Решение квадратных неравенств.

(метод интервалов)

8 класс

Повторим

Дискри-минант	Решение неравенства $ax^2 + bx + c > 0$ при	
	$a > 0$	$a < 0$
$D > 0$	$(-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty)$	$(x_1; x_2)$
$D = 0$	$(-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty)$	Решений нет
$D < 0$	$(-\infty; \infty)$	Решений нет

Алгоритм решения неравенств второй степени графическим способом.

1. Приведите неравенство к виду $ax^2+bx+c>0$ ($ax^2+bx+c<0$)
2. Рассмотрите функцию $y=ax^2+bx+c$
3. Определите направление ветвей
4. Найдите точки пересечения параболы с осью абсцисс (для них y=0; x_1 и x_2 найдите, решая уравнение $ax^2+bx+c=0$)
5. Схематически постройте график функции $y=ax^2+bx+c$
6. Выделите часть параболы, для которой y>0 (y<0)

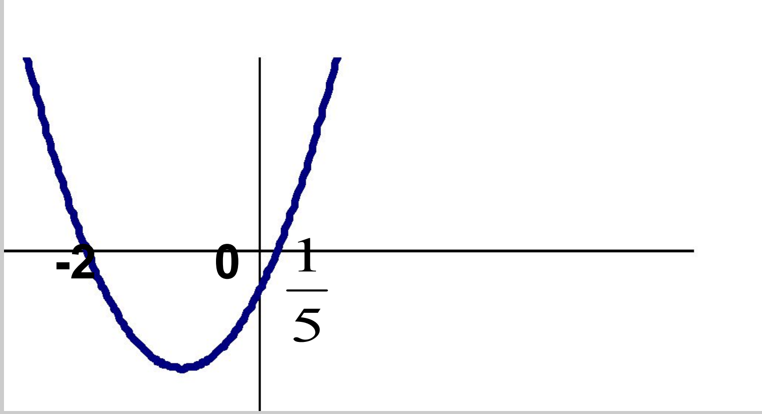
Пример решения неравенства

$5x^2+9x-2<0$

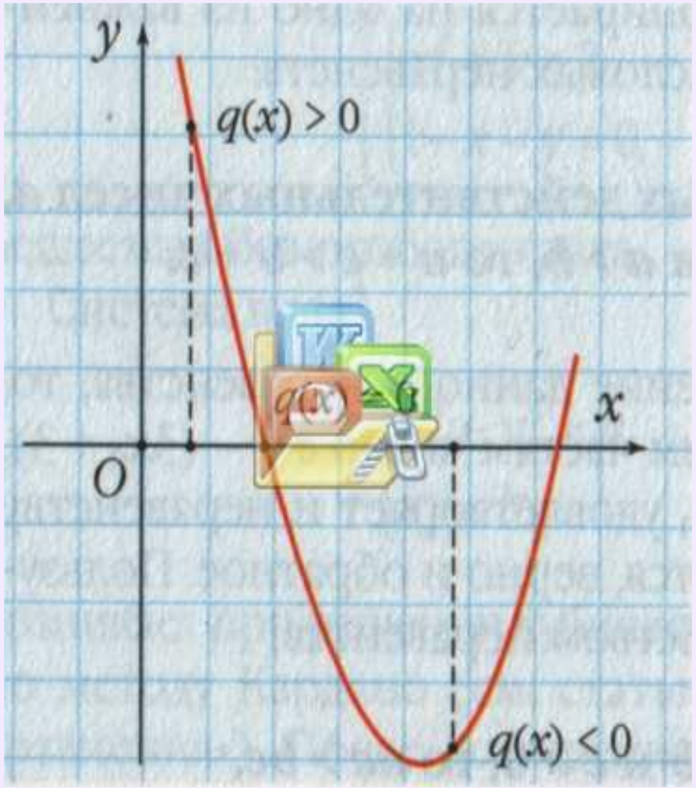
2.Рассмотрим функцию
$y=5x^2+9x-2$
3. Графиком функции является парабола, ветви которой направлены вверх.
4. $5x^2+9x-2=0$

$x_1=-2$; $x_2=\frac{1}{5}$

5.



Квадратное неравенство можно решать иначе. Квадратичная функция q(x) непрерывна на всей числовой прямой, поэтому если на графике есть точка ниже оси Ох и точка выше оси Ох, то он должен пересечь ось между этими точками. На этом свойстве основан другой способ решения квадратных неравенств – **метод интервалов**.



Алгоритм решения неравенств методом интервалов :

Чтобы решить квадратное неравенство $ax^2+вx+c>0$ **методом интервалов надо**:

1) Найти корни соответствующего квадратного уравнения $ax^2+вx+c = 0$;

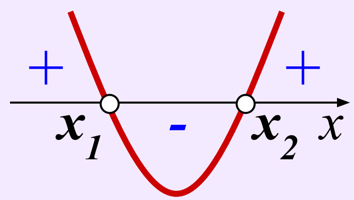
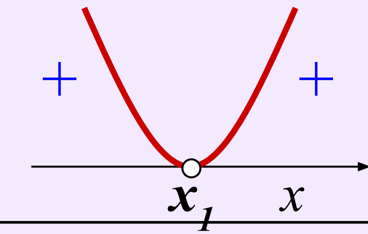
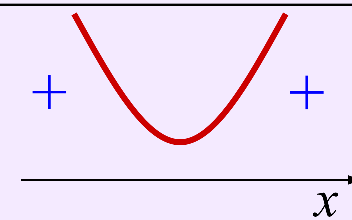
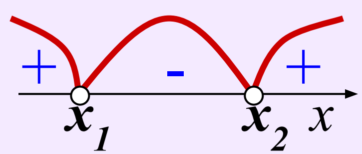
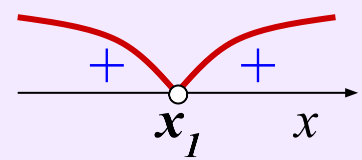
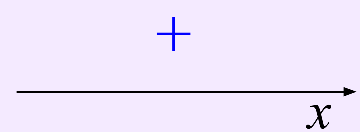
2) Корни уравнения нанести на числовую ось;

3) Разделить числовую ось на **интервалы**;

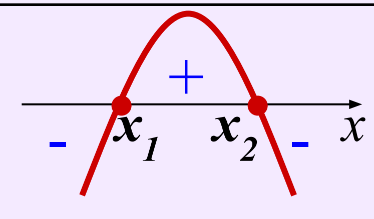
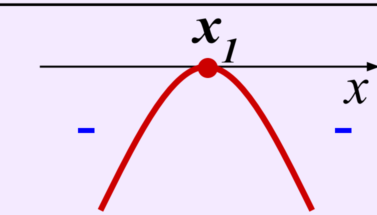
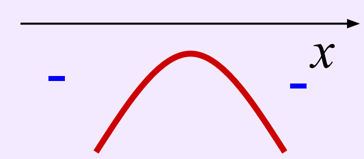
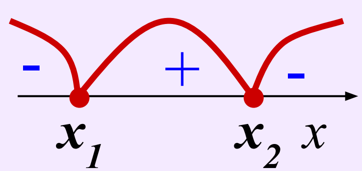
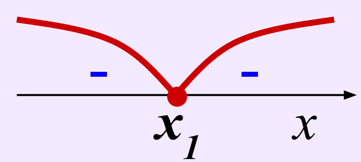
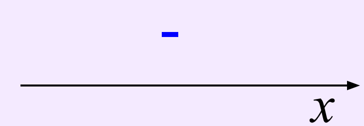
3) Определить знаки функции в каждом из интервалов;

4) Выбрать подходящие интервалы и записать ответ.

Решение строгих квадратных неравенств вида $ax^2 + bx + c > 0$, $ax^2 + bx + c < 0$

	$D > 0,\ a > 0$	$D = 0,\ a > 0$	$D < 0,\ a > 0$
Графический способ решения			
Решение способом интервалов			
Ответ для неравенства $ax^2 + bx + c > 0$	$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$	$x \in (-\infty; x_1) \cup (x_1; +\infty)$	x – любое число
Ответ для неравенства $ax^2 + bx + c < 0$	$x \in (x_1; x_2)$	Нет решений	Нет решений

Решение нестрогих квадратных неравенств вида $ax^2 + bx + c \geq 0$, $ax^2 + bx + c \leq 0$

	$D > 0,\ a < 0$	$D = 0,\ a < 0$	$D < 0,\ a < 0$
Графический способ решения			
Решение способом интервалов			
Ответ для неравенства $ax^2 + bx + c \geq 0$	$x \in [\,x_1; x_2\,]$	$x = x_1$	Нет решений
Ответ для неравенства $ax^2 + bx + c \leq 0$	$x \in (-\infty; x_1\,] \cup$ $\cup\,[\,x_1; +\infty\,)$	x – любое число	x – любое число

Пример 1. Решить неравенство: $(x - 2)(x + 6) > 0$

Найдём корни квадратного трехчлена из уравнения:

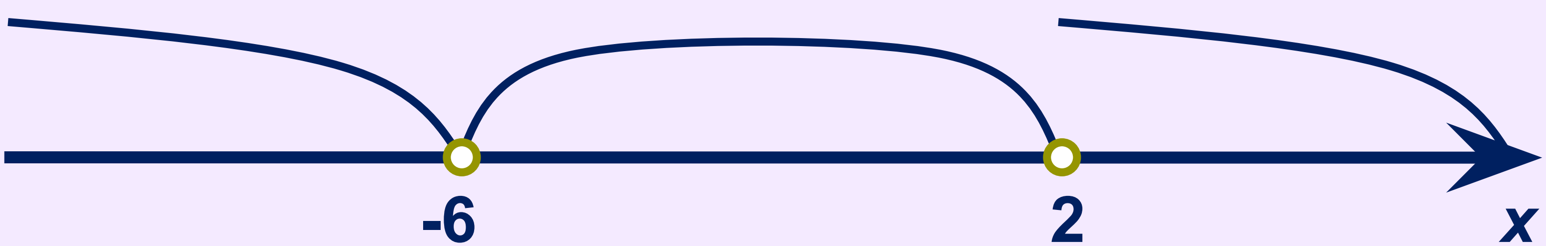
$$(x - 2)(x + 6) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{или} \quad x + 6 = 0$$

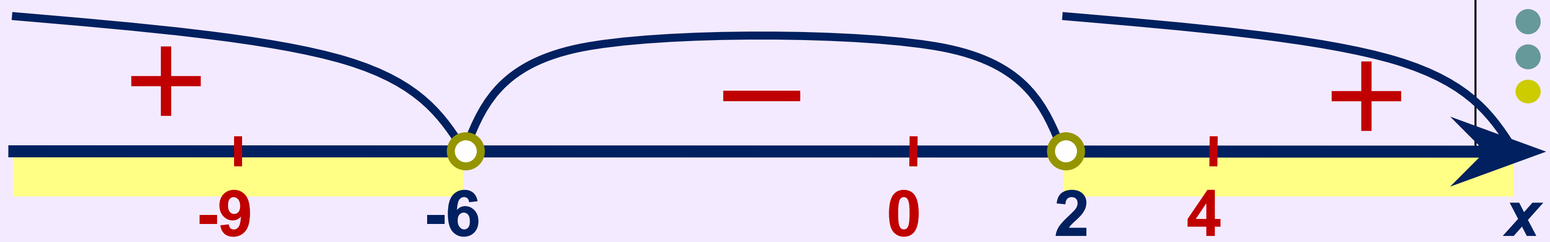
$$x_1 = 2; \quad x_2 = -6$$

Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $(x - 2)(x + 6)$ на каждом из полученных промежутков:



1). $(x - 2)(x + 6) = (-9 - 2)(-9 + 6) > 0$

2). $(x - 2)(x + 6) = (0 - 2)(0 + 6) < 0$

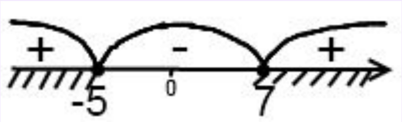
3). $(x - 2)(x + 6) = (4 - 2)(4 + 6) > 0$

Т.к. по условию $(x - 2)(x + 6) > 0$, то решением является множество $x \in (-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$.

Пример 2.Решить неравенство $1)(2x-14)(5x+25)\geq 0$

- **Используем алгоритм метода интервалов. Приравниваем к нулю левую часть:** $$(2x-14)(5x+25)=0$$ $$2x-14=0, x=7$$ $$5x+25=0, x=-5.$$
- **Полученные точки отмечаем на числовой прямой:**



- **Для проверки знака берем 0 (желательно на числовой прямой отметить взятую точку, чтобы потом не забыть, куда ставить знак). Подставляем 0 в последнее неравенство: (2·0-14)(5·0+25)= -14·25, то есть (-)·(+)= -. Таким образом, в промежуток, из которого взяли нуль, ставим знак «-«, остальные знаки чередуем в шахматном порядке. Поскольку решаем неравенство ≥0, выбираем промежутки со знаком «+» и записываем ответ.**
- **Ответ :** $x\in(-\infty;-5]\cup[7;\infty).$

Самостоятельная работа

- Решите неравенства методом интервалов:
- 1)$(x-4)(x-6)<0$
- 2)$2(x-8)(x+4) >0$
- 3)$(9x+3)(x-6)\geq 0$
- 4)$(10-x)(x+1)\geq 0$

Учебные задания

- Решите неравенства методом интервалов
- $(x - 5)(x-6) > 0$
- $(x-2)(7-x) < 0$
- $(2x+4)(6-x) \geq 0$
- $4(9-3x)(x+2) \leq 0$

Рефлексия деятельности

Дерево успеха