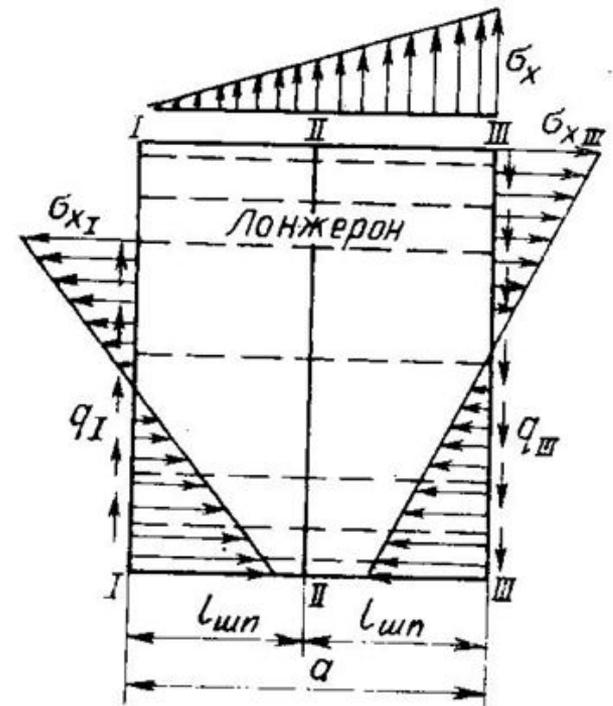
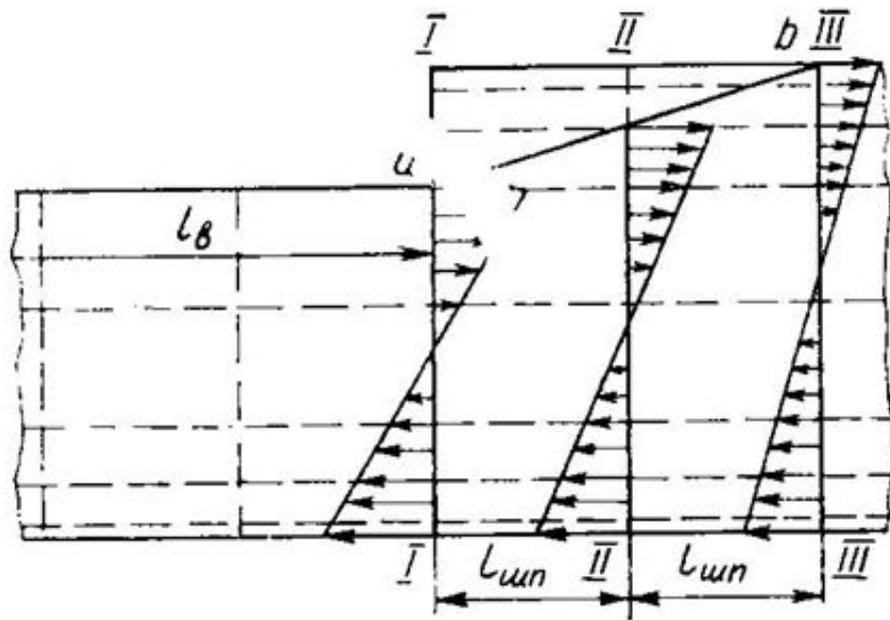




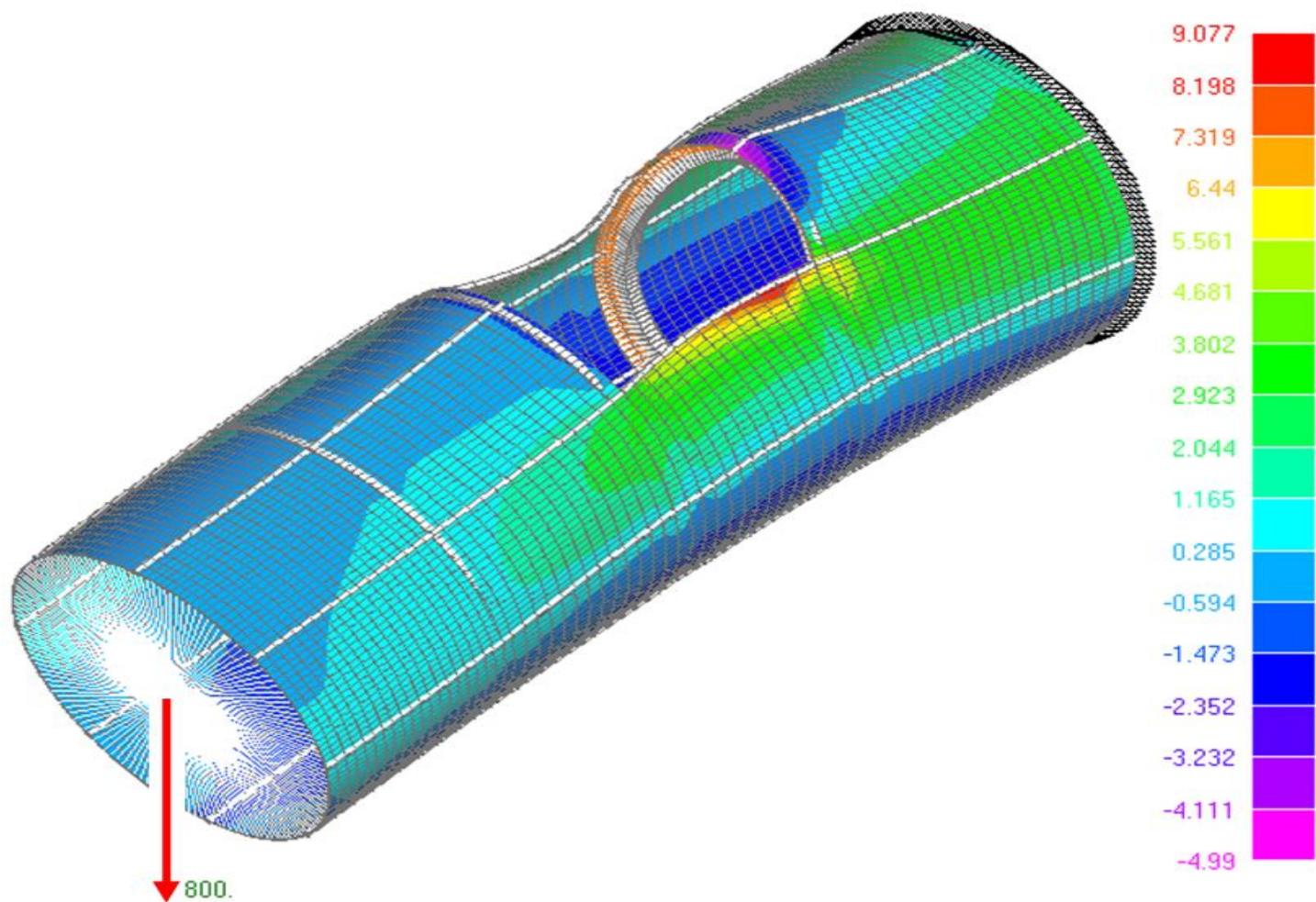
# Примененные конечные элементы

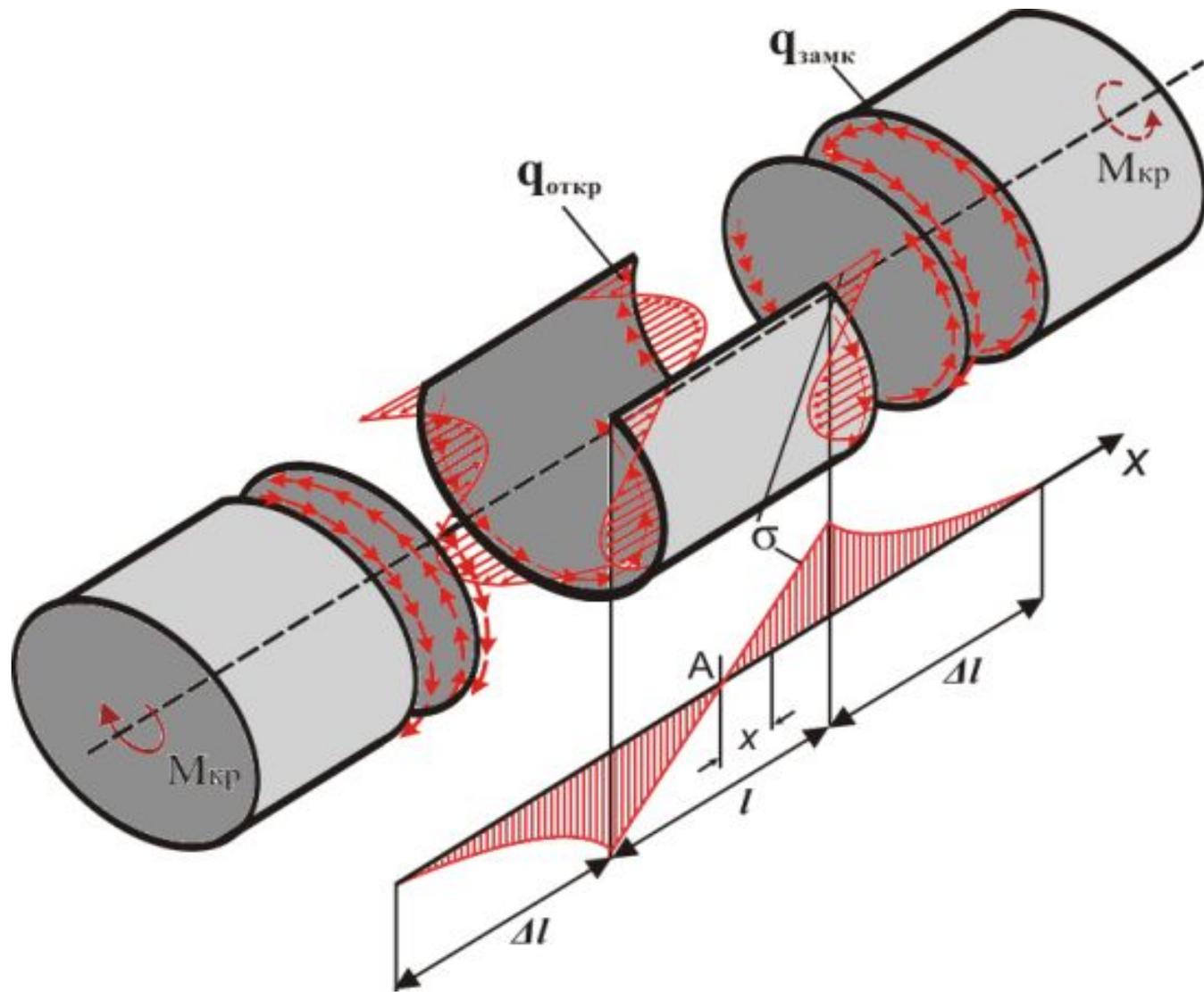




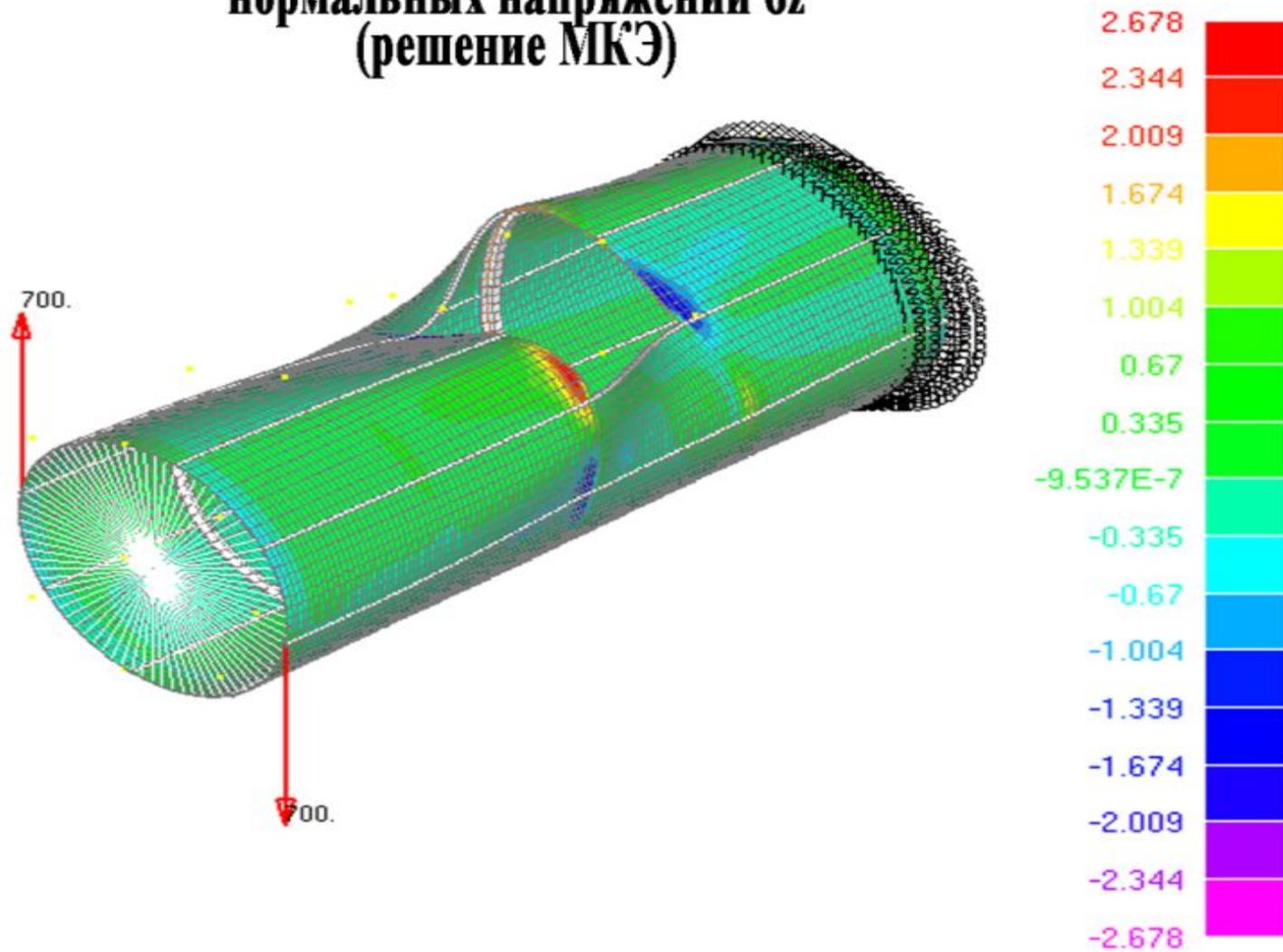


# Деформированное состояние оболочки с распределением нормального напряжения $\sigma_z$



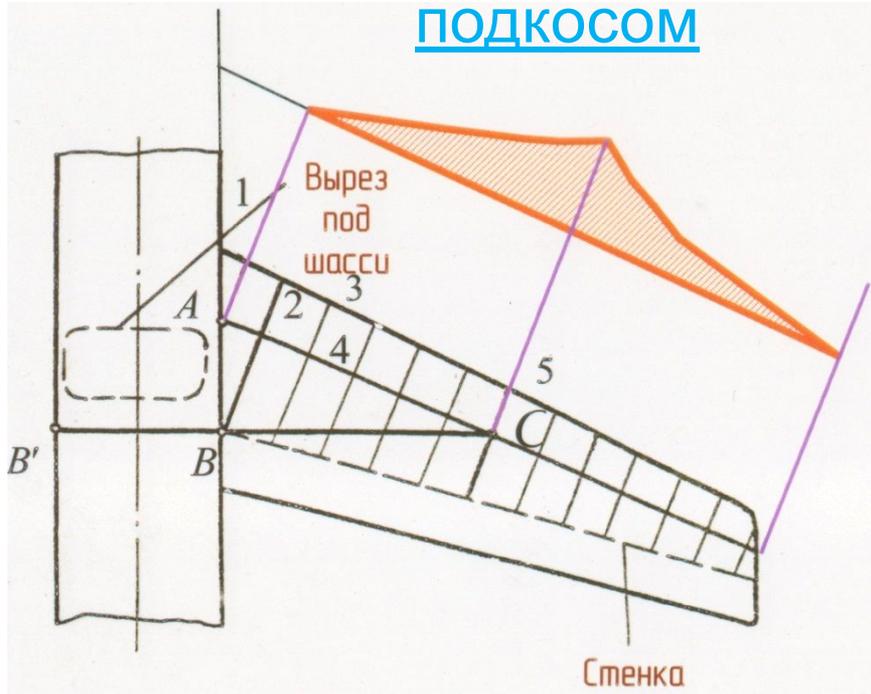


# Деформированное состояние оболочки с распределением нормальных напряжений $\sigma_z$ (решение МКЭ)

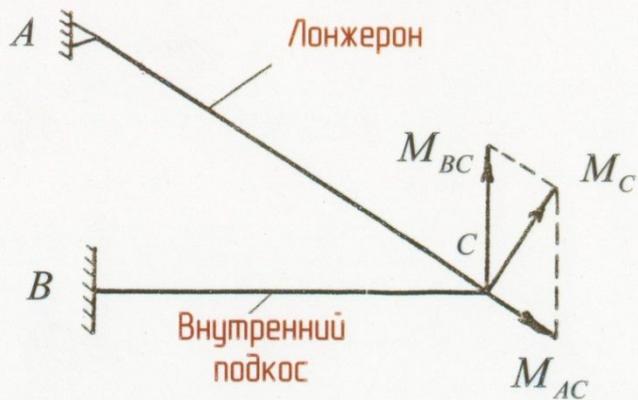


# Однолонжеронное крыло с

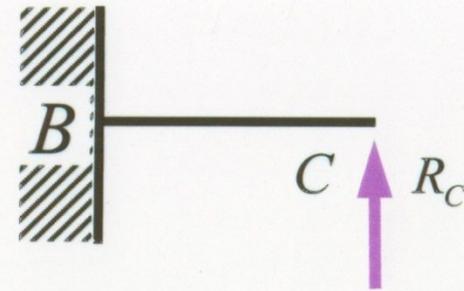
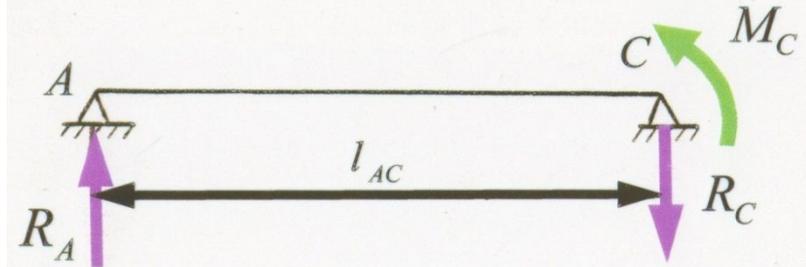
## ПОДКОСОМ



### Узел 3 - моментный



### Узел C шарнирный



### Уравнения равновесия

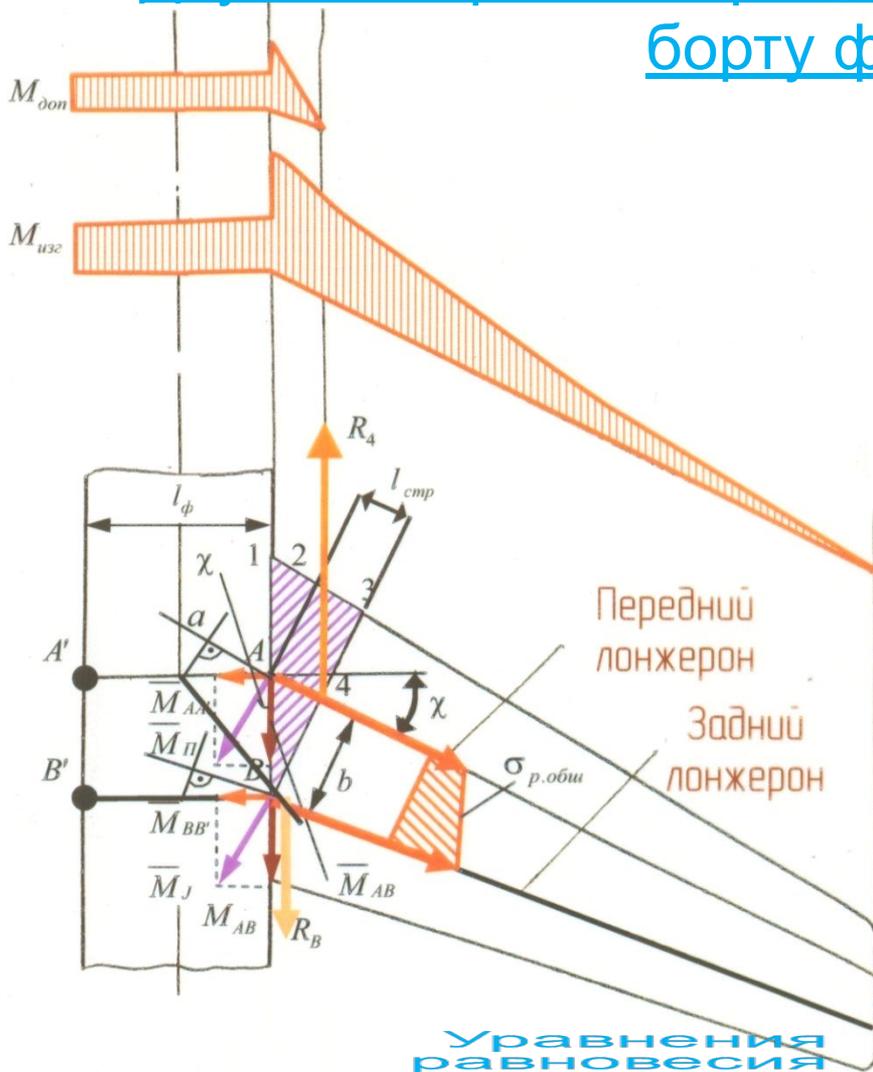
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

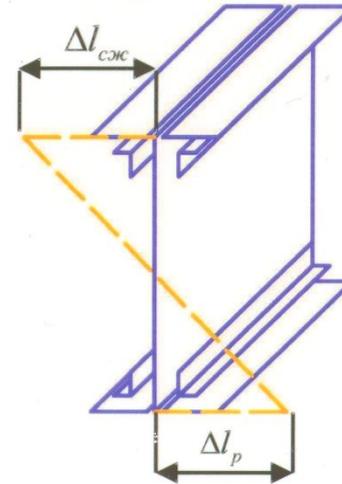
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Двухлонжеронное крыло с изломом лонжерона по борту фюзеляжа



$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$



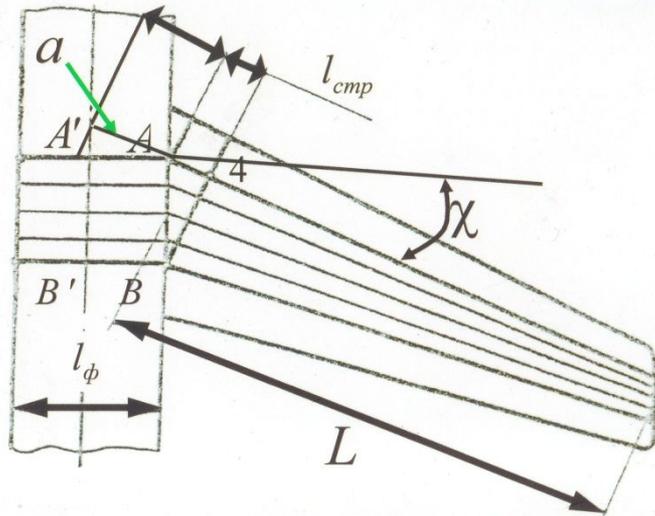
Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

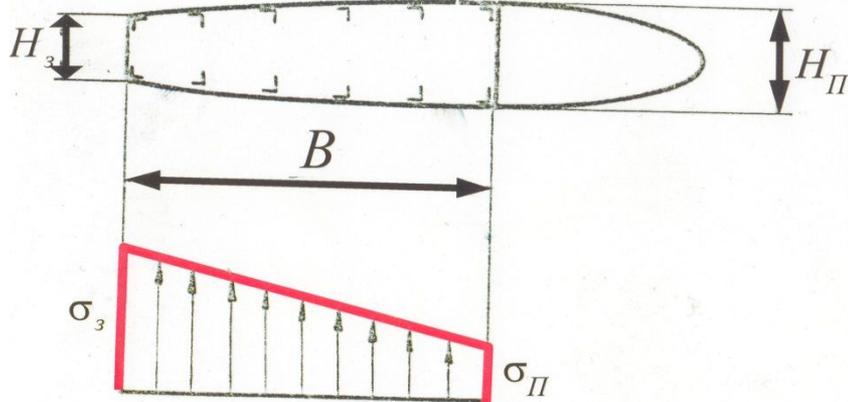
Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

# 4. Кессонное стреловидное крыло



$$a = 0,5l_{\phi} \cos \chi$$



$$H_{cp} = \frac{H_{\Pi} + H_3}{2}$$

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

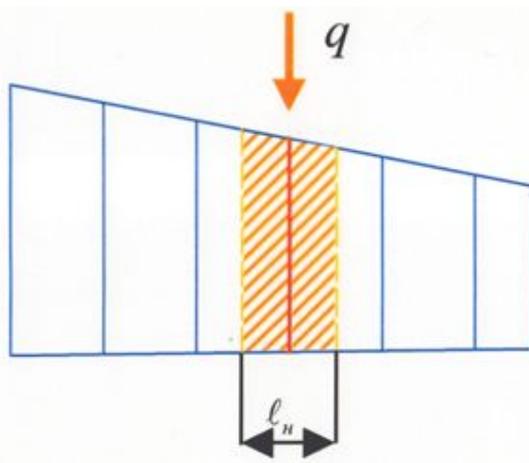
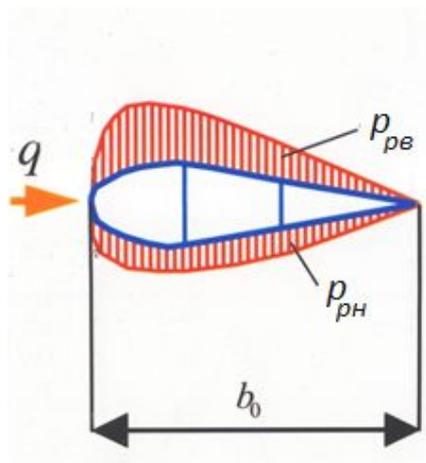
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Уравнения  
равновесия

# Расчёт нервюр

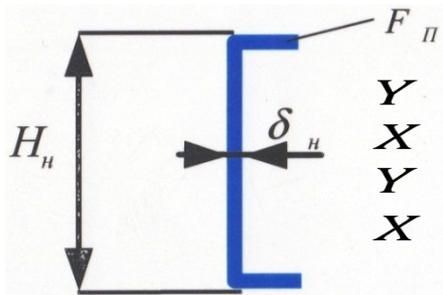
## Определение нагрузок на типовые нервюры

### 1) Местная аэродинамическая нагрузка



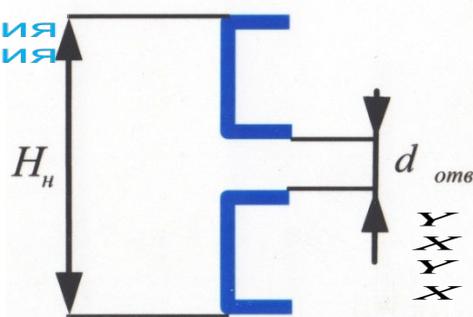
Уравнения  
равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$



Уравнения  
равновесия

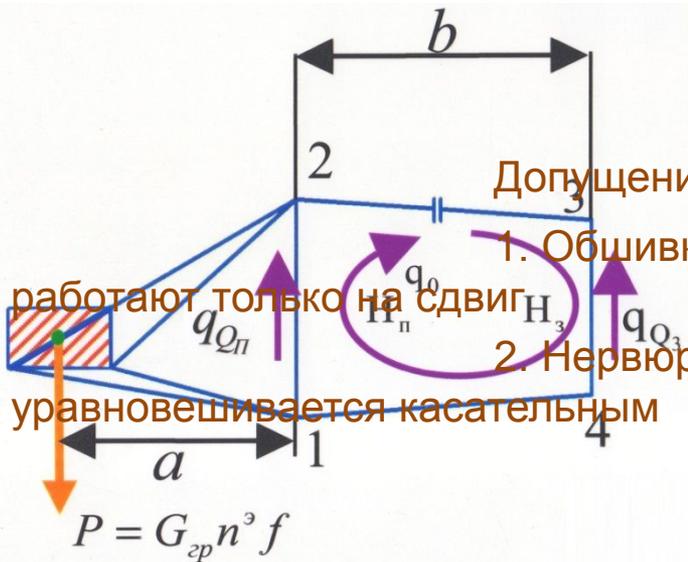
$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$



Уравнения  
равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

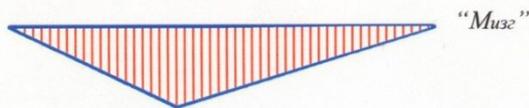
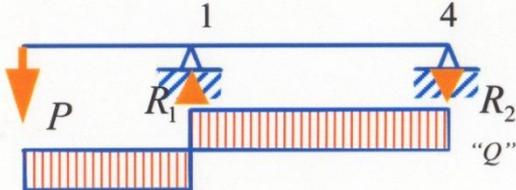
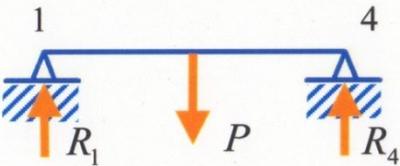
# Расчёт усиленной нервюры



Допущения:

1. Обшивка и стенки лонжерона работают только на сдвиг
2. Нервюра вырезается из крыла и уравнивается касательным потоком

$$P = G_{sp} n^3 f$$



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

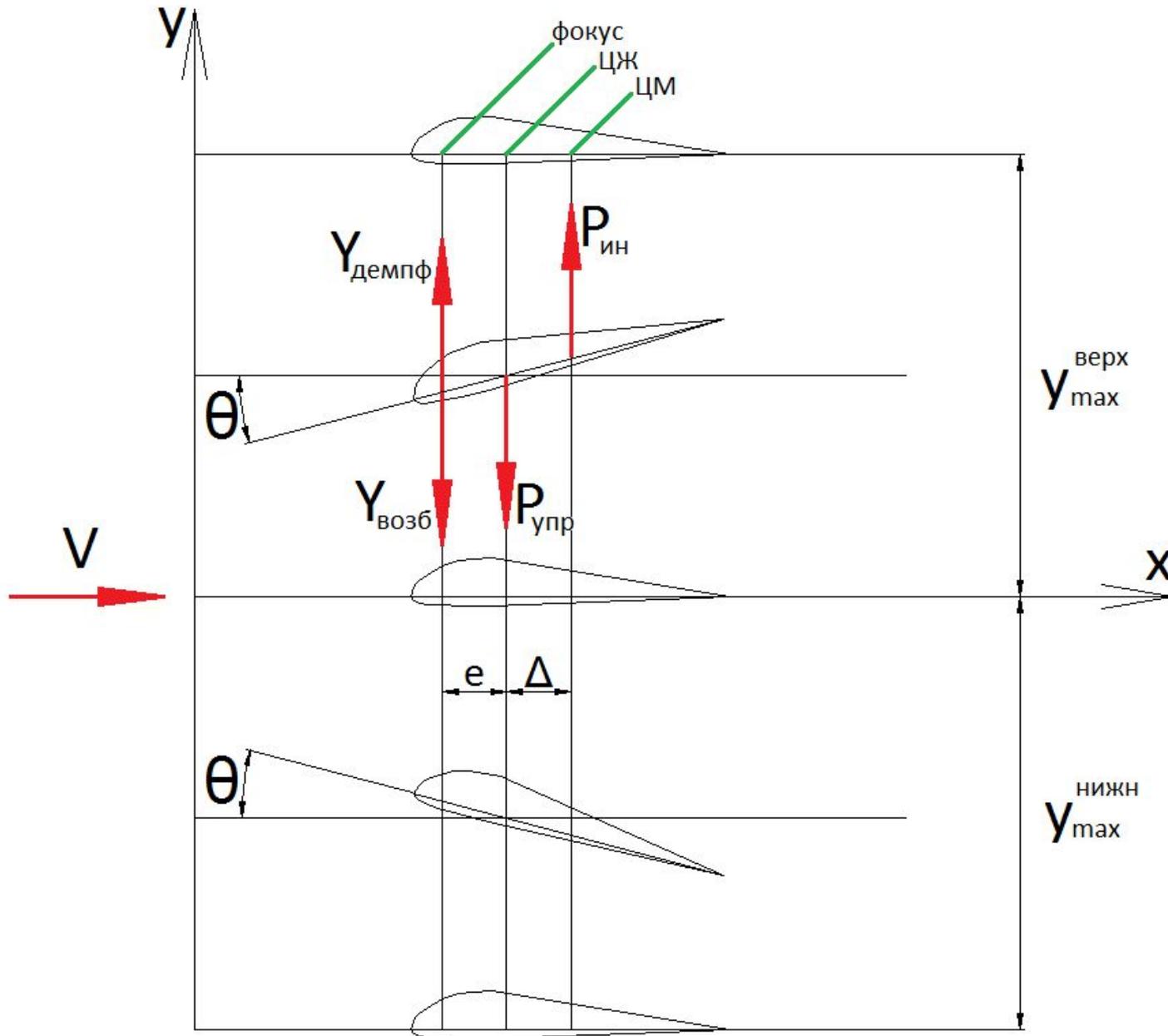
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

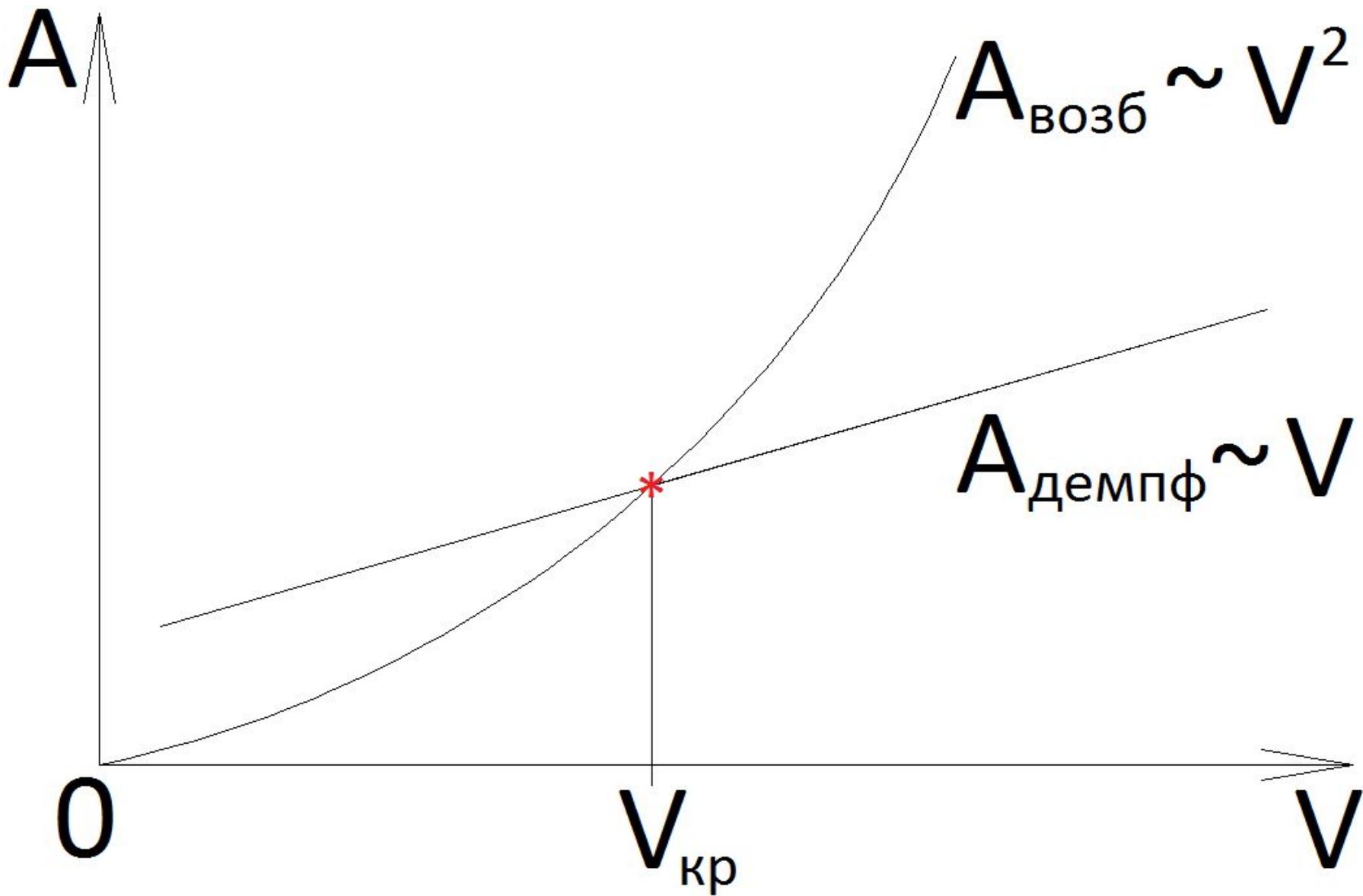
$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

Внешние нагрузки,  
действующие на  
хвостовое оперение

# Изгибно-крутильный флаттер крыла

# Механизм возникновения





Уравнения  
равновесия

$$\begin{aligned}
 & \text{XXXX} \quad ||| \quad \text{G}^{\circ} \\
 & \text{XXXX} \quad ||| \quad \text{D} \\
 & \text{XXXX} \quad ||| \quad \text{C} \cdot \omega^2 - q - S_{\text{кр}}
 \end{aligned}$$

# Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} \right) - m \left( \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \Delta b \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) + qbc_y^\alpha \left( \theta - \frac{1}{V} \frac{\partial y}{\partial t} \right) = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( GJ \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - m \left[ \Delta b \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \left( \Delta^2 b^2 + \frac{J_m}{m} \right) \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right] - qb^2 ec_y^\alpha \left( \theta - \frac{1}{V} \frac{\partial y}{\partial t} \right) = 0$$

$$Y(z, t) = Af(z) e^{i\omega t} \quad (5)$$

$$\theta(z, t) = B\varphi(z) e^{i\omega t} \quad (6)$$

$$\left( \begin{array}{l} z = x + iy; \\ e^{iz} = \cos z + i \sin z; \end{array} \right)$$

**Граничные условия:**

$$\text{в заделке} \quad f(0) = f'(0) = \varphi(0) = 0 \quad (7)$$

$$\text{на конце} \quad f''(l) = f'''(l) = \varphi'(l) = 0 \quad (8)$$

$$B(GJ\varphi')' + m\omega^2 \left( A\Delta bf - B\frac{J_m}{m}\varphi \right) - qb^2 ec_y^\alpha \left( B\varphi - \frac{i\omega}{V} Af \right) = 0$$

ИЛИ

$$A \left[ (EIf''')'' + m\omega^2 f - qbc_y^\alpha i \frac{\omega}{V} f \right] + B \left[ -\Delta bm\omega^2 \varphi + qbc_y^\alpha \varphi \right] = 0$$

(9)

$$A \left[ \Delta bm\omega^2 f + qb^2 ec_y^\alpha i \frac{\omega}{V} f \right] + B \left[ (GJ\varphi')' - J_m \omega^2 \varphi - qb^2 ec_y^\alpha \varphi \right] = 0$$

$$A(a_{11} + c_{11}\omega^2 + i\omega d_{11}V) + B(c_{12}\omega^2 + b_{12}V^2) = 0$$

(10)

$$A(c_{21}\omega^2 + i\omega d_{21}V) + B(a_{22} + c_{22}\omega^2 + b_{22}V^2) = 0$$

где

$$a_{11} = \int_0^l (EIf''')'' f dz; \quad a_{22} = \int_0^l (DJ\varphi')' \varphi dz; \quad b_{12} = \frac{1}{2} \rho c_y^\alpha \int_0^l b\varphi f dz;$$

$$b_{22} = \frac{1}{2} \rho c_y^\alpha \int_0^l b^2 e\varphi^2 dz; \quad c_{11} = \int_0^l m f^2 dz; \quad c_{12} = -\int_0^l b\Delta m\varphi f dz = -c_{21};$$

$$c_{22} = \int_0^l J_m \varphi^2 dz; \quad d_{11} = \frac{1}{2} \rho c_y^\alpha \int_0^l b f^2 dz; \quad d_{21} = \frac{1}{2} \rho c_y^\alpha \int_0^l b^2 e f \varphi dz;$$

(11)

$$A_1\omega^4 + (B_1 + B_2V^2)^2 \omega^2 + C_1 + C_2V^2 = 0; \quad (12)$$

$$B_3\omega^2 + C_3 + C_4V^2 = 0;$$

где

$$A_1 = -(c_{12}c_{21} + c_{11}c_{22}); B_2 = c_{11}b_{22} + c_{21}b_{12}; \quad (13)$$

$$B_1 = c_{11}a_{22} - a_{11}c_{22}; B_3 = -(d_{11}c_{22} + d_{21}c_{12});$$

$$C_1 = a_{11}a_{22}; C_2 = a_{11}b_{21}; C_3 = d_{11}a_{22}; C_4 = d_{11}c_{22} - b_{12}d_{21};$$

$$\omega^2 = -\frac{C_3 + C_4V^2}{B_3}; \quad (14)$$

$$LV^4 + MV^2 + N = 0; \quad (15)$$

где

$$L = C_4 (B_2B_3 - A_1C_2);$$

$$M = B_2B_3C_3 + B_1B_3C_4 - B_3^2C_2 - 2C_3C_4A_1; \quad (16)$$

$$N = B_1B_3C_3 - B_3^2C_1 - C_3^2A_1;$$

$$V^2 = \frac{-M \pm \sqrt{M^2 - 4LM}}{2L}; \quad (17)$$

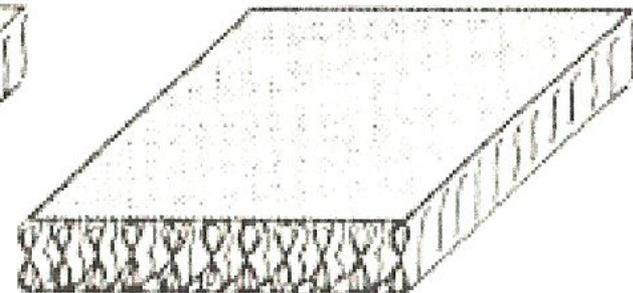
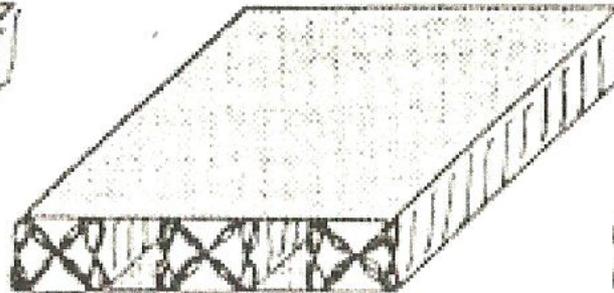
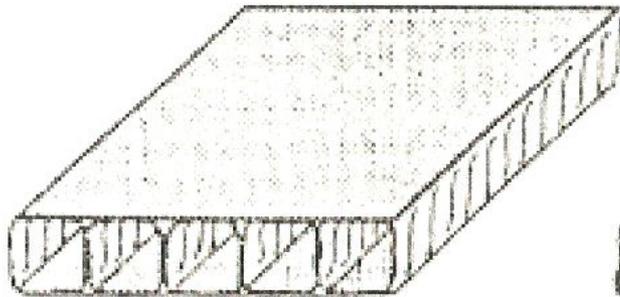
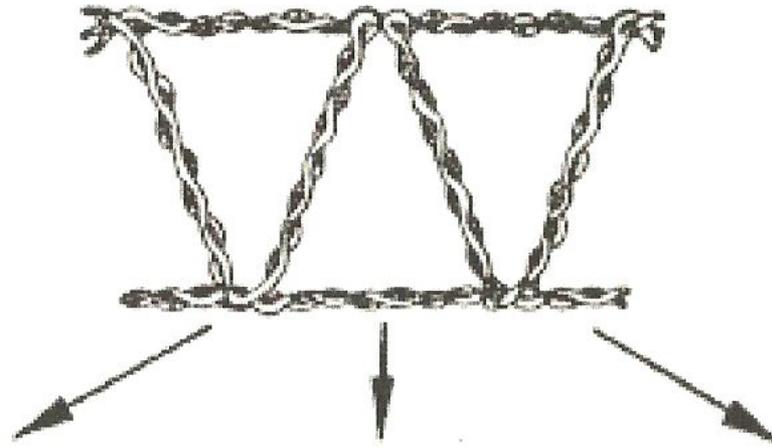
# пример

$$f(z) = \frac{chkl - \cos kl}{shkl - \sin kl} (\sin kz - shkz) + \cos kz - chkz;$$

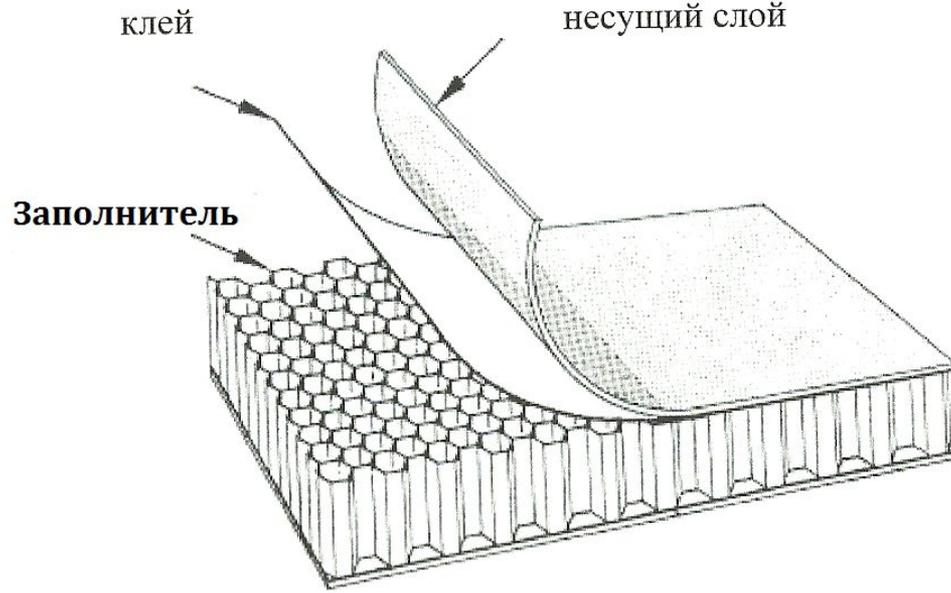
$$k = 1.51 \frac{\pi}{l};$$

$$\varphi(z) = \sin \frac{\pi z}{2l};$$

# Интегральный сэндвич 3-D плетения



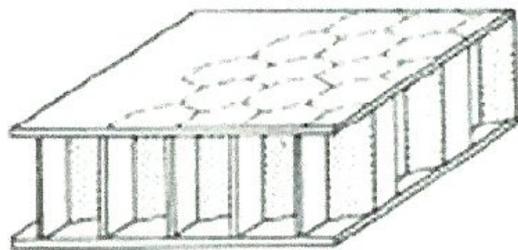
## Конструкция сэндвича



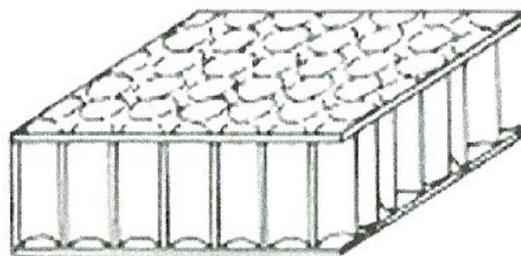
## Механические свойства сэндвича

Тип панели	Отн вес	Отн изг. жесткость	Отн. изг. прочность
	100%	100%	100%
	~100%	~1200%	~600%
	~100%	~4800%	~1200%

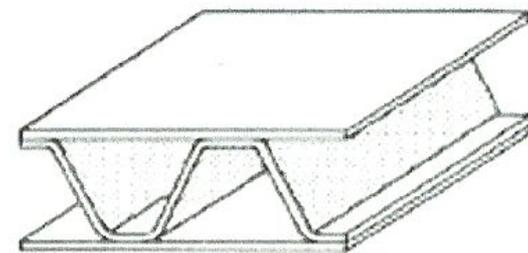
## Виды заполнителей



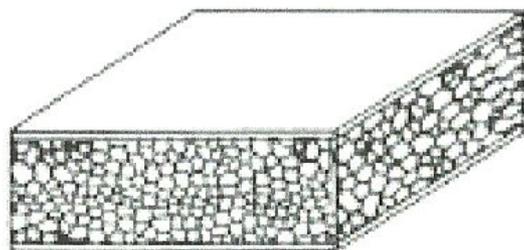
соты



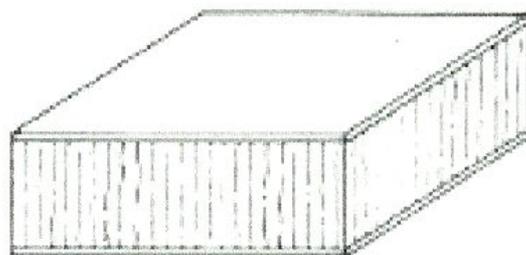
трубчатый



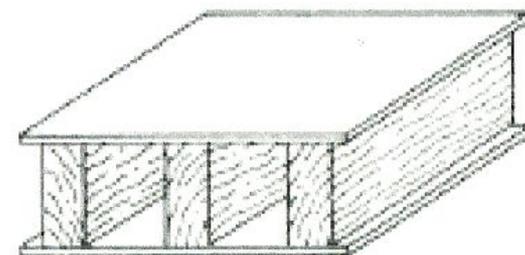
складчатый



Пенопласт

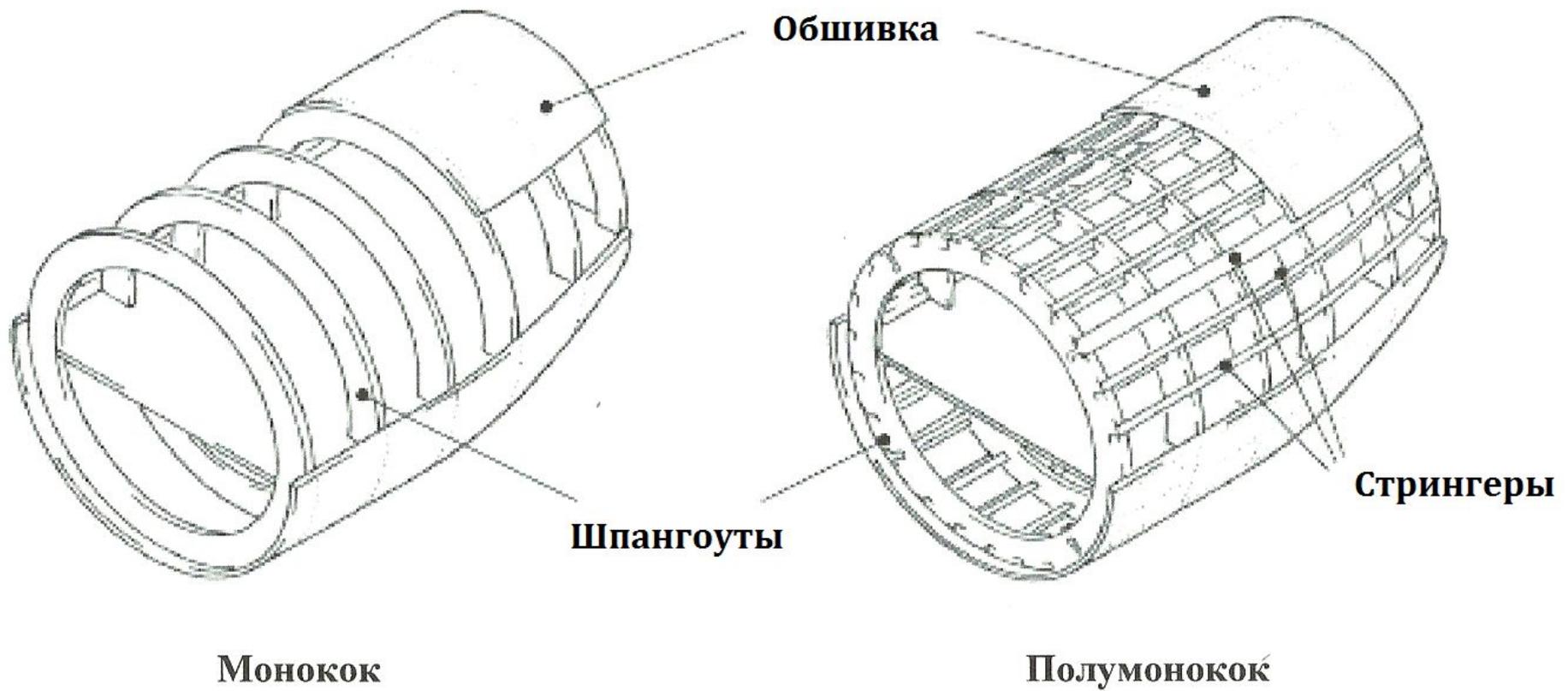


бальса



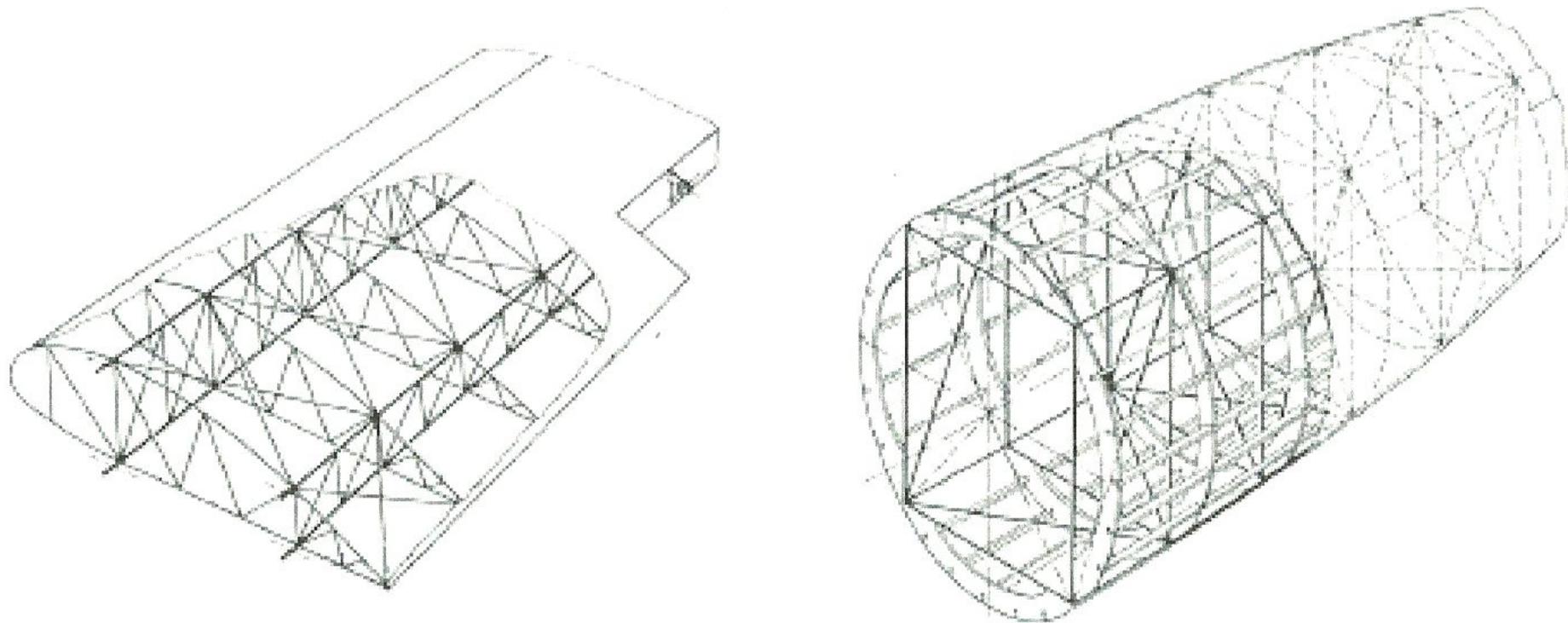
бальсовые стойки

# Фюзеляжные конструкции

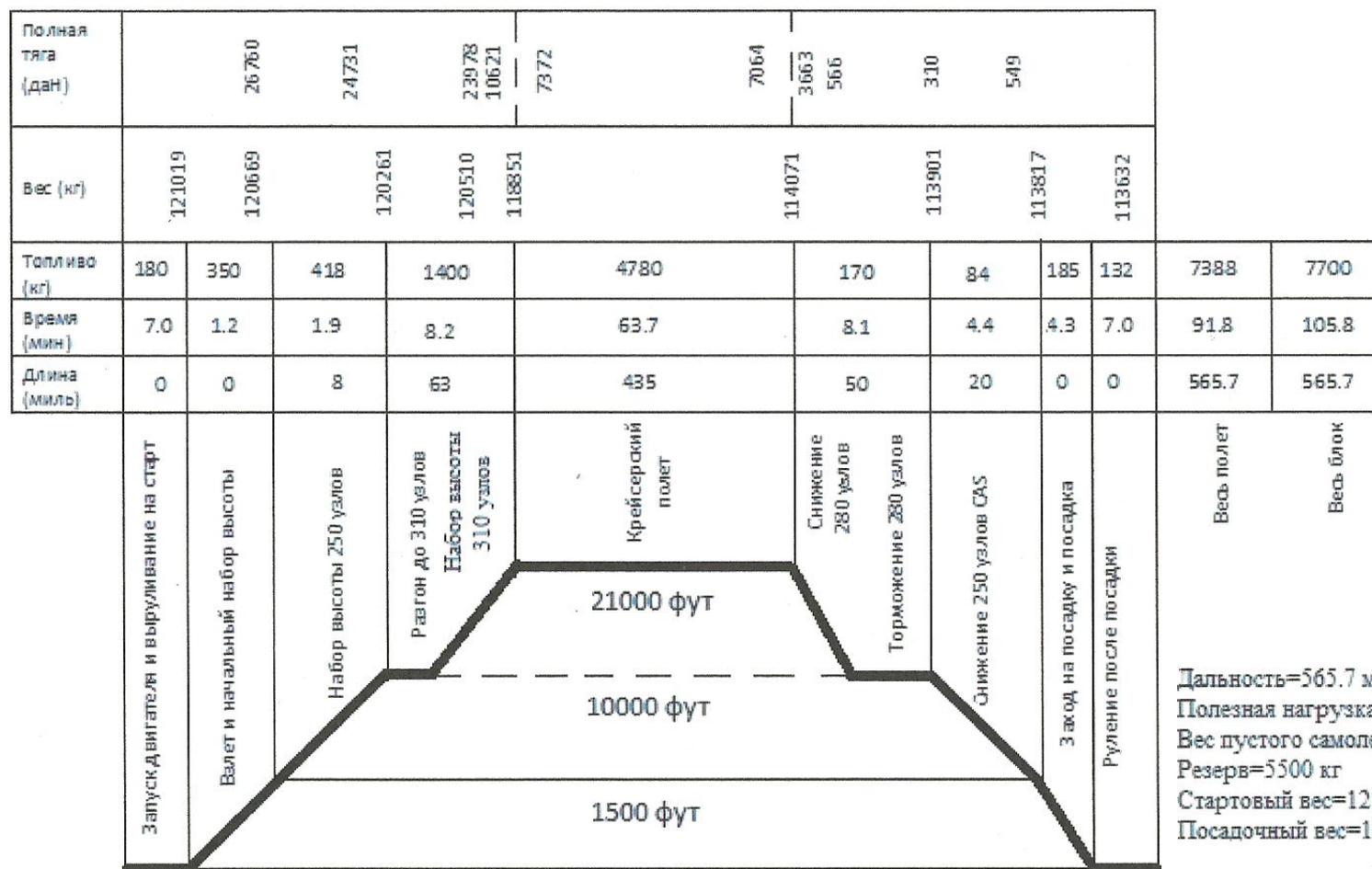


# КОНСТРУКТИВНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

## Крыло и фюзеляж ферменной конструкции



## Профиль полета транспортного самолета на примере SATIC A300-600ST (Белуга)



Уровень моря

# Материалы обшивки фюзеляжа



GLARE®

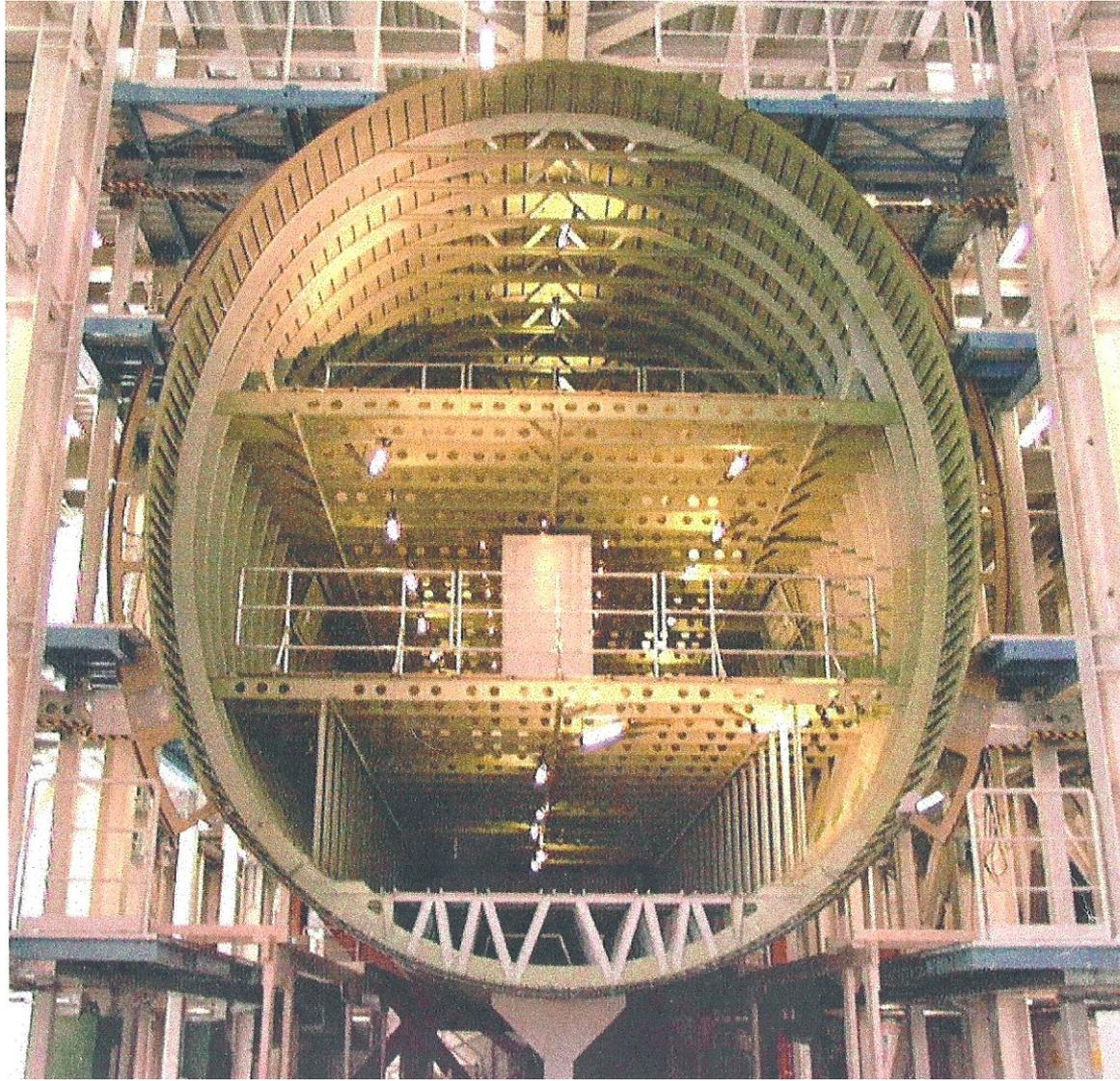
2524

6xxx

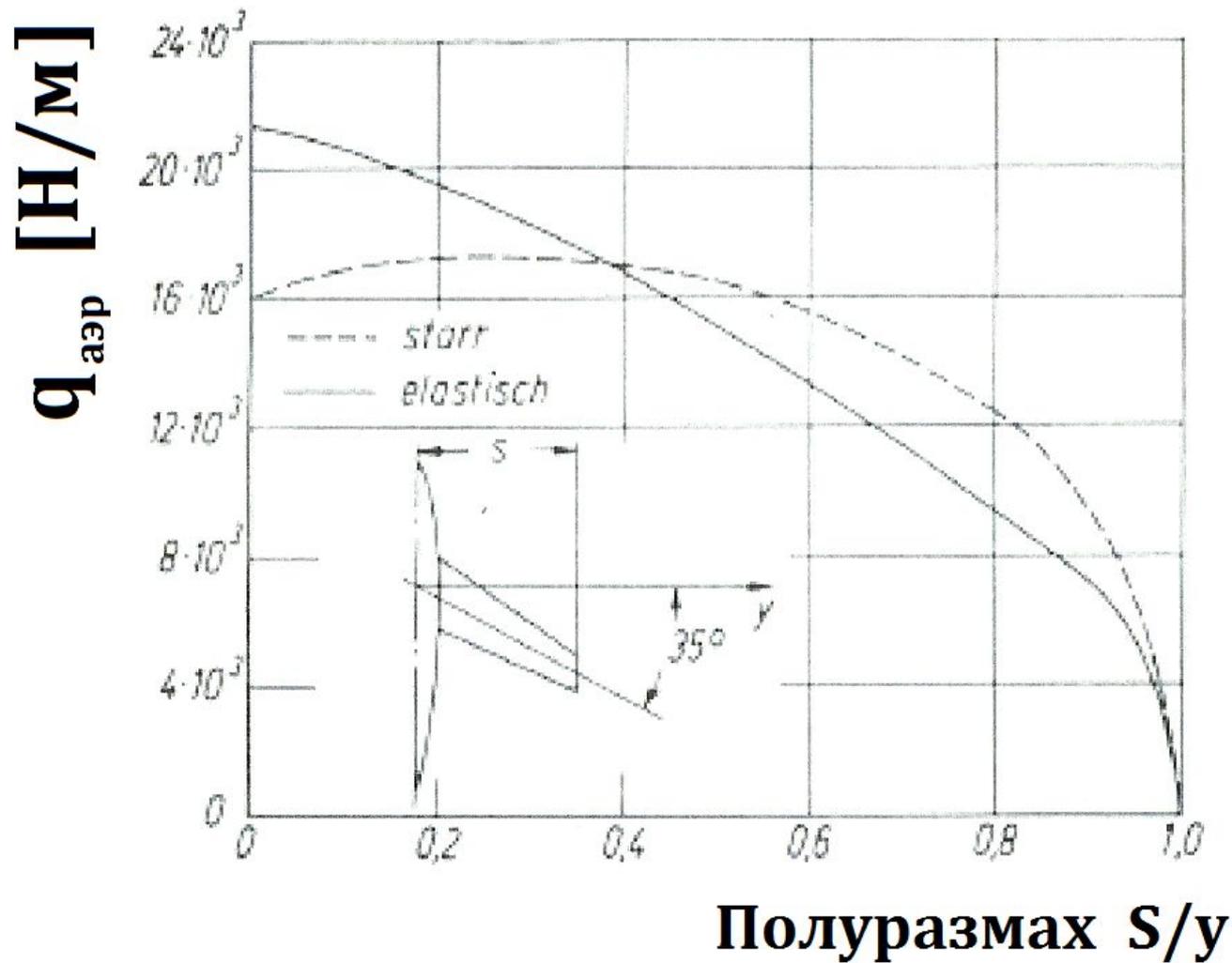
7xxx

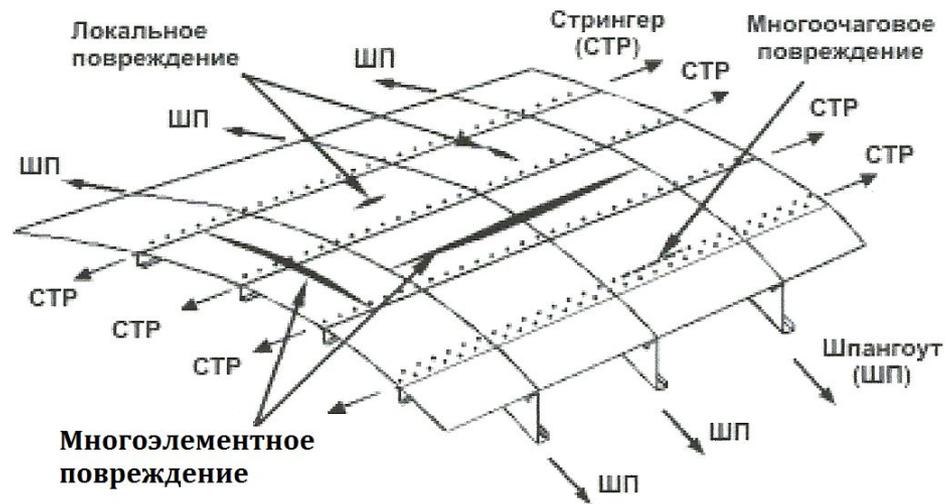
CFRP

2024

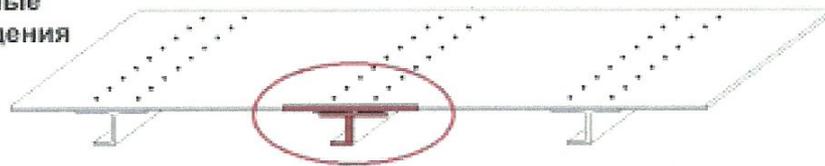


# Распределение подъемной силы на жестком и упругом крыле

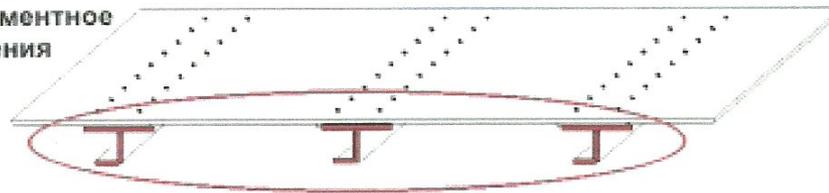




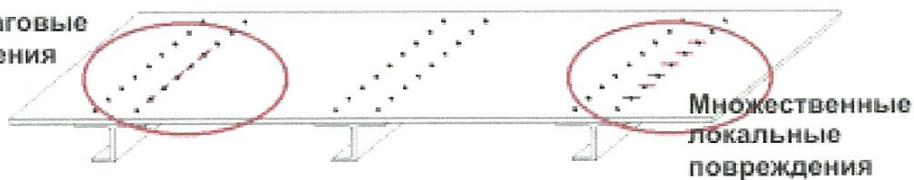
Локальные повреждения



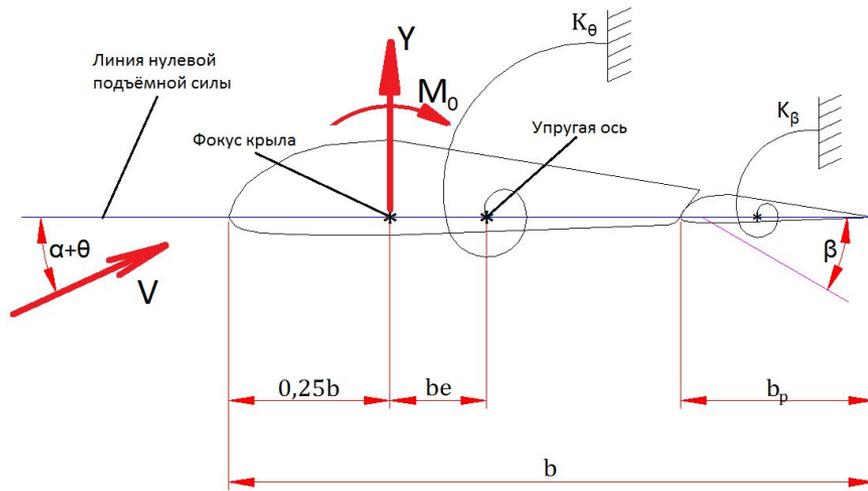
Многоэлементные повреждения



Многоочаговые повреждения



# Дивергенция профиля без рулевой поверхности



Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

## Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{\text{кр}}$$

# Уравнения равновесия

XXXX

|||||

$G_0$

$R_0$

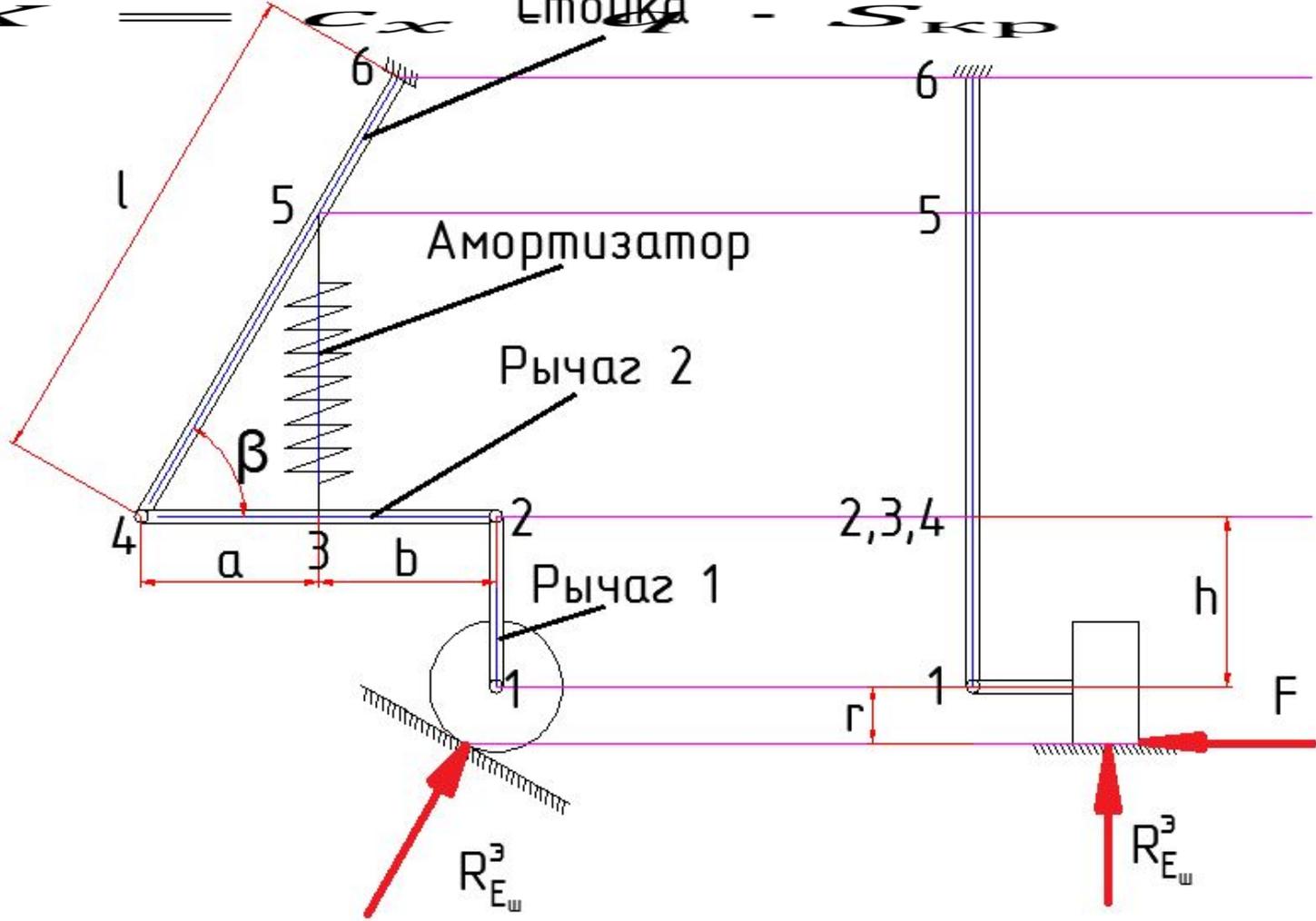
$S_2$

$S_3$

Стопка

$- S_{кр}$

$- S_{кр}$



# Уравнения равновесия

X  
X  
X  
X



$G_0$   
 $P$

$$c_y \cdot q = S_{кр}$$

$$c_x \cdot q = S_{кр}$$

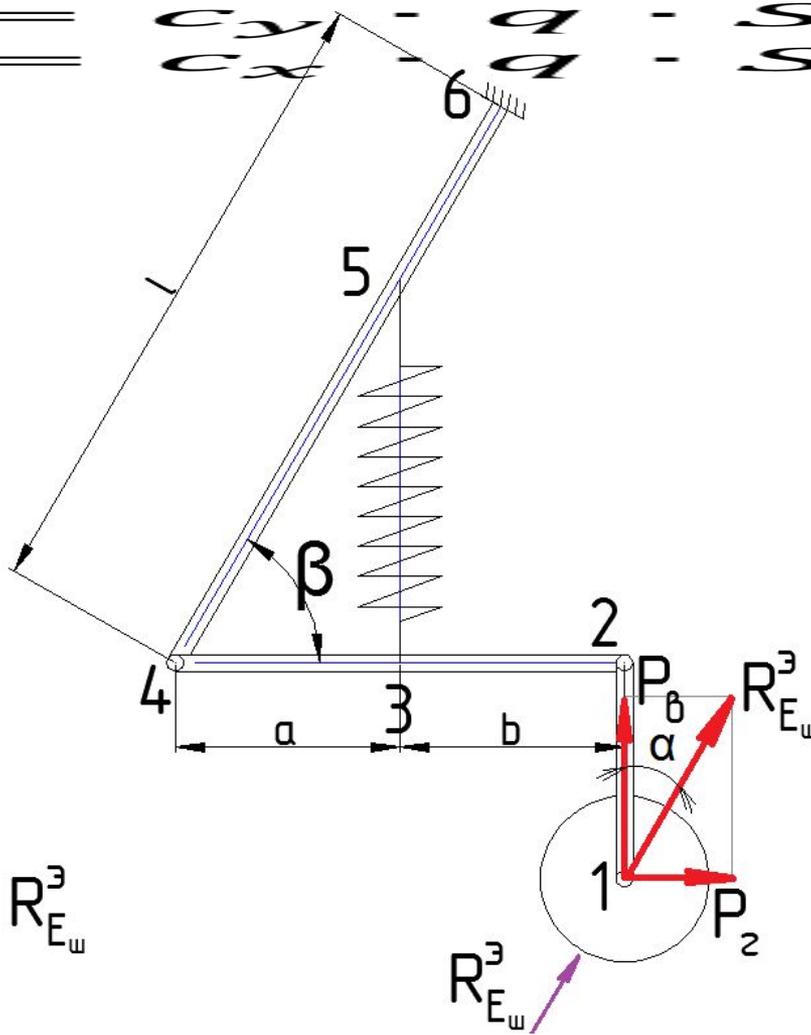
## Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

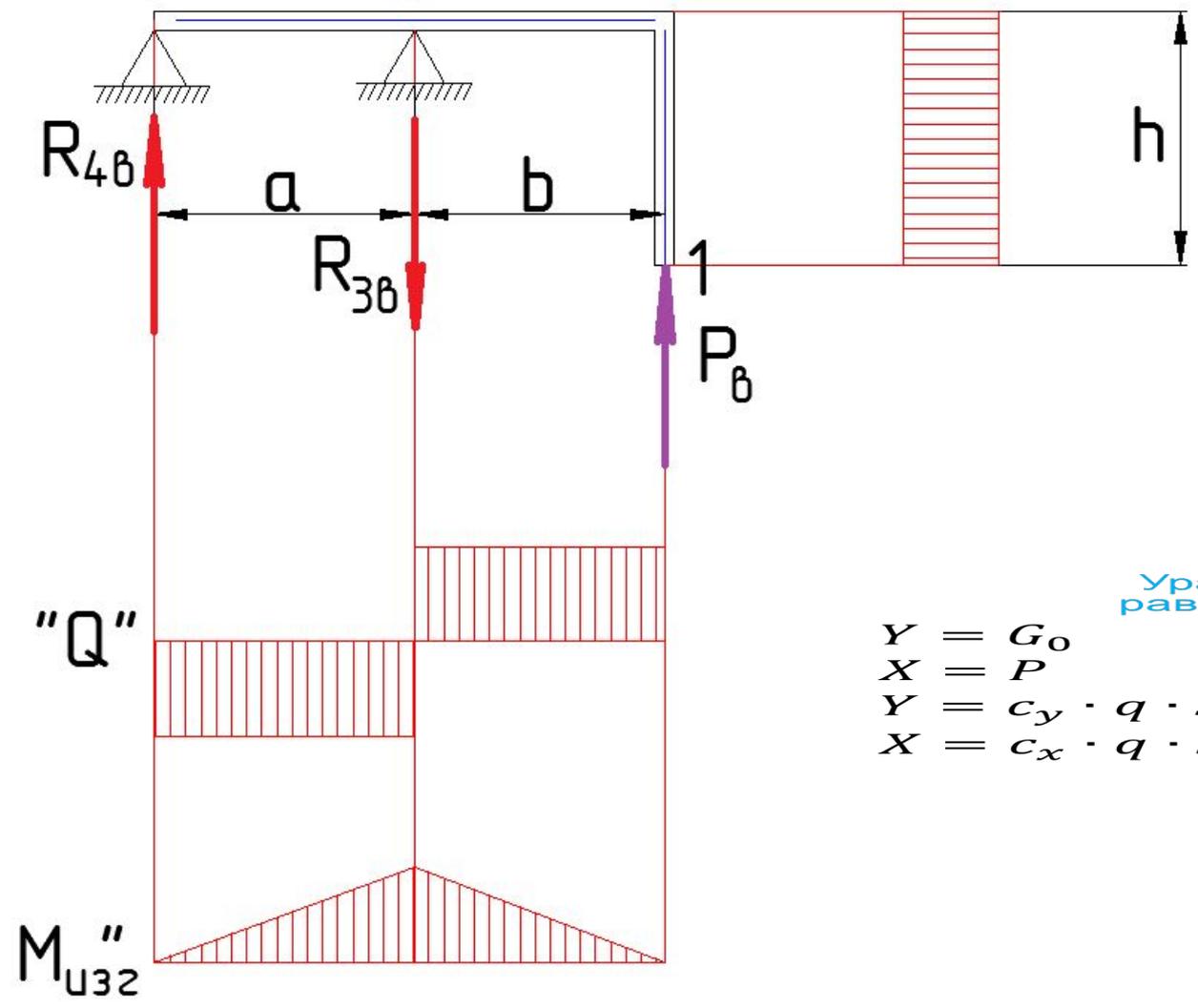
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



Уравнения  
равновесия

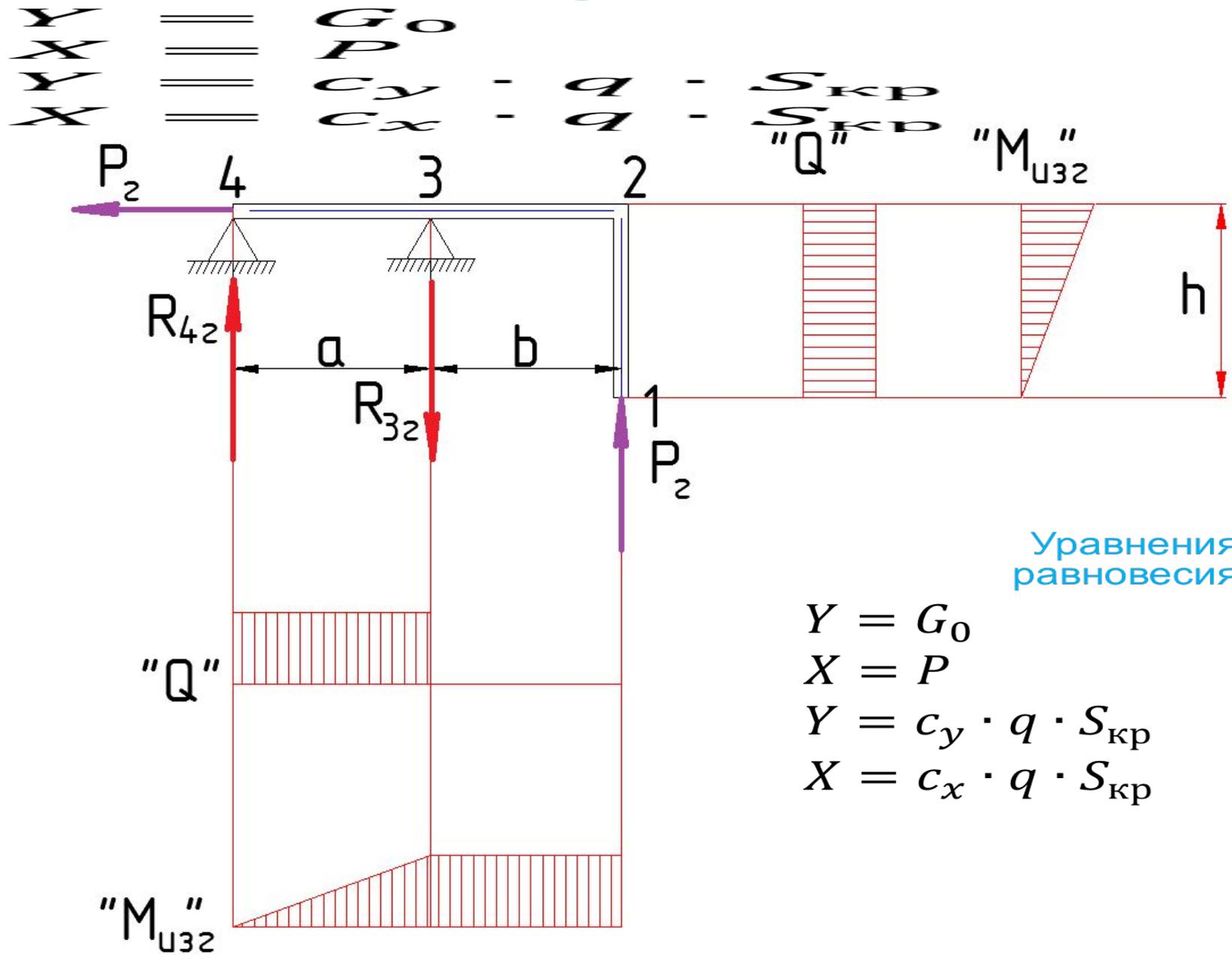
$$\begin{array}{l}
 Y \\
 X \\
 Y \\
 X
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 = \\
 = \\
 = \\
 =
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 G_0 \\
 P \\
 c_y \cdot q \\
 c_x \cdot q
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 - \\
 - \\
 - \\
 -
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 q_1 \\
 q_2 \\
 S_{кр} \\
 S_{кр}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 N \\
 N \\
 N \\
 N
 \end{array}$$



Уравнения  
равновесия

$$\begin{array}{l}
 Y = G_0 \\
 X = P \\
 Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{array}$$

Уравнения  
равновесия

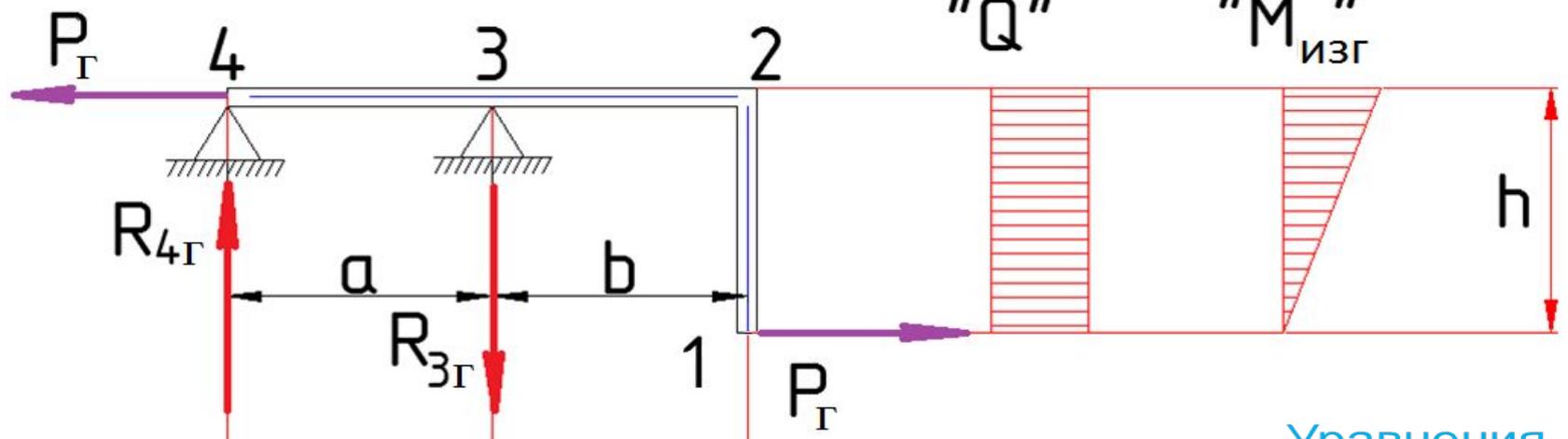


Уравнения  
равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

Уравнения равновесия

$$\begin{array}{l}
 Y \\
 X \\
 Y \\
 X
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 = \\
 = \\
 = \\
 =
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 G_0 \\
 P \\
 c_y \cdot q \\
 c_x \cdot q
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 - \\
 - \\
 - \\
 -
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 q \\
 q \\
 q \\
 q
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 - \\
 - \\
 - \\
 -
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 S_{кр} \\
 S_{кр} \\
 S_{кр} \\
 S_{кр}
 \end{array}$$

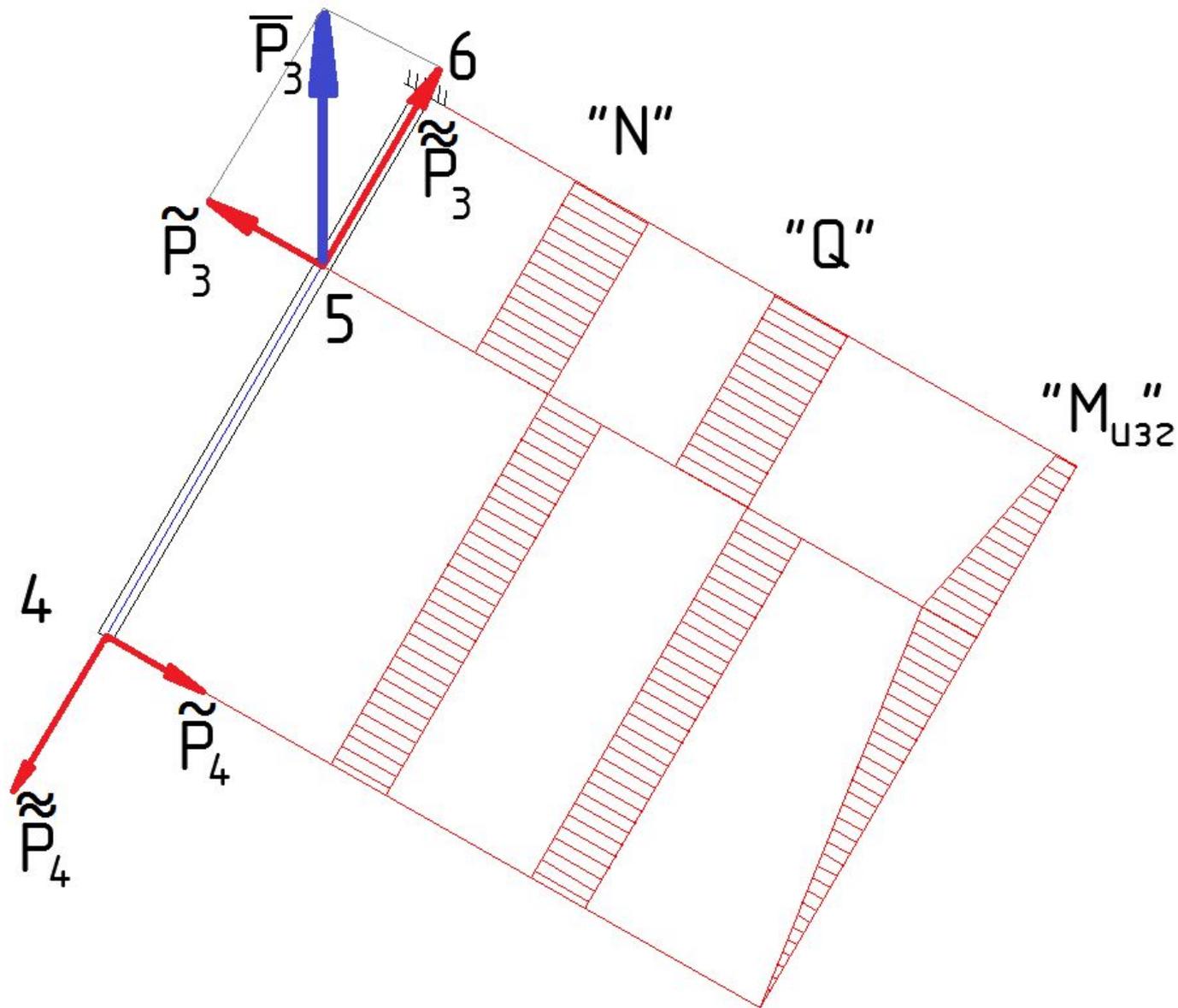


Уравнения равновесия

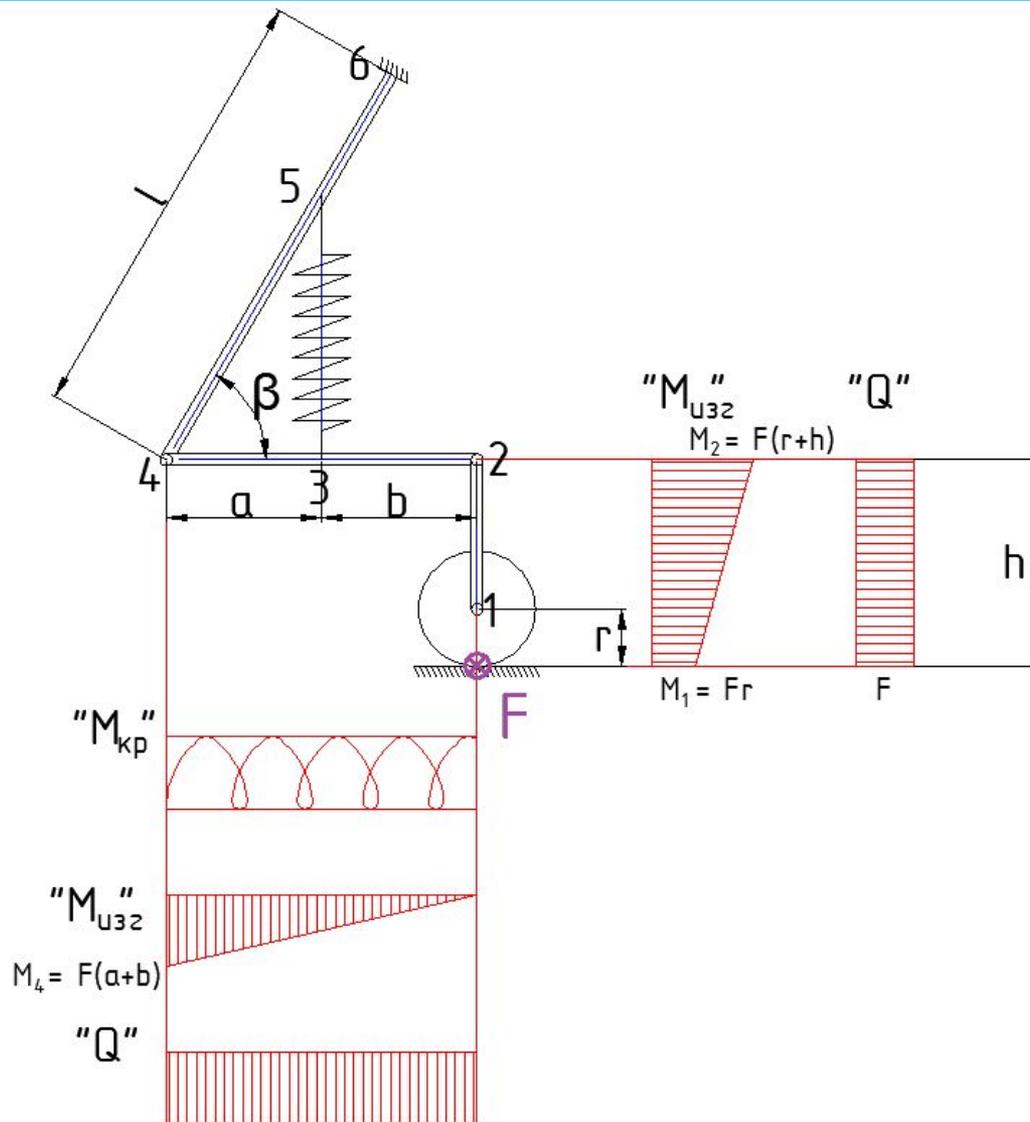
$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

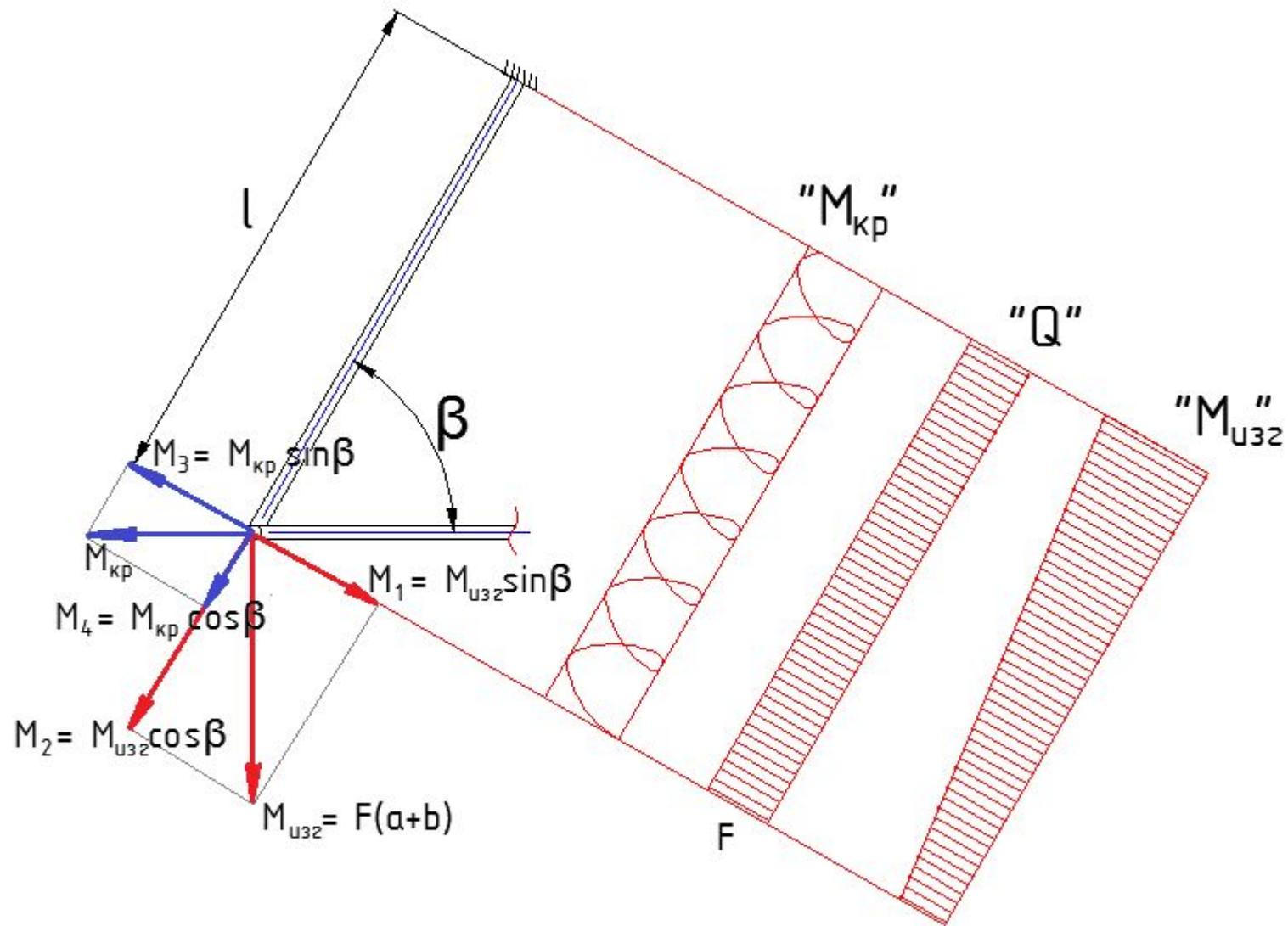
"M<sub>изг</sub>"

"Q"

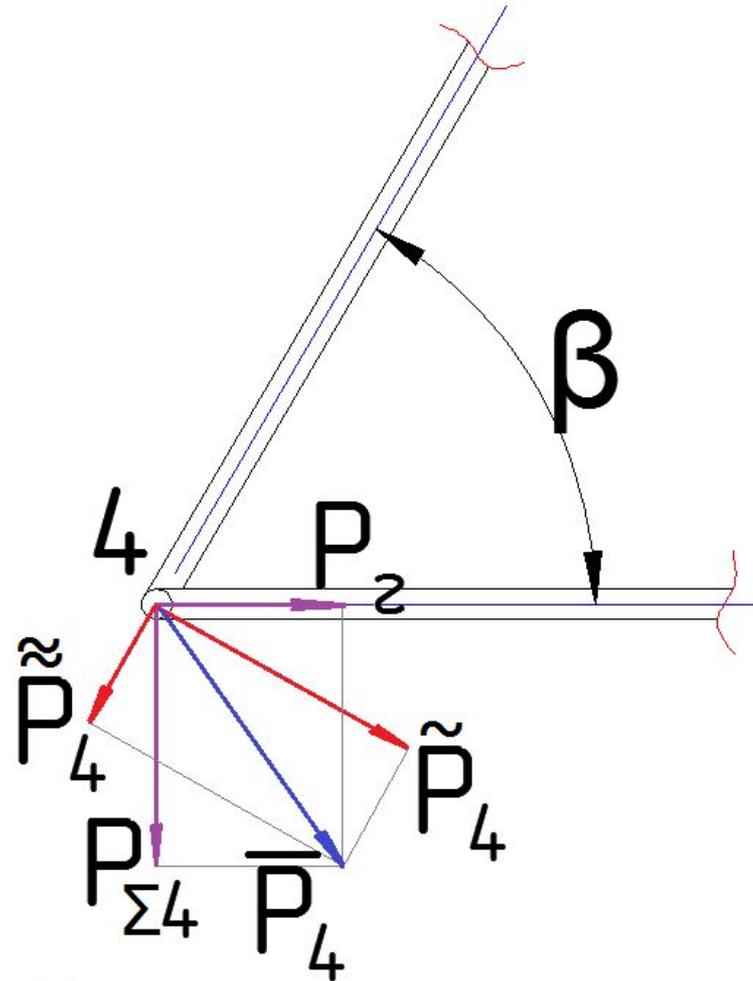


# Расчёт от действия силы F

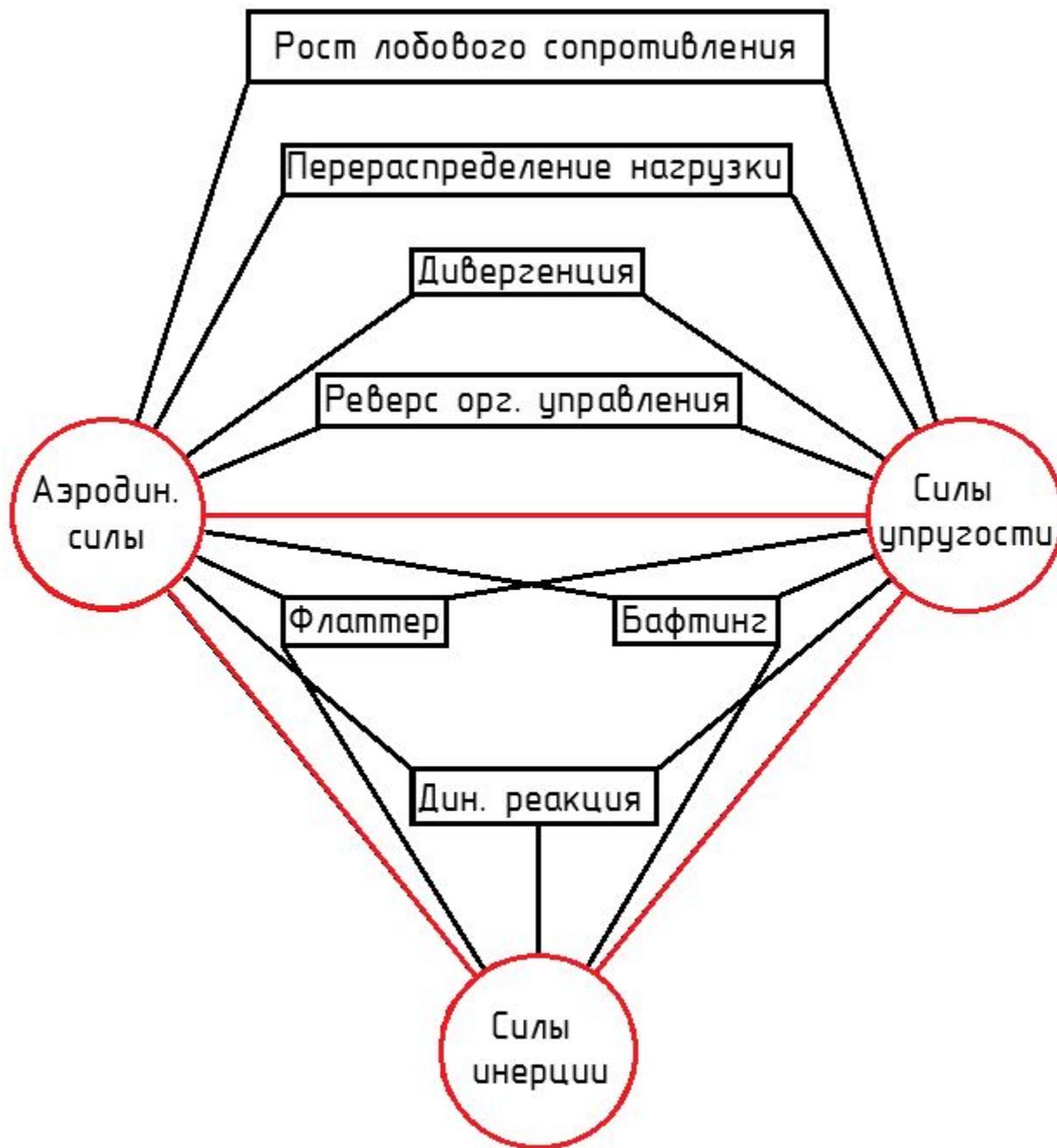




## Узел 4 (узел 3 аналогично)



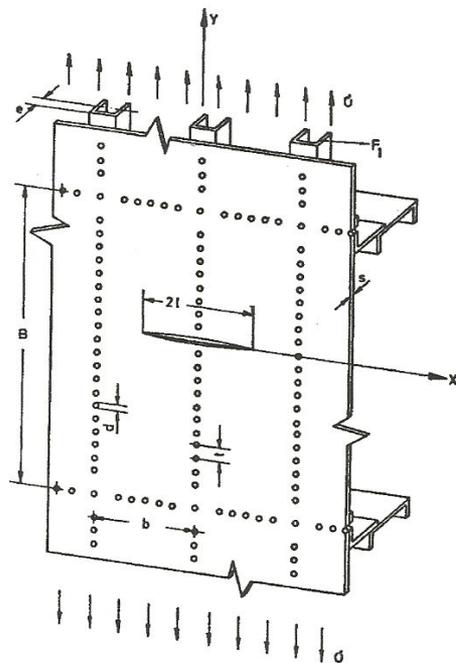
$$\overline{P}_4 = \sqrt{P_{\Sigma 4}^2 + P_r^2}$$



### Составная конструкция



### Монолитная конструкция

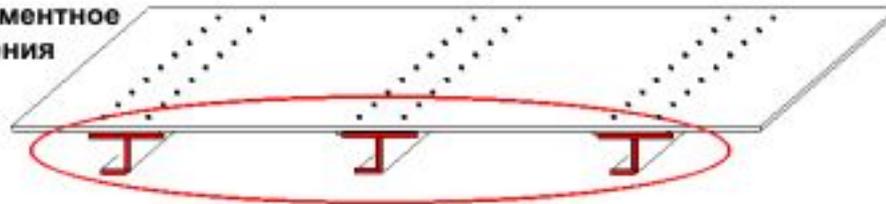


# Виды повреждений

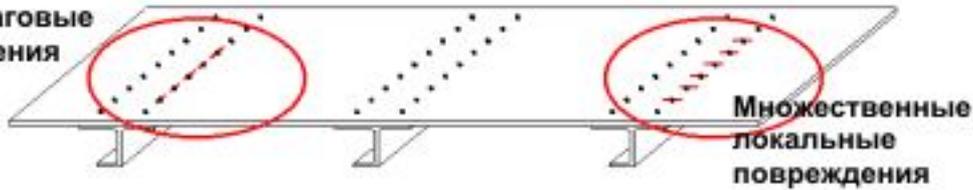
Локальные повреждения



Многоэлементное повреждение



Многоочаговые повреждения



# Вычисление усталостного ресурса

$$N_E = \frac{n_0 D_F x}{D_{total} j_t R_{50\%}}$$

где  $n_0$  - требуемый усталостный ресурс (расчетный срок службы),  
 $D_F$  - коэффициент Майнера,  
 $x$  - коэффициент уменьшения из-за нескольких критических мест усталостного разрушения,

$D_{total} = \sum(n/N)$  - общее усталостное повреждение ( $n$  - число приложенных циклов,  $N$  - количество циклов до разрушения),

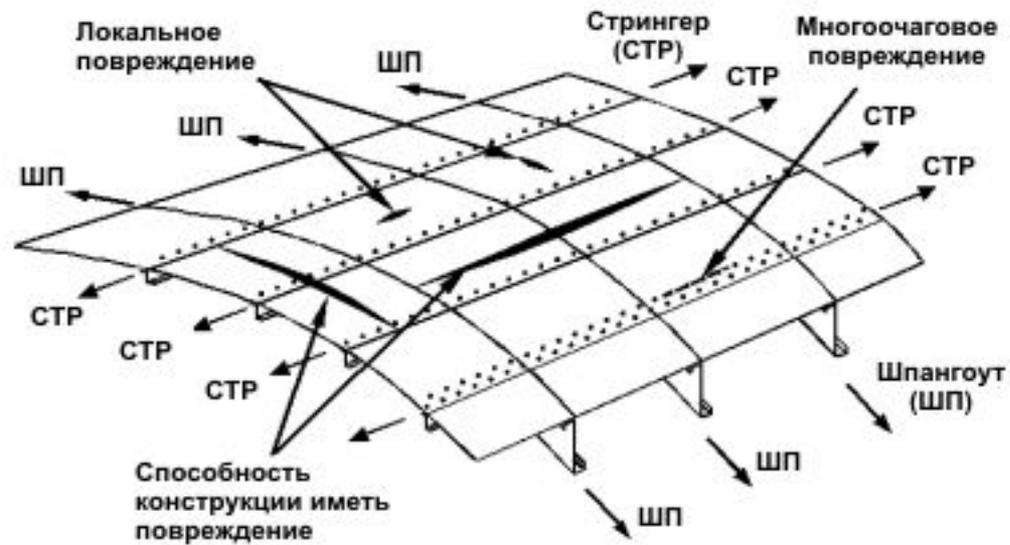
$j_t$  - коэффициент рассеивания,  
 $R_{50\%}$  - риск-фактор.

Тип самолета	Программа зональных осмотров	Направленные осмотры *	
	интервал ниже/выше пола кабины	Начало Осмotra	Интервал
A300	4 года (2000 ПЦ **)	18000 ПЦ	6000/12000 ПЦ
A310	≈ 2000 ПЦ / ≈ 4000 ПЦ	18000/24000 ПЦ	6000/12000 ПЦ
A320/A321/ A319/A318	≈ 400 ПЦ / ≈ 3200 ПЦ	20000 ПЦ	12000 ПЦ
A340-200/-300	≈ 1100 ПЦ / ≈ 2200 ПЦ	8750 ПЦ	4500 ПЦ
A330-200/-300	≈ 3000 ПЦ / ≈ 6000 ПЦ	15000 ПЦ	8000 ПЦ
A340-500/-600	≈ 1100 ПЦ / ≈ 2200 ПЦ	8000 ПЦ	4000 ПЦ
A380-800	-	8600 ПЦ	4300 ПЦ

\* - начало осмотра и/или интервалы меняются для различных областей осмотра,

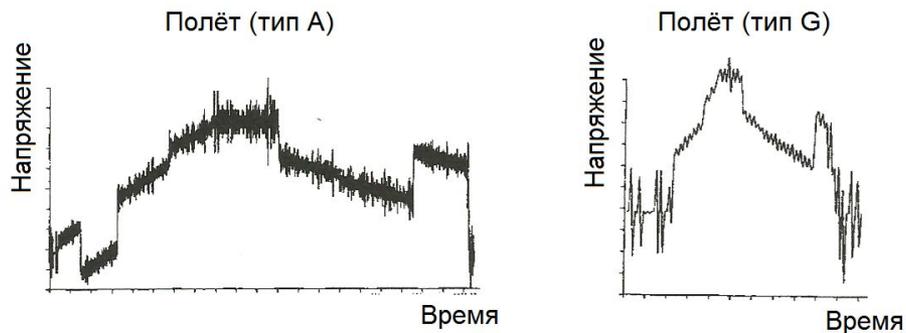
\*\* - только для специальных частей .

# Виды повреждений



Конструкция, допускающая повреждение	Конструкция безопасного ресурса
$P_A=10^{-1}$ замена приводит к низкой стоимости	$P_A=10^{-3}$ низкая вероятность катастрофического разрушения
$P_A=10^{-2}$ замена приводит к высокой стоимости	$P_A=10^{-4}$ высокая вероятность катастрофического разрушения
	$P_A=10^{-5}$ катастрофическое разрушение вероятно

( $P_A$  – вероятность разрушения)



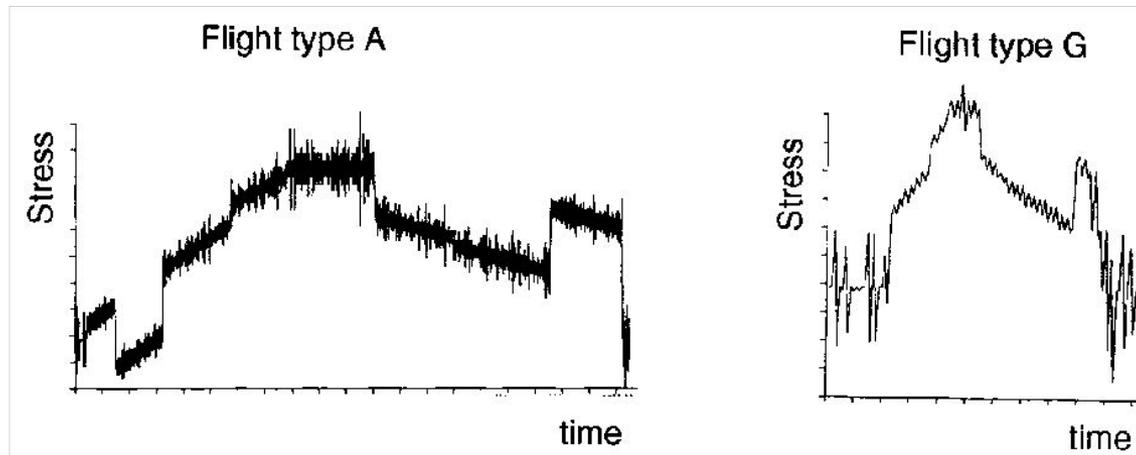
Тип конструкции	Асимметрия напряжений в цикле	Коэффициент Майнера $\alpha$	
		G-A-G-спектр*	другие спектры
клепаное соединение	$R < 0$	0.5	0.9
	$R \geq 0$	0.6	0.9
Проушины	$R < 0$	1.0	1.0
	$R \geq 0$	1.0	1.0
другие детали с отверстиями без фреттинговой усталости и $K_{KH} > 1.5$	$R < 0$	0.5	0.9
	$R \geq 0$	0.6	0.9

\*- Спектры типов полета А и G показаны на рис. (в различных масштабах).

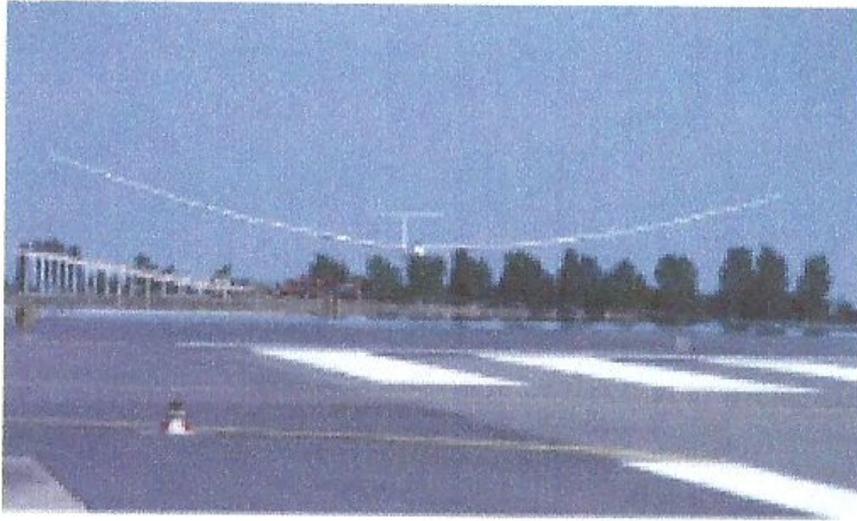
# Коэффициент Майнера DF

Тип конструкции	Асимметрия напряжений в цикле	Коэффициент Майнера $D_F$	
		G-A-G-спектр*	другие спектры
клепаное соединение	$R < 0$	0.5	0.9
	$R \geq 0$	0.6	0.9
Проушины	$R < 0$	1.0	1.0
	$R \geq 0$	1.0	1.0
другие детали с отверстиями	$R < 0$	0.5	0.9
	$R \geq 0$	0.6	0.9

\*- Спектры типов полета A и G показаны на рисунке



# Eta Aircraft "eta"



Изгиб фюзеляжа  
влияет на  
эффективность  
рулей высоты

Упругая  
конструкция

Жёсткий  
самолёт

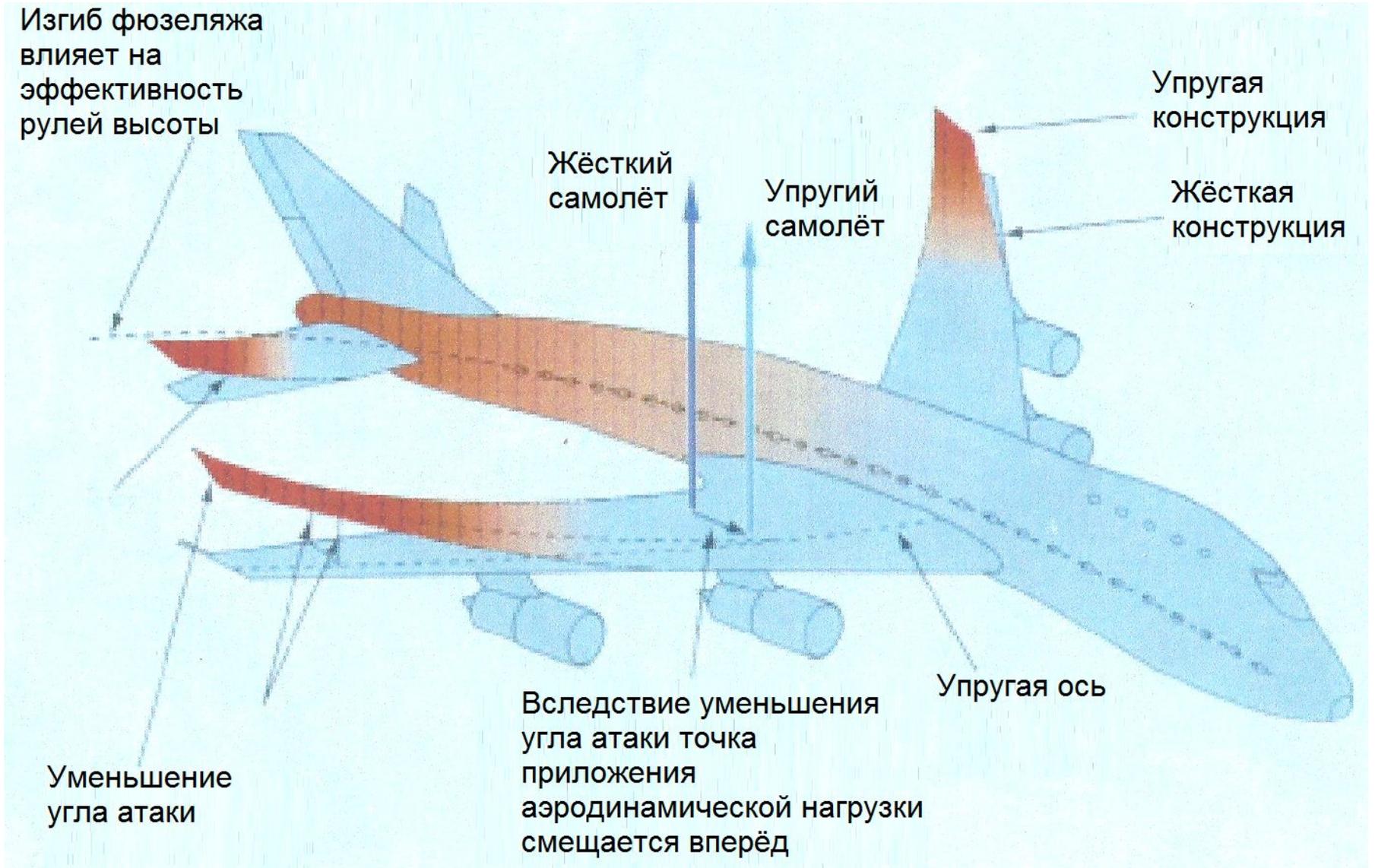
Упругий  
самолёт

Жёсткая  
конструкция

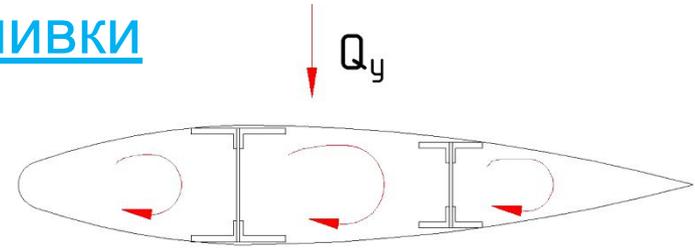
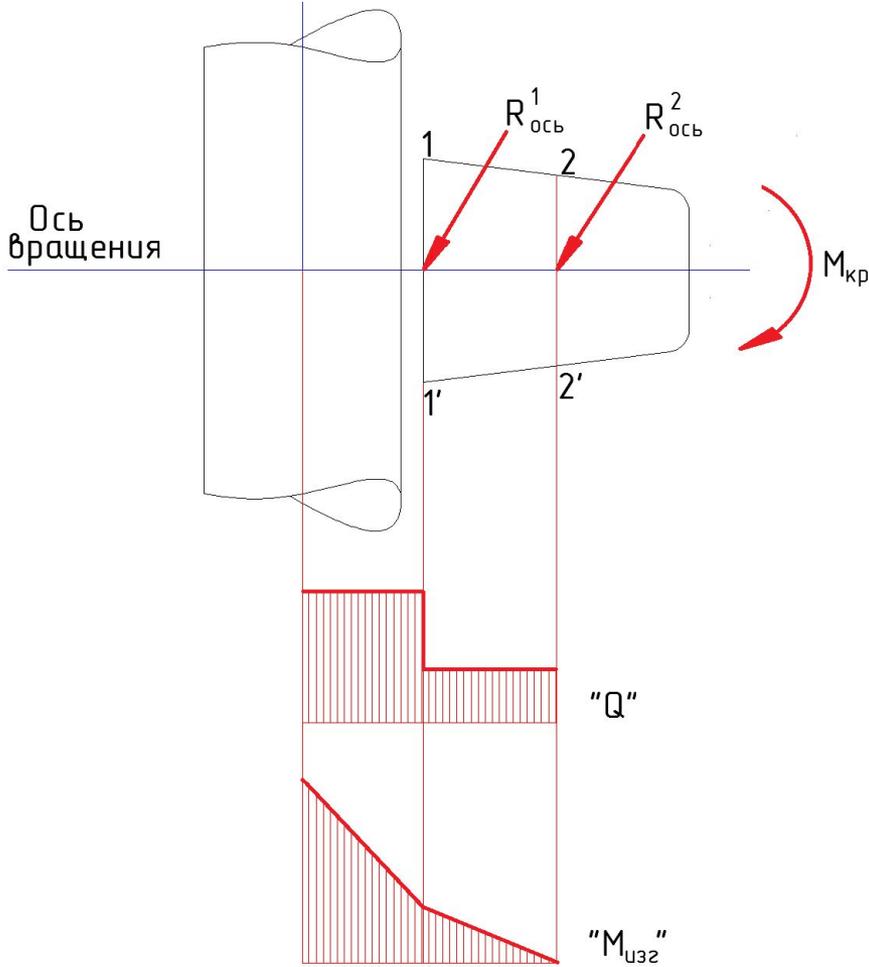
Уменьшение  
угла атаки

Вследствие уменьшения  
угла атаки точка  
приложения  
аэродинамической нагрузки  
смещается вперёд

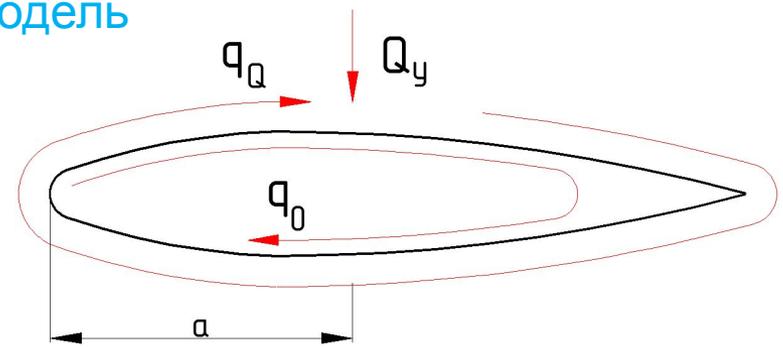
Упругая ось



# Многозамкнутый контур обшивки

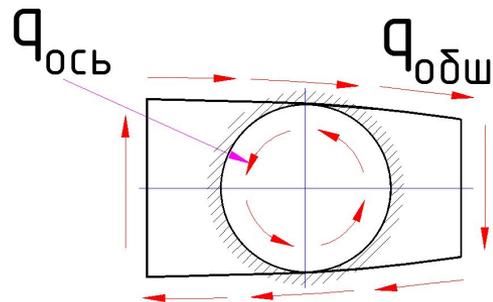


1-ая приближённая однозамкнутая модель



$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

2-ая приближённая модель  
(пренебрег. носком и хвостовой  
частью нервюры)

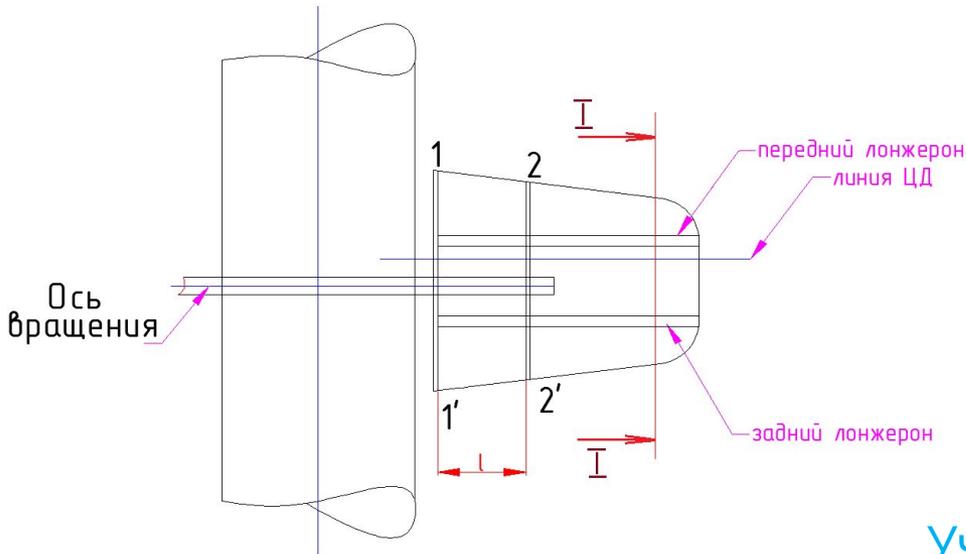


Уравнения  
равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

# Расчёт на прочность ЦПГО

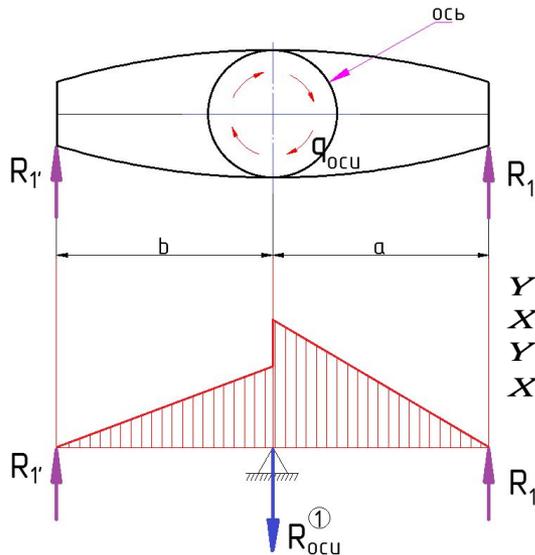
## 1. ЦПГО двухлонжеронной схемы



Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

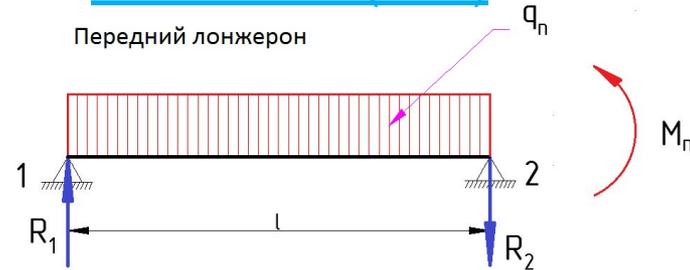
### Нервюра 1-1' (2-2')



Уравнения равновесия

$$\begin{aligned}
 Y &= G_0 \\
 X &= P \\
 Y &= c_y \cdot q \cdot S_{кр} \\
 X &= c_x \cdot q \cdot S_{кр}
 \end{aligned}$$

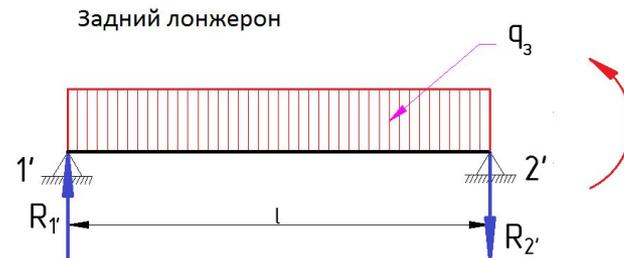
### Участок 1-2 (1'-2')



Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

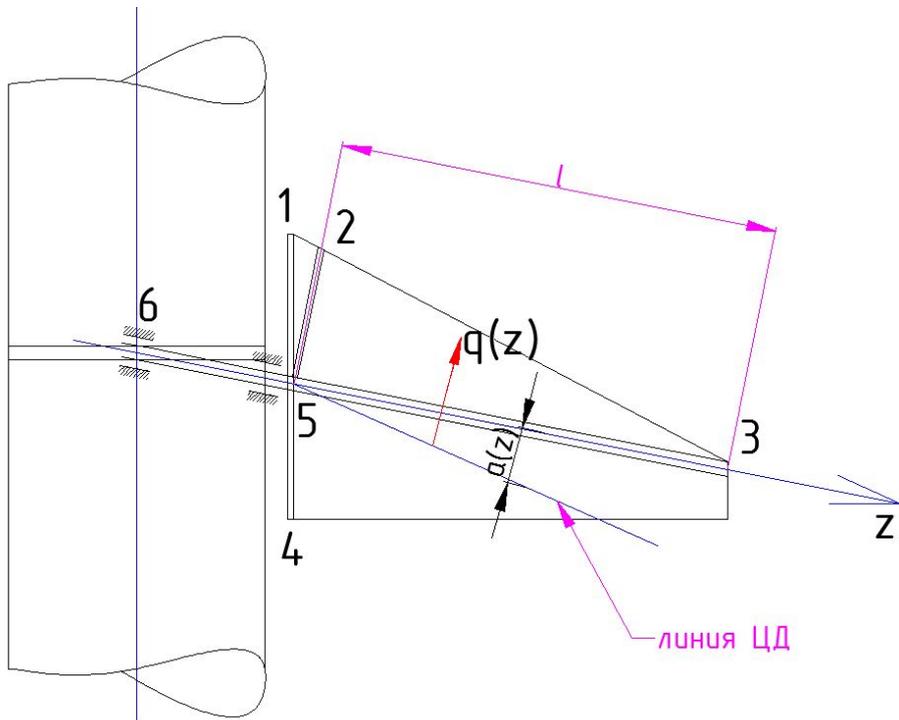
$$X = P$$



$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

## 2. ЦПГО однолонжеронной схемы



Уравнения  
равновесия

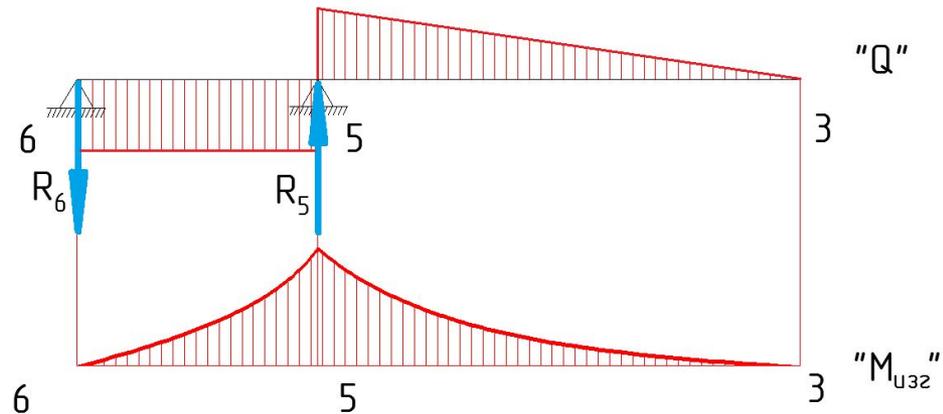
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

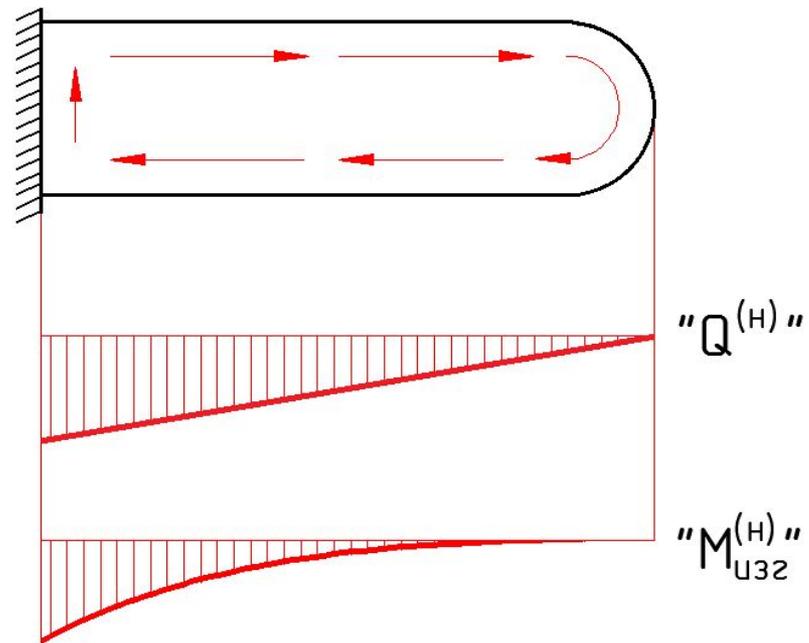
$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

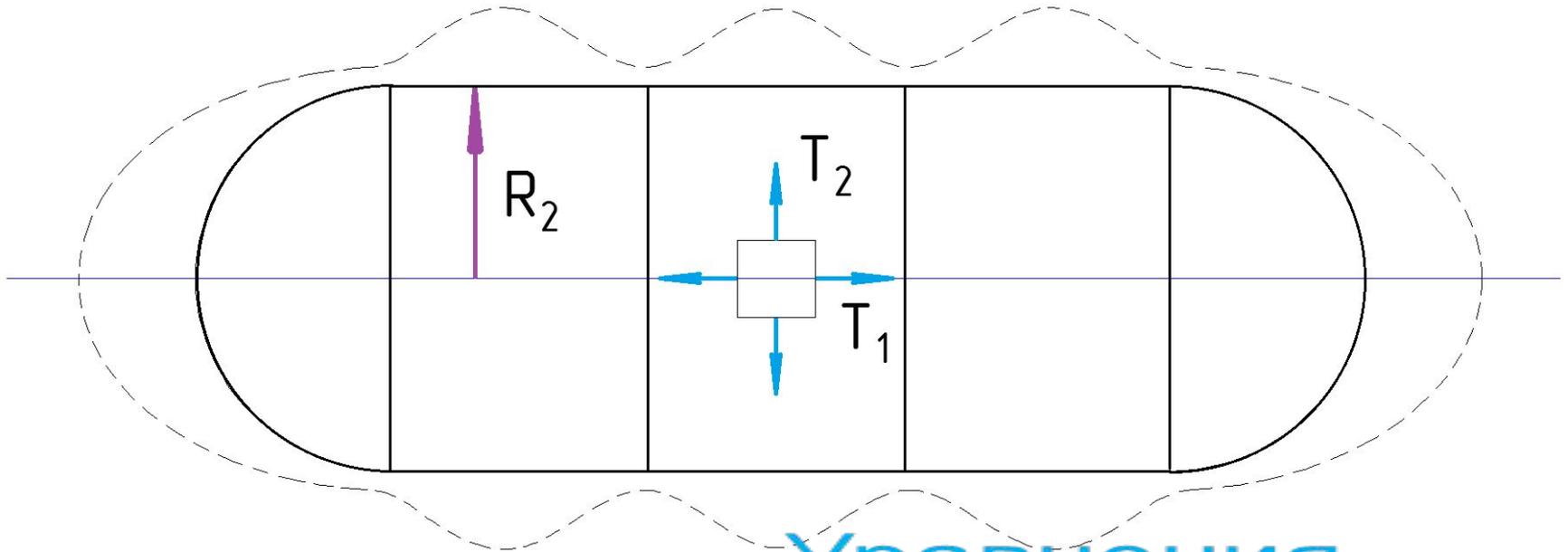
### Лонжерон 3-5-6



### Нервюра 2-5



Расчёт цилиндрической оболочки под действием изб.  
Давления по безмоментной теории



Уравнения  
равновесия

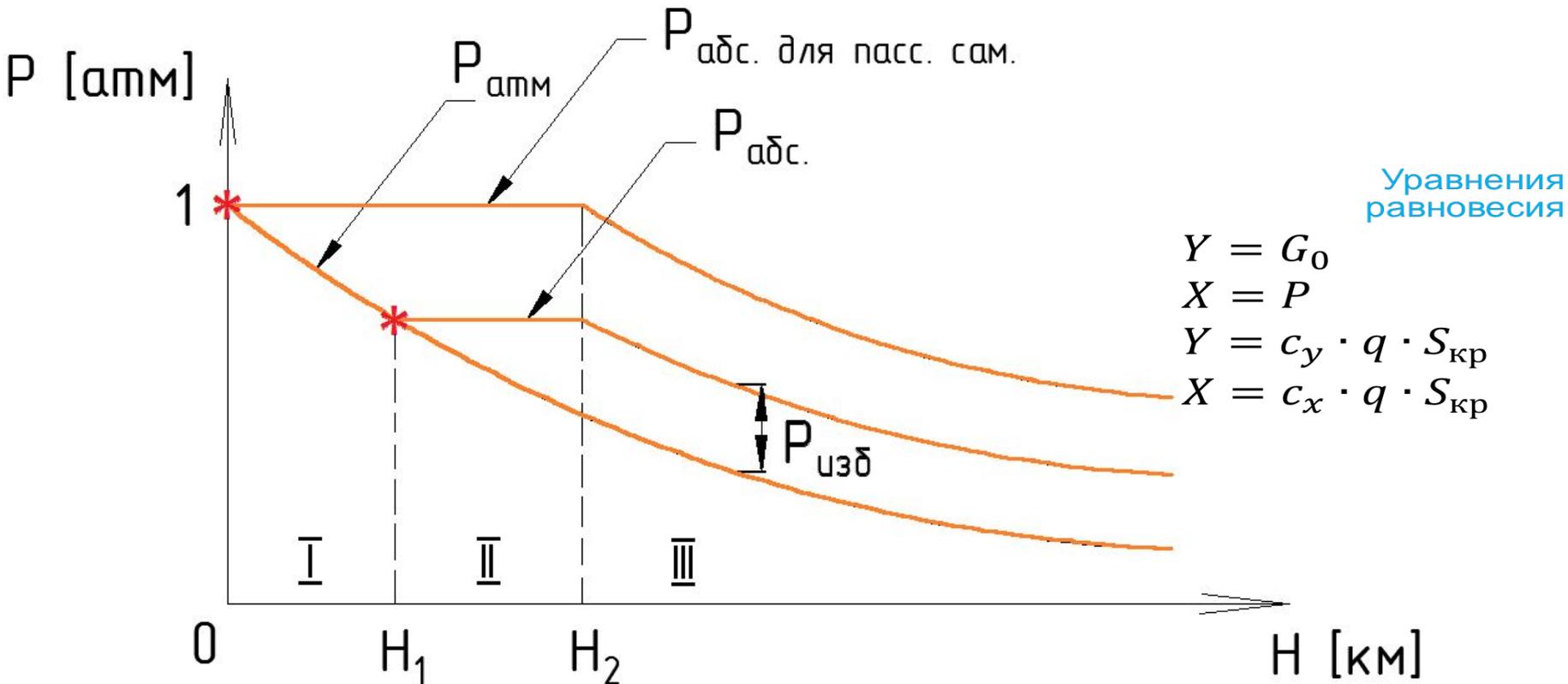
$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

# Определение избыточного внутреннего давления



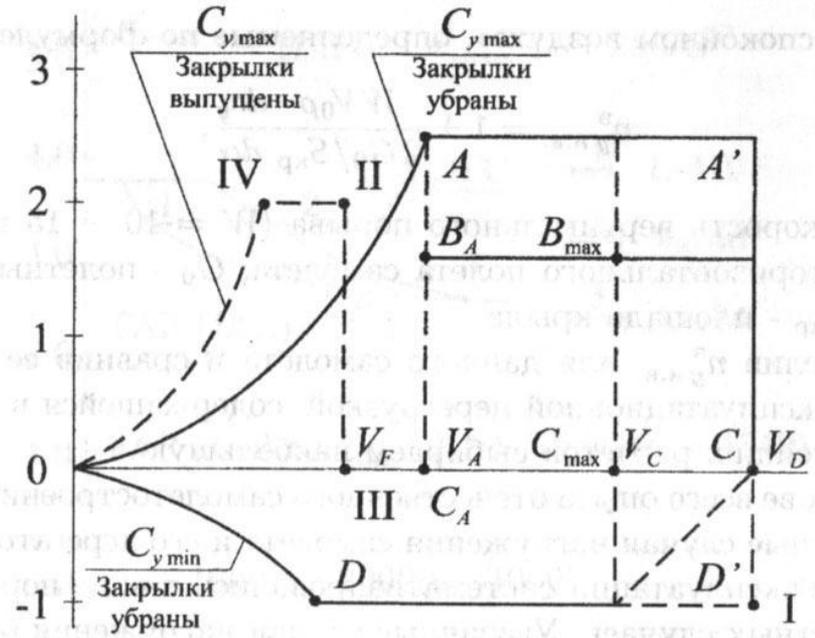
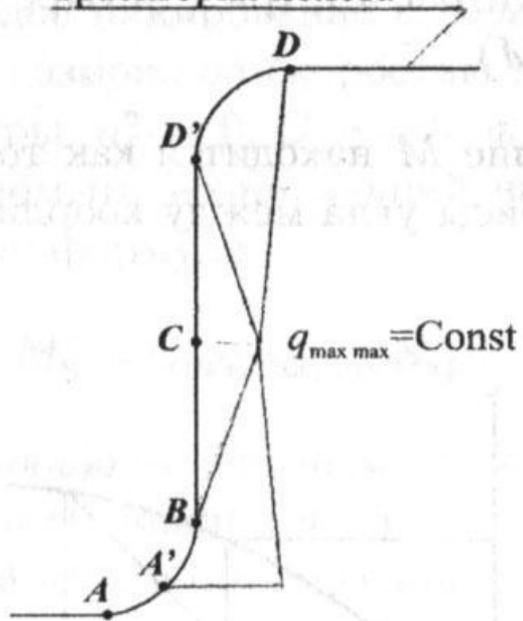
Уравнения равновесия

$Y = G_0$   
 $X = P$   
 $Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$

Уравнения равновесия

$Y = G_0$   
 $X = P$   
 $Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$

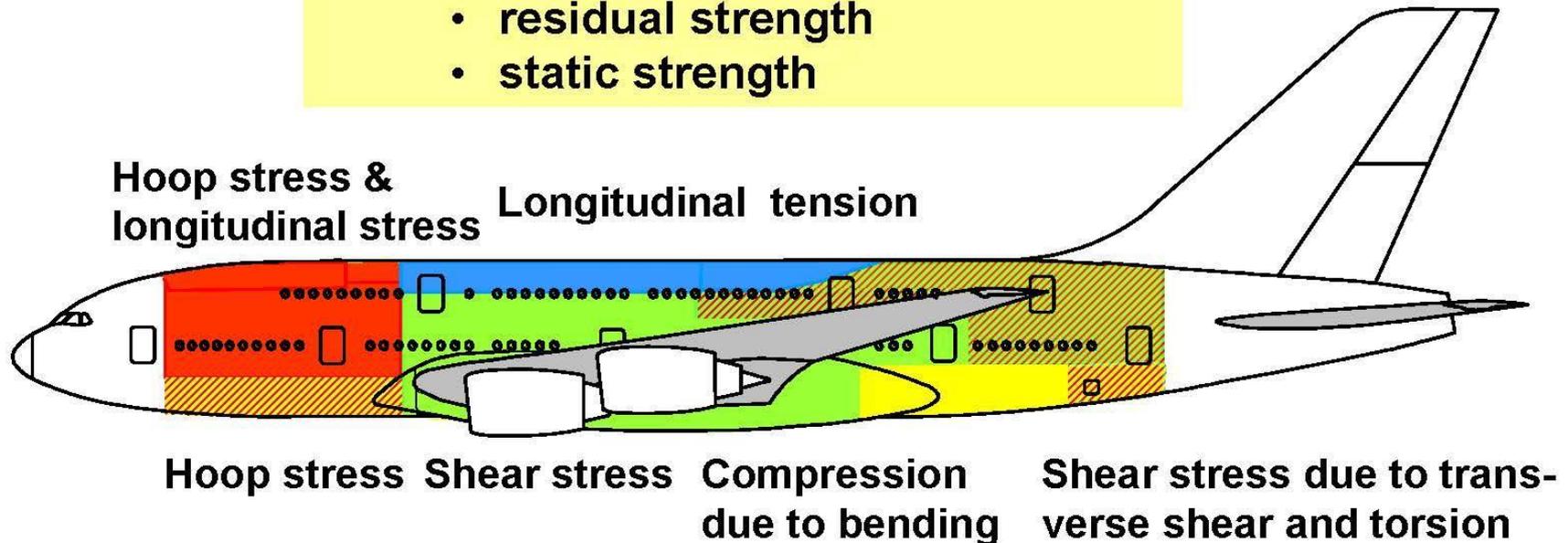
### Траектория полета



# Dimensioning criteria – example: fuselage of Airbus A380

## Dimensioning criteria upper fuselage:

- crack growth
- residual strength
- static strength

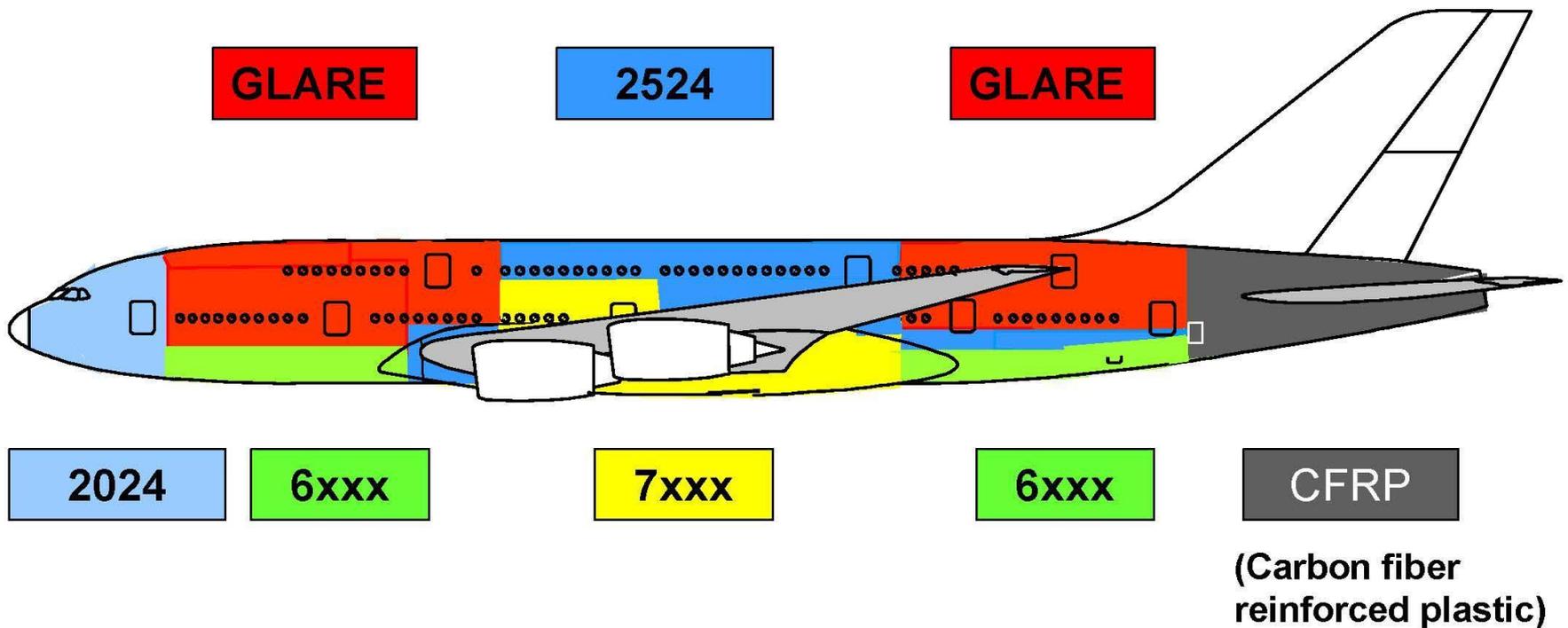


## Dimensioning criteria lower fuselage:

- static strength
- buckling / stability
- corrosion resistance

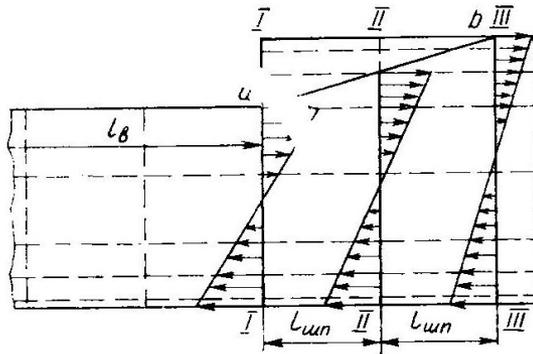
# Material application at A380 fuselage

Distribution of skin materials for optimization of performance, weight and costs



# Расчет фюзеляжа в зоне выреза.

При изгибе



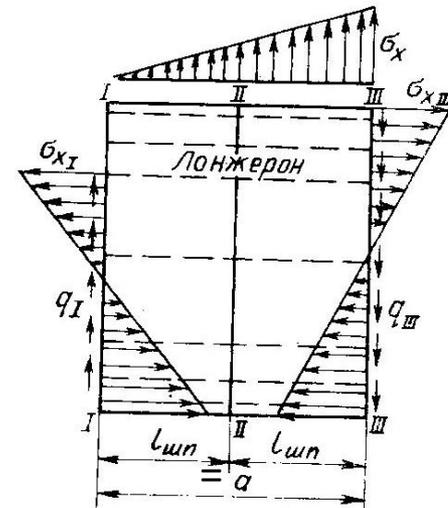
Уравнения равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$



$$\delta_{прив} = \delta_{обш} + f_{стр} \cdot \phi_k / b \quad (3)$$

# Расчет фюзеляжа в зоне выреза.

При  
изгибе

Уравнения  
равновесия

$$Y = G_0$$

$$X = P$$

$$Y \varphi = c_y \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$X = c_x \cdot q \cdot S_{кр}$$

$$I_{Oz} = \pi R^3$$

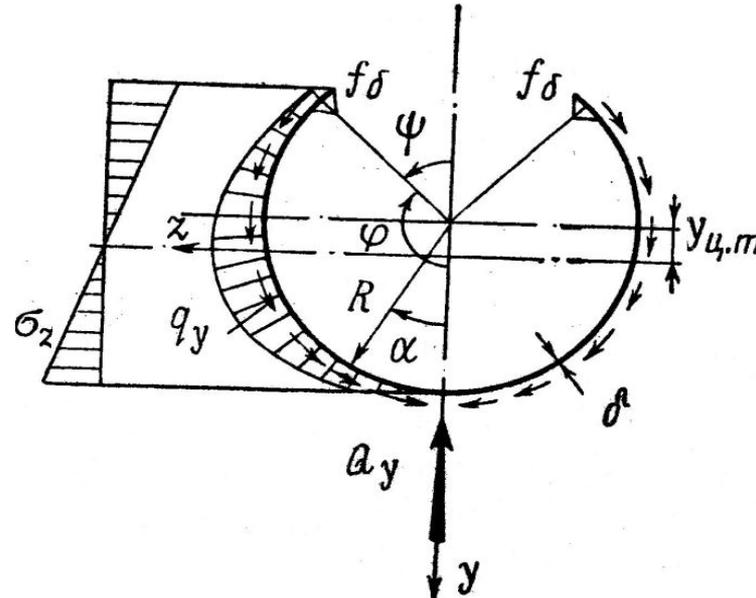
$$\sigma_{прив}$$

$$\sigma_x^{max} = M_{изг} / \pi R^2$$

$$\sigma_{прив}$$

# Расчет фюзеляжа в зоне выреза.

При изгибе



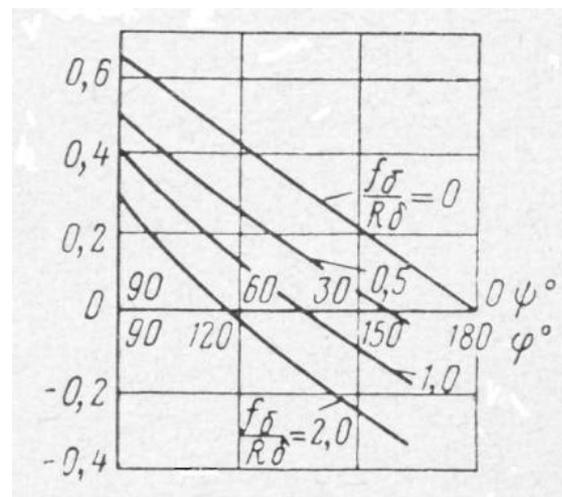
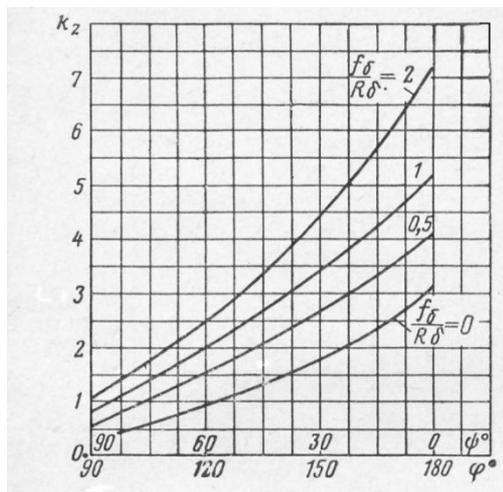
$$I_{Oz} = k_z R^3$$

$$\sigma_x^{прив} = M_{изг} (\cos \varphi^0 - y_{ц.м.}) / k_z R^2$$

где  $y_{ц.м.}^{прив} = y_{ц.м.} / R$  – относительная координата центра масс в сечении с вырезом

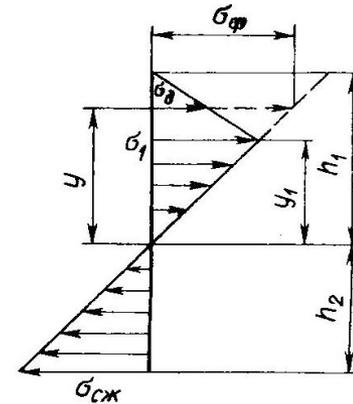
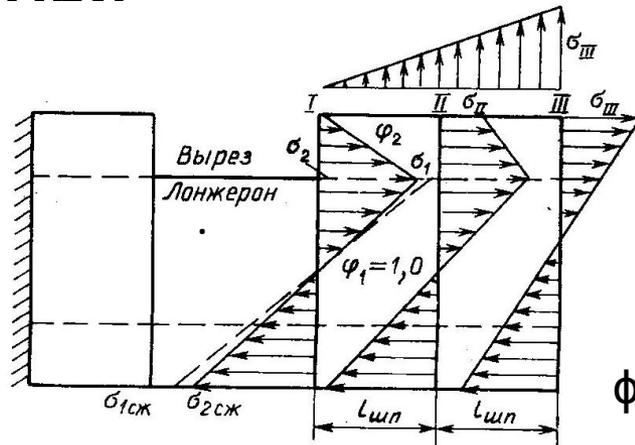
# Расчет фюзеляжа в зоне выреза

При  
изгибе



# Расчет фюзеляжа в зоне выреза

При



$$\phi = (\sigma_1 / \sigma_{сж}) \cdot [(h_1 - y) / (h_1 - y_1)] \cdot (h_2 / y) \quad (7)$$

$$\sigma_x = \phi \cdot M_{изг} (y - y_0) / I_{Oz} \quad (4)$$

$$\phi = \sigma_d / \sigma_\phi \quad (5)$$

$$\phi = [\sigma_{II} + (\sigma_1 - \sigma_{II}) \cdot (h_1 - y_1) / (h_1 - y)] \cdot (h_2 / y) / \sigma_{сж} \quad (8)$$

где  $\sigma_1$  - нормальное напряжение в первом сечении на границе выреза,

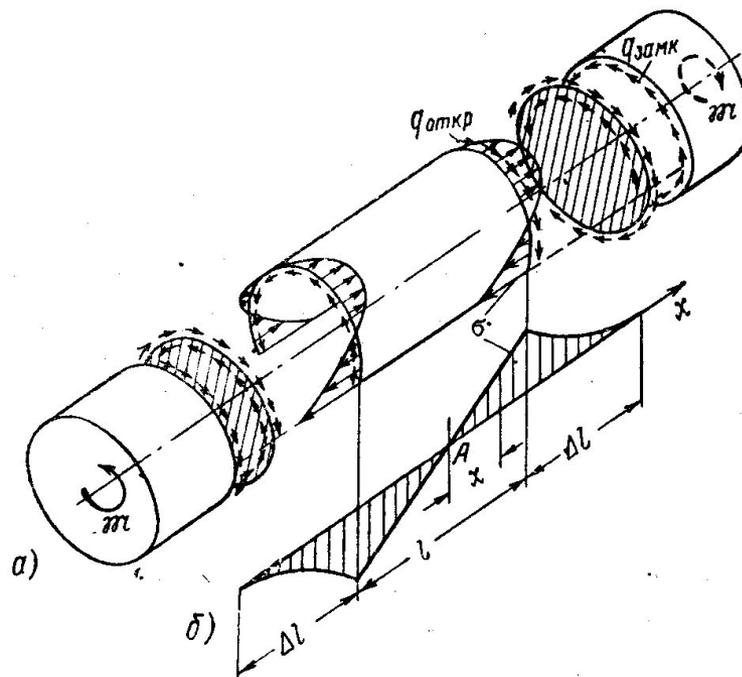
$\sigma_{II}$  - нормальное напряжение во втором сечении

$$\sigma_d = \sigma_1 \cdot (h_1 - y) / (h_1 - y_1) \quad (6)$$

$$\sigma_\phi = \sigma_{сж} \cdot y / h_2$$

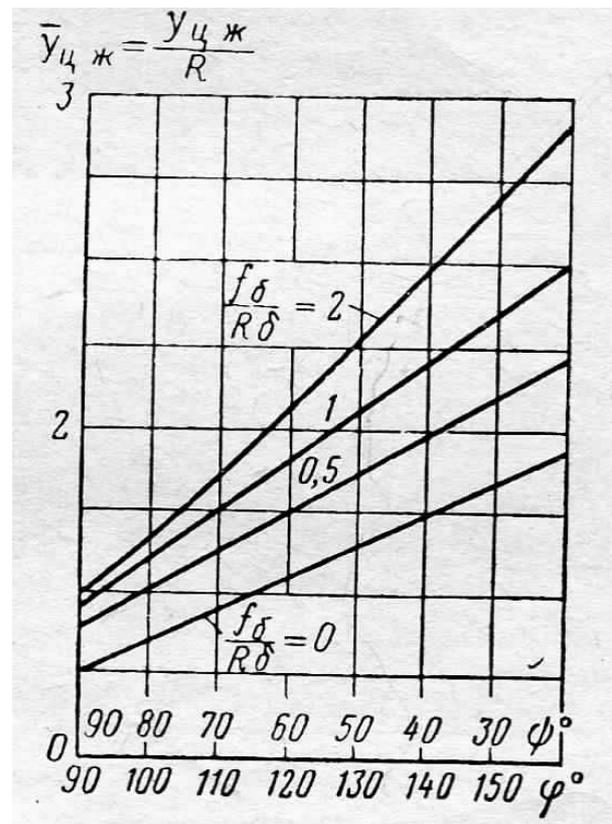
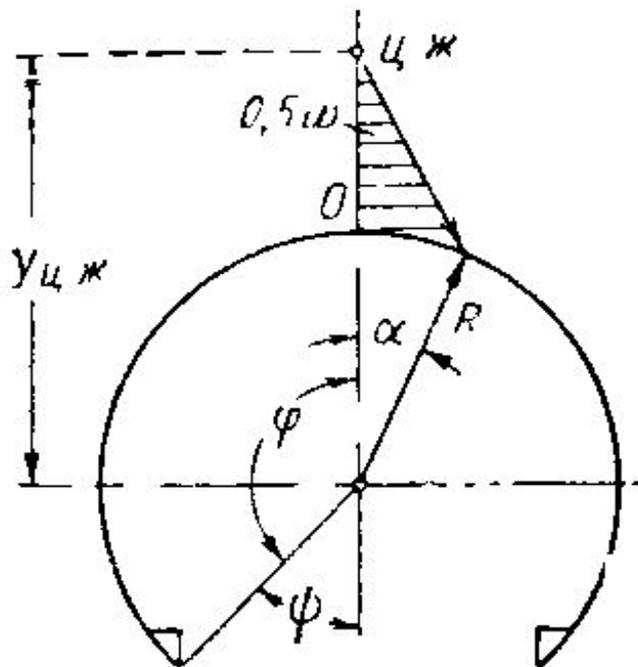
# Расчет фюзеляжа в зоне выреза

При  
кручении



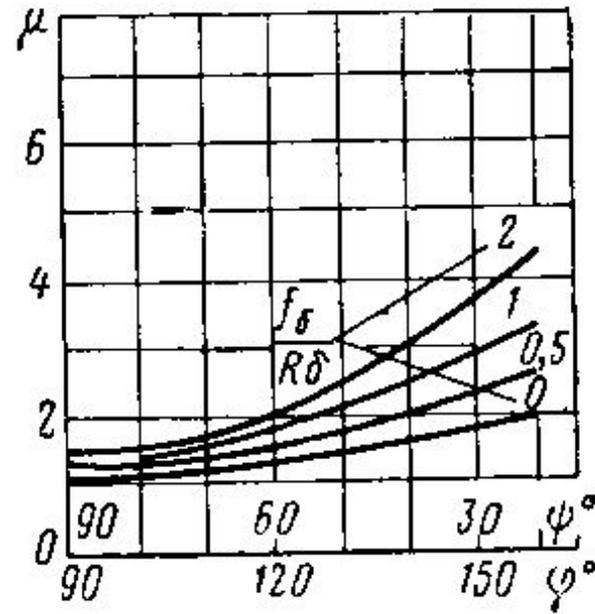
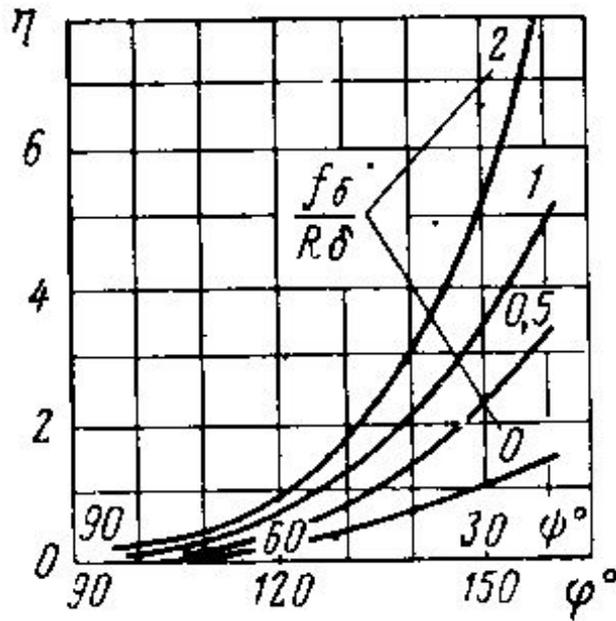
# Расчет фюзеляжа в зоне выреза

При  
круч



# Расчет фюзеляжа в зоне выреза

При кручении



# ПОВЕРХНОСТИ

$$Y = c_y q S = c_y \alpha (\alpha + \theta) q S \quad (1)$$

$$M_o = c_{m_o} q S b \quad (2)$$

где  $q = \rho V^2 / 2$  - скоростной напор ,

$c_y$  ,  $c_{m_o}$  - коэффициенты подъемной силы и продольного момента ,

$c_y \alpha = \partial c_y / \partial \alpha$  - коэффициент формы профиля ,

$S$  – площадь единицы длины крыла по размаху.

$k_\theta$  - жесткость профиля на кручение.

Суммарный аэродинамический момент относительно упругой оси

$$M_a = M_o + Y b e = c_{m_o} q S b^2 + c_y \alpha (\alpha + \theta) q b^2 e \quad (3)$$

Упругий момент

$$M_{упр} = k_\theta \theta \quad (4)$$

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ПРОФИЛЯ БЕЗ РУЛЕВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Условие равновесия

$$M_a = M_{упр} \quad (5)$$

или

$$c_{m0} q S b^2 + c_y^a q b^2 e = k_\theta \theta \quad (6)$$

отсюда определяется угол закручивания  $\theta$

$$\theta = [(c_y^a \alpha e + c_{m0}) q b^2 / k_\theta] / [1 - c_y^a q b^2 e / k_\theta] \quad (7)$$

УСЛОВИЕ ДИВЕРГЕНЦИИ

$$k_\theta - c_y^a q_{див} b^2 e = 0 \quad (8)$$

отсюда  $q_{див} = k_\theta / (c_y^a b^2 e)$

следовательно  $V_{див} = \sqrt{2 k_\theta / (\rho c_y^a b^2 e)}$  (9)

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ПРОФИЛЯ С РУЛЕВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Конструкция имеет две вращательные степени свободы  $\alpha$  и  $\beta$ .

Аэродинамические нагрузки:

$$\text{- подъемная сила } Y = (c_y^\alpha \theta + c_y^\beta \beta) q b, \quad (10)$$

$$\text{- момент тангажа } M_\alpha = [(c_y^\alpha \theta + c_y^\beta \beta) e + c_m^\beta \beta] q b^2, \quad (11)$$

$$\text{- шарнирный момент } M_{ш} = (m_{ш}^\alpha \theta + m_{ш}^\beta \beta) q b_p^2 \quad (12)$$

Согласно теории тонкого профиля:

$$\alpha_{жест} = \beta_{жест} = c_{m0} = 0;$$

$b_p$  - хорда руля,

$\beta$  – угол упругого закручивания руля,

$m_{ш}$  – коэффициент шарнирного момента руля,

$$c_y^\beta = \partial c_y / \partial \beta; \quad c_m^\beta = \partial c_m / \partial \beta; \quad m_{ш}^\alpha = \partial m_{ш} / \partial \alpha; \quad m_{ш}^\beta = \partial m_{ш} / \partial \beta;$$

Упругие восстанавливающие моменты руля и профиля:

$$M_\pi = k_\theta \theta \quad (13)$$

$$M_p = k_\beta \beta \quad (14)$$

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ПРОФИЛЯ С РУЛЕВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Пусть  $c_y^\alpha$ ,  $c_y^\beta$ ,  $m_{ш}^\alpha$ ,  $m_{ш}^\beta$ ,  $e$  – постоянные (не зависят от  $\alpha$ , чисел  $Re$  и  $M$  и т.д.) .

**УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ МОМЕНТОВ относительно:**

упругой оси

$$M_\alpha = M_\pi$$

или

$$c_y^\alpha \theta + c_y^\beta \beta + c_m^\beta \beta / e = k_\theta \theta / (q b^2 e) \quad (15)$$

оси шарнира руля

$$M_{ш} = M_p$$

или

$$m_{ш}^\alpha \theta + m_{ш}^\beta \beta = k_\beta \beta / (q b_P^2) \quad (16)$$

(15) + (16) – однородная система уравнений с неизвестными  $\theta$  и  $\beta$  .

Условие существования нетривиального решения – равенство нулю определителя системы.

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ПРОФИЛЯ С РУЛЕВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Частные случаи:

1. Упругий руль на жестком профиле ( $k_\theta \rightarrow \infty$  и  $\theta = 0$ )

из (16) 
$$q_{\text{див}}^P = k_\beta / (m_{\text{ш}}^\beta b_P^2) \quad (17)$$

2. Профиль с зажатым рулем

из (9) 
$$q_{\text{див}}^{\text{ж}} = k_\theta / (c_y^\alpha b^2 e)$$

**ОБЩИЙ СЛУЧАЙ (ПРОФИЛЬ И РУЛЬ - УПРУГИЕ)**

$$D = \begin{vmatrix} c_y^\alpha (1 - q_{\text{див}}^{\text{ж}} / q_{\text{див}}) & (c_y^\beta + c_m^\beta / e) \\ m_{\text{ш}}^\alpha & m_{\text{ш}}^\beta (1 - q_{\text{див}}^P / q_{\text{див}}) \end{vmatrix} = 0 \quad (18)$$

где  $q_{\text{див}}$  – скоростной напор дивергенции системы «профиль-руль»

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ПРОФИЛЯ С РУЛЕВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Раскрываем определитель

$$c_y^\alpha (1 - q_{\text{див}}^{\text{ж}} / q_{\text{див}}) m_{\text{ш}}^\beta (1 - q_{\text{див}}^{\text{р}} / q_{\text{див}}) - m_{\text{ш}}^\alpha (c_y^\beta + c_m^\beta / e) = 0 \quad (19)$$

ИЛИ

$$(q_{\text{див}} - q_{\text{див}}^{\text{ж}}) (q_{\text{див}} - q_{\text{див}}^{\text{р}}) - m_{\text{ш}}^\alpha (c_y^\beta + c_m^\beta / e) / [(c_y^\beta + c_m^\beta / e) q_{\text{див}}^2] = 0 \quad (20)$$

Обозначим

$$\mu = m_{\text{ш}}^\alpha (c_y^\beta + c_m^\beta / e) / (m_{\text{ш}}^\beta c_y^\alpha) \quad (21)$$

(20) принимает вид :

$$(1 - \mu) q_{\text{див}}^2 - (q_{\text{див}}^{\text{ж}} + q_{\text{див}}^{\text{р}}) q_{\text{див}} + q_{\text{див}}^{\text{ж}} q_{\text{див}}^{\text{р}} = 0 \quad (22)$$

Два корня уравнения соответствуют двум значениям критической скорости дивергенции:

$$q_{\text{див}} = (q_{\text{див}}^{\text{ж}} + q_{\text{див}}^{\text{р}}) / [2(1 - \mu)] \pm \sqrt{[(q_{\text{див}}^{\text{ж}} - q_{\text{див}}^{\text{р}})^2 + 4 \mu q_{\text{див}}^{\text{ж}} q_{\text{див}}^{\text{р}}] / [2(1 - \mu)]} \quad (23)$$

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ПРОФИЛЯ С РУЛЕВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

$$\mu < 0 \quad q_{\text{див}} = q_{\text{див}}^{\text{ж}} (1 - |\mu| / (1 + |q_{\text{див}}^{\text{р}}| / q_{\text{див}}^{\text{ж}})) \quad (24)$$

Эффект рулевой поверхности (появление доп. степени свободы) сказывается на снижении  $q_{\text{див}}$ .

$\mu > 0$  – обратная картина ,

Анализируя вышеизложенное отметим, что если контур управления рулевой поверхностью обладает большой жесткостью ( $k_{\text{р}} \rightarrow \infty$ ,  $q_{\text{див}}^{\text{р}} \rightarrow 0$ ), то скоростной напор дивергенции, согласно (22) можно представить, как

$$q_{\text{див}} = q_{\text{див}}^{\text{ж}} / (1 - |\mu|) \quad (25)$$

$\mu = 0$  – наличие руля не оказывает влияния на  $q_{\text{див}}$ ,  $\rightarrow q_{\text{див}} = q_{\text{див}}^{\text{ж}}$

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

## ПРЯМОЕ КРЫЛО

Рассмотрим крыло конечного размаха с упругой осью, перпендикулярной продольной оси самолета. Все характеристики крыла есть функции координаты  $z$ .

Пусть аэродинамическое воздействие потока на крыло сводится только к подъемной силе  $Y$ , приложенной по линии фокусов и определяемой только упругим закручиванием крыла на угол  $\theta(z)$ .

Вырежем элемент крыла единичной длины по размаху и запишем для него дифференциальное уравнение равновесия:

$$d/(GJ d\theta/dz) dz + M_a(z) = 0 \quad (26)$$

где

$$M_a(z) = Ybe = q_{\text{дин}} c_y \alpha \theta b^2 e \quad - \text{аэродинамический момент, приходящийся на единицу длины крыла (27).}$$

Тогда (26) примет вид

$$d/dz (GJ d\theta/dz) + q_{\text{дин}} c_y \alpha \theta b^2 e = 0 \quad (28)$$

Это – однородное уравнение с переменными коэффициентами.

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Примем  $GJ = \text{const}$ ,  $b = \text{const}$ , тогда

$$GJ \frac{d^2 \theta}{dz^2} + q_{\text{див}} c_y a b^2 e \theta = 0 \quad (28')$$

или

$$\frac{d^2 \theta}{dz^2} + \lambda_0^2 \theta = 0 \quad (28'')$$

где

$$\lambda_0^2 = q_{\text{див}} c_y a b^2 e / GJ \quad (29)$$

Граничные условия в этом случае

$$\theta(0) = 0 \quad (30) \quad \frac{d\theta(l)}{dz} = 0 \quad (31)$$

Общее решение уравнения (28'') имеет вид

$$\theta(z) = C_1 \sin \lambda_0 z + C_2 \cos \lambda_0 z \quad (32)$$

## ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Из (30) и (31) получаем

$$C_2 = 0 \quad (33)$$

$$\cos \lambda_0 l = 0 \quad (34)$$

Нетривиальные решения возможны при ( $\lambda_0 = 0$  – посторонний корень)

$$\lambda_0 l = (2n + 1) \pi / 2 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (35)$$

Таким образом, получаем бесконечную последовательность собственных значений задачи

$$\lambda_0^2 = [(2n + 1) \pi / 2l]^2 \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (36)$$

Видим, что все собственные значения вещественные и положительные.

Приравнивая (29) и (36) получаем

$$q_{\text{див}} = (2n + 1)^2 \pi^2 GJ / (4l^2 c_y^a b^2 e) \rightarrow V_{\text{див}} = (2n + 1) \pi / bl \cdot \sqrt{GJ / (2\rho c_y^a e)} \quad (37)$$

## ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Если сравнивать (38) и (9), то видим, что: 1) структура формул тождественна, что говорит о том, что модель профиля точно отражает основные черты явления дивергенции, 2) влияние удлинения (размаха) на величину  $V_{\text{див}}$  весьма существенно.

Собственному значению  $\lambda_1 = \lambda_{\min}$  соответствует форма отклонения

$$\theta_1(z) = C_1 \sin \lambda_1 z = C_1 \sin (\pi z/2l) \quad (39)$$

Это решение построено для прямого крыла ( $b = \text{const}$ ), но аналитическое решение можно построить и для трапециевидного крыла, хорда которого меняется по линейному или степенному закону. При сложном законе изменения построить аналитическое решение очень трудно.

# ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Рассмотрим один из методов приближенного решения.

Представим угол закручивания  $\theta(z)$  в виде

$$\theta(z) = \theta_0 f(z) \quad (40)$$

где  $\theta_0 = q_0$  - искомая обобщенная координата,  $f(z)$  – заданная функция формы деформации.

Вычисляем энергию деформации при кручении

$$U = \frac{1}{2} \int_0^1 GJ (d\theta/dz)^2 dz \quad (41)$$

Поскольку мы приняли  $GJ = \text{const}$ , то после подстановки (40) в (41) получаем

$$U = \frac{1}{2} GJ \theta_0^2 \int_0^1 (df/dz)^2 dz \quad (42)$$

## ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Отсюда, вариация энергии на перемещении  $\delta\theta_0$  будет

$$\delta U = GJ \theta_0 \delta\theta_0 \int_0^1 (df/dz)^2 dz \quad (43)$$

Определяем теперь работу внешних сил, т.е. аэродинамического момента на перемещении  $\delta\theta$  :

$$\delta A_P = \left[ \int_0^1 M_a \partial\theta/\partial\theta_0 dz \right] \delta\theta_0 = Q_0 \delta\theta_0 \quad (44)$$

где  $Q_0$  - обобщенная сила.

Но поскольку (согласно теории тонкого профиля)

$$M_a = Y b e = q c_y \alpha b^2 \theta(z) e \quad (45)$$

то получаем

$$\delta A_P = q c_y \alpha b^2 e \theta_0 \delta\theta_0 \int_0^1 f^2(z) dz = Q_0 \delta\theta_0 \quad (46)$$

и отсюда определяем обобщенную силу

$$Q_0 = q c_y \alpha b^2 e \theta_0 \int_0^1 f^2(z) dz \quad (47)$$

## ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Далее, из условия равновесия системы, имеем

$$\delta A_p = \delta U \quad (48)$$

и

$$q = q_{\text{див}}; \quad V = V_{\text{див}} \quad (49)$$

Подставляя в  $\delta A_p$  и  $\delta U$  их значения, получаем

$$GJ \theta_0 \delta \theta_0 \int_0^1 (df/dz)^2 dz = q_{\text{див}} c_y^a b^2 e \theta_0 \delta \theta_0 \int_0^1 f^2(z) dz$$

и отсюда можем определить скоростной напор дивергенции

$$q_{\text{див}} = GJ \int_0^1 (df/dz)^2 dz / c_y^a b^2 e \int_0^1 f^2(z) dz \quad (50)$$

## ДИВЕРГЕНЦИЯ ОДНОМЕРНЫХ УПРУГИХ КОНСТРУКЦИЙ

Из (50) видно, что при заданных геометрических и аэродинамических характеристиках крыла скорость дивергенции зависит от заданной формы деформации  $\mathbf{f}(\mathbf{z})$ . Для получения достаточной точности  $\mathbf{f}(\mathbf{z})$  должна удовлетворять геометрическим условиям защемления корневой части крыла

$$\theta(\mathbf{z})_{z=0} = 0 \quad (51)$$

Выполнение краевого условия на свободном конце

$$(d\mathbf{f}/d\mathbf{z})_{z=1} = 0 \quad (52)$$

Способствует повышению точности расчета, однако имеет в данной задаче второстепенное значение. (Можно показать, что для различных форм удовлетворение условий (51) и (52) не обязательно. При удовлетворении граничных условий на свободном конце различие в значении  $V_{\text{див}}$  не превышает 10%).

В заключении отметим, что точность определения  $V_{\text{див}}$  заметно повышается с увеличением количества форм.

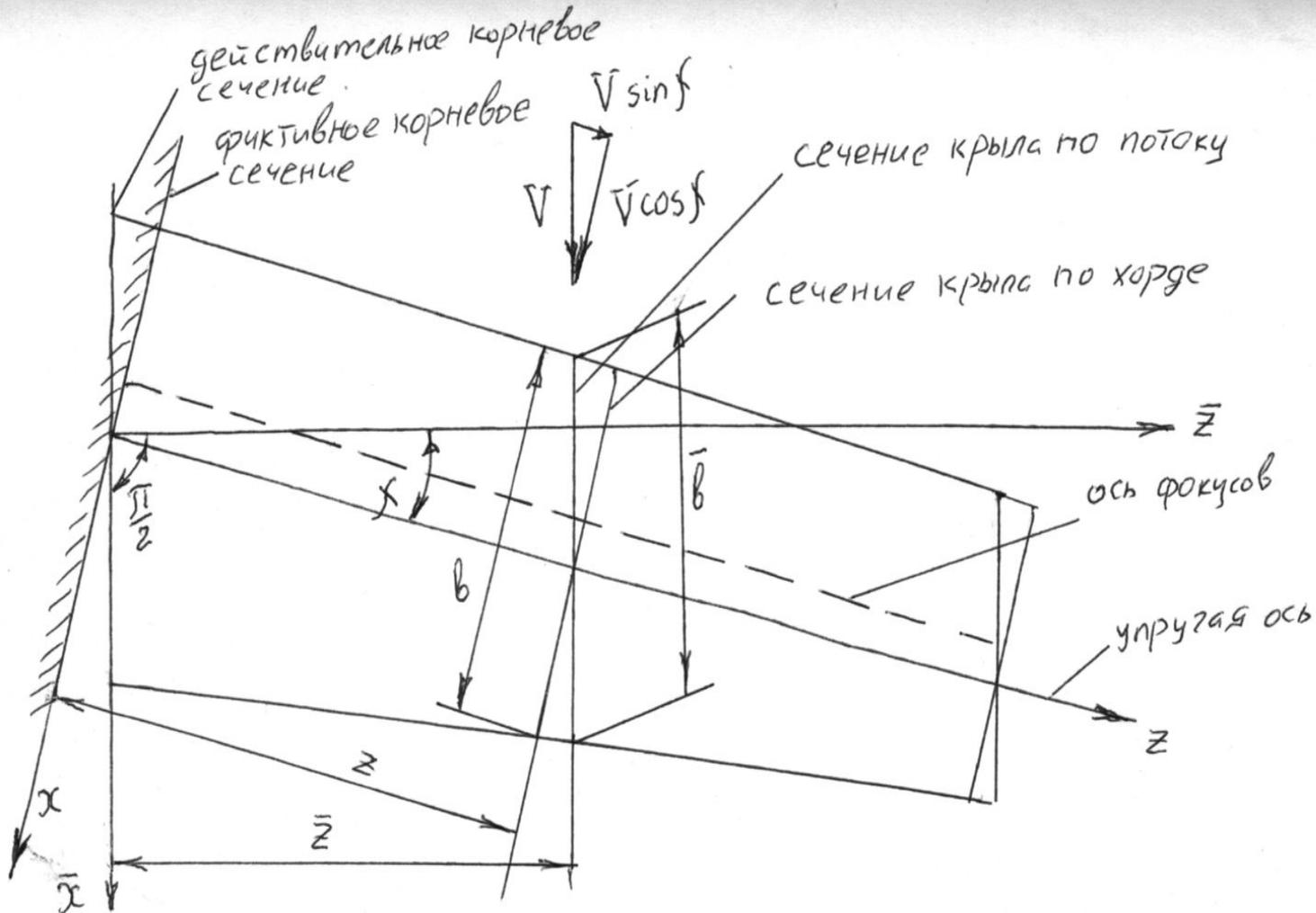
Так, при одном члене ряда, т.е.  $q_{\text{див}} = 3 GJ / c_y \alpha b^2 e l^2$

при двух членах ряда  $q_{\text{див}} = 2.48 GJ / c_y \alpha b^2 e l^2$ ,

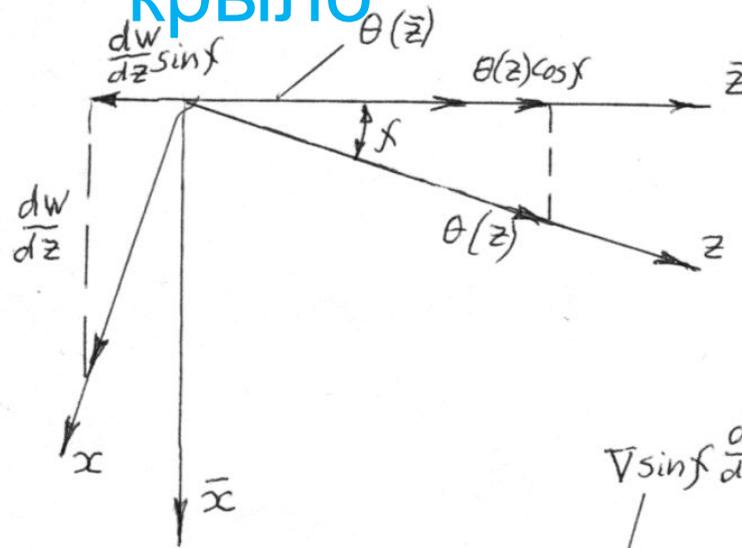
т.е. по сравнению с точным решением

$$q_{\text{див}}^{(2 \text{ чл})} / q_{\text{див}}^{(\text{точн})} = 1.06 ; \quad V_{\text{див}}^{(2 \text{ чл})} / V_{\text{див}}^{(\text{точн})} = 1.03 ;$$

# Стреловидное крыло

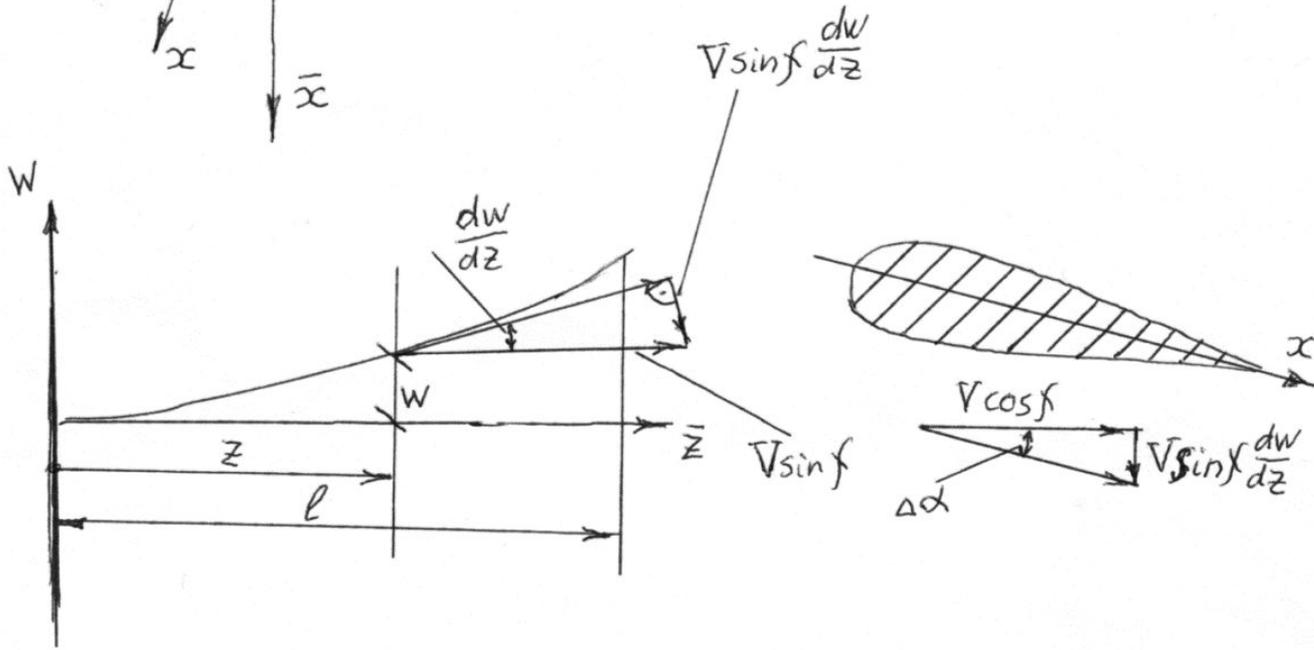


# Стреловидное крыло

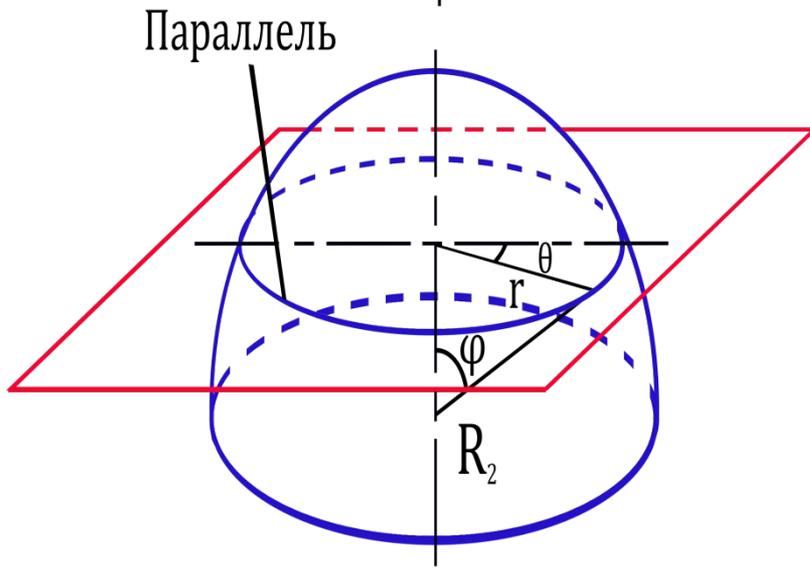
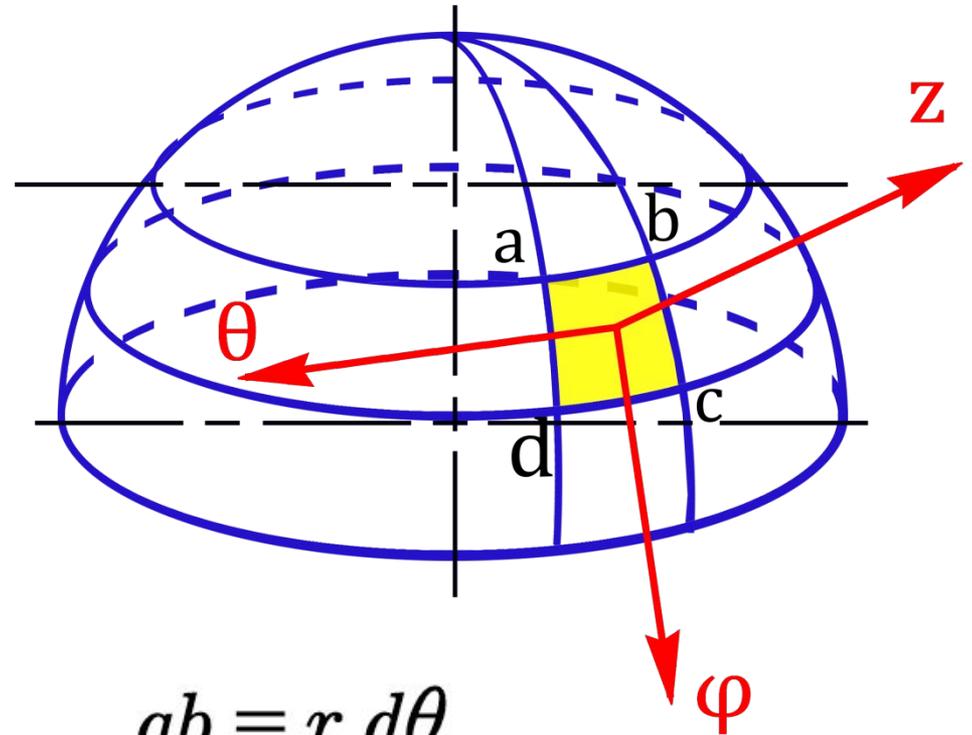
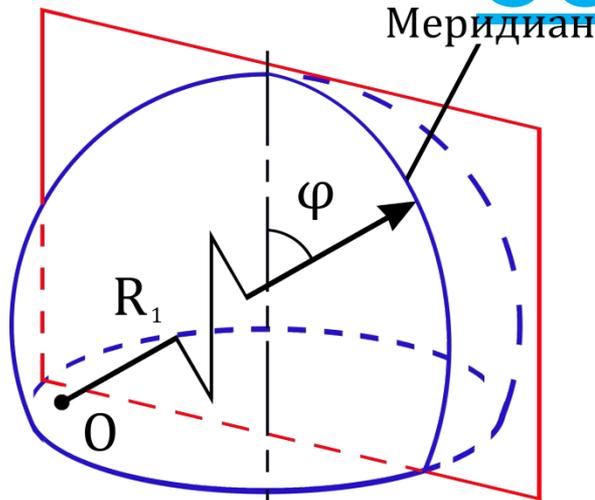


$$\theta(\bar{z}) = \theta(z) \cos f - \frac{dw(z)}{dz} \sin f$$

$$\alpha(\bar{z}) = \theta(\bar{z})$$



# Сведения из теории оболочек

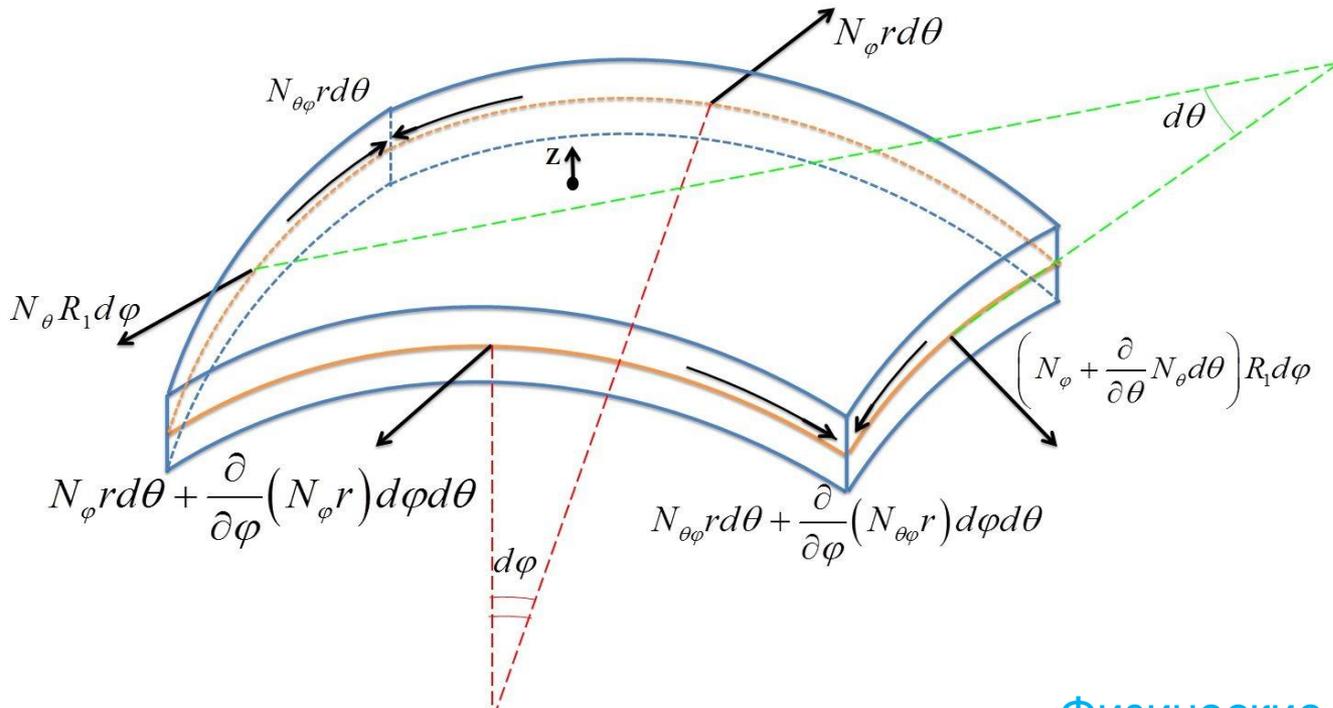


$$ab = r d\theta$$

$$ad = R_1 d\varphi$$

$$r = R_2 \sin \varphi$$

# Безмоментная оболочка



## Геометрические соотношения

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{R_1} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{w}{R_1};$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r} \cos \varphi + \frac{w}{R_2};$$

$$\varepsilon_{\varphi\theta} = \frac{r}{R_1} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{v}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta};$$

## Уравнения равновесия

$$\frac{\partial}{\partial x} (r N_\varphi) + R_1 \frac{\partial N_{\varphi\theta}}{\partial \theta} - N_\theta \frac{\partial r}{\partial \varphi} + r R_1 \Phi = 0;$$

$$R_1 \frac{\partial N_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \varphi} (r N_{\varphi\theta}) - N_{\varphi\theta} \frac{\partial r}{\partial \varphi} + r R_1 \Theta = 0;$$

$$\frac{N_\varphi}{R_1} + \frac{N_\theta}{R_2} - \text{Уравнение Лапласа}$$

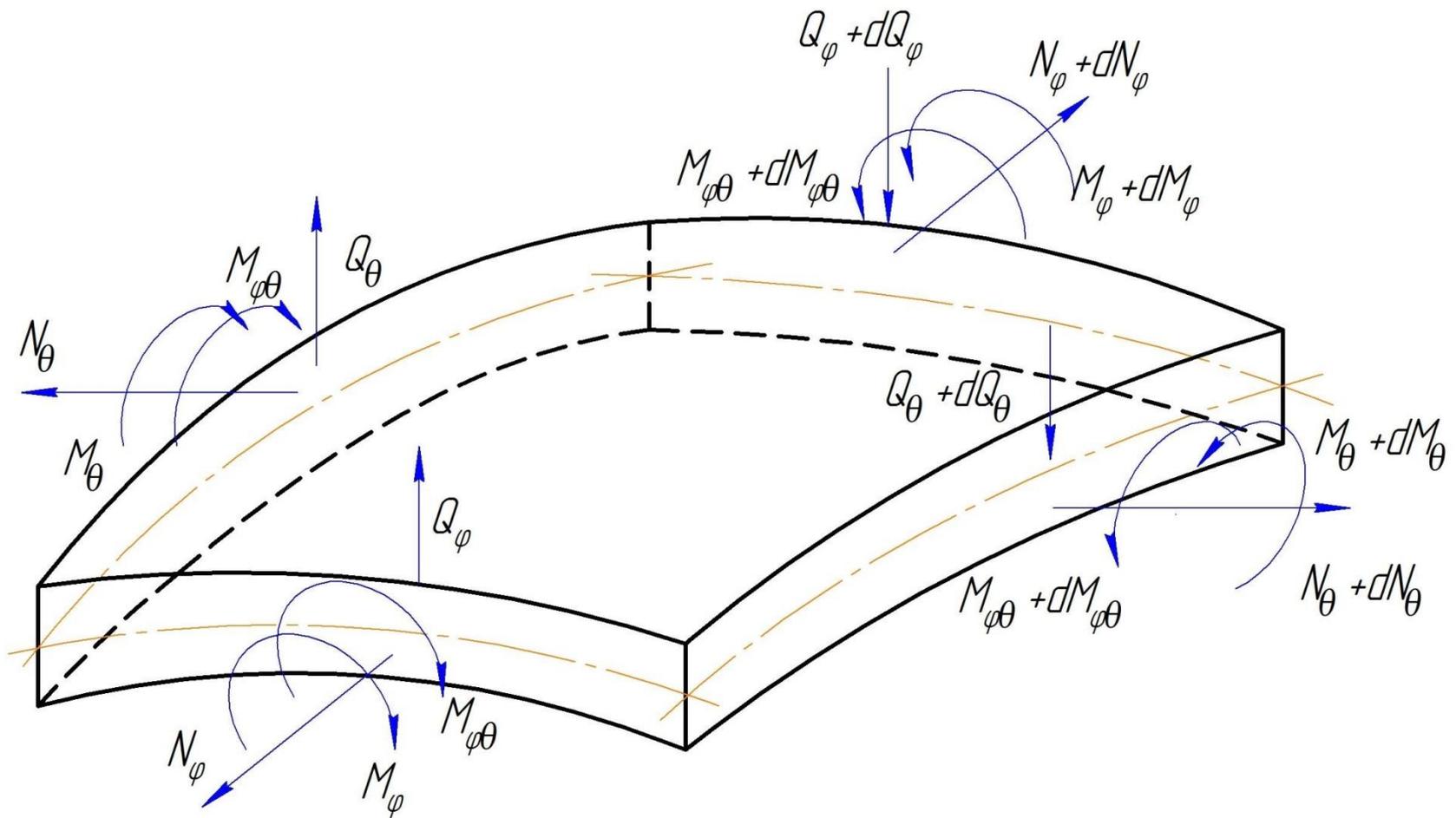
## Физические соотношения

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{E\delta} (N_\varphi - \mu N_\theta);$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E\delta} (N_\theta - \mu N_\varphi);$$

$$\varepsilon_{\varphi\theta} = \frac{N_{\varphi\theta}}{G\delta}; \quad \left( G = \frac{E}{2(1+\mu)} \right)$$

# Моментная оболочка



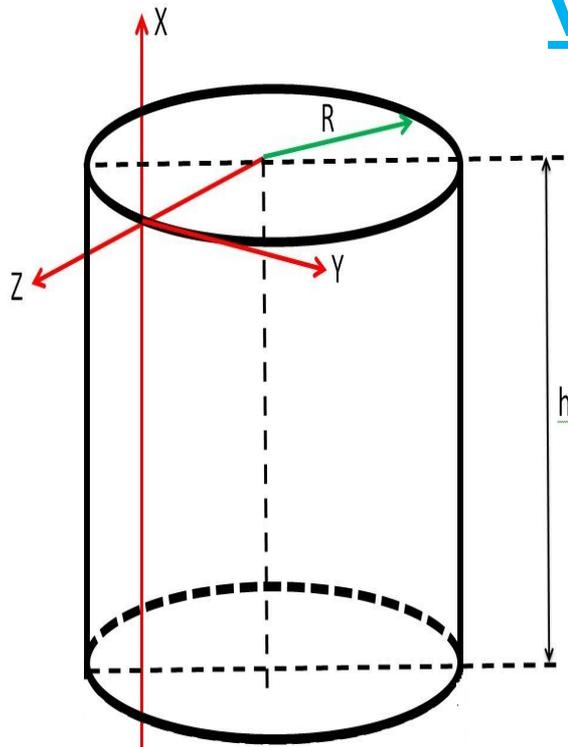
# Круговая моментная цилиндрическая оболочка при осесимметричной деформации

( $N_{xy}=Q_y=M_{xy}=0$ ;

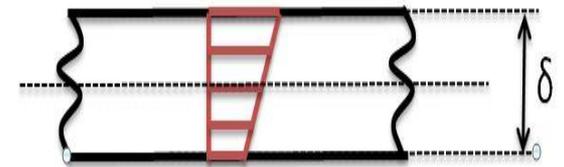
$v=0$ ;)

Уравнения равновесия

Гипотеза Кирхгофа - Лява



$$\begin{aligned} \frac{dN_x}{dx} + X &= 0 \\ \frac{dQ_x}{dx} + \frac{N_y}{R} + Z &= 0 \quad (1) \\ \frac{dM_x}{dx} - Q_x &= 0 \end{aligned}$$



$$u_z(x) = u(x) - \frac{dw(x)}{dx} z \quad (2)$$

где  $u(x)$  и  $w(x)$  - продольные и нормальные перемещения точки, лежащей на срединной поверхности

$\frac{dw(x)}{dx}$  - угол поворота нормали.

# Моментная оболочка (продолжение)

$$N_x = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x dz; \quad N_y = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_y dz; \quad M_x = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_x z dz; \quad M_y = \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \sigma_y z dz; \quad (3)$$

$$N_x = \frac{E\delta}{(1-\mu^2)} \left( \frac{du}{dx} - \mu \frac{w}{R} \right); \quad N_y = \frac{E\delta}{(1-\mu^2)} \left( -\frac{w}{R} + \mu \frac{du}{dx} \right); \quad (4)$$

$$M_x = -D \frac{d^2 w}{dx^2}; \quad M_y = -\mu D \frac{d^2 w}{dx^2}; \quad Q_x = \frac{dM_x}{dx} = -D \frac{d^3 w}{dx^3}; \quad (5)$$

где  $D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)}$ ;

# Моментная оболочка (продолжение)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 u}{dx^2} - \frac{\mu}{R} \frac{dw}{dx} = -\frac{(1-\mu^2)}{E\delta} X \\ -\frac{\mu}{R} \frac{du}{dx} + \frac{w}{R^2} + \frac{\delta^2}{12} \frac{d^4 w}{dx^4} = \frac{(1-\mu^2)}{E\delta} Z \end{array} \right. \quad (6)$$

$$D \frac{d^4 w}{dx^4} + \frac{E\delta}{R^2} w = Z + \mu \frac{N_x}{R}; \quad (7)$$

окончательно

$$w^{IV} + 4k_1^4 w = \frac{1}{D} Z \quad (8)$$

$$N_y = -\frac{E\delta}{R} w + \mu N_x;$$

$$\text{где } k_1^4 = \frac{E\delta}{4R^2 D} = \frac{3(1-\mu^2)}{R^2 \delta^2} \quad (9)$$

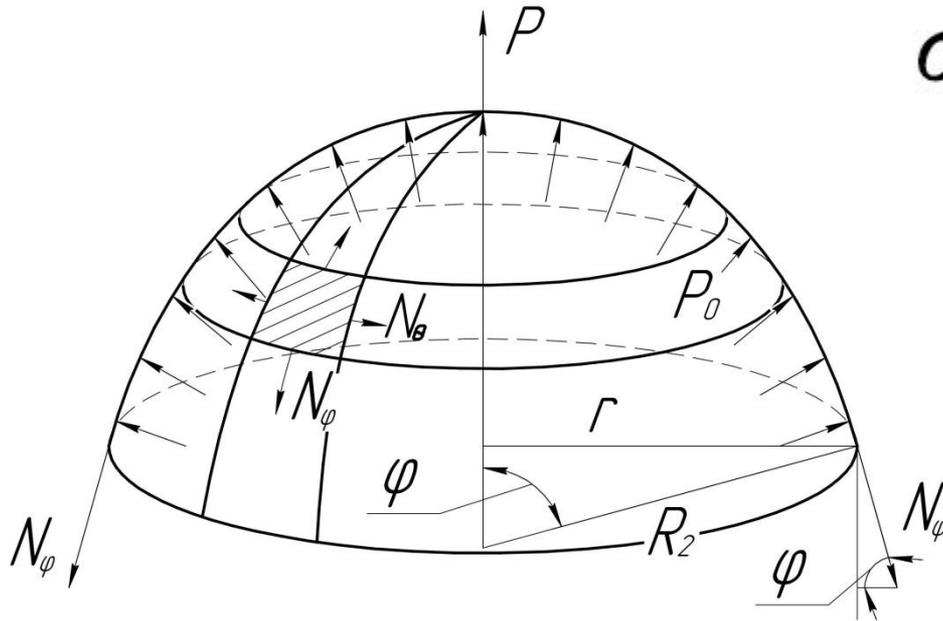
Решение уравнения (8)

$$w = e^{k_1 x} (C_1 \cos k_1 x + C_2 \sin k_1 x) + e^{-k_1 x} (C_3 \cos k_1 x + C_4 \sin k_1 x) + w^*$$

В зоне краевого эффекта:

$$w = e^{-k_1 x} (C_3 \cos k_1 x + C_4 \sin k_1 x) + w^*$$

# Расчет осесимметричных оболочек



$$\sigma_{\theta} = \frac{N_{\theta}}{\delta} \quad \sigma_{\varphi} = \frac{N_{\varphi}}{\delta}$$

Уравнения равновесия

$$\frac{N_{\varphi}}{R_1} + \frac{N_{\theta}}{R_2} = P_0$$

$$N_{\varphi} = \frac{P R}{2\pi R_2 \sin^2 \varphi}$$

Где  $\mathbf{P}$  – равнодействующая всей внешней нагрузки

Физические соотношения

$$\xi_{\varphi} = \frac{\partial u}{R_1 \partial \varphi} + \frac{w}{R_1}$$

$$\xi_{\theta} = \frac{u}{R_2} \operatorname{ctg} \varphi + \frac{w}{R_2}$$

## Примеры

**Сфер**

$$R_1 = R_2 = R$$

$$P = p_0 \pi r^2 = p_0 \pi (R^2 \sin^2 \varphi)$$

**а:**

$$N_\theta = \frac{p_0 R}{2}$$

$$N_\varphi = \frac{p_0 R}{2}$$

**Цилинд**

$$R_1 \rightarrow \infty$$

$$R_2 = R \quad \varphi = 90^\circ$$

**р:**

$$N_\theta = \frac{p_0 R}{2}$$

$$N_\varphi = p_0 R$$

**Кону**

$$R_1 \rightarrow \infty$$

$$R_2 = x \operatorname{tg} \alpha$$

**с:**

$$P = p_0 \pi (R^2 \sin^2 \varphi)$$

$$N_\varphi = p_0 x \operatorname{tg} \alpha$$

$$N_\theta = \frac{p_0 x \operatorname{tg} \alpha}{2}$$

