Лекция 6. Движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях

1. Сила Лоренца.
2. Движение заряженной частицы в электрическом и магнитном полях.
3. Ускорение заряженных частиц.
4. Эффект Холла.

Чтобы дойти до цели, нужно прежде всего идти.

О. Бальзак

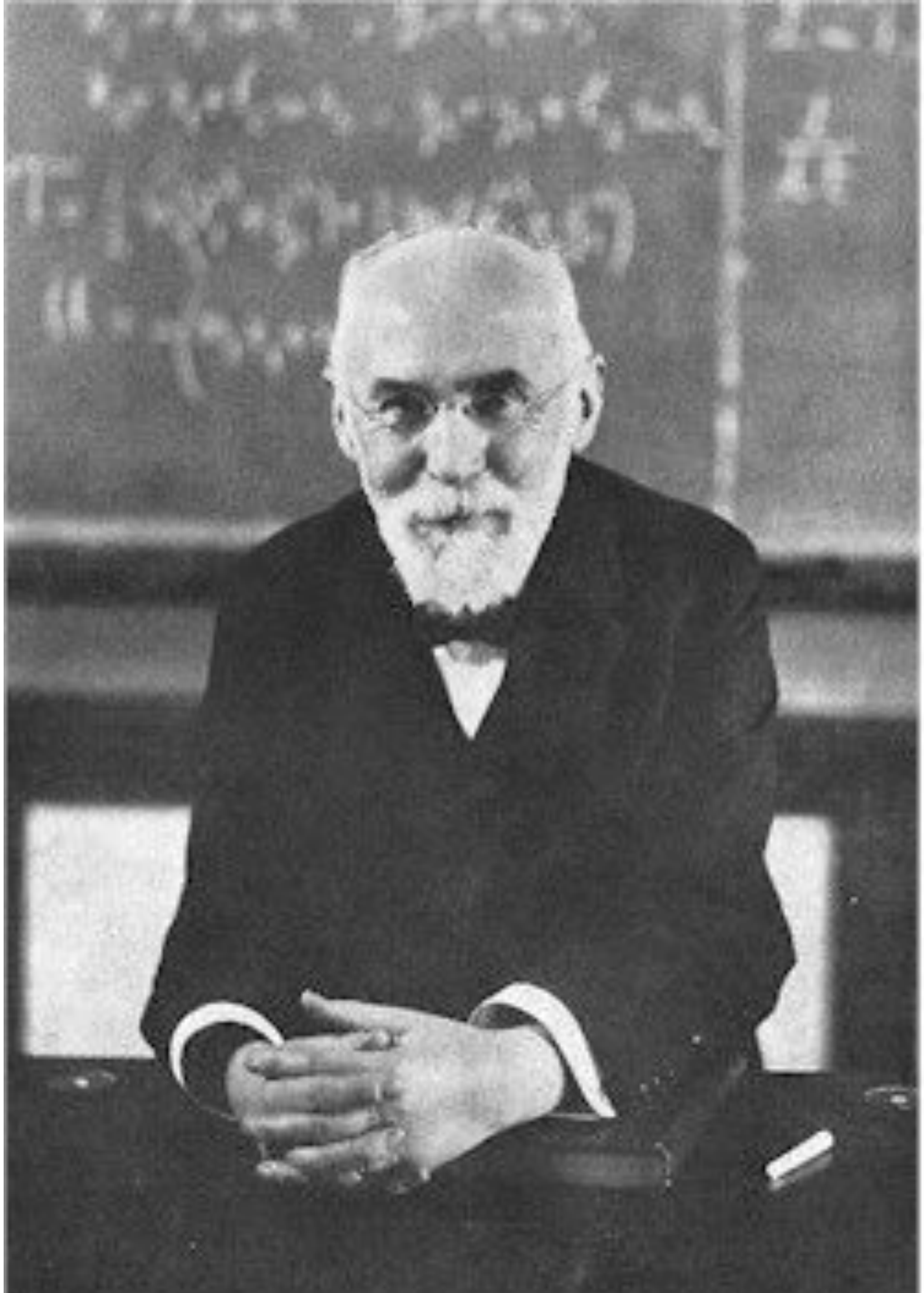
Сила Лоренца

Сила, действующая на движущийся электрический заряд q во внешнем магнитном поле.

$$\boxed{\vec{F}_{л} = q[\vec{\mathrm{v}}, \vec{B}]}$$

Выражение для этой силы было получено в конце XIX в. голландским физиком

Г.А. Лоренцем



Голландский
физик
Г. А. Лоренц

Вывод формулы для расчета силы Лоренца из силы Ампера

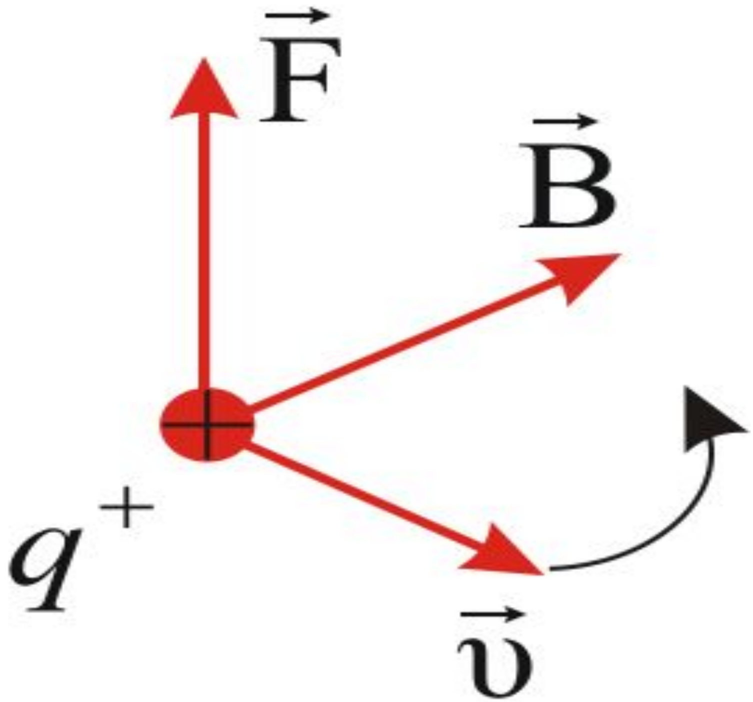
Электрический ток *это совокупность большого числа зарядов **n** движущихся со скоростью* $\vec{\upsilon}$

По закону Ампера сила, действующая на проводник с током в магнитном поле

$$\mathrm{d}\vec{F} = I[\mathrm{d}\vec{l}, \vec{B}]$$

но ток $I = jS,$ причем $j = qn\mathrm{v}$, тогда

$$\mathrm{d}\vec{F} = q\mathrm{v}nS\left[\mathrm{d}\vec{l}, \vec{B}\right] = qnS\mathrm{d}l\left[\vec{\mathrm{v}}, \vec{B}\right]$$



$$\boxed{\vec{F}_{л} = q[\vec{v}, \vec{B}]}$$

Модуль лоренцевой силы:

$$F_{л} = q\text{v}B\,sin\alpha$$

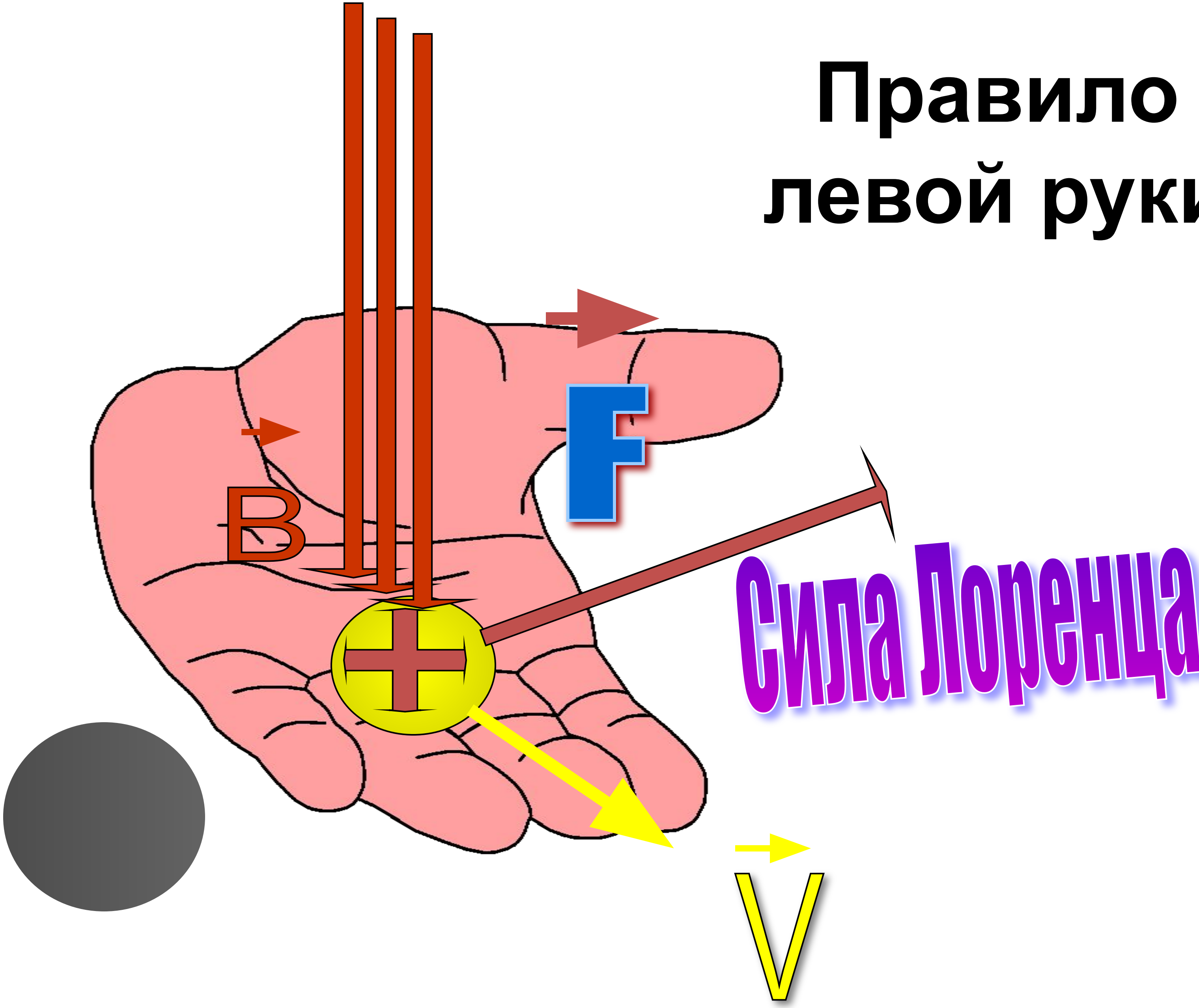
где α – угол между $\vec{\text{v}}$ и $\vec{B}$.

на заряд, движущийся вдоль линии $\vec{B}$ $(\sin\alpha = 0)$ сила не действует.

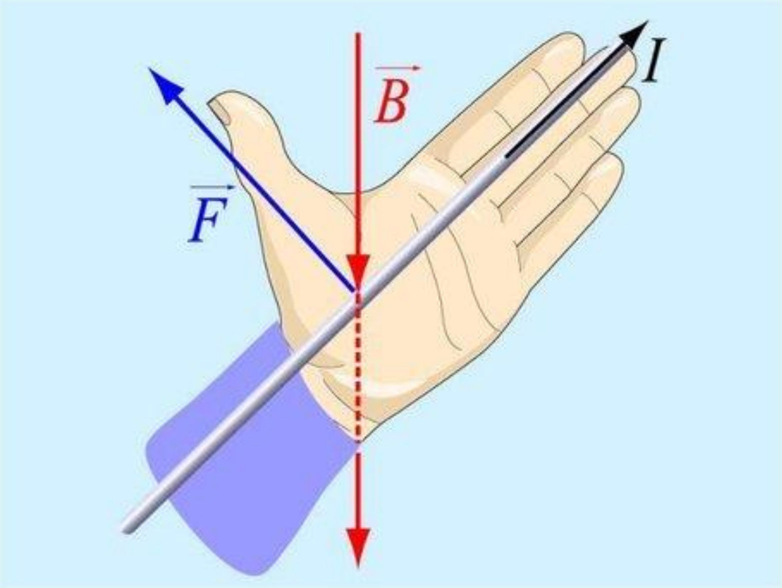
Направлена сила Лоренца перпендикулярно к плоскости, в которой лежат векторы $\vec{\text{v}}$ и $\vec{B}$.

К движущемуся положительному заряду *применимо правило левой руки или* «*правило буравчика*»

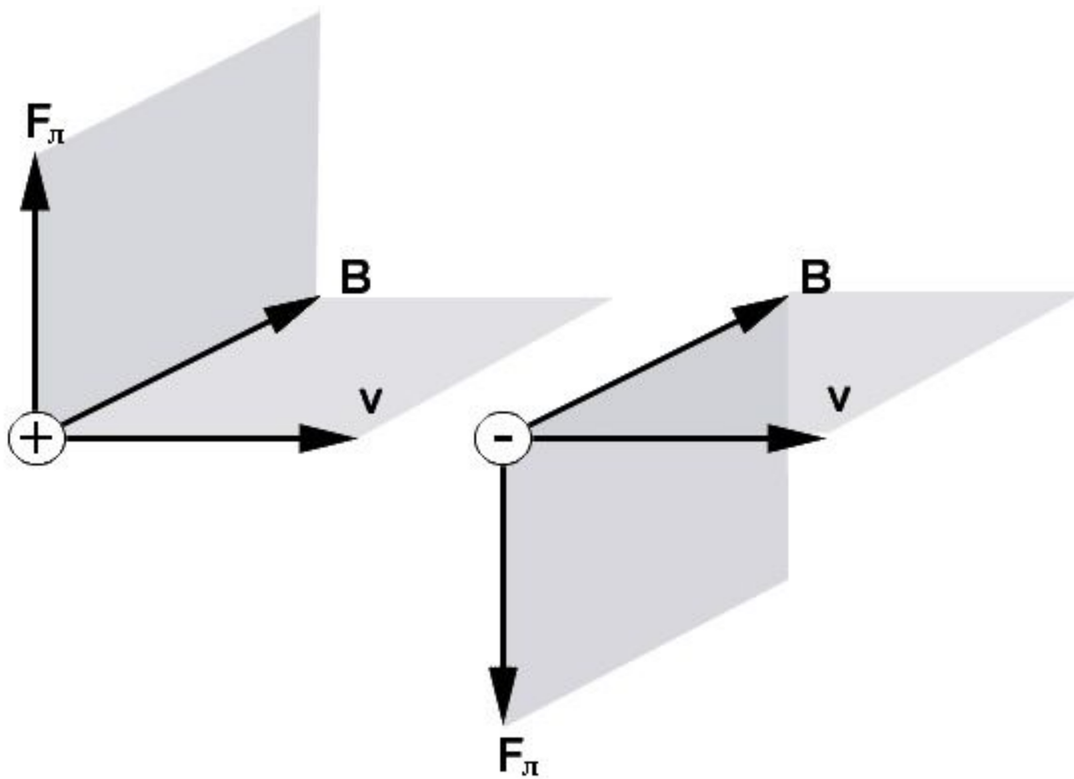
Правило левой руки



Правило левой руки (направление силы Ампера)



Если ладонь левой руки расположить так, чтобы в нее входили линии магнитной индукции, а четыре вытянутых пальца расположить по направлению тока в проводнике, то отогнутый большой палец покажет направление силы Ампера, действующей со стороны магнитного поля на проводник с током.


Fл
B
v
+
B
v
-
Fл

Связь между силой Лоренца и силой Ампера

$F_л = F_а / N$

$\boldsymbol{F_A = F \cdot N}$

где $\boldsymbol{F}$ – сила Лоренца;

$\boldsymbol{N}$ - число частиц.

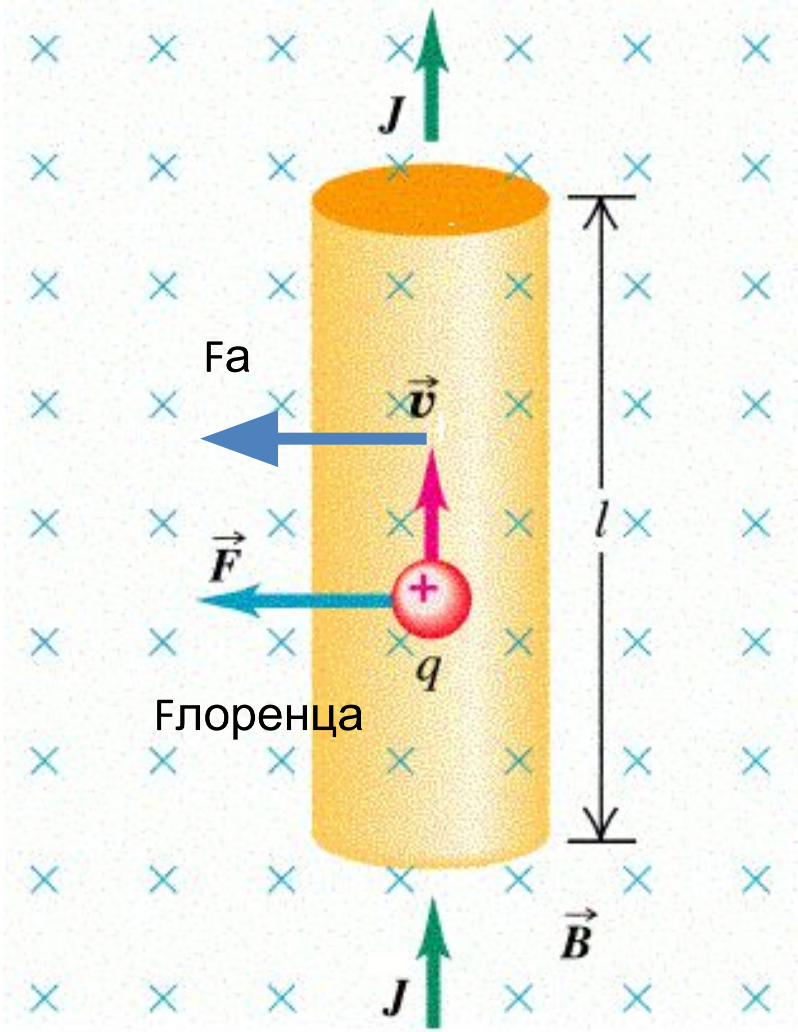
Отсюда $\boldsymbol{F = F_A / N}$

$\boldsymbol{I = nq\text{v}S}$

$\boldsymbol{N = nSl}$

Подставив эти выражения
 в формулу для силы Ампера,
получим выражение для силы
 Лоренца в магнитном поле:

$\boldsymbol{F = qvB \cdot \sin\alpha}$.



- *Так как сила Лоренца направлена перпендикулярно движущемуся заряду, т.е. перпендикулярно $\vec{V}$,* ***работа этой силы всегда равна нулю****.*
- Следовательно, действуя на заряженную частицу, сила Лоренца не может изменить кинетическую энергию частицы.

Постоянное магнитное поле изменяет направление движения частицы, но не величину скорости.

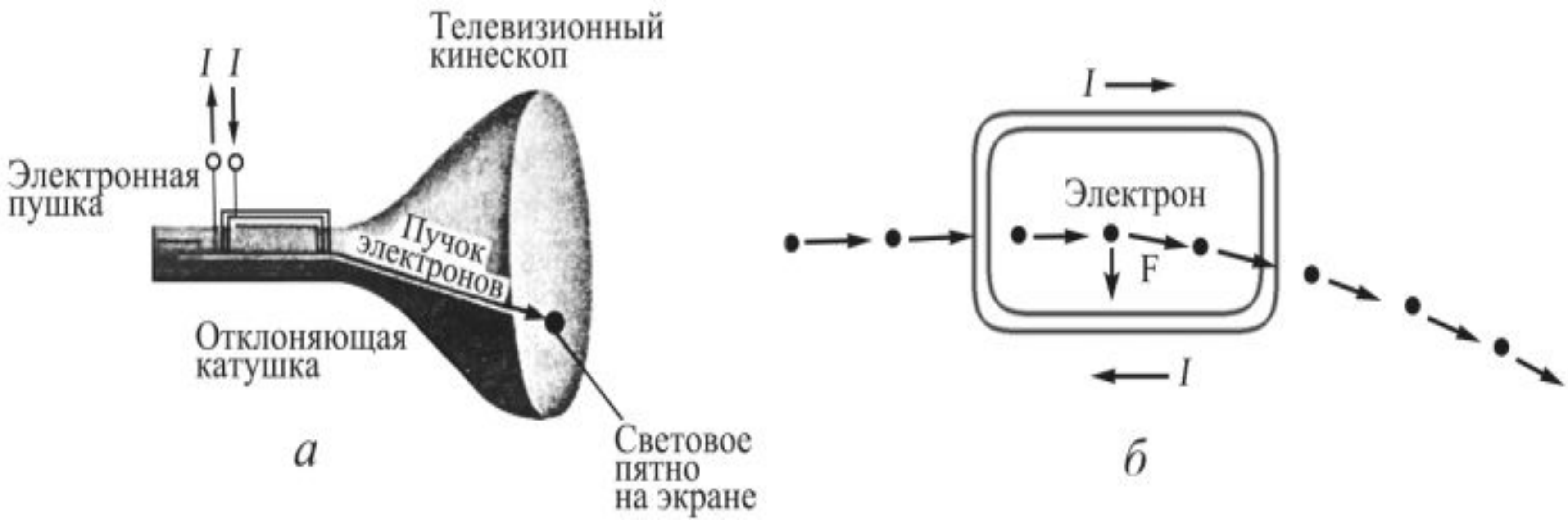
Магнитная часть силы Лоренца оставляет неизменной меняет лишь направление импульса, а не энергию заряда.

Формула Лоренца позволяет связать уравнения электромагнитного поля с уравнениями движения заряженных частиц:

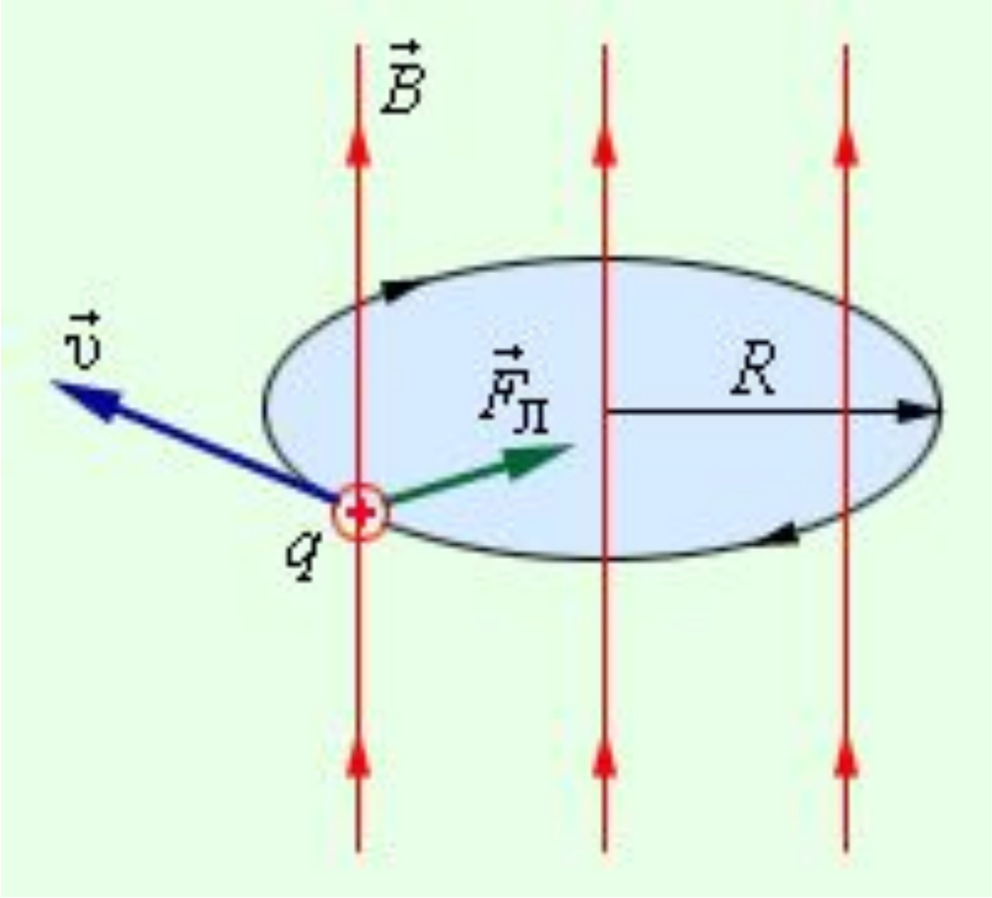
$$m\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = q\mathbf{E} + q[\mathbf{v}, \mathbf{B}]$$

Здесь действуют оба поля - электрическое **E** и магнитное **B**.

- Действие магнитной силы на движущийся заряд можно наблюдать на экране кинескопа.



- Если поднести постоянный магнит к плоскости экрана, то легко заметить его воздействие на электронный пучок по возникающим в изображении искажениям.

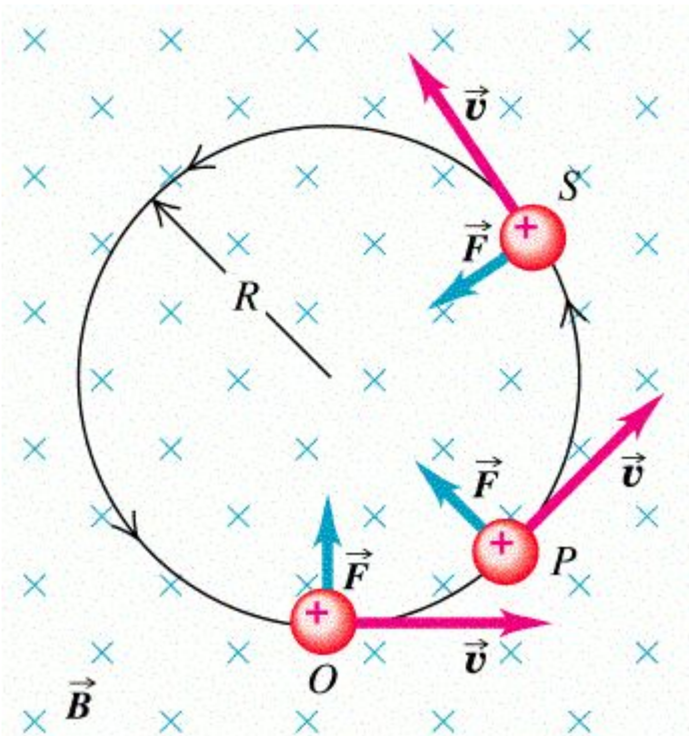


$$\boxed{F_{цб} = m_q \upsilon^2 / R,}$$

$$F_Л = e\upsilon B$$

$$\boxed{m_q \upsilon^2 / R = q\upsilon B.}$$

Движение заряженной частицы в магнитном поле перпендикулярно B



$$m\,a_{цс} = q\,v\,B$$

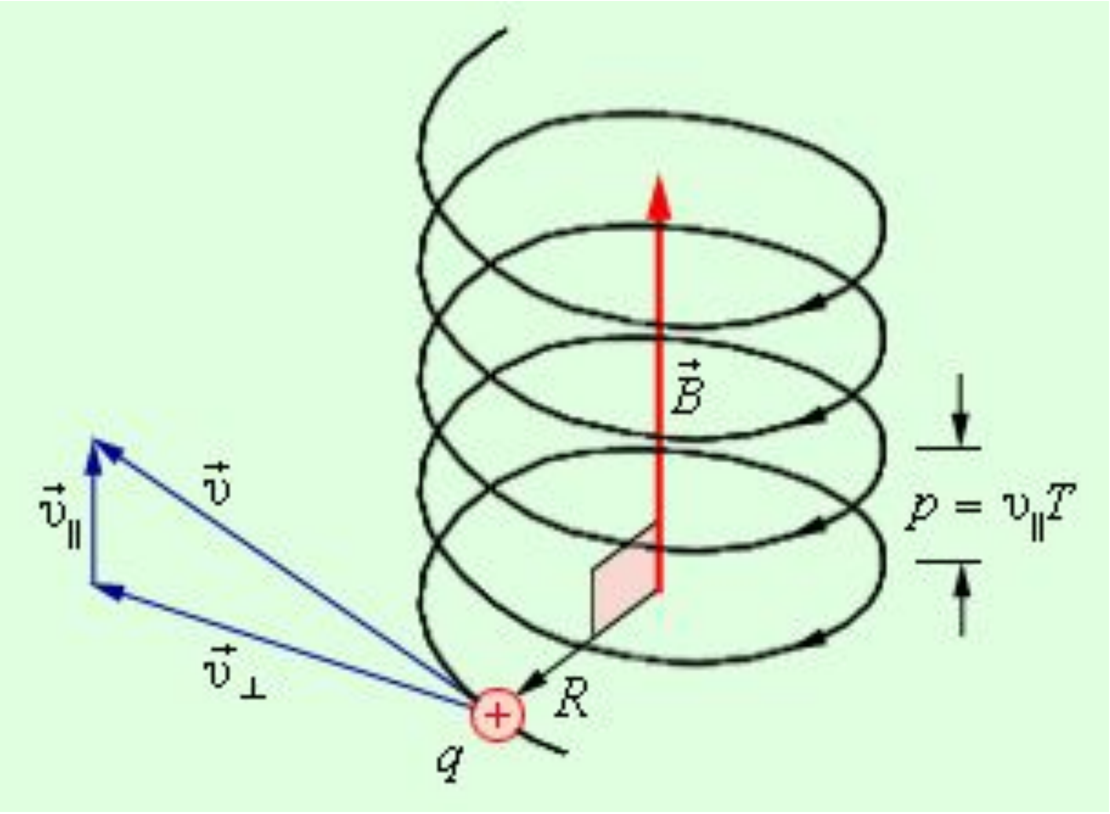
$$m\frac{v^2}{R} = q\,v\,B$$

$$R = \frac{m}{q}\cdot\frac{v}{B}$$

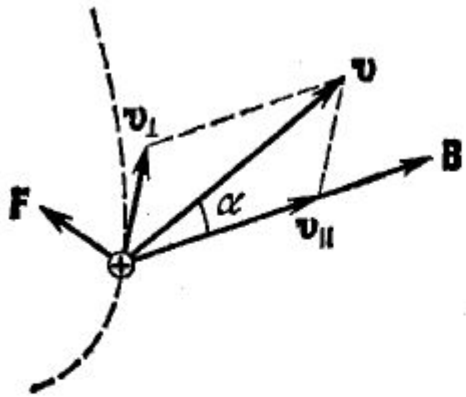
$$T = \frac{2\pi R}{\mathrm{v}} = 2\pi\frac{m}{q}\frac{1}{B}$$

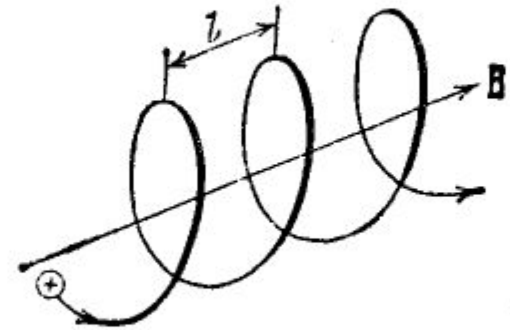
T - не зависит от скорости !!!

Движение заряженной частицы в магнитном поле под углом к **B**



Обозначения составляющих *скорости* даны относительно вектора **B**





$$v_\perp = v \sin\alpha, \quad v_\parallel = v\cos\alpha.$$

Модуль магнитной силы

$$F = e' vB\sin\alpha = e' v_\perp B$$

Шаг винтовой траектории:

$$l = v_\parallel T = 2\pi \frac{m}{e'}\frac{1}{B} v\cos\alpha.$$

Силы, действующие на заряженную частицу в скрещенных электрическом и магнитном поле

Если поле ***E*** направлено под углом β к магнитному полю ***B***, то

представив $\vec{E} = \vec{E}_{II} + \vec{E}_{\perp}$ относительно направления ***B***,

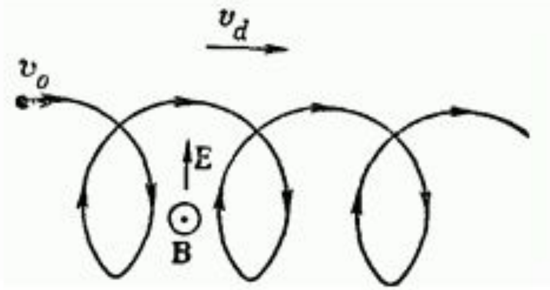
получим три составляющих движения:

- с постоянным ускорением $a_{II} = \frac{q}{m} E \cos\beta$ (вдоль вектора ***B***);

- равномерное вращение $\omega = \frac{qB}{m}$ (в плоскости $\perp$ ***B***)

- дрейф со скоростью $\vec{v}_{Д} = \frac{\left[\vec{E}, \vec{B}\right]}{B^2}$ в направлении, определяемом векторным произведением $\left[\vec{E}, \vec{B}\right]$

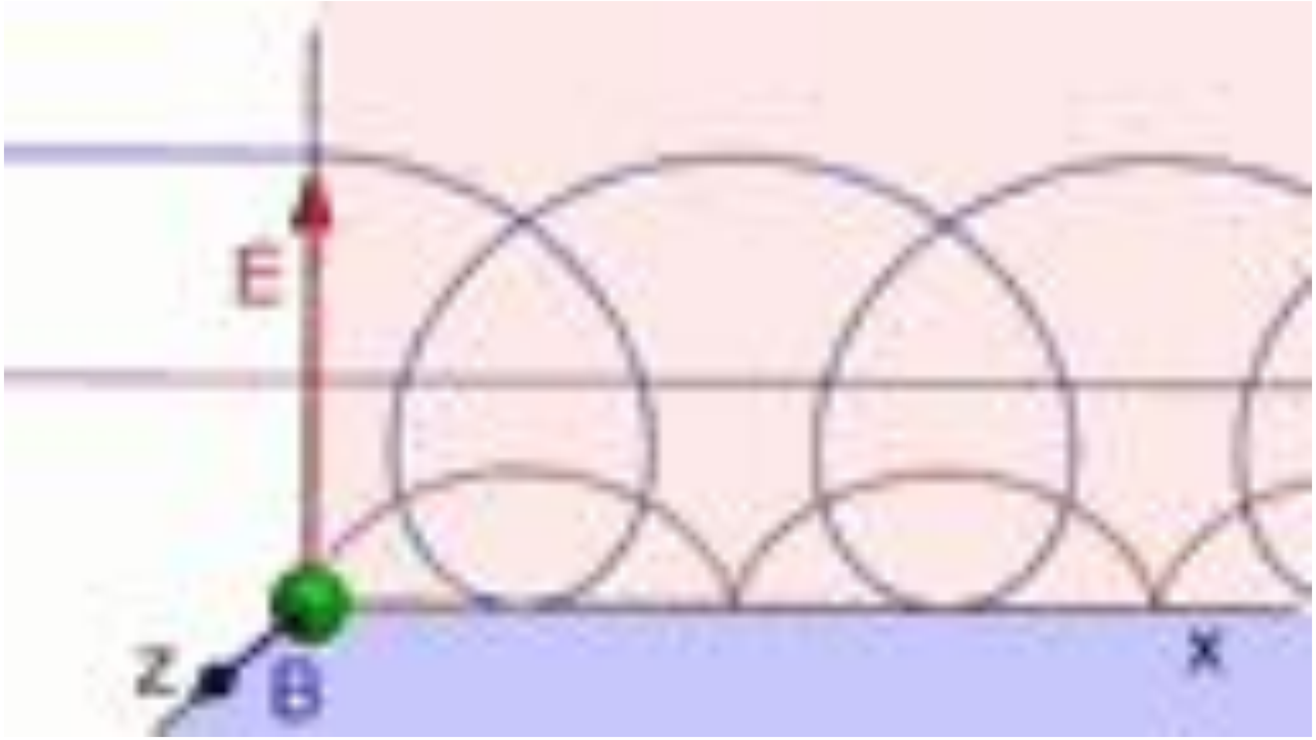
есть интересные эффекты, возникающие при одновременном действии обоих полей. Пусть у нас имеется однородное магнитное поле $\boldsymbol{B}$ и направленное к нему под прямым углом электрическое поле $\boldsymbol{E}$. Тогда частицы, влетающие перпендикулярно полю $\boldsymbol{B}$, будут двигаться по кривой, подобной изображенной на фиг. 29.18. (Это плоская кривая, а не спираль.) Качественно это движение понять нетрудно. Если частица (которую мы считаем положительной) движется в направлении поля $\boldsymbol{E}$, то она набирает скорость, и магнитное поле загибает ее меньше. А когда частица движется против поля $\boldsymbol{E}$, то она теряет скорость и постепенно все больше и больше загибается магнитным полем. В результате же получается «дрейф» в направлении $(\boldsymbol{E}\times\boldsymbol{B})$.

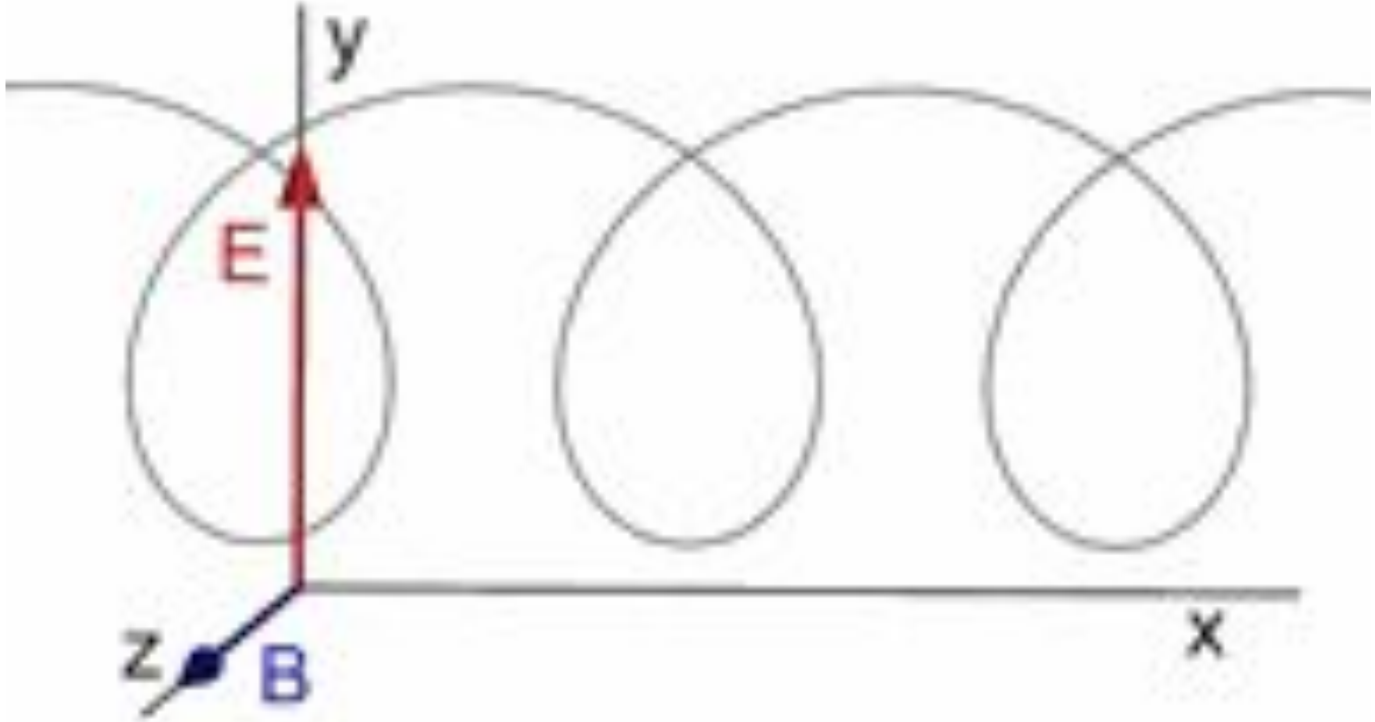


Фиг. 29.18. Путь частицы в скрещенных электрическом и магнитном полях.

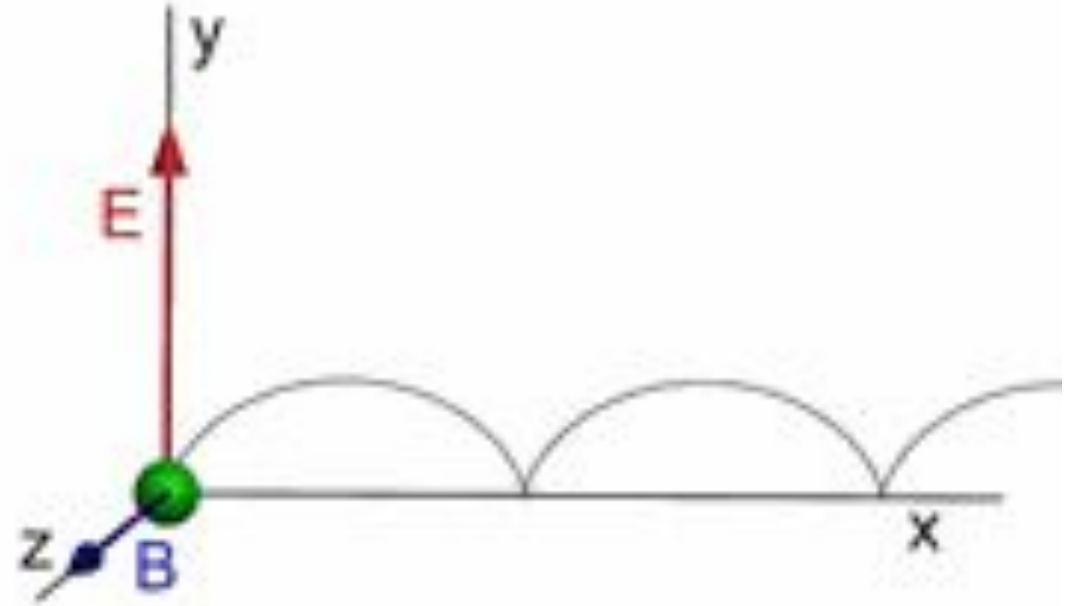
Мы можем показать, что такое движение есть по существу суперпозиция равномерного движения со скоростью $v_d = E/B$ и кругового, т. е. на фиг. 29.18 изображена просто циклоида. Представьте себе наблюдателя, который движется направо с постоянной скоростью. В его системе отсчета наше магнитное поле преобразуется в новое магнитное поле плюс электрическое поле, направленное вниз. Если его скорость подобрана так, что полное электрическое поле окажется равным нулю, то наблюдатель будет видеть электрон, движущийся по окружности. Таким образом, движение, которое ми видим, будет круговым движением плюс перенос со скоростью дрейфа $v_d = E/B$. Движение электронов в скрещенных электрическом и магнитном полях лежит в основе магнетронов, т. е. осцилляторов, применяемых при генерации микроволнового излучения.

Движение заряженной частицы в скрещенных электрическом и магнитном полях



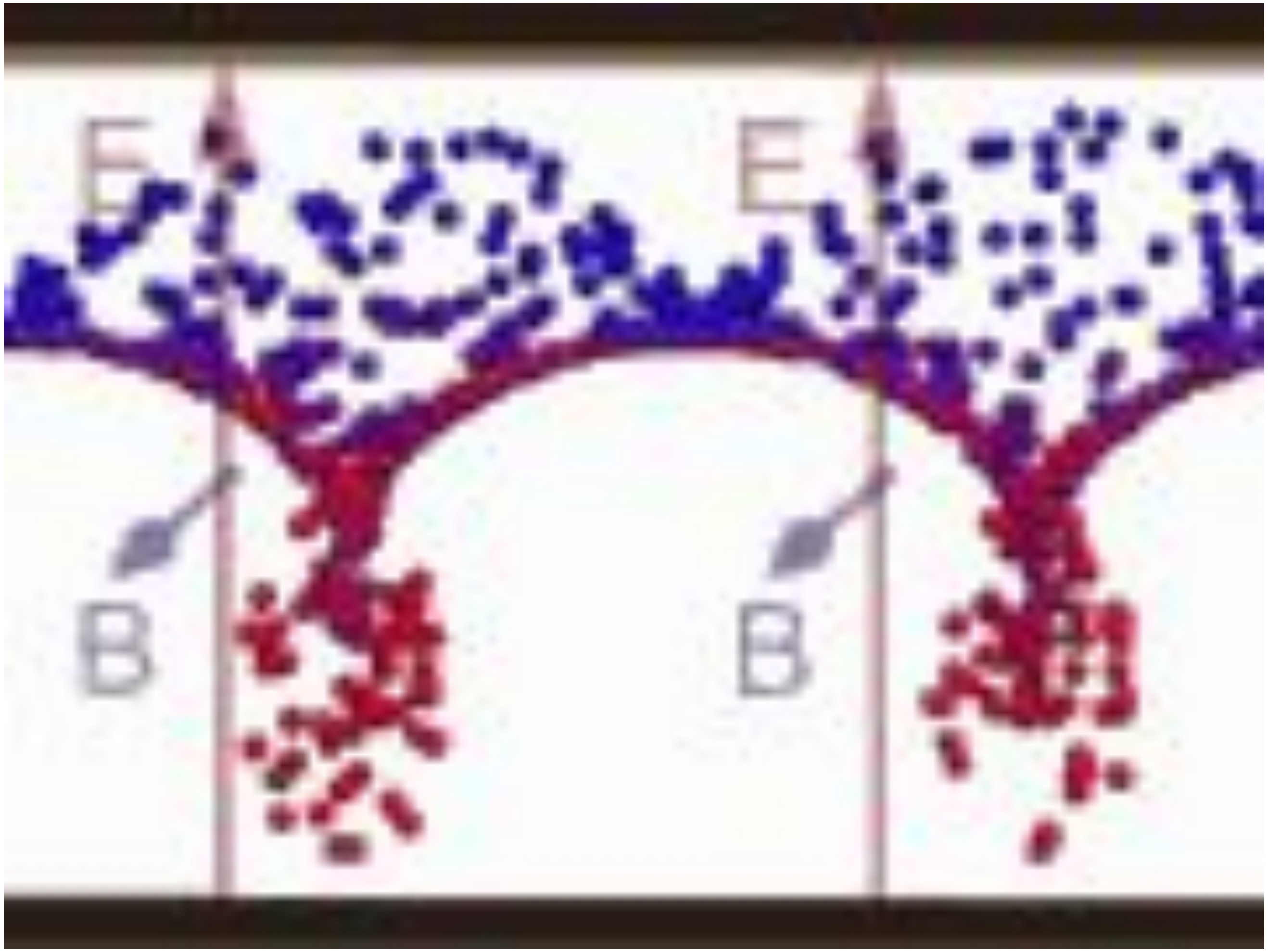


Траектория движения частицы описывается трохоидой, которую можно представить как сумму двух движений: в направлении, перпендикулярном скрещенным полям, заряд движется с постоянной дрейфовой скоростью $V_д$ = E/B. В плоскости, перпендикулярной магнитному полю, он движется по окружности с циклотронной частотой $\omega = qB/m$ и радиусом $R = |(V_0 - E/B)/\omega|$, где V_0 - начальная скорость заряда.



Скорость дрейфа в направлении оси X не зависит от начальной скорости заряженной частицы. В частности при нулевой начальной скорости траектория движения будет представлять циклоиду, как показано на рисунке.

Если частица влетает в скрещенное электрическое и магнитное поле со скоростью, равной скорости дрейфа $V = V_д = E/B$, то сила действия со стороны магнитного поля в точности компенсирует силу, действующую со стороны электрического поля и полная сила Лоренца равна нулю. В этом случае заряд будет двигаться по прямолинейной траектории со скоростью дрейфа.



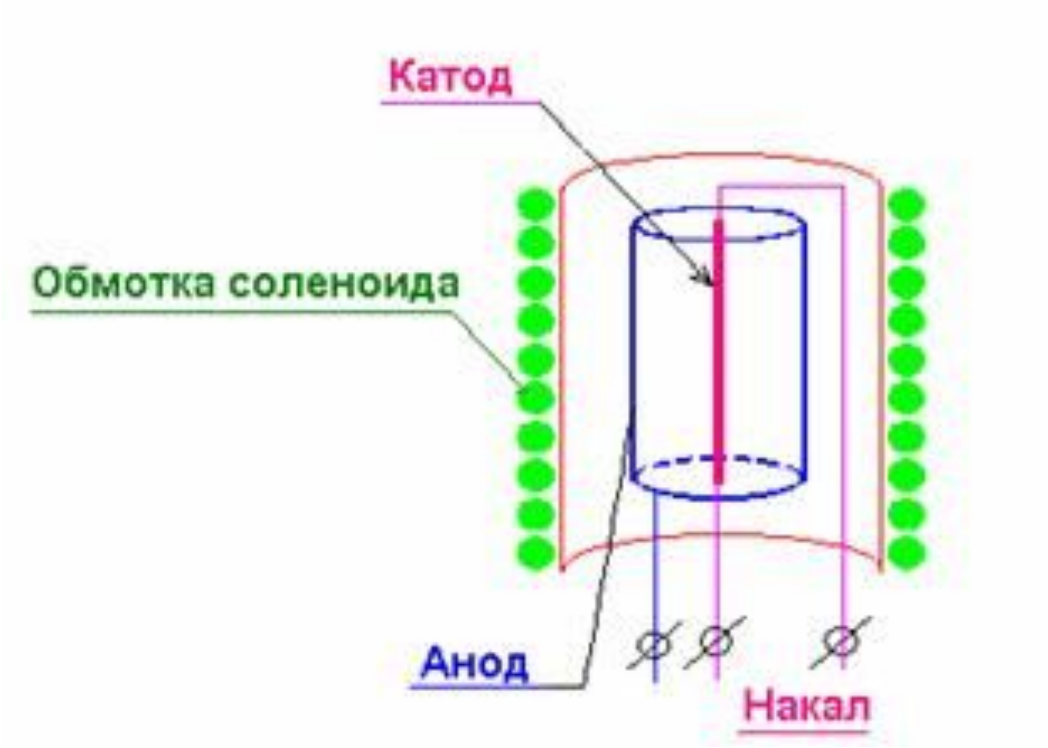
Красные частицы положительный заряд, синие - отрицательный

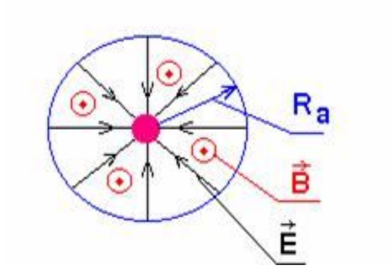
Трохоида – (греч. *Колесообразный*)

Удлинённая циклоида $r = 1$, $h = 1,5$

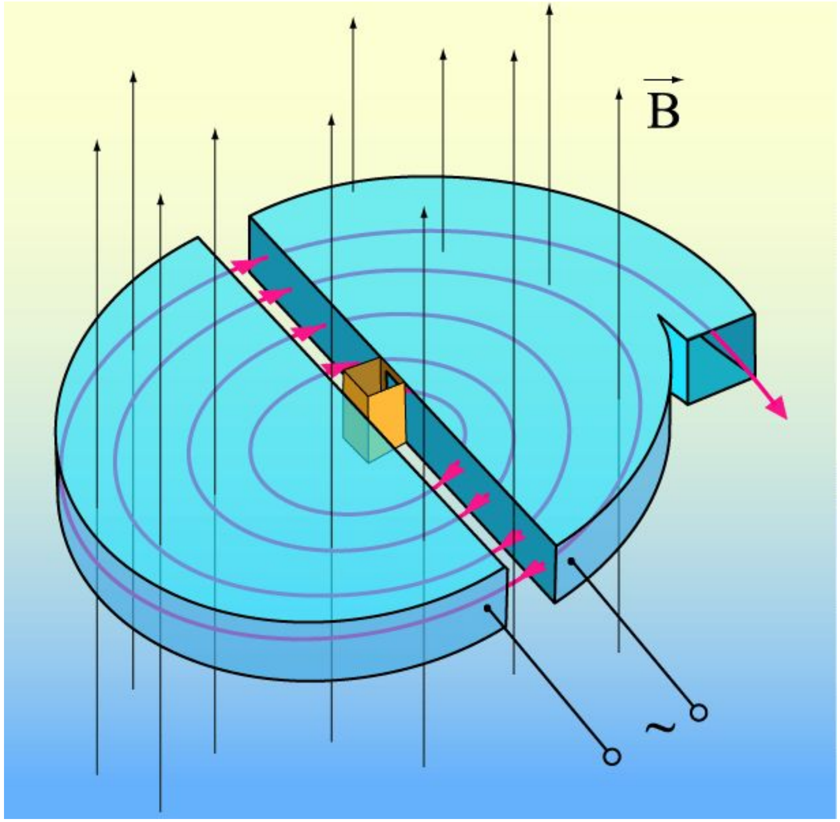
Укороченная циклоида $r = 1$; $h = 0,8$

Лабораторная работа Э5





Циклотрон.



- Период обращения частицы в однородном магнитном поле равен

$$\boxed{T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB}.}$$

- Циклотронная частота не зависит от скорости
- Заряженная частица ускоряется электрическим полем, а удерживается на траектории магнитным полем. $R = \frac{mv}{qB}$

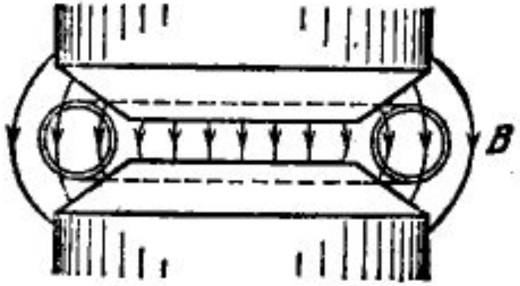
Фазотрон (***синхроциклотрон***) – ***циклический резонансный ускоритель тяжелых заряженных частиц*** (например, протонов, ионов, α-частиц),

- управляющее магнитное поле постоянно,
- частота ускоряющего электрического поля медленно изменяется с периодом.

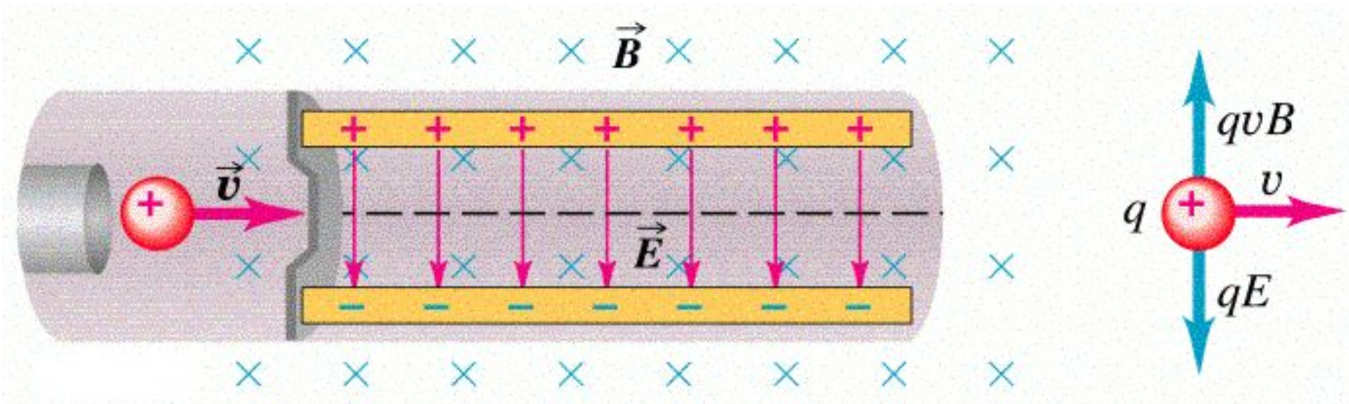
Синхротрон – **циклический резонансный ускоритель ультрарелятивистских электронов**, в котором управляющее магнитное поле изменяется во времени, а частота ускоряющего электрического поля постоянна.

Синхрофазотрон – изменяют и частоту и магнитное поле

Бетатрон. Так называют индукционный ускоритель электронов, в котором ускорение осуществляется вихревым электрическим полем.

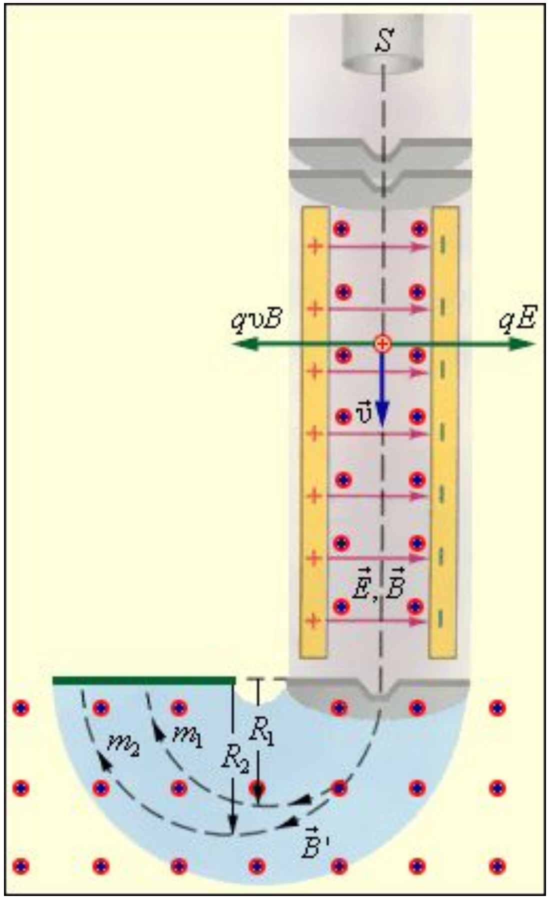


Селектор скоростей.

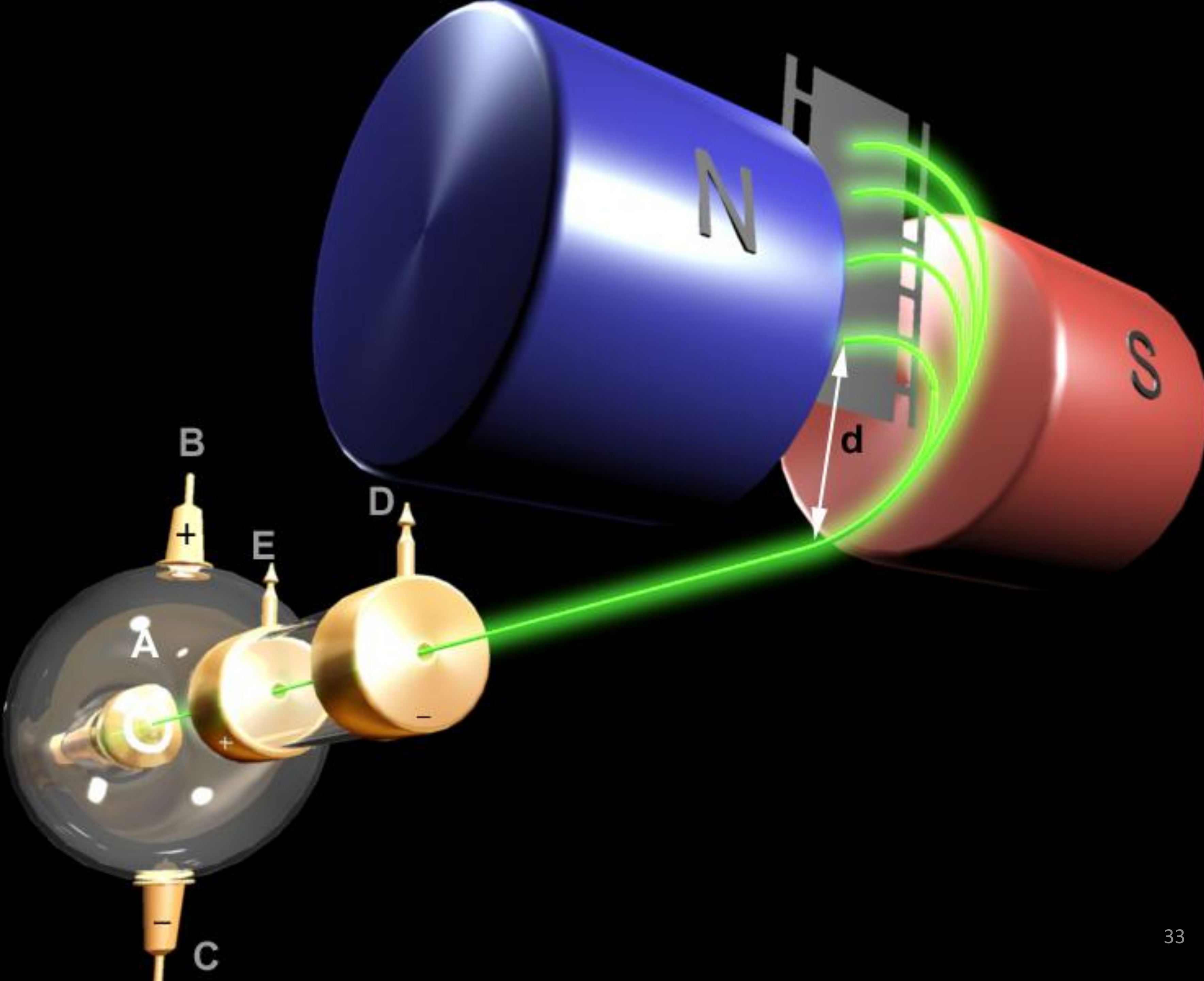


- **Частицы движутся в скрещенных однородных электрическом и магнитном полях.**
- **Если электрическая сила скомпенсирована силой Лоренца, частица будет двигаться равномерно и прямолинейно .**
- **При заданных значениях электрического и магнитного полей селектор выделит частицы, движущиеся со скоростью $\upsilon = E / B$.**

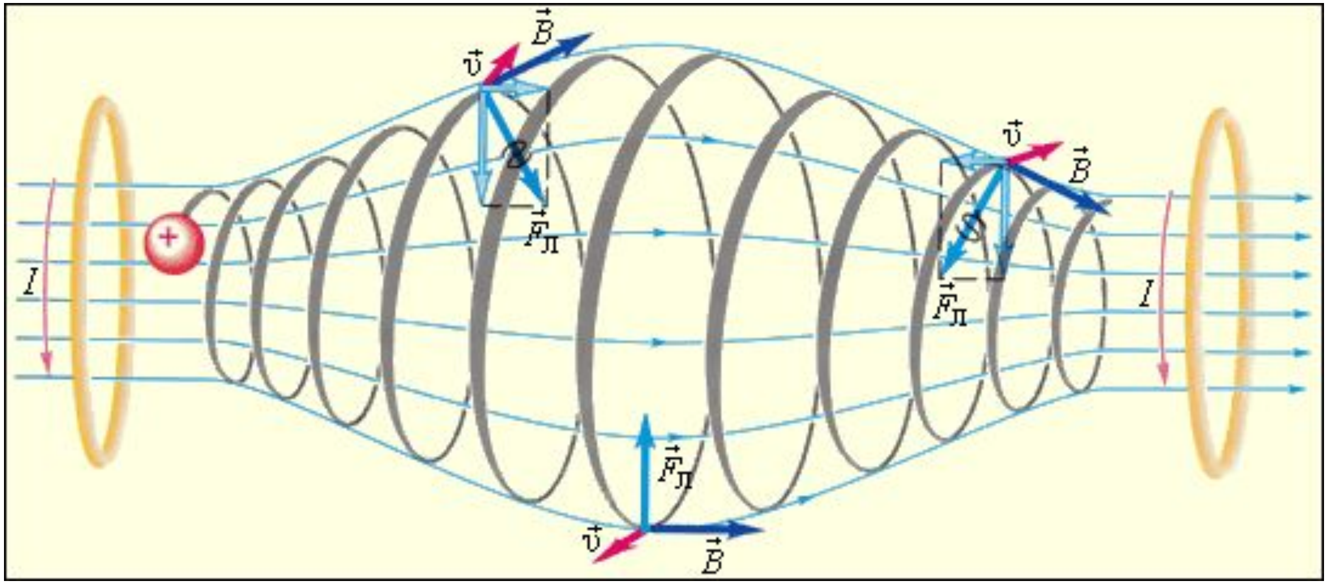
Масс – спектрометр



- Можно измерять массы заряженных частиц – ионов или ядер различных атомов.
- Используются для разделения изотопов - ядер атомов с одинаковым зарядом, но разными массами .

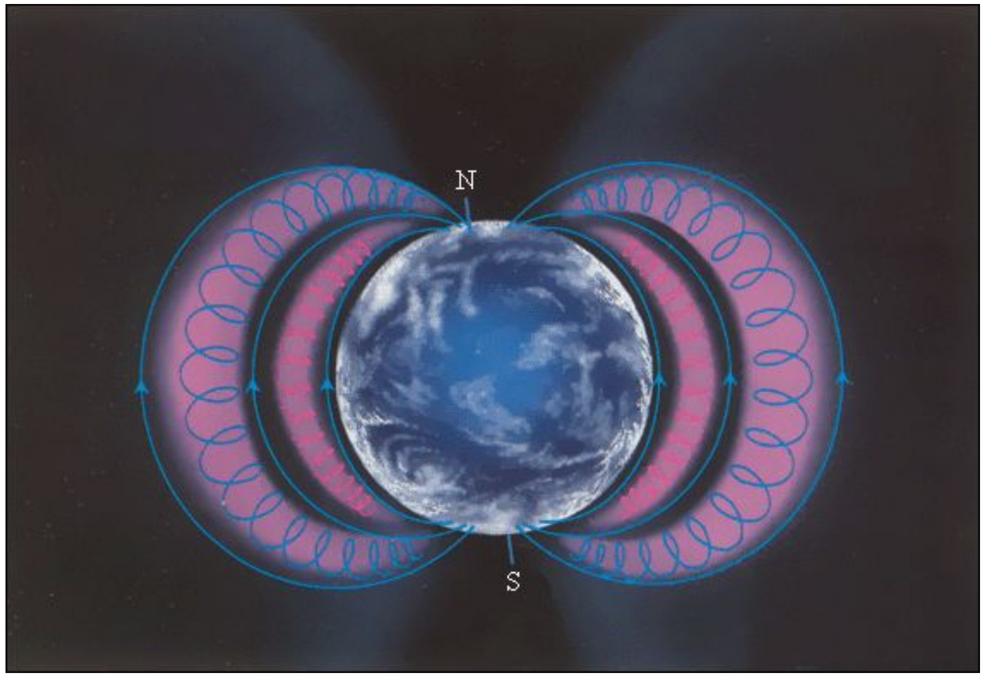

N
S
d
B
+
E
D
A
+
–
–
C

Магнитная «бутылка» или ионная ловушка.

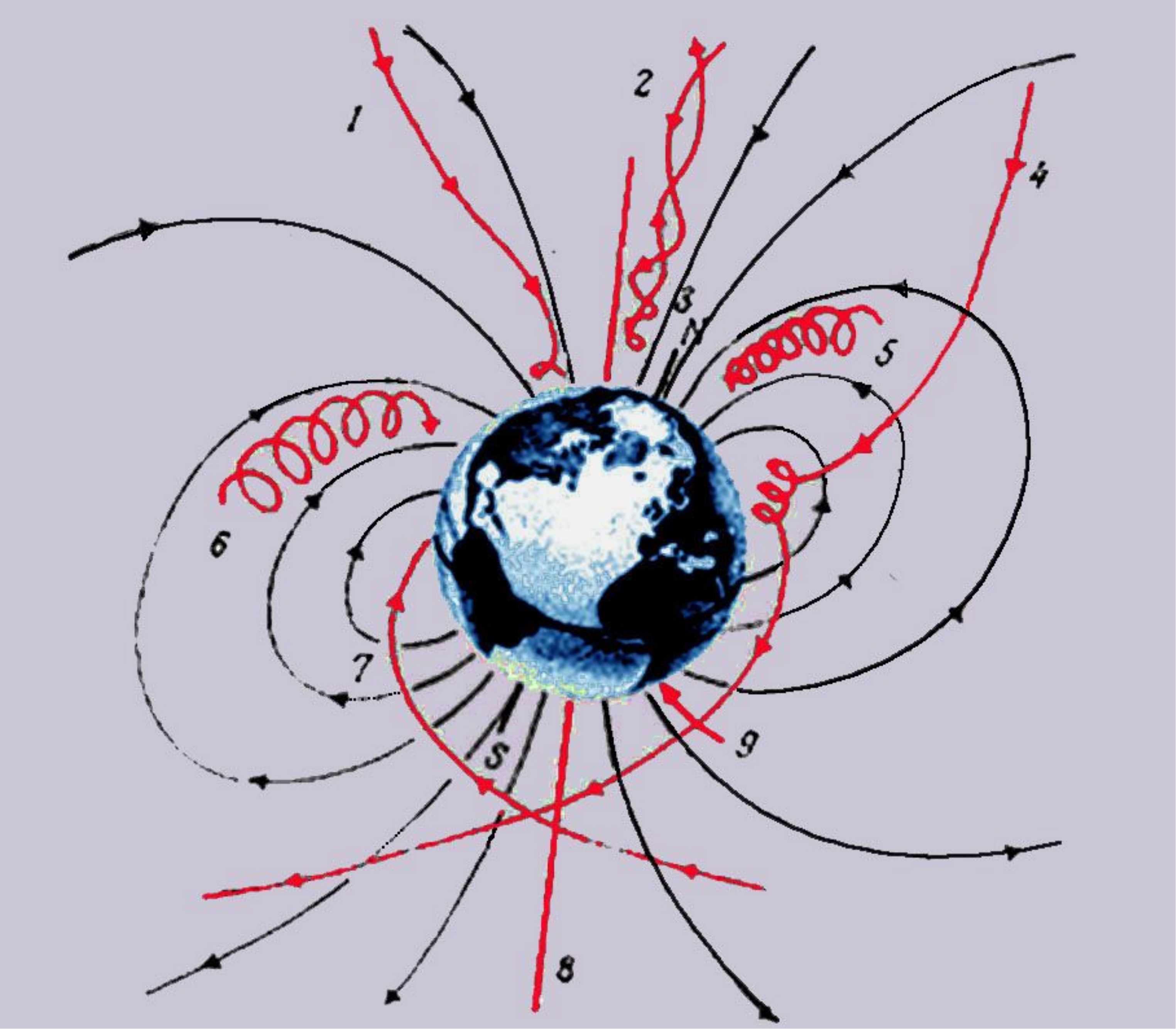


- Заряженные частицы не выходят за пределы «бутылки».
- Используется для удержания плазмы в управляемом термоядерном синтезе.

Радиационные пояса Земли.



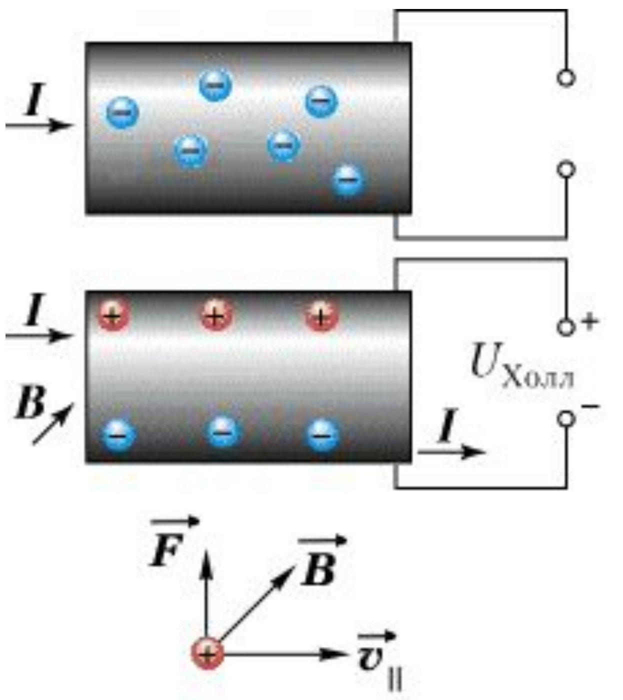
- **Быстрые заряженные частицы от Солнца попадают в магнитные ловушки радиационных поясов.**


1
2
3
4
5
6
7
8
9
S

Эффект Холла

- Одним из проявлений магнитной составляющей силы Лоренца в веществе служит эффект, обнаруженный в 1879 г. американским физиком Э.Г. Холлом (1855–1938).
- ***Эффект Холла состоит в возникновении на боковых гранях проводника с током, помещенного в поперечное магнитное поле, разности потенциалов, пропорциональной величине тока I и индукции магнитного поля B.***

Эффект Холла.



- Возникновение в проводнике или полупроводнике с током, находящемся в магнитном поле, поперечной разности потенциалов.
- Причиной является отклонение электронов, движущихся в магнитном поле под действием силы Лоренца.

Холловская разность потенциалов определяется выражением

$$U_H = RbjB.$$

Здесь b — ширина пластинки, j — плотность тока, B — магнитная индукция поля, R — коэффициент пропорциональности, получивший название постоянной Холла.

$$\boxed{U_H = RbjB}$$

Из Савельева

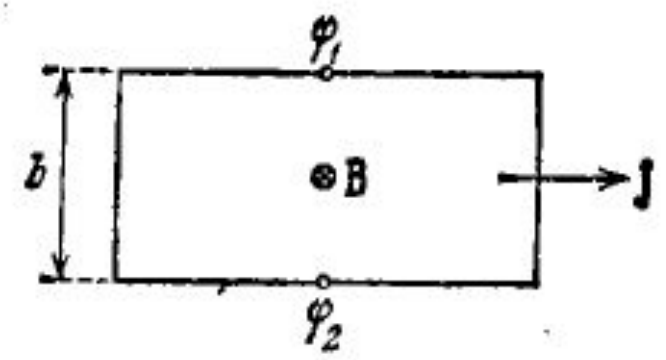


Рис. 79.1.

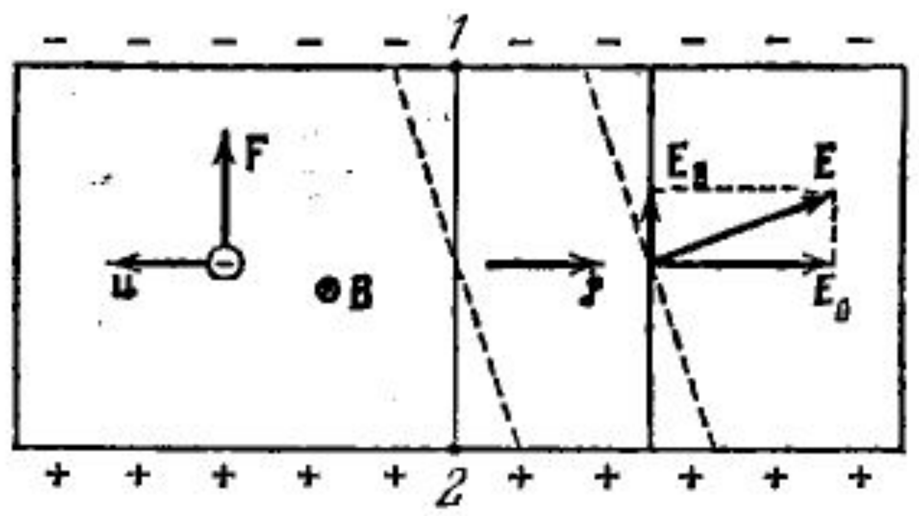


Рис. 79.2.

$$F = euB.$$

$$\boxed{U_H = bE_B = buB.}$$

$$j = neu.$$

$$U_H = \frac{1}{ne} bjB.$$

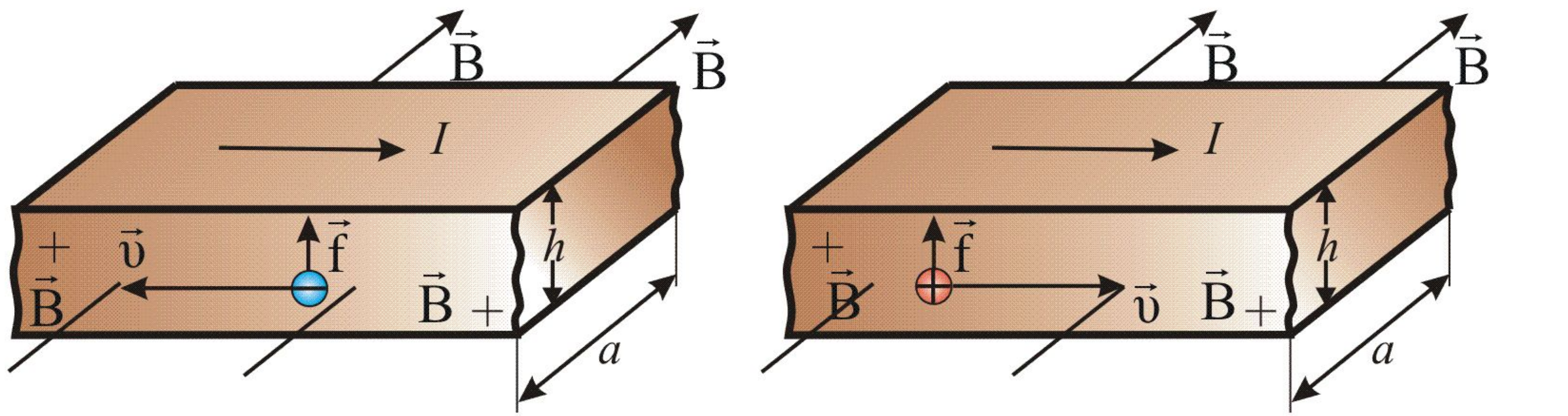
Обозначив: $R = \frac{1}{ne}$, получим: $\boxed{U_H = RbjB}$

(Постоянная Холла)

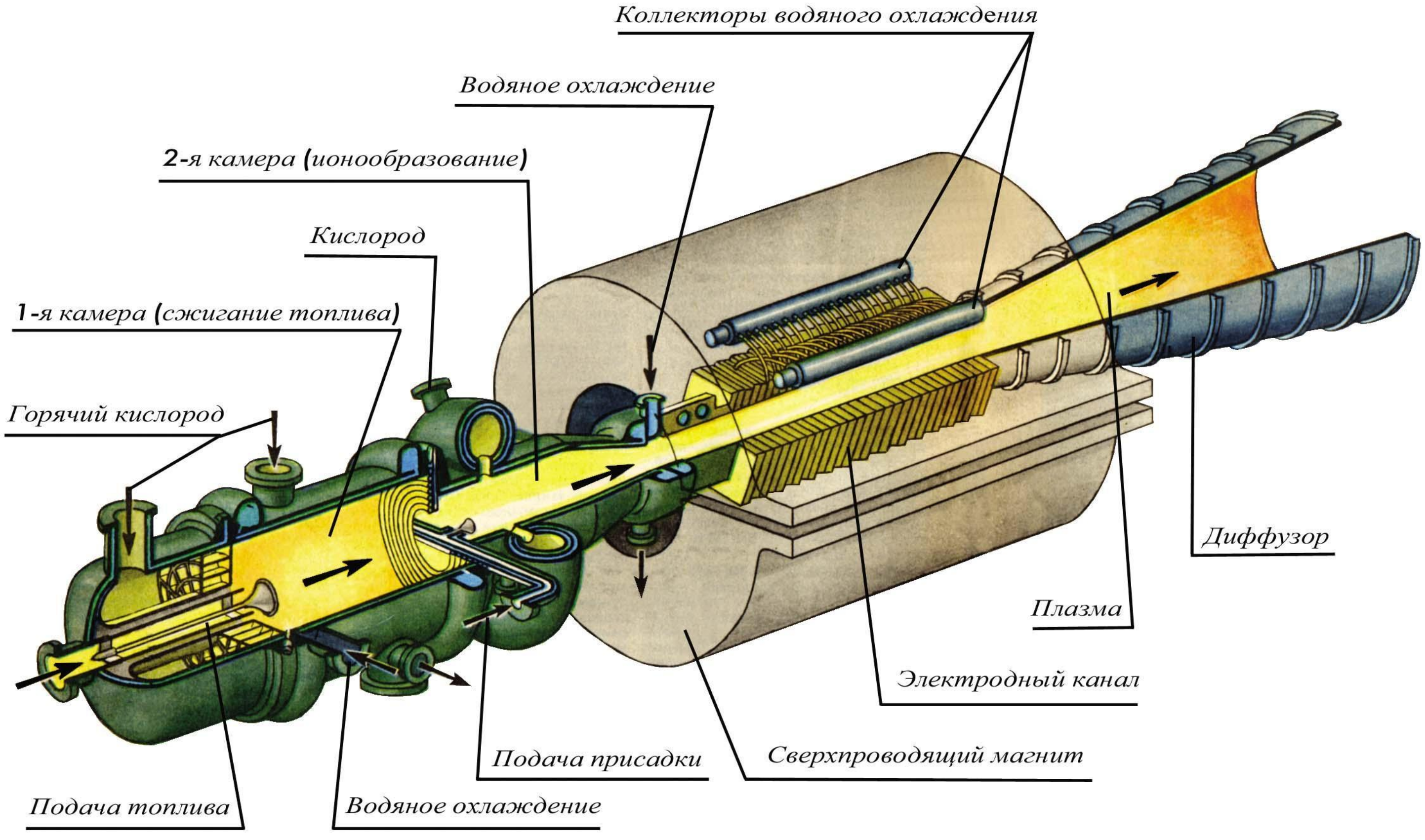
Подвижность носителей тока

$$\Pi = \frac{\text{скорость}}{\text{напряженность}} = \frac{\mathrm{v}}{E}$$

В зависимости от типа носителей тока, на верхней плоскости будет + или -



МГД - генератор.



- **Работа основана на эффекте Холла.**

Конец лекции 6

Далее тесты, презентация «Ток поляризации» и демонстрационные опыты по электромагнетизму

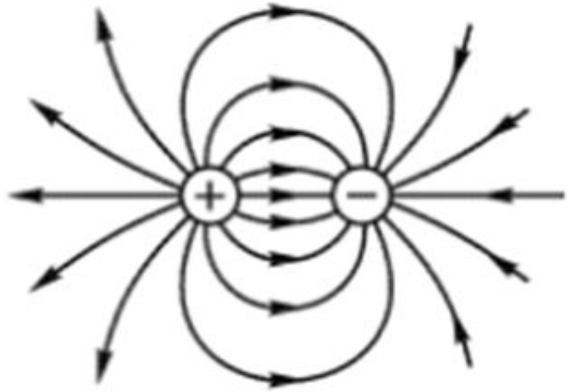
АНАЛОГИИ СООТНОШЕНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И МАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН

Чуев А.С., chuev@mail.ru, МГТУ им. Н.Э. Баумана

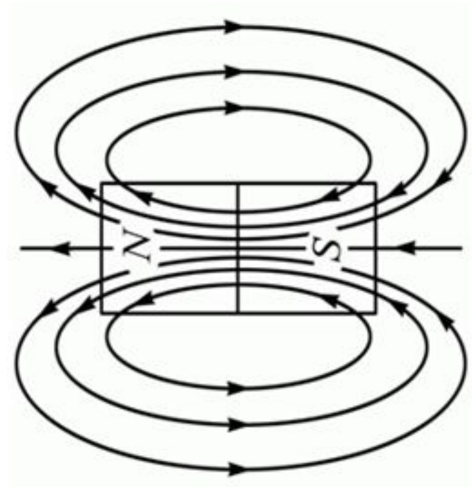
Источники поля	
Заряды, электрические диполи, электреты	Движущиеся заряды, линейные проводники с током, петлевые токи, магниты
$q = \lambda l = \sigma S = \rho V; \quad \vec{p}_{\mathrm{e}} = q\vec{l}$	$q\vec{\mathrm{v}} = I\vec{l} = \vec{j}V; \quad \vec{p}_{\mathrm{m}} = IS\vec{n}$
Основные полевые параметры без учета влияния вещественной среды	
$\varphi = \dfrac{W}{q_{\text{Пр}}}; \quad \varphi = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0}{r};$ $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q_{\text{Пр}}}; \quad \vec{E} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q_0}{r^2}\vec{e}_{\mathrm{r}}$	$\lvert\vec{A}\rvert = \dfrac{W}{\lvert\vec{j}_{\text{Пр}}\rvert V}; \quad \vec{A} = \dfrac{\mu_0}{4\pi r}\int \vec{j}_0 \mathrm{d}V;$ $B = \dfrac{F}{j_{\text{Пр}}V}; \quad \mathrm{d}\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi r^2}\left[\vec{j}_0 \times \vec{e}_{\mathrm{r}}\right]\mathrm{d}V$
Силовое поле, создаваемое диполем	
$E = \dfrac{1}{\varepsilon_0}\dfrac{p_{\mathrm{e}}}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$	$B = \mu_0 \dfrac{p_{\mathrm{m}}}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$
Потенциальная энергия диполя, находящегося в силовом поле	
$W = -\vec{p}_{\mathrm{e}}\vec{E}$	$W = -\vec{p}_{\mathrm{m}}\vec{B}$
Вращательный момент сил, действующих на диполь в однородном поле	
$\vec{M} = [\vec{p}_e \times \vec{E}]$	$\vec{M} = [\vec{p}_m \times \vec{B}]$
Сила, действующая на диполь в неоднородном поле	
$F = p_{\mathrm{e}}\dfrac{\partial E}{\partial x}$	$F = p_{\mathrm{m}}\dfrac{\partial B}{\partial x}$

Реакция вещества на внешнее поле	
$\vec{P} = \frac{(\varepsilon - 1)\vec{D}}{\varepsilon} = \kappa\varepsilon_0\vec{E}$; $\kappa = \varepsilon - 1$; $\boxed{\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}_{\text{q}}}{V}}$	$\vec{J} = \chi\vec{H}$; $\chi = \mu - 1$; $\boxed{\vec{J} = \frac{\sum \vec{p}_{\text{m}}}{V}}$
Основные соотношения векторов	
$\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\vec{D} - \vec{P}) = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\vec{D}$	$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = \mu\mu_0\vec{H}$
Граничные условия для векторов	
$E_{\tau 1} = E_{\tau 2}$; $D_{\text{n}1} = D_{n2}$; $\oint \vec{E}\,\text{d}\vec{l} = 0$; $\text{rot}\vec{E} = 0$; $P_{\text{n}} == \sigma' = \frac{q'^{\text{пов}}}{S}$	$H_{\tau 1} = H_{\tau 2}$; $B_{\text{n}1} = B_{\text{n}2}$; $\text{div}\vec{B} = 0$; $J_{\text{R}} = i'^{\text{пов}} = \frac{I'^{\text{пов}}}{2\pi R}$
Характерные интегральные соотношения для векторов	
$\oint \vec{D}\,\text{d}\vec{S} = q$; $\oint \vec{P}\,\text{d}\vec{S} = -q'$ $\oint \vec{E}\,\text{d}\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q + q') = \frac{q}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$\oint \vec{\text{H}}\,\text{d}\vec{l} = \sum I$; $\oint \vec{J}\,\text{d}\vec{l} = \sum I'$ $\oint \vec{B}\,\text{d}\vec{l} = \mu_0(I + I') = \mu\mu_0 I$
Характерные дифференциальные соотношения для векторов	
$\text{div}\vec{D} = \rho$; $\text{div}\vec{P} = -\rho'$ $\text{div}\vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0}(\rho + \rho') = \frac{\rho}{\varepsilon\varepsilon_0}$	$\text{rot}\vec{H} = \vec{j}$; $\text{rot}\vec{J} = \vec{j}\,'$ $\text{rot}\vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \vec{j}\,') = \mu\mu_0\vec{j}$

Аналогии электромагнетизма



$$\vec{p}_e = q\vec{l}$$



$$\vec{p}_m = IS\vec{n}$$

$$\boxed{\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\vec{p}_e \cdot \vec{e}_r}{r^2}}$$

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{p}_m \times \vec{e}_r}{r^2}}$$

$$\vec{p}\,'_e = -\vec{p}_e$$

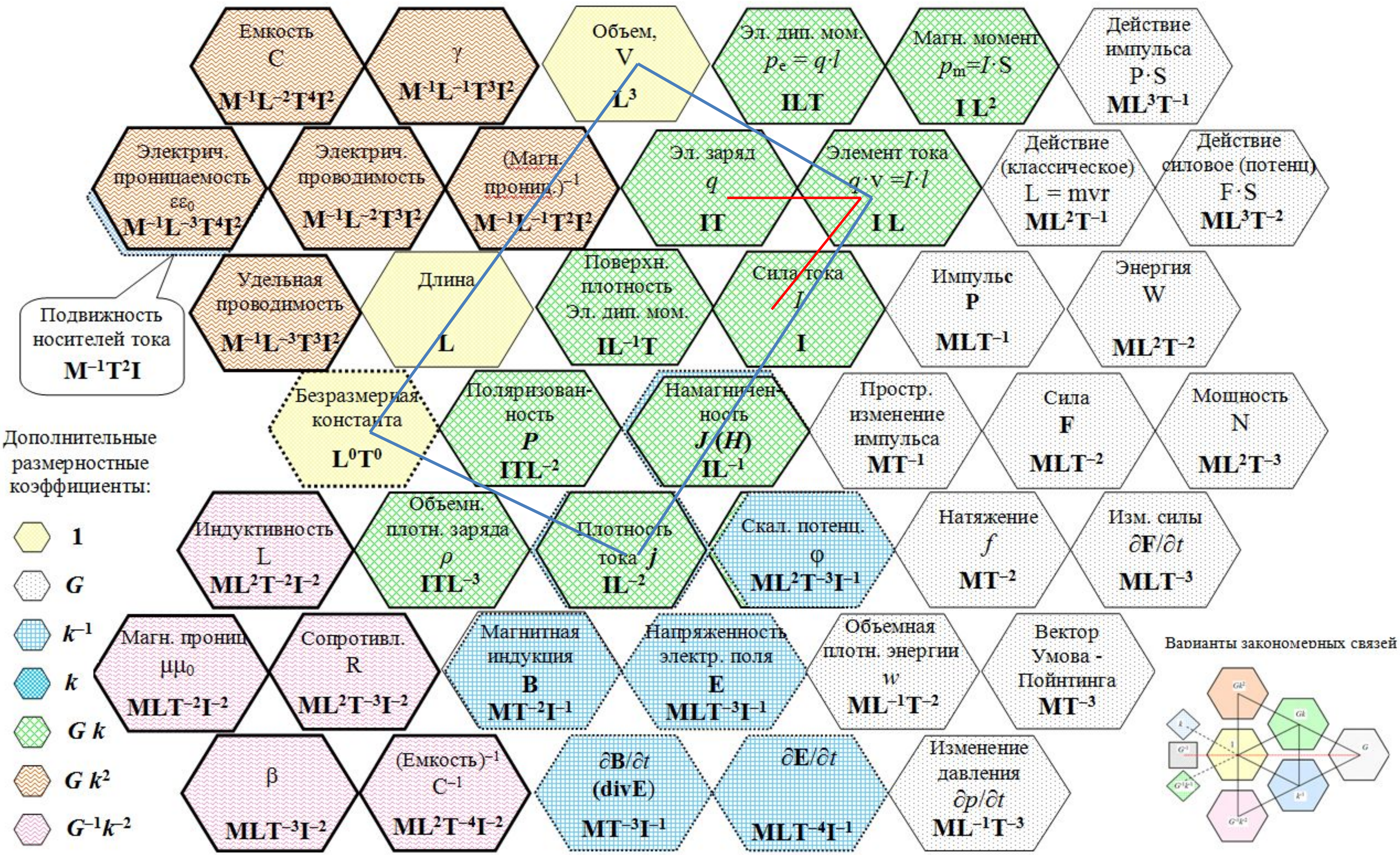
$$\boxed{\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\frac{\vec{p}\,'_e - 3\vec{e}_r(\vec{e}_r \cdot \vec{p}\,'_e)}{r^3}}$$

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{3\vec{e}_r(\vec{e}_r \cdot \vec{p}_m) - \vec{p}_m}{r^3}}$$

$$\boxed{E = \frac{1}{\varepsilon\varepsilon_0}\frac{p_e}{4\pi r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}}$$

$$\boxed{B = \frac{\mu\mu_0}{4\pi}\frac{p_m}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}}$$

Система электромагнитных величин и их взаимосвязей



СИСТЕМА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВЕЛИЧИН И ИХ ВЗАИМОСВЯЗЕЙ