Лекция 4

Метрические задачи

Преобразования комплексного чертежа

1 путь

Изменение положения объекта относительно плоскостей проекций

2 путь

Изменение положения плоскостей проекций относительно объектов

Задачи на определение величины угла между 2-мя прямыми

Задачи на определение расстояния между двумя точками

ЛНН

Задачи на преобразование комплексного чертежа

Способ прямоугольного ∆

Способ замены плоскостей проекций

Способ плоско-параллельного перемещения

Способ вращения

Задача 1

Задача 2

Задача 3

Задача 4

Метрические задачи

Метрическими (от греческих слов metron –мера, metreo - мерить)называются задачи, решение которых **связано с нахождением характеристик геометрических фигур,** определяемых (измеряемых) линейными и угловыми величинами. К метрическим характеристикам относят **длины участков линий, величины углов, площадей, объемов и т.п.**

Наиболее сложные задачи, при решении которых используют как метрические, так и позиционные свойства геометрических фигур, называют комплексными.

Все метрические задачи сводятся к двум видам:

А) задачи на определение расстояния между двумя точками;

Б) задачи на нахождение величины угла между двумя пересекающимися прямыми.

Решать такие задачи удобно с помощью различных способов преобразования комплексного чертежа.

Основные принципы и последовательность решения метрических задач

Алгоритмы решения всех метрических задач опираются на два инварианта ортогонального проецирования:

1. Теорему (прямую и обратную) о проецировании прямого угла;

2. Свойство любой плоской фигуры проецироваться без искажения, в конгруэнтную фигуру, на ту плоскость проекций, которая параллельна этой фигуре.

Для решения задач предлагается следующая последовательность:

Первый этап. Сосредоточиться и осмыслить постановку задачи. Что дано? Что требуется? Какие ставятся условия и возможно ли их выполнить?

Второй этап. Поиск связи между исходными данными и искомыми. Третий этап. Реализация (графическая) плана; здесь необходим контроль правильности решения и точности графических операций.

Завершающий этап. Анализ решения задачи – при каких условиях и сколько решений возможно.

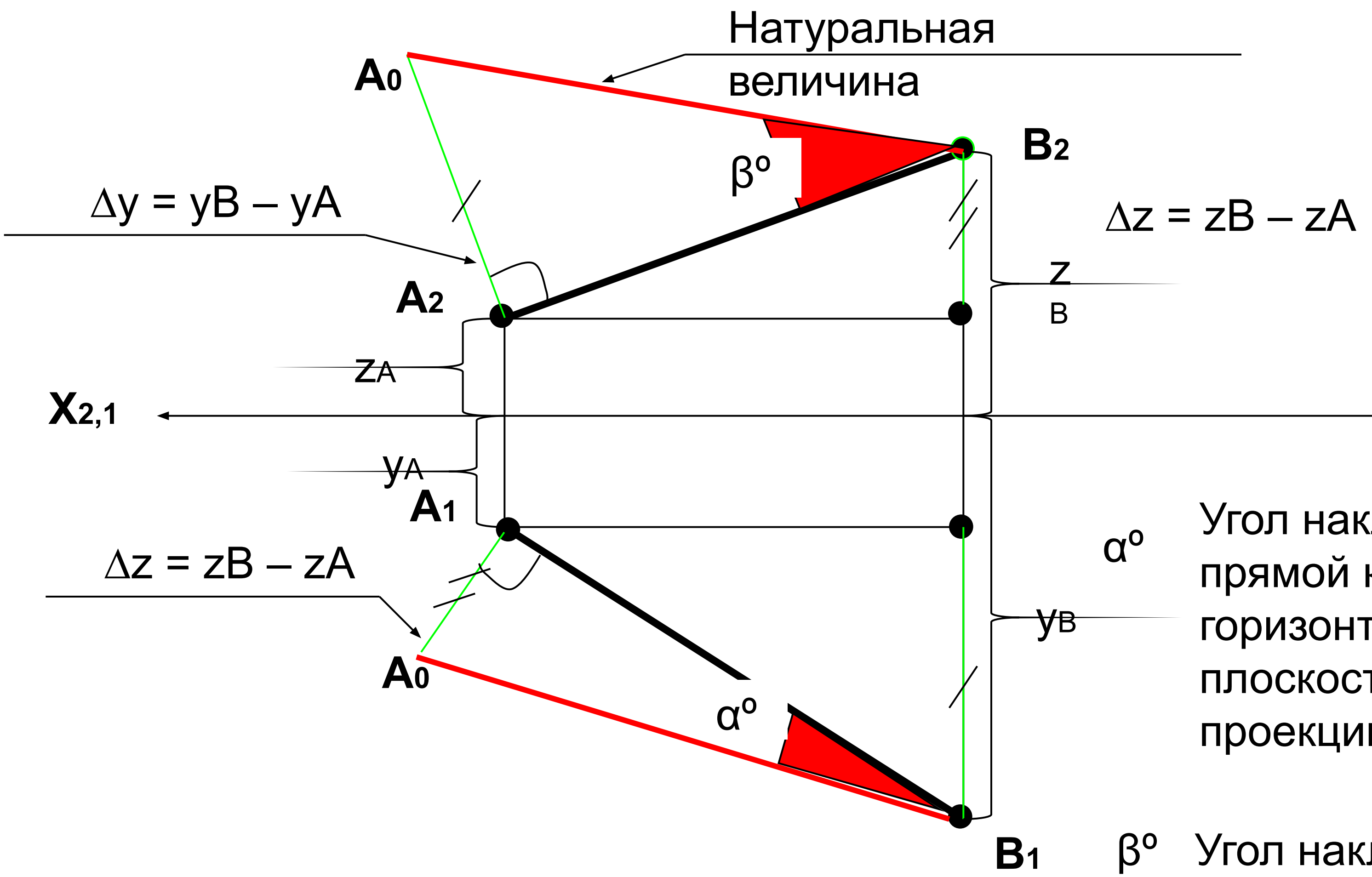
Определение расстояний

Решение задач на определение расстояний между точкой и прямой, двумя параллельными прямыми, точкой и плоскостью, прямой и плоскостью, двумя плоскостями, скрещивающимися прямыми в конечном счете сводится к нахождению расстояния между точками.

Определение расстояния между двумя точками способом прямоугольного треугольника

Натуральная величина отрезка равна гипотенузе прямоугольного треугольника, построенного на двух катетах один из которых проекция отрезка, а второй – разница координат начала и конца отрезка в другой плоскости проекций.

Пример определения расстояния способом прямоугольного треугольника



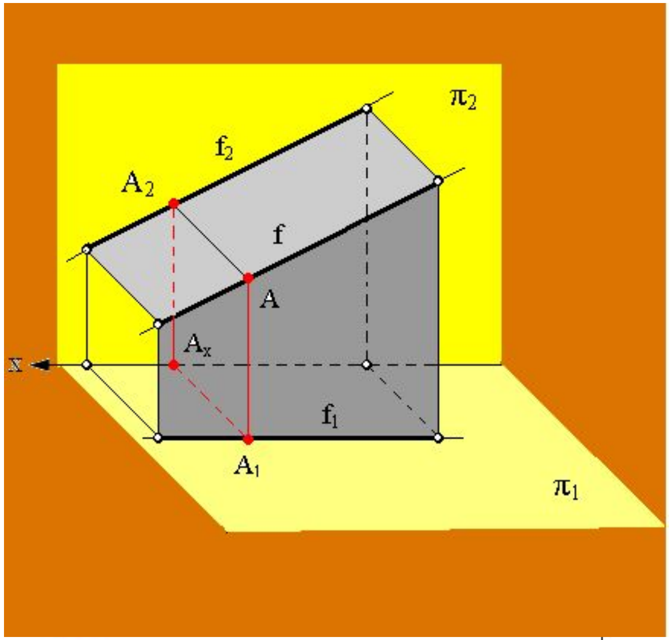
α^o Угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций **Π_1**

β^o Угол наклона прямой к фронтальной плоскости проекций **Π_2**

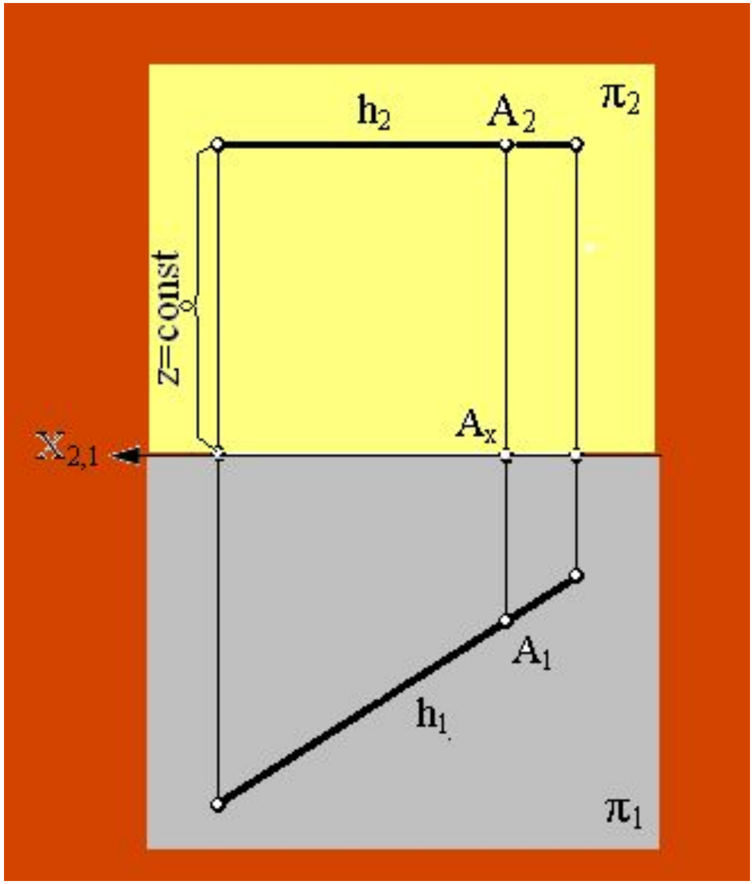
Расстояние между двумя точками

определяется длиной отрезка прямой линии, соединяющей эти точки.

Отрезок прямой проецируется в натуральную величину на параллельную ему плоскость проекций.



Решение задачи с помощью преобразования комплексного чертежа сводится к переводу отрезка в положение, параллельное какой-либо плоскости проекций.



Пути преобразования комплексного чертежа

1. Изменение положения объекта относительно плоскостей проекций.

2. Изменение положения плоскостей проекций относительно объекта.

Задачи на преобразование комплексного чертежа

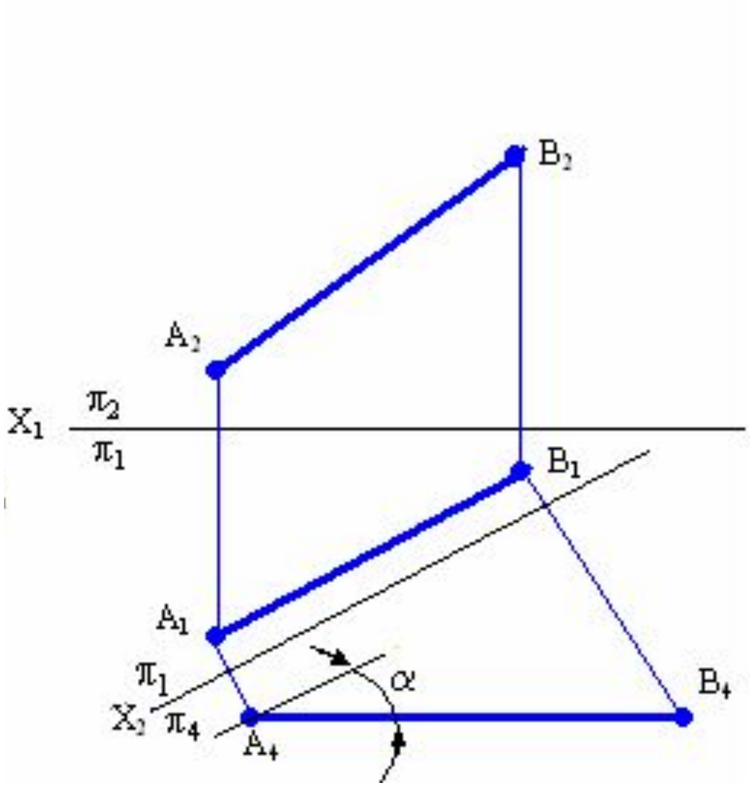
1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня.
2. Преобразование прямой общего положения в прямую проецирующую.
3. Преобразование плоскости общего положения в плоскость проецирующую.
4. Преобразование плоскости общего положения в плоскость уровня.

Определение расстояния между двумя точками (Задача 1)

Для решения задачи необходимо заменить плоскость проекций $П_1$, или $П_2$ новой плоскостью проекций $П_4$, параллельной прямой АВ и перпендикулярной к незаменяемой плоскости проекций. Для того чтобы прямая АВ в новой системе плоскостей проекций стала, например, фронталью, нужно заменить фронтальную плоскость проекций $П_2$ новой плоскостью $П_4$ $П_1$ и параллельной прямой АВ.

Отрезок [АВ] прямой проецируется на плоскость $П_4$ в истинную величину, т.е. $| A_4B_4 | = | AB |$, α- величина угла наклона прямой АВ к плоскости $П_1$.

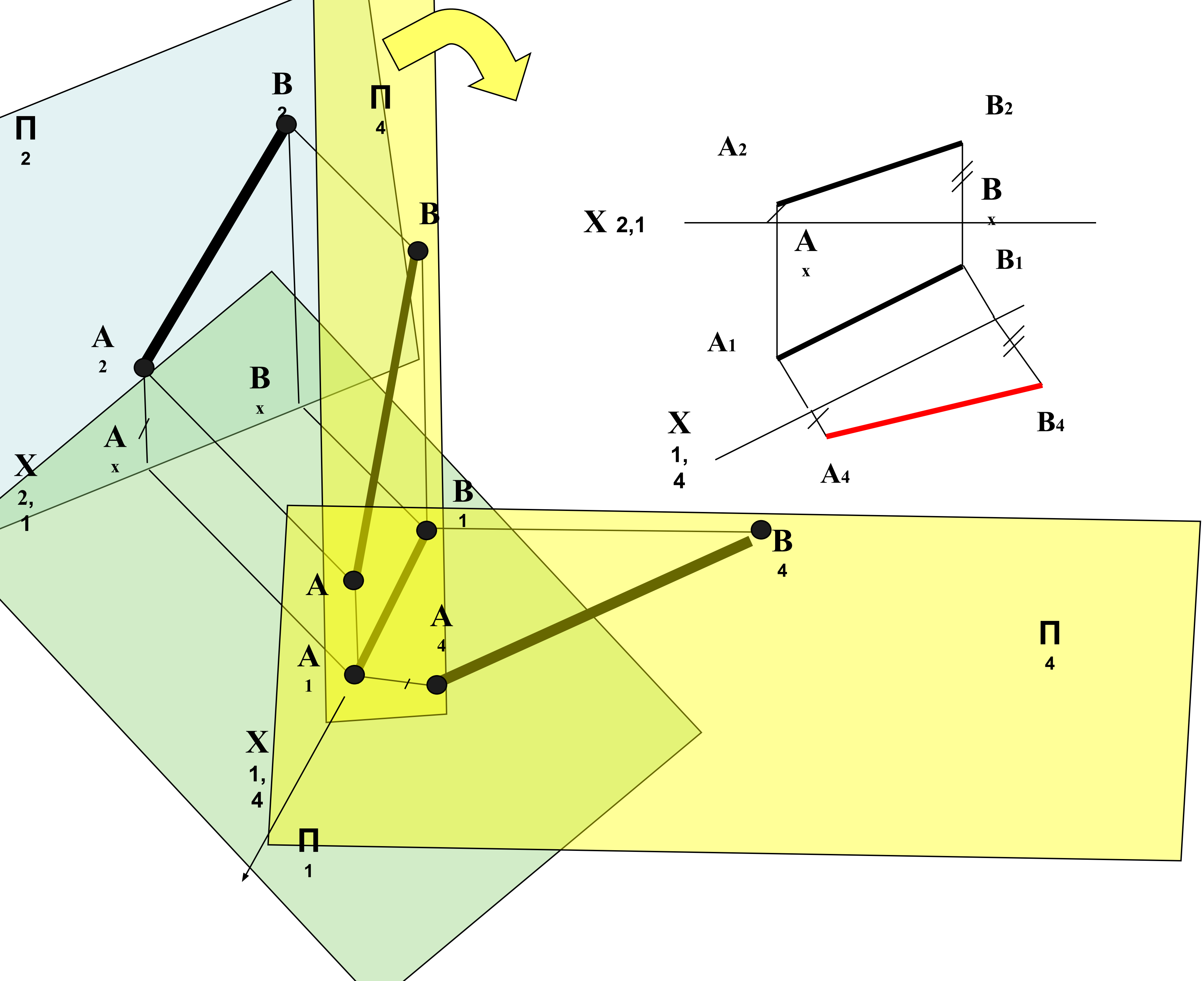
Пример решения первой задачи



Алгоритм решения первой задачи

Для решения первой основной задачи на преобразование комплексного чертежа:

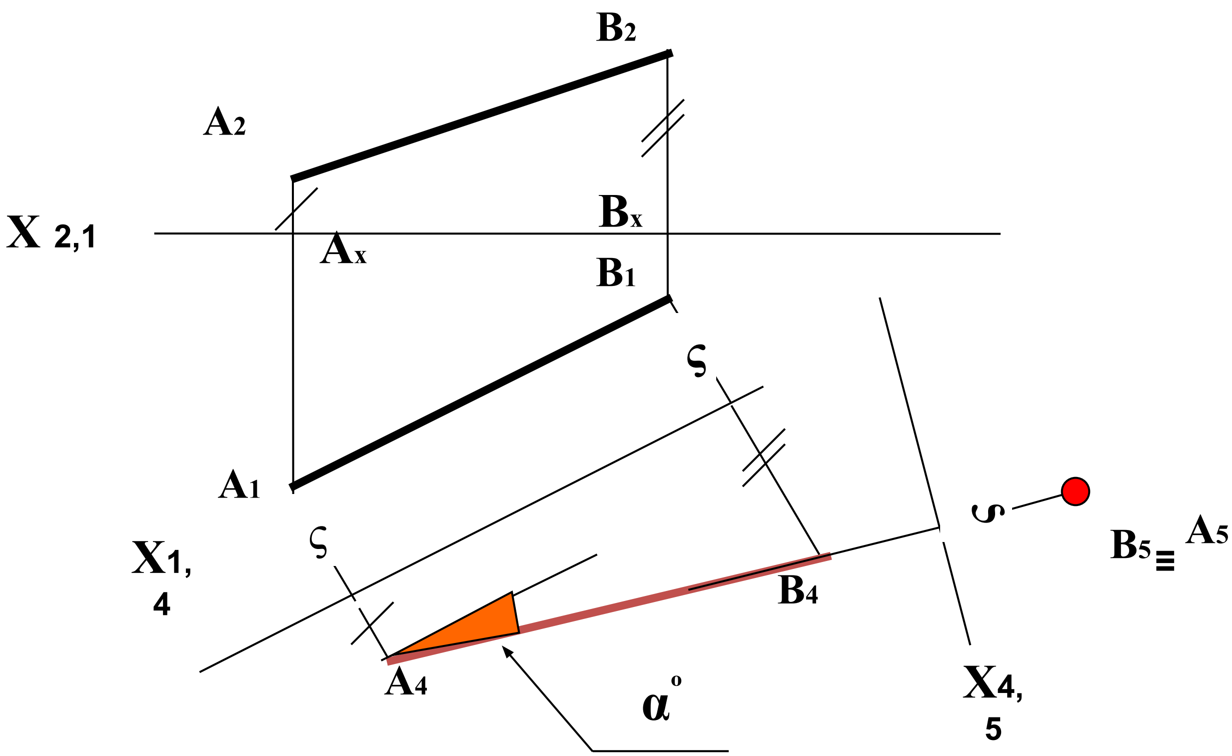
1) провести новую ось проекций $X_{1,4}$ параллельно A_1B_1 на произвольном расстоянии от нее; такое положение оси $X_{1,4}$ обусловливается тем, что $П_4$ параллельна АВ. В частном случае, если плоскость $П_4$ проведена непосредственно через прямую АВ, ось $X_{1,4} = A_1B_1$;



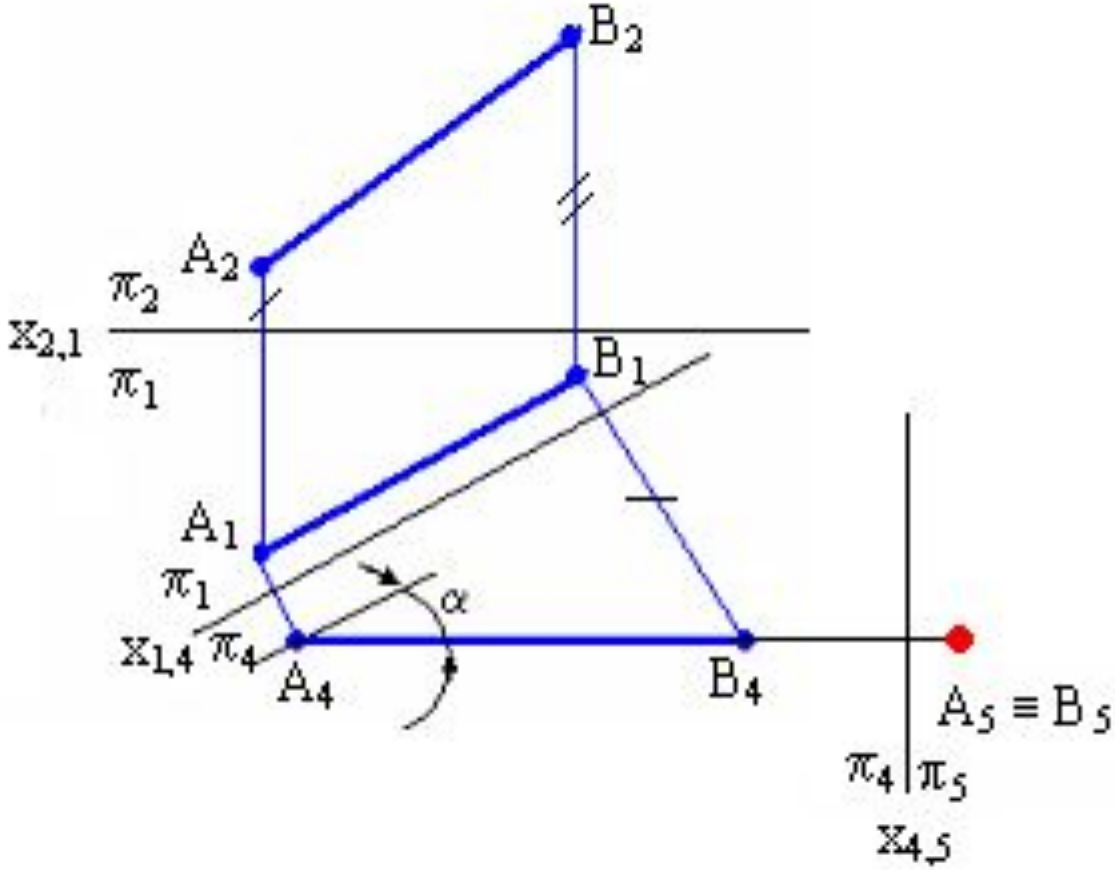
П 2
B 2
П 4
B
A 2
B x
A x
X 2, 1
B 1
B 4
A
A 4
A 1
X 1, 4
П 1
П 4
B2
A2
B x
X 2,1
A x
B1
A1
X 1, 4
B4
A4

Пример решения второй задачи

α° - угол наклона прямой к горизонтальной плоскости проекций



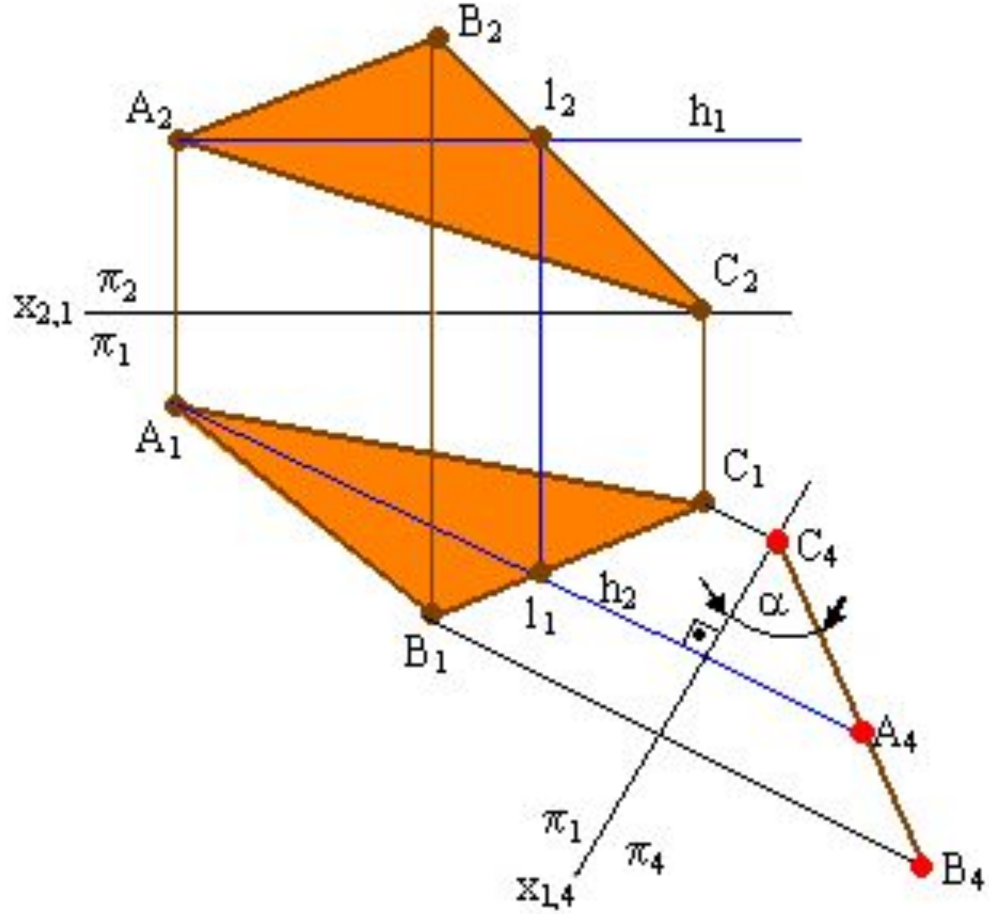
Решение второй задачи



Алгоритм решения второй задачи

Построения на комплексном чертеже: 1) проводим новую ось проекций X_{14} // A_1B_1; 2) построим проекции точек А и В на плоскости $П_4$, взяв координаты точек из плоскости $П_2$. 3) Заменим плоскость $П_1$ на новую $П_5$, которая будет $П_4$ и A_4B_4. Для этого проводим новую ось проекций $x_{4,5}$. Так как расстояния точек А и В до плоскости $П_4$ одинаковы, то проекции их на плоскости $П_5$ совпадут, $A_5 \equiv B_5$. Прямая АВ (A_5B_5) в новой системе плоскостей проекций заняла проецирующее положение и является горизонтально проецирующей. Для того чтобы прямую общего положения преобразовать в проецирующую, необходимо выполнить две последовательные замены плоскостей проекций. Вначале прямую следует преобразовать в линию уровня, а затем линию уровня преобразовать в проецирующую.

Пример решения третьей задачи



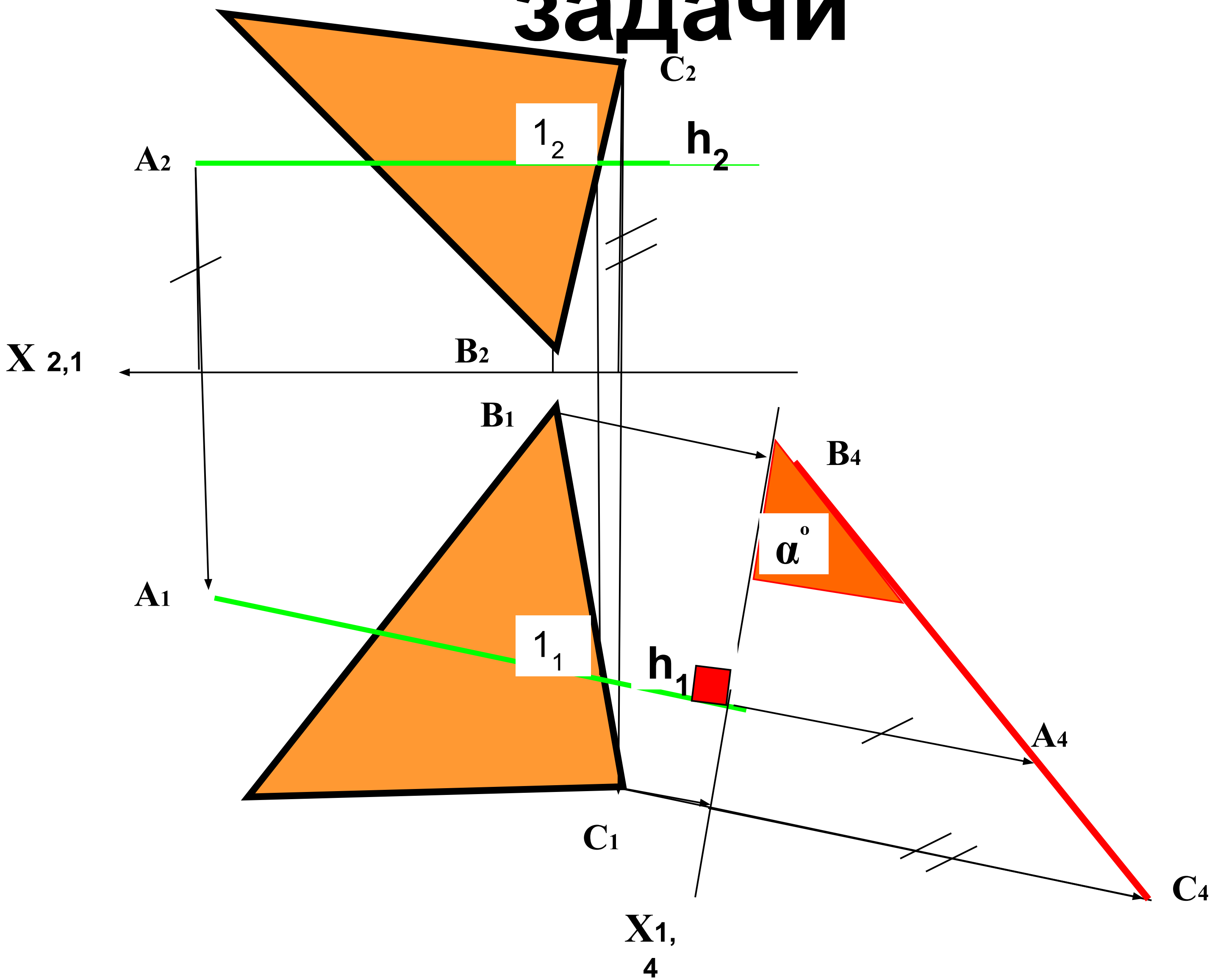
Алгоритм решения третьей задачи

Для решения задачи необходимо заменить плоскость $П_1$ или $П_2$ исходной системы $П_2/П_1$ новой плоскостью $П_4$, перпендикулярной плоскости (ABC). Две плоскости взаимно перпендикулярны, если одна из них проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости. Следовательно, если какую-либо прямую, принадлежащую плоскости , преобразовать в проецирующую, то плоскость в новой системе плоскостей проекций станет проецирующей. Проще всего для этой цели воспользоваться линией уровня.

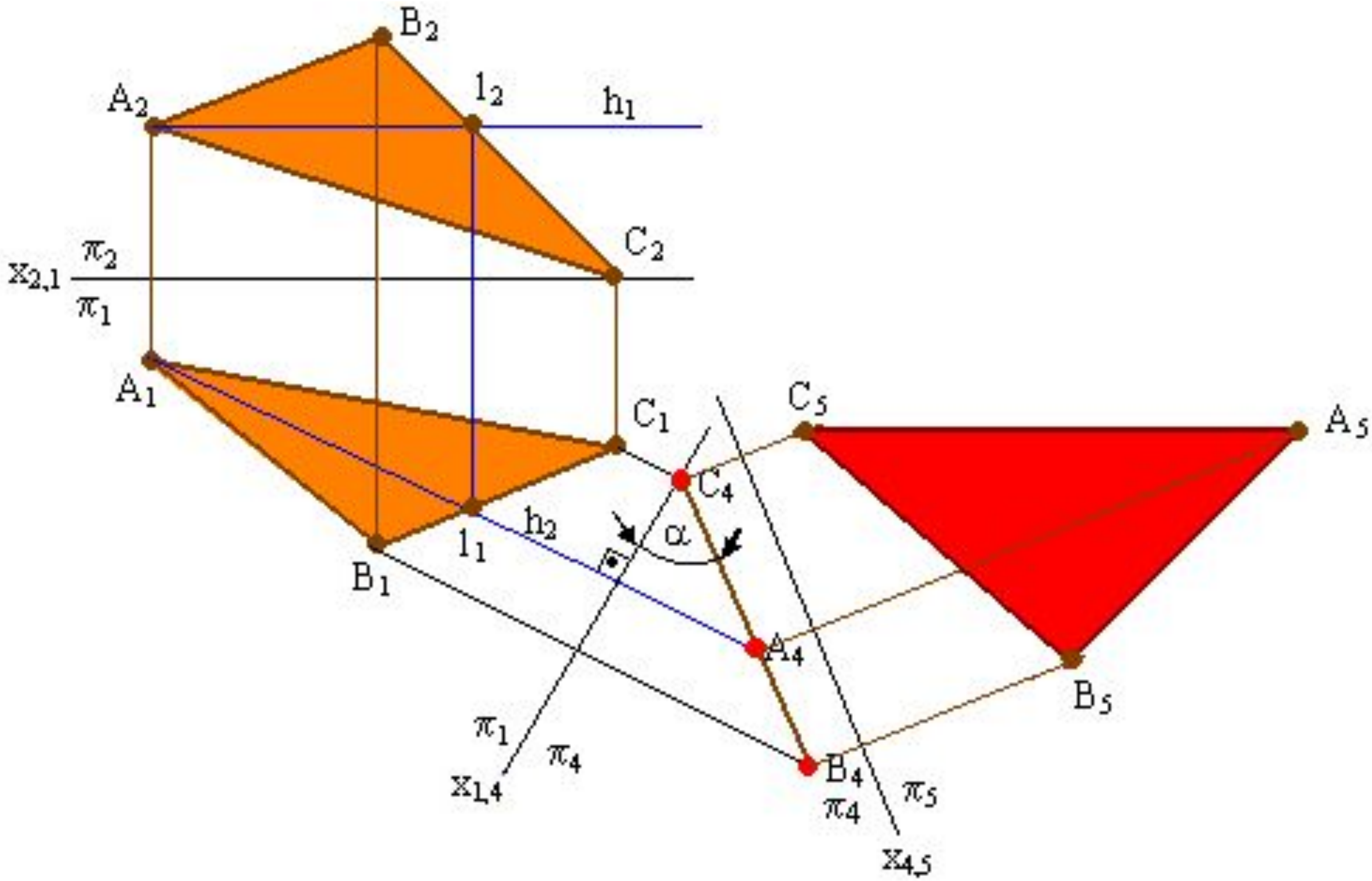
На чертеже плоскость (ABC) преобразована во фронтально проецирующую (см. рис.) путем преобразования горизонтали $h(h_1,h_2)$, принадлежащей плоскости , во фронтально- проецирующую прямую. Все построения, выполненные на комплексном чертеже, выполнены на основе материала данного параграфа. В новой системе плоскостей проекций $П_1/П_4$ плоскость является фронтально проецирующей (4), и поэтому ее проекция на $П_4$ вырождается в прямую линию 4 (C_4, A_4, B_4).

- величина угла наклона плоскости к плоскости $П_1$.

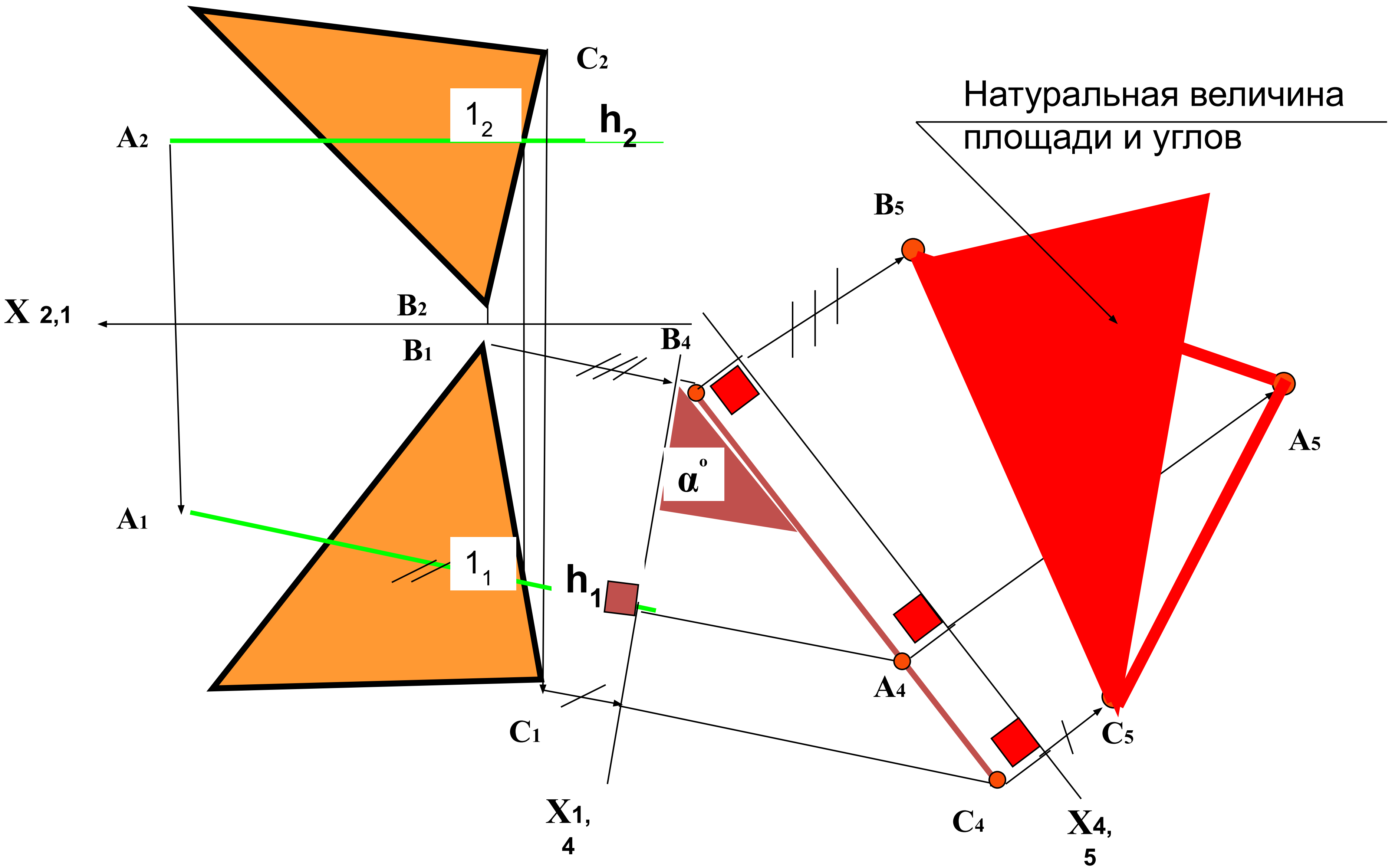
Алгоритм решения третьей задачи



Пример решения четвертой задачи



Алгоритм решения четвертой задачи



Алгоритм решения четвертой задачи

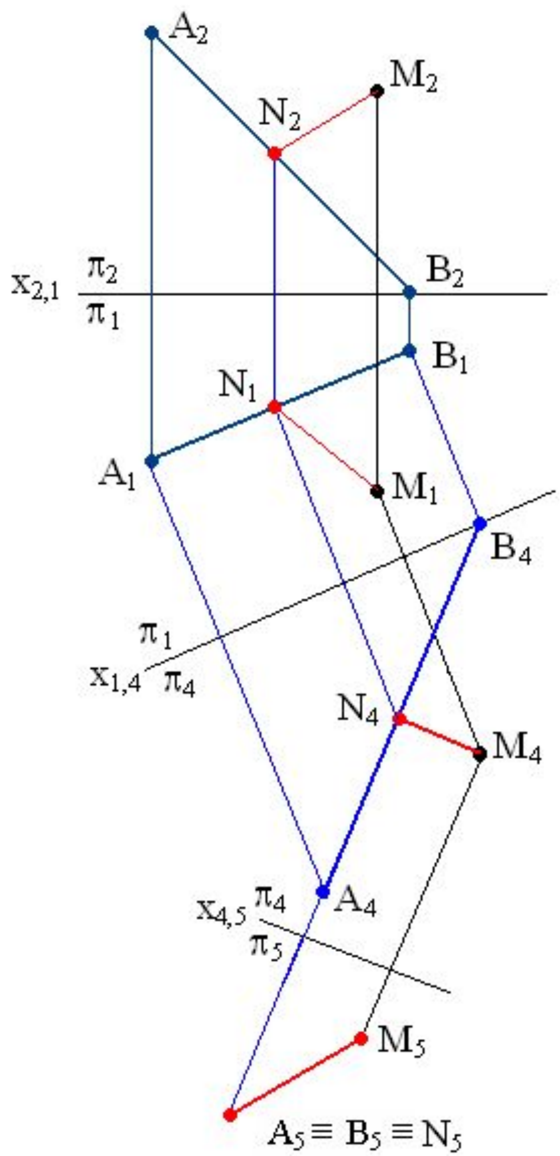
Плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня заменой только одной плоскости проекций нельзя, так как плоскость $П_4$, параллельная ей, не будет перпендикулярна ни одной из старых плоскостей проекций и, следовательно, не образует ни с одной из них прямоугольной системы плоскостей проекций.

Для того чтобы плоскость общего положения преобразовать в плоскость уровня, необходимо выполнить две последовательные замены плоскостей проекций.

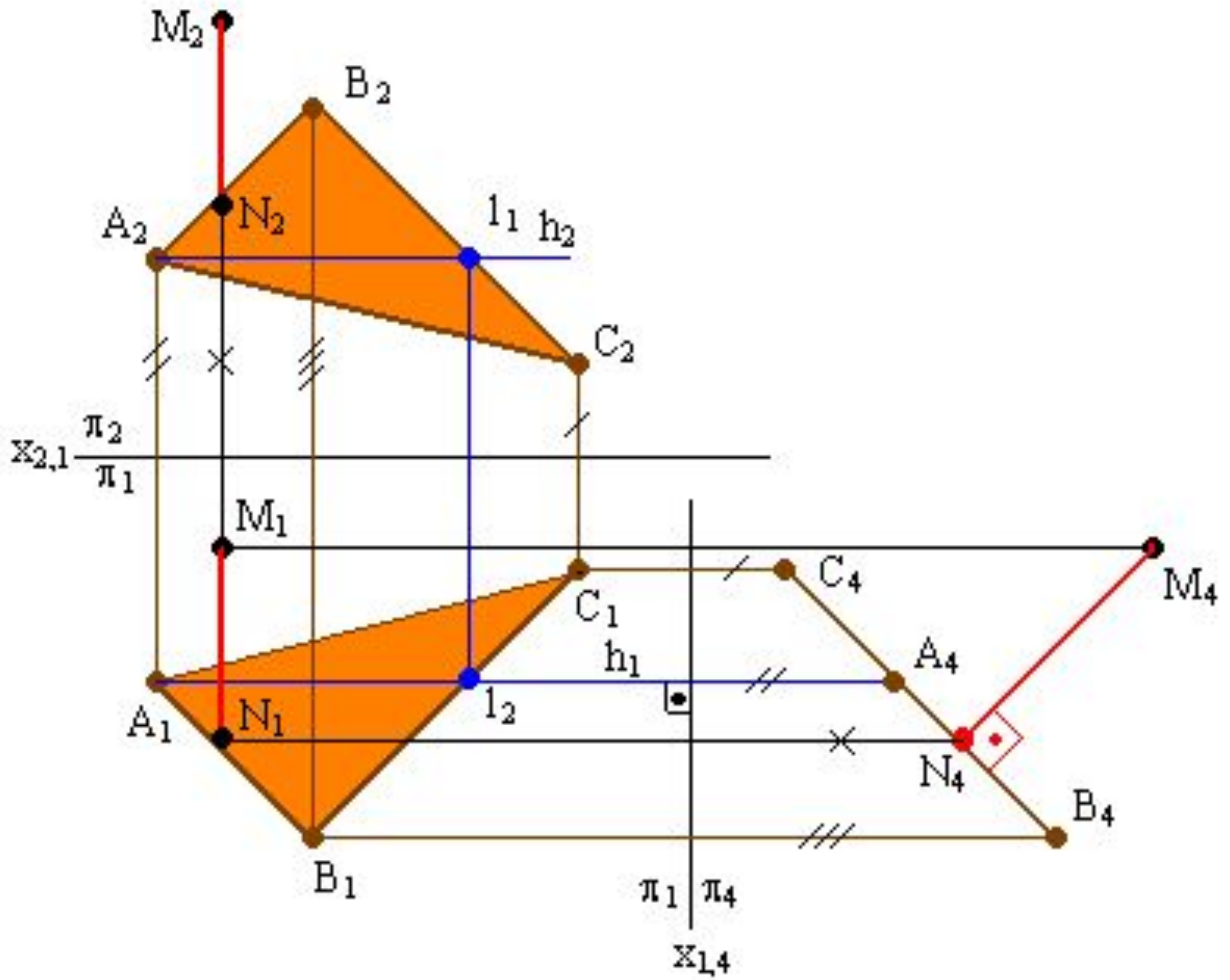
Вначале плоскость необходимо преобразовать в проецирующую, т. е. решить задачу 3, а затем проецирующую плоскость преобразовать в плоскость уровня.

На рис. показано преобразование плоскости Δ(ABC) в горизонтальную плоскость уровня.

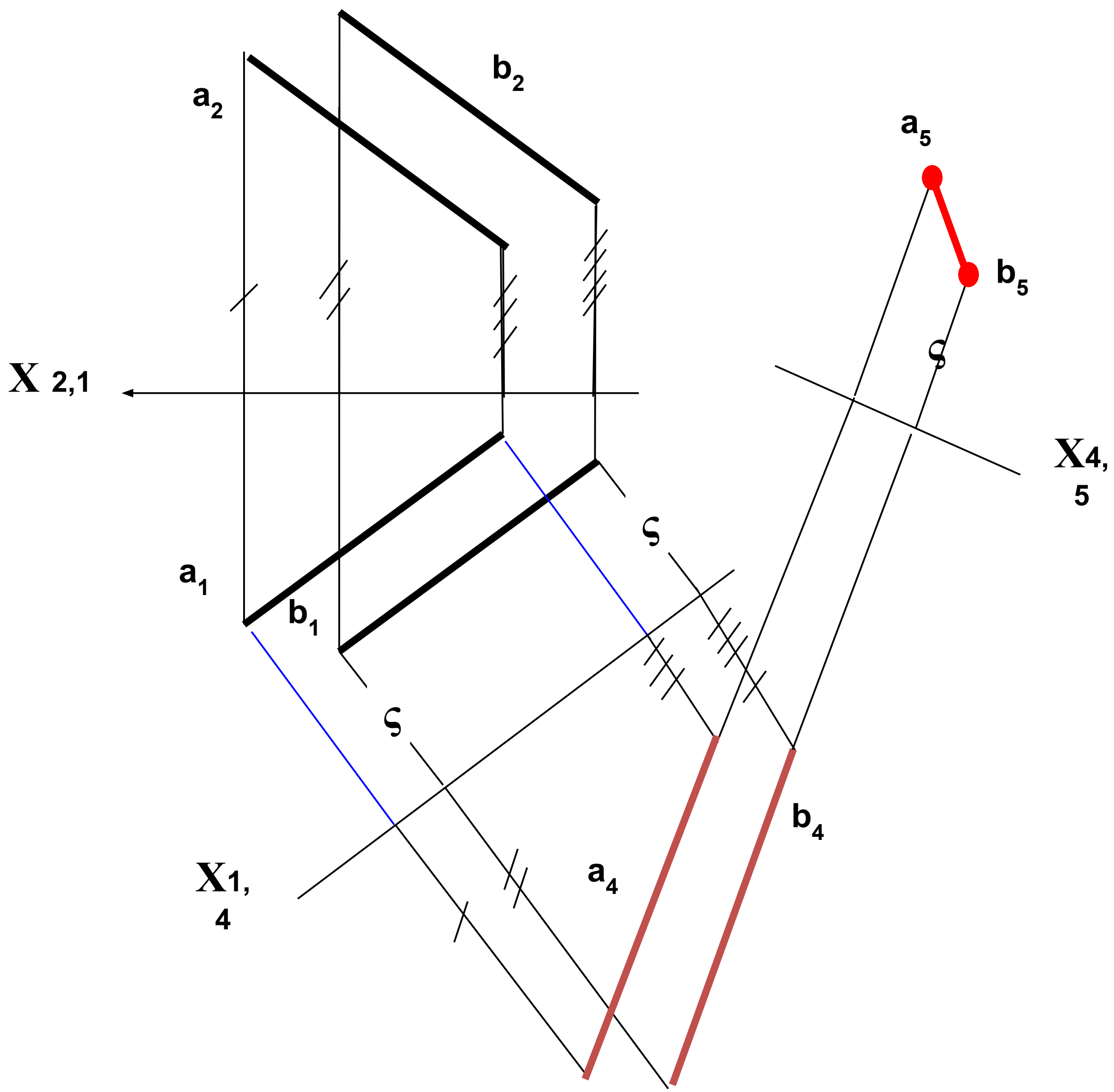
Расстояние между точкой и прямой



Пример определения расстояния между плоскостью и точкой

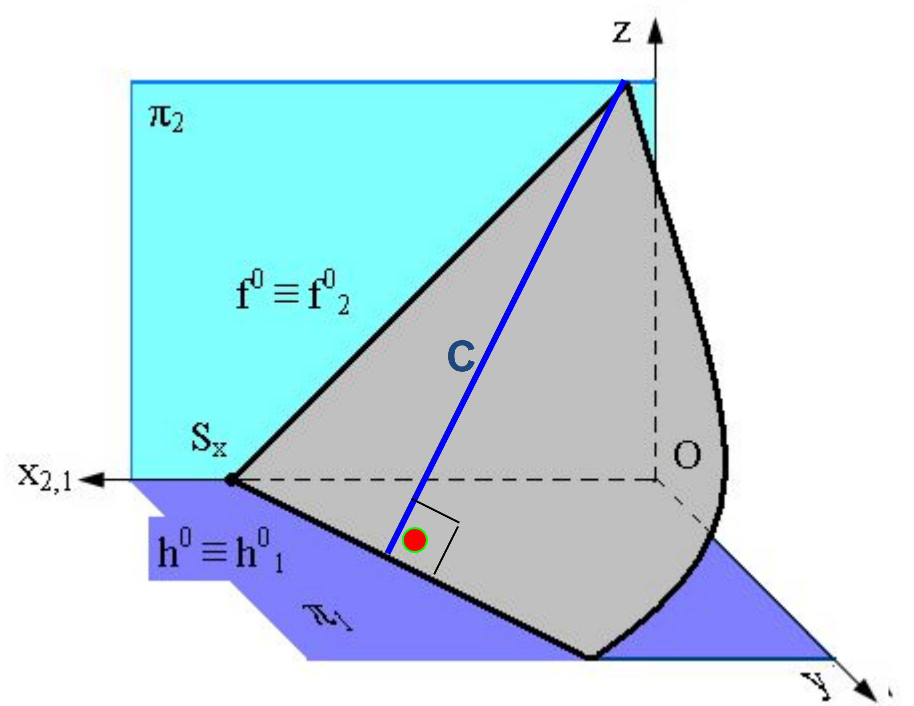


Пример определения расстояния между параллельными прямыми



Линия наибольшего наклона плоскости

с – линия наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций (линия ската).



Линия наибольшего наклона на комплексном чертеже

Линия наибольшего наклона к π1 перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали плоскости или к горизонтальному следу плоскости