Векторы в пространстве

Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

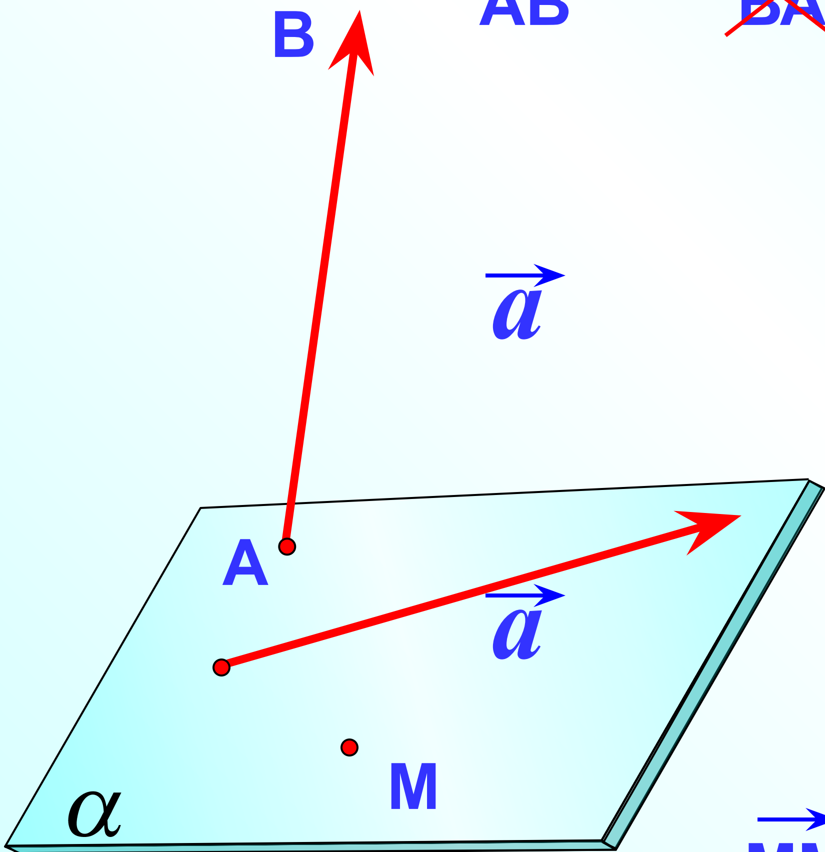
Отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой концом, называется **вектором**

$\overrightarrow{AB}$ $\cancel{\overrightarrow{BA}}$

Длиной ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$ называется длина отрезка AB

$|\overrightarrow{AB}| = AB$

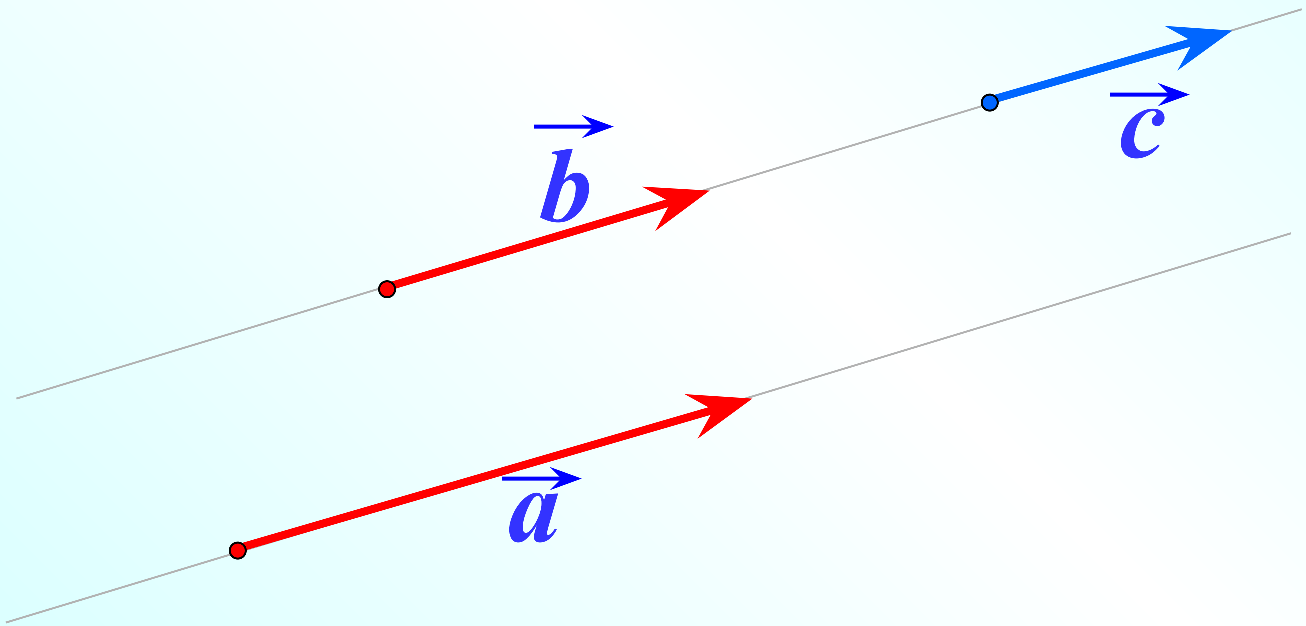
$\vec{a}$



$\overrightarrow{MM}$ $\vec{0}$ $|\overrightarrow{MM}| = 0$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными,** если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные, сонаправленные векторы



$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$\vec{c} \uparrow\uparrow \vec{a}$

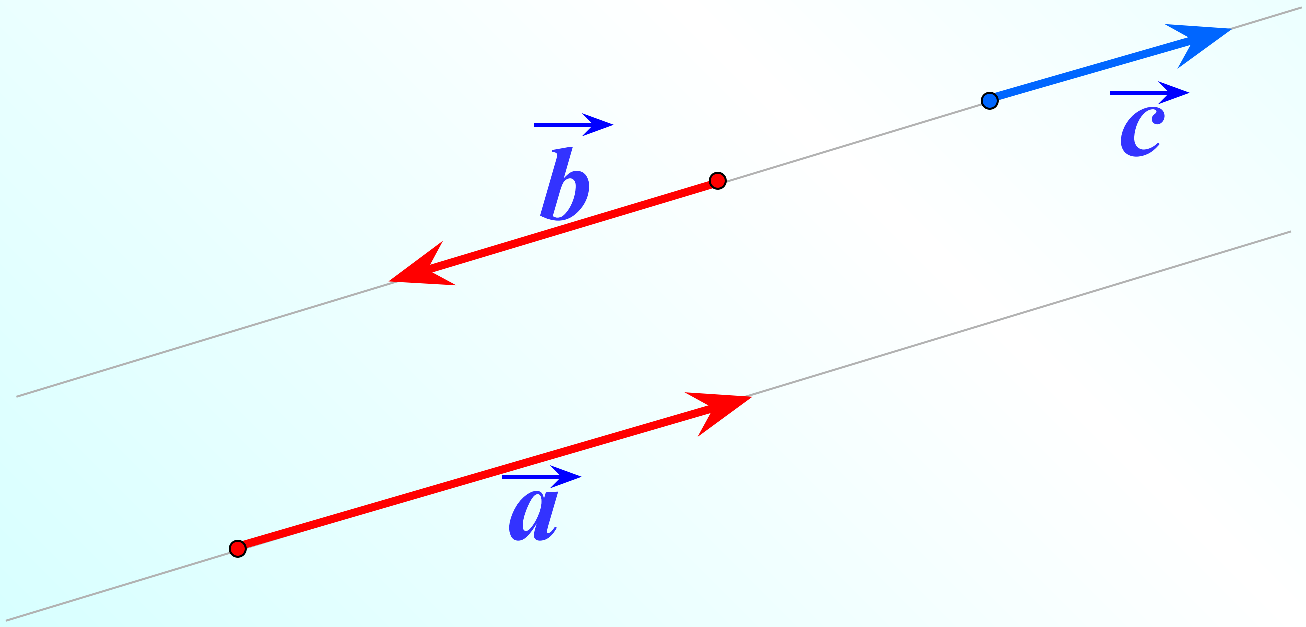
Нулевой вектор условимся считать сонаправленным с любым вектором.

$\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{a}$ $\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{c}$ $\vec{o} \uparrow\uparrow \vec{b}$

Два ненулевых вектора называются **коллинеарными,** если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Коллинеарные,

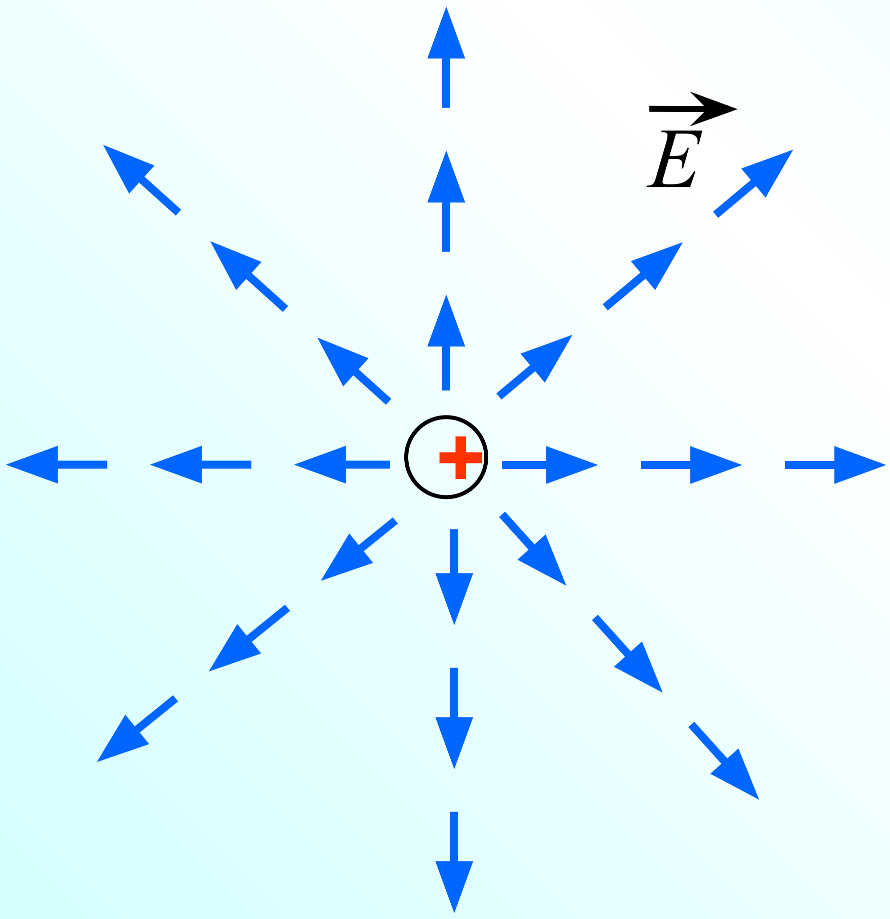
противоположно направленные векторы



$\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$

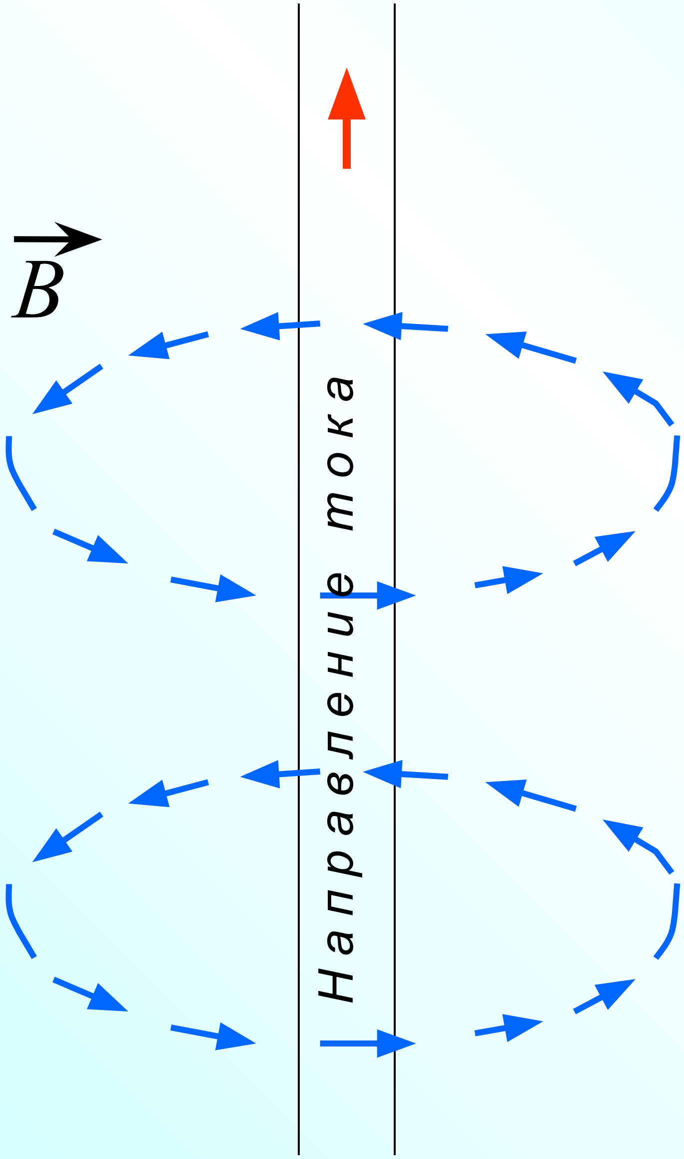
$\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{b}$

Многие физические величины, например сила перемещение, скорость, являются векторными величинами. При изучении электрических и магнитных явлений появляются новые примеры векторных величин.



Электрическое поле, создаваемое в пространстве зарядами, характеризуется в каждой точке пространства вектором напряженности электрического поля.

На рисунке изображены векторы напряженности электрического поля положительного точечного заряда.



Электрический ток, т.е. направленное движение зарядов, создает в пространстве магнитное поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции.

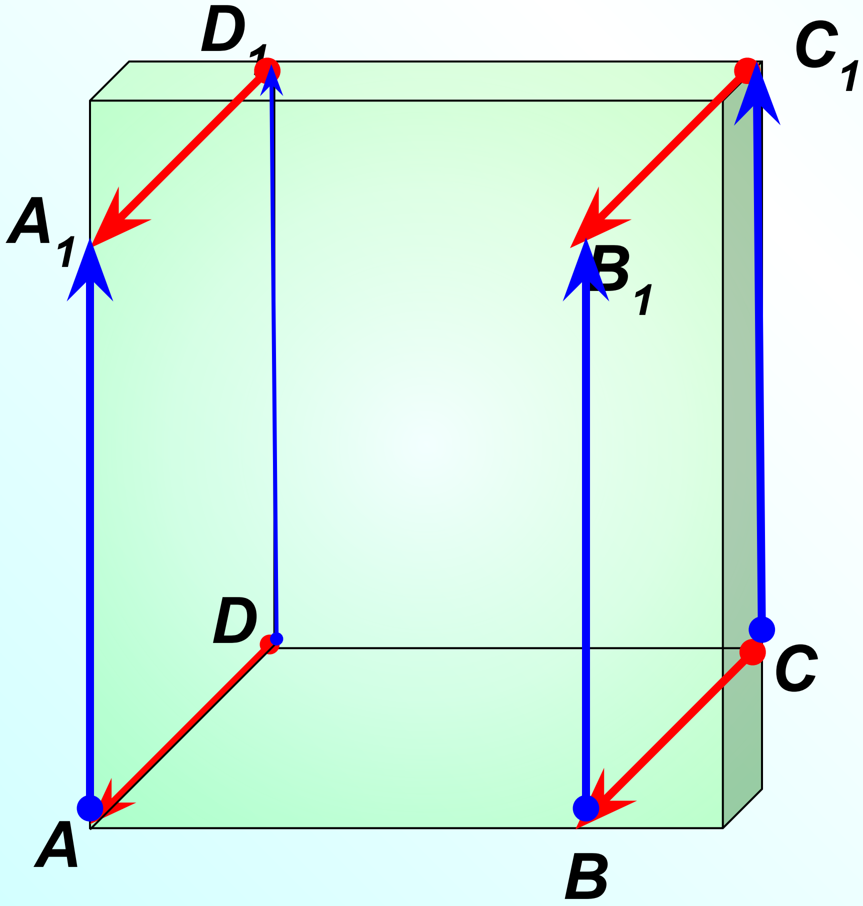
На рисунке изображены векторы магнитной индукции магнитного поля прямого проводника с током.

Векторы называются **равными**,

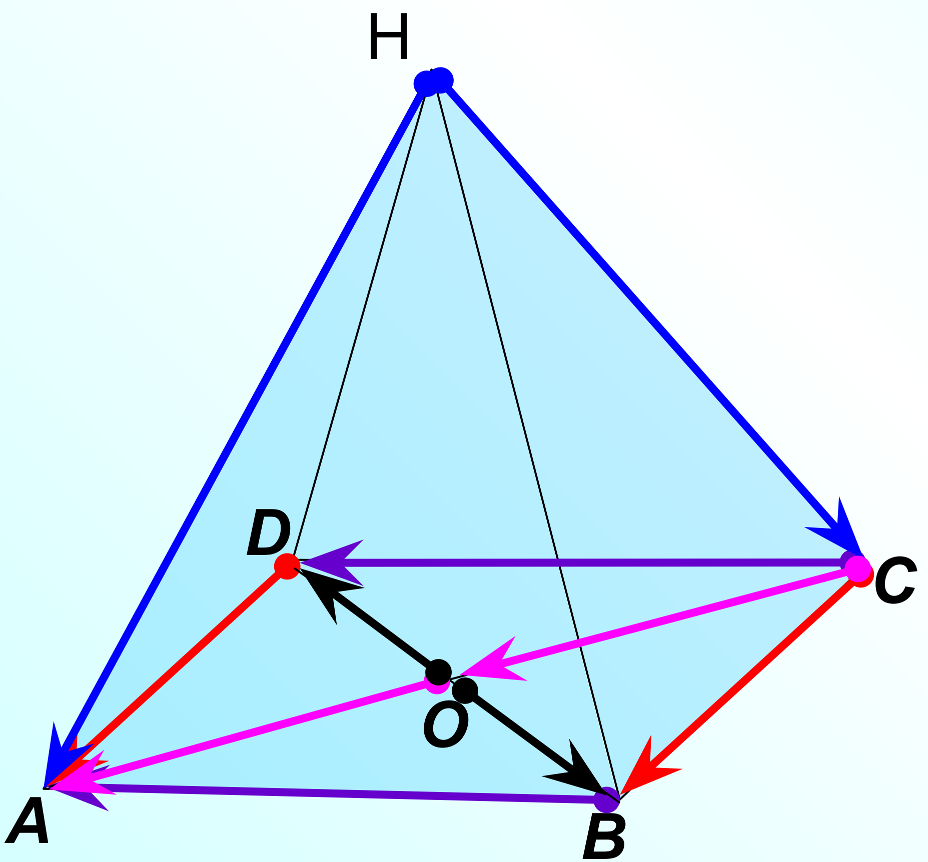
если они сонаправлены и их длины равны.

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$

$|\vec{a}| = |\vec{b}|$



ABCDH – правильная четырехугольная пирамида.
Верно ли равенство векторов?



$\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{CB}$

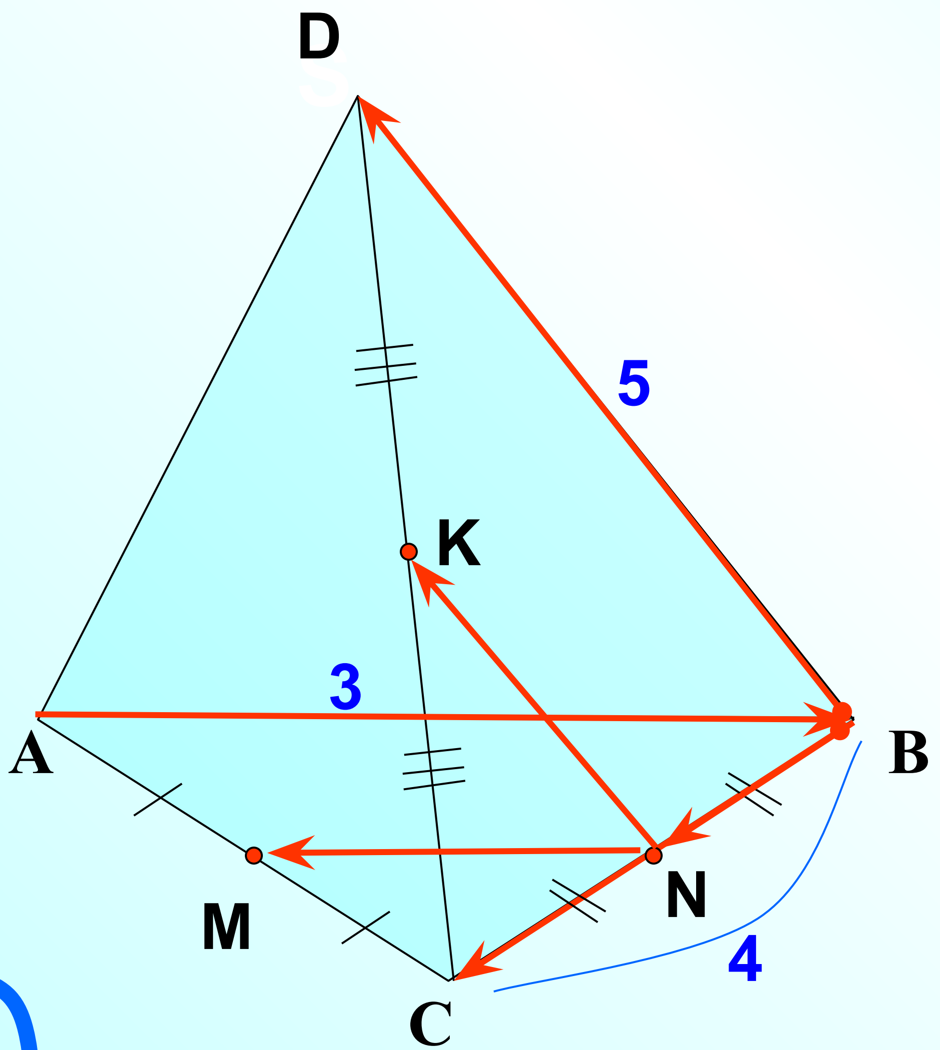
$\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA}$

$\cancel{\overrightarrow{HC} = \overrightarrow{HA}}$

$\overrightarrow{CO} = \overrightarrow{OA}$

$\cancel{\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OB}}$

№320 Найдите длины векторов



$|\overrightarrow{AB}| = 3$

$|\overrightarrow{BC}| = 4$

$|\overrightarrow{BD}| = 5$

$|\overrightarrow{NM}| = 1{,}5$

$|\overrightarrow{BN}| = 2$

$|\overrightarrow{NK}| = 2{,}5$

$|\overrightarrow{CB}| =$

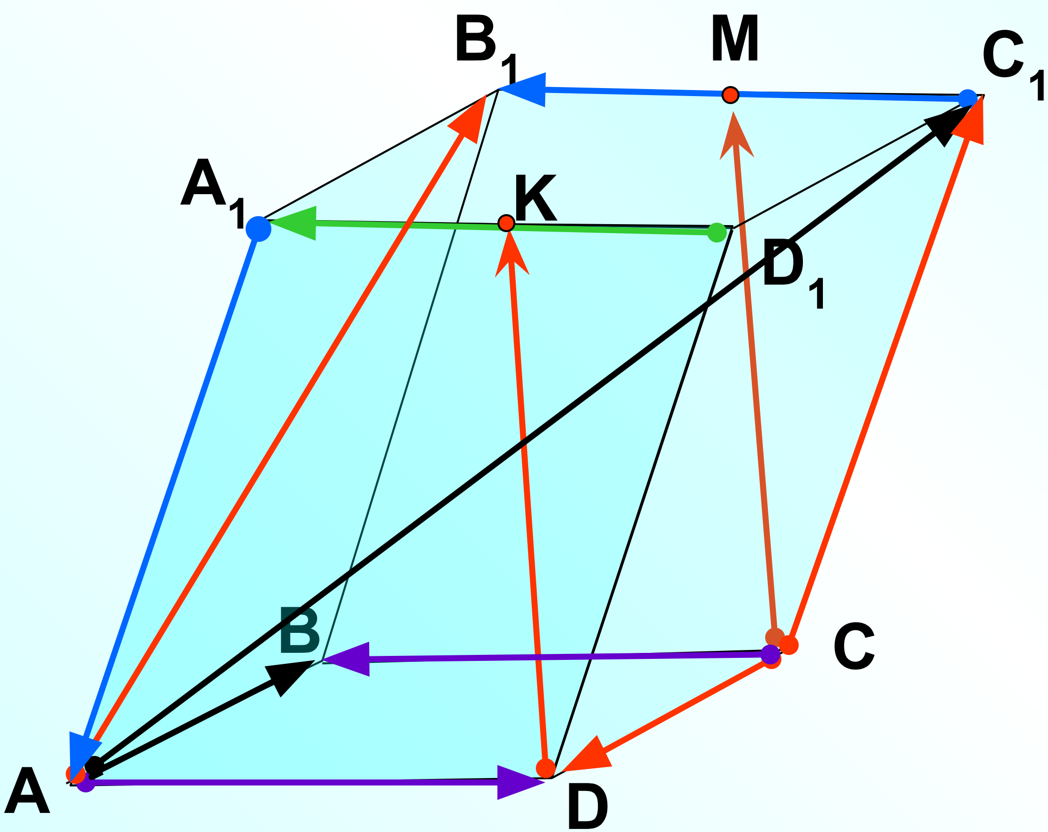
$|\overrightarrow{BA}| =$

$|\overrightarrow{DB}| =$

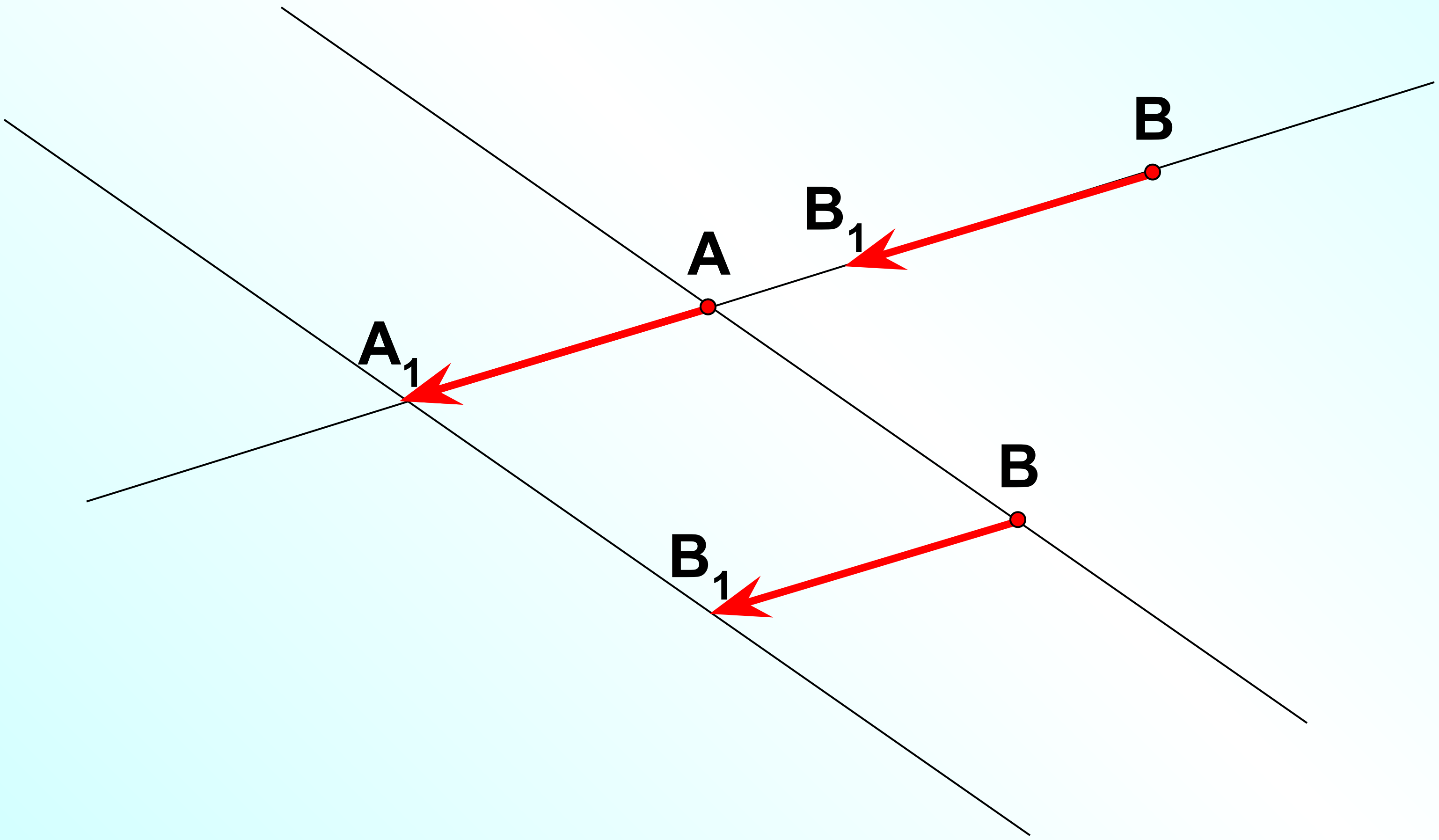
$|\overrightarrow{NC}| =$

$|\overrightarrow{KN}| =$

№322 На рисунке изображен параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$. Точки М и К – середины ребер B_1C_1 и A_1D_1. Укажите на этом рисунке все пары: а) сонаправленных векторов; б) противоположно направленных векторов; в) равных векторов.

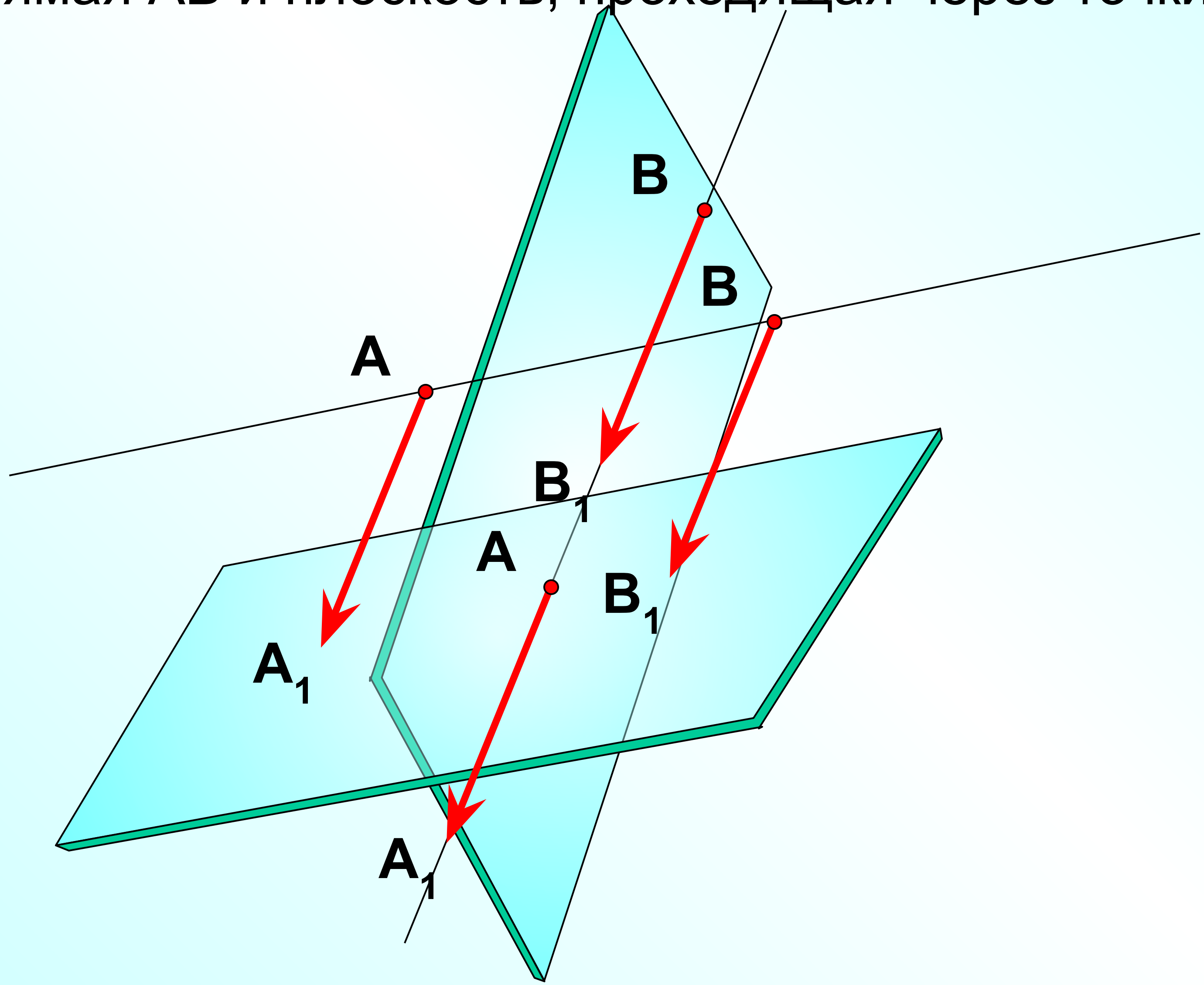


№325 Известно, что $\overrightarrow{AA_1}=\overrightarrow{BB_1}$. Как расположены по отношению друг к другу: а) прямые AB и A_1B;

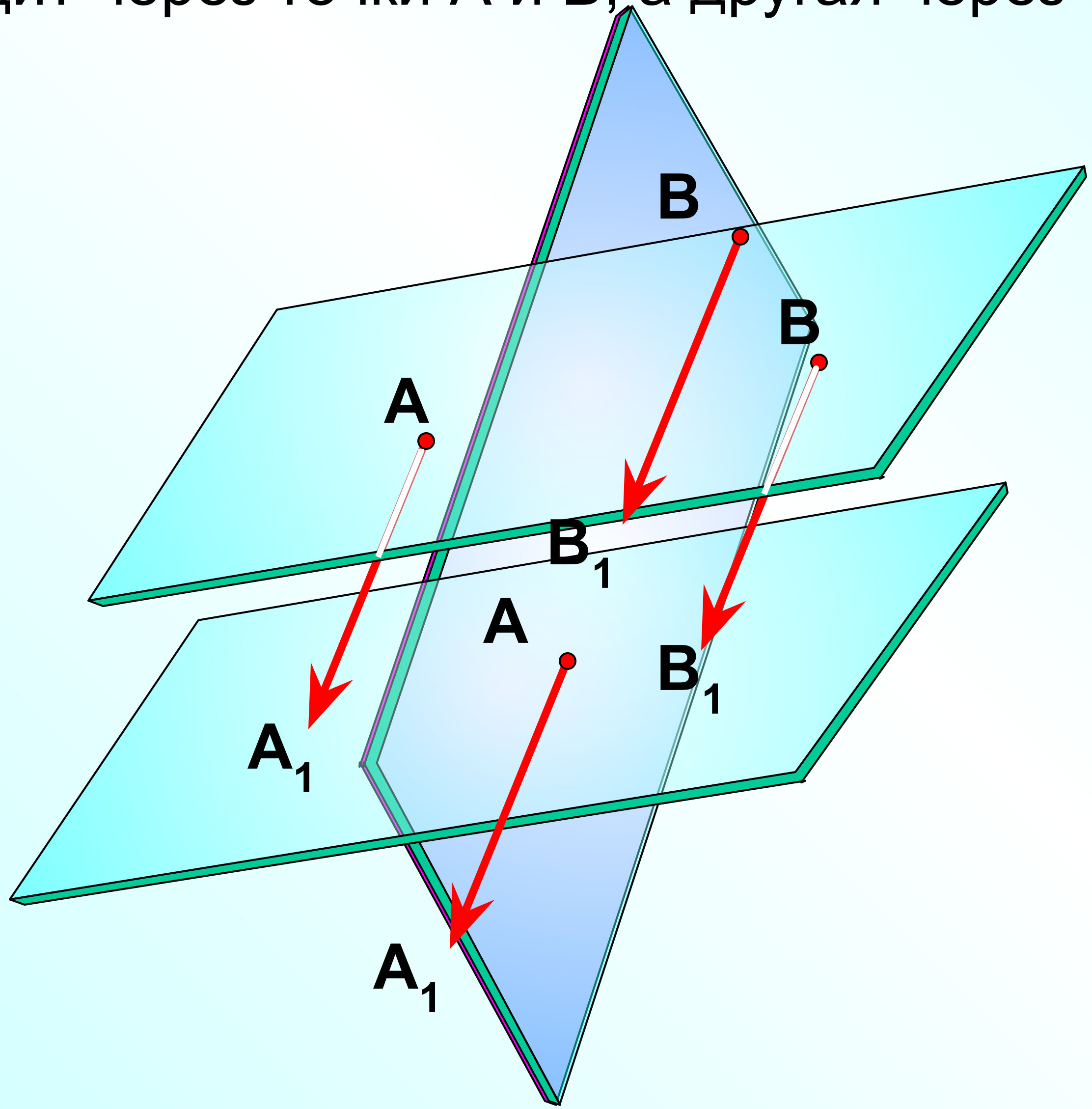


№325 Известно, что $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1}$. Как расположены по отношению друг к другу:

б) прямая AB и плоскость, проходящая через точки A_1 и B_1;



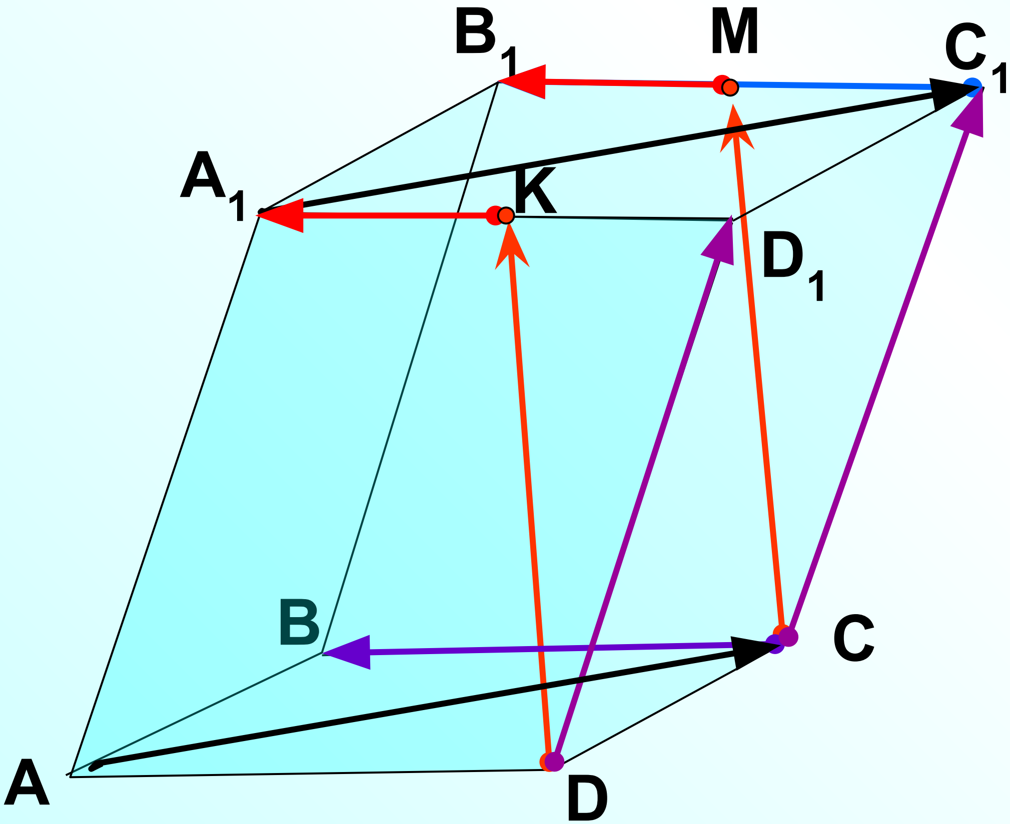
№325 Известно, что $\overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{BB_1}$. Как расположены по отношению друг к другу: в) плоскости, одна из которых проходит через точки A и B, а другая через точки A_1 и B_1.



№326 На рисунке изображен параллелепипед $ABCA_1B_1C_1D_1$. Точки M и K – середины ребер B_1C_1 и A_1D_1. Назовите вектор, который получится, если:

а) от точки C отложить вектор, равный $\overrightarrow{DD_1}$;

б) от точки D отложить вектор, равный $\overrightarrow{CM}$;

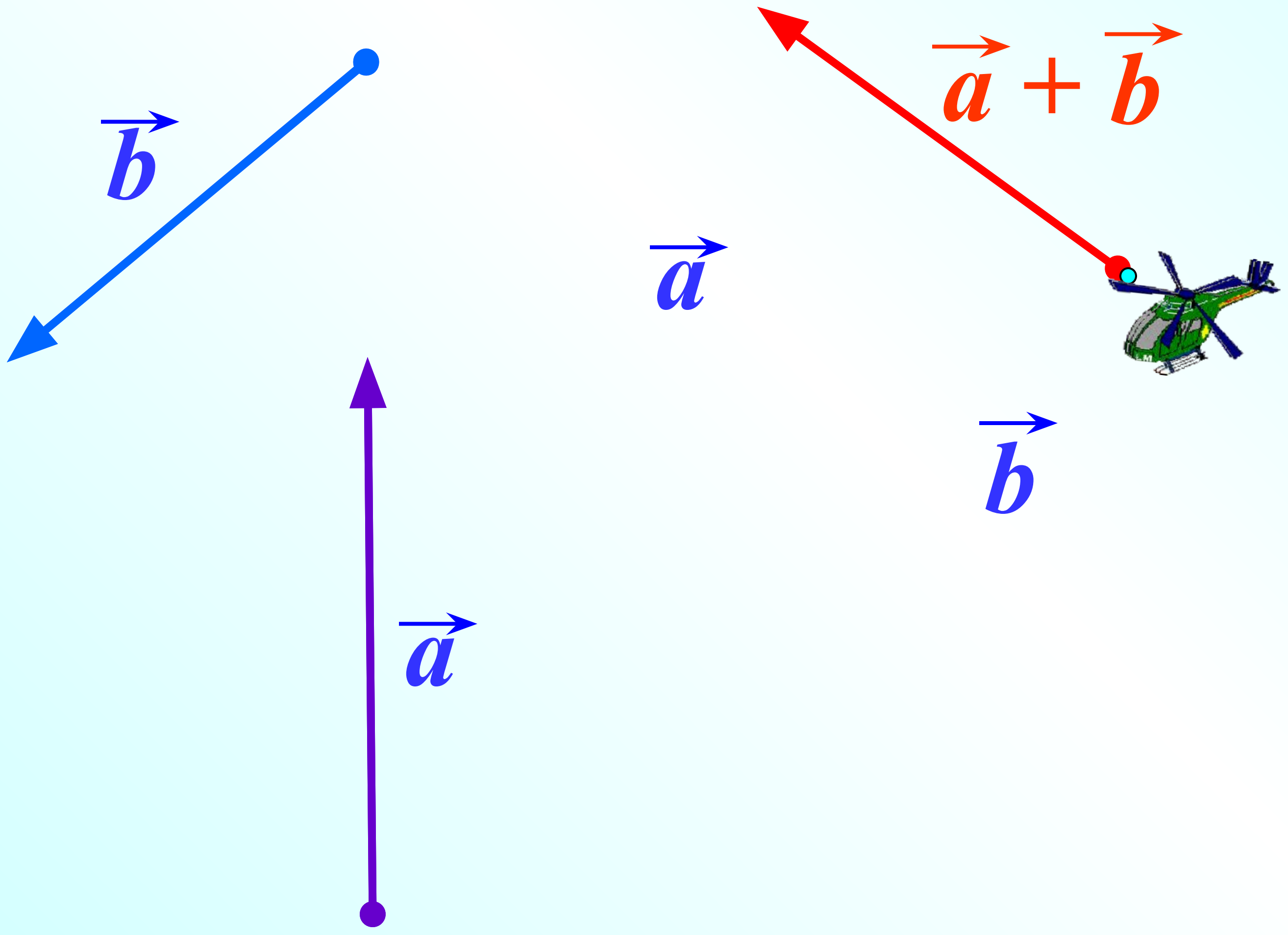


в) от точки A_1 вектор, равный $\overrightarrow{AC}$;

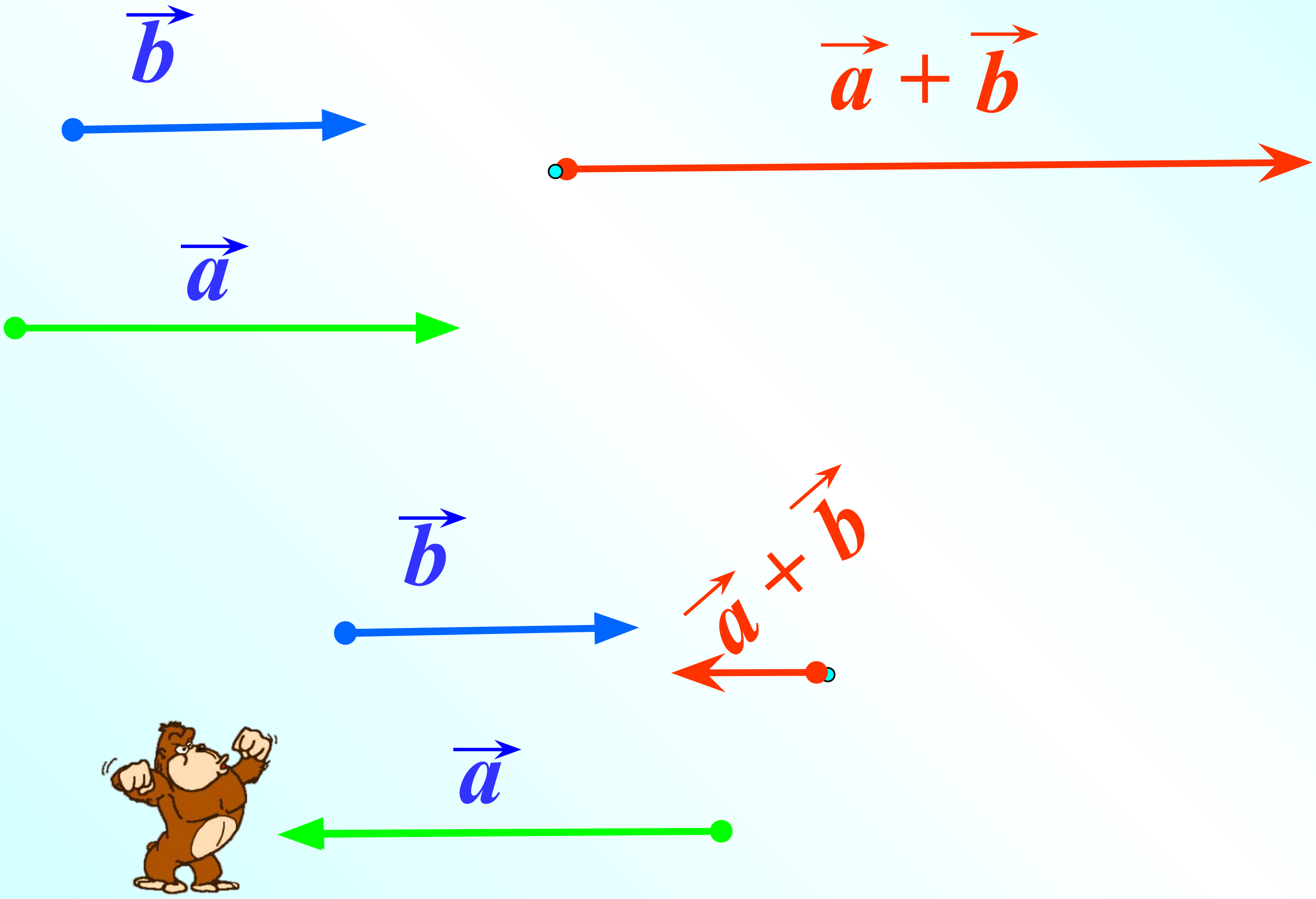
г) от точки C_1 вектор, равный $\overrightarrow{CB}$;

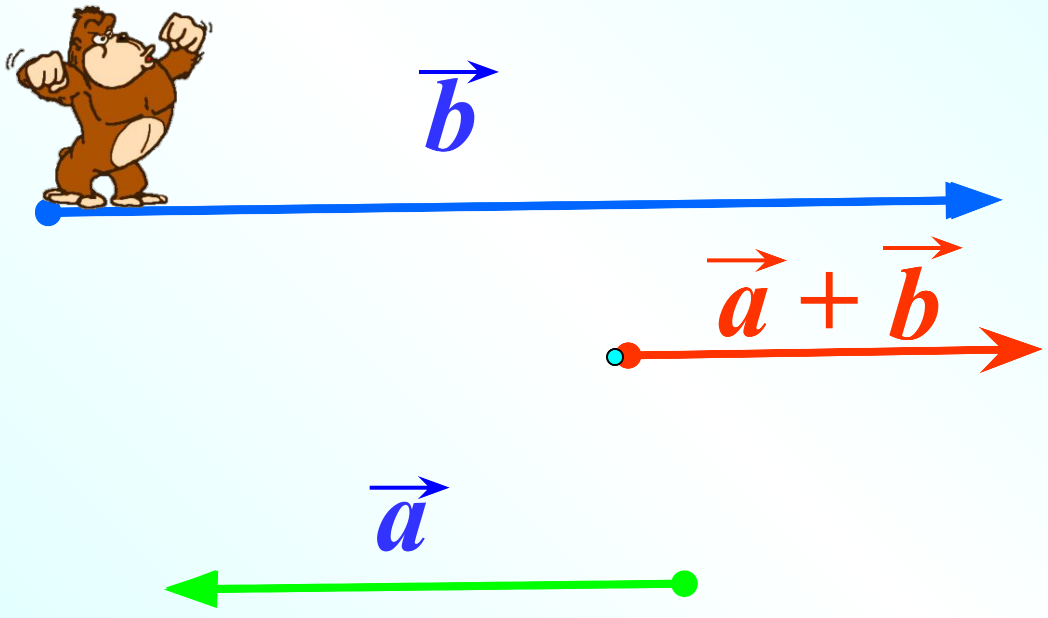
г) от точки M вектор, равный $\overrightarrow{KA_1}$.

Сложение векторов.
Правило треугольника.



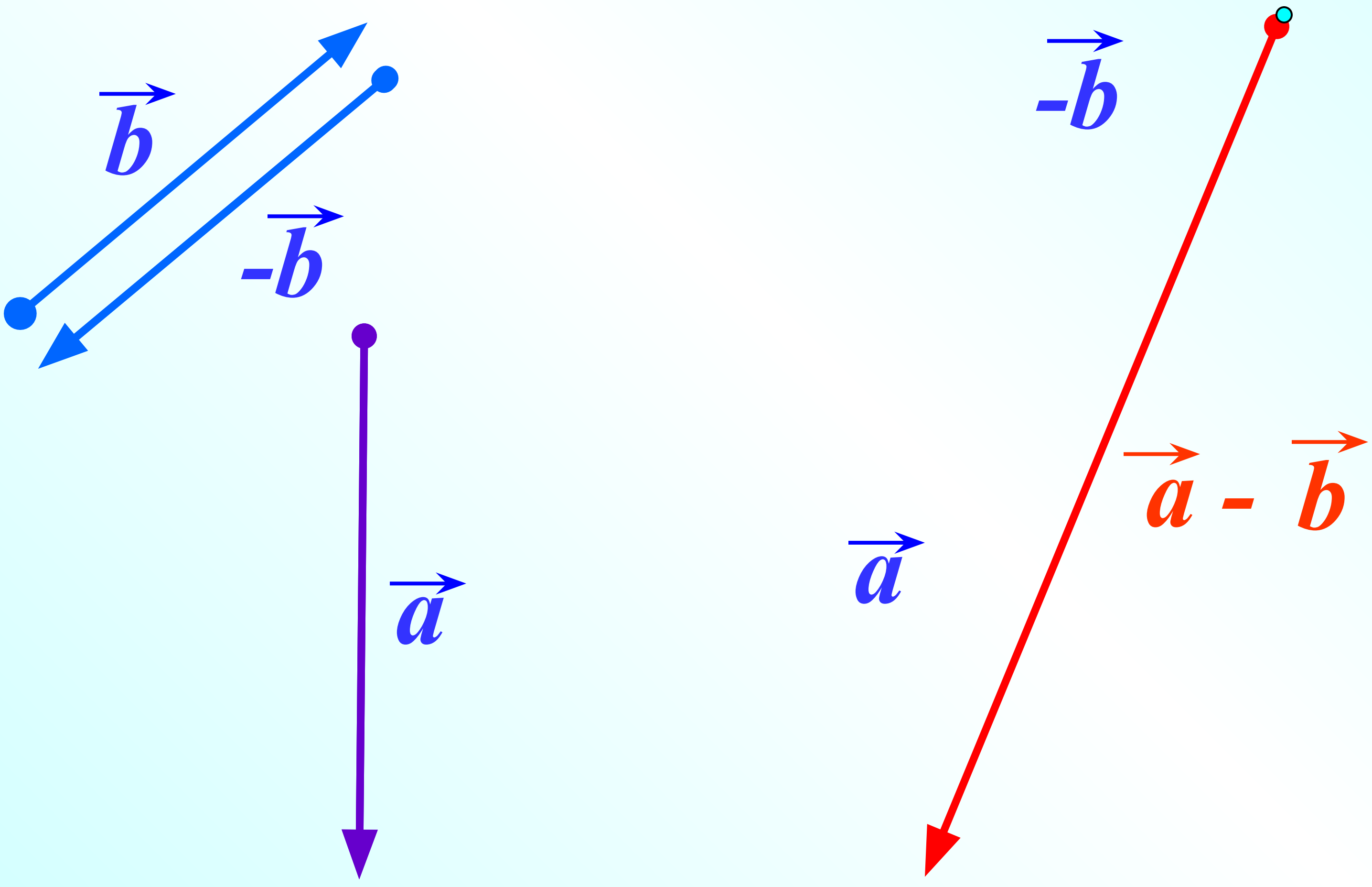
По правилу треугольника складываются и коллинеарные векторы, хотя при их сложении треугольника и не получается




$\vec{b}$
$\vec{a}+\vec{b}$
$\vec{a}$

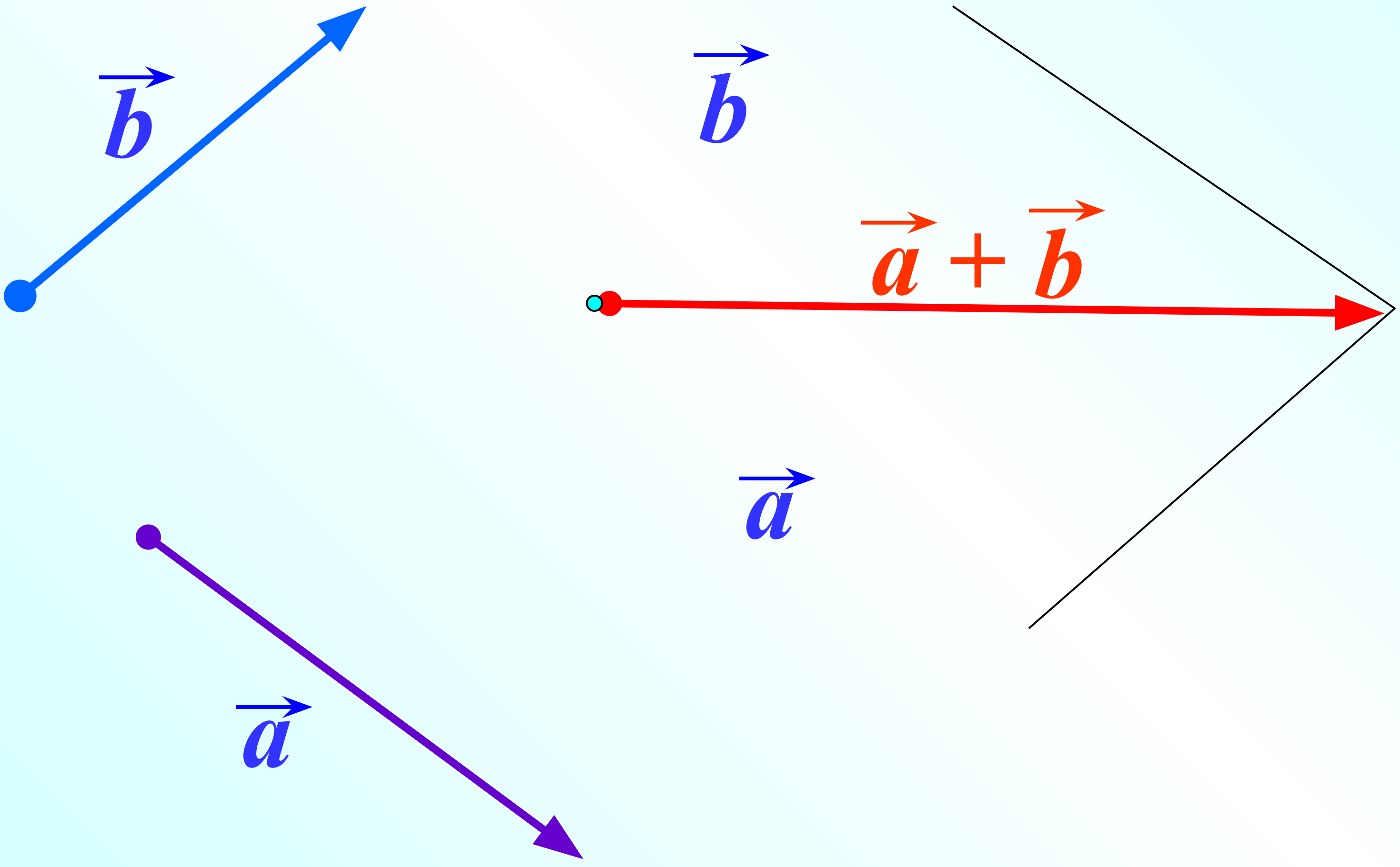
Вычитание векторов. Правило треугольника.

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$



Сложение векторов. Правило параллелограмма.

$\vec{a} + \vec{b}$



Сложение векторов.
Правило треугольника.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{AP}$$

$$\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NR} = \overrightarrow{MR}$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{KM} \Rightarrow \overrightarrow{MM} = \overrightarrow{0}$$

$$\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{OM} \Rightarrow \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MK} = \overrightarrow{OK}$$

$$\overrightarrow{MF} - \overrightarrow{SF} \Rightarrow \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FS} = \overrightarrow{MS}$$

$$\overrightarrow{RO} - \overrightarrow{RM} \Rightarrow \overrightarrow{RO} + \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RO} = \overrightarrow{MO}$$

Сложение векторов.
Правило треугольника.

$\overrightarrow{AC} \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

$\text{из } \Delta OBN$ $\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{BN}$

$\text{из } \Delta ASR$ $\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RS}$

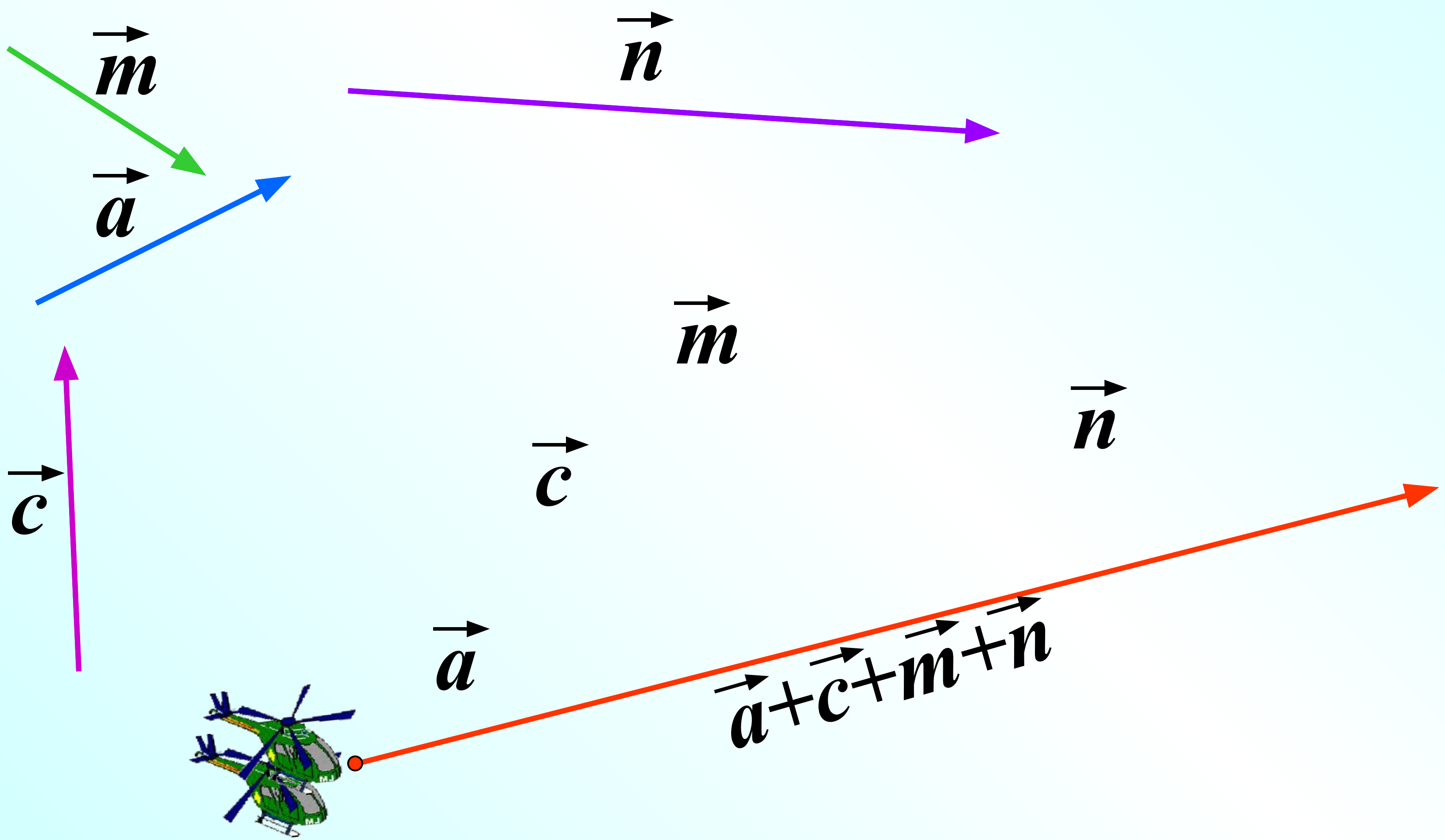
$\text{из } \Delta XKH$ $\overrightarrow{XH} = \overrightarrow{XK} + \overrightarrow{KH}$

$\text{из } \Delta AMD$ $\overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}$

$\text{из } \Delta FPO$ $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OF} + \overrightarrow{FP}$

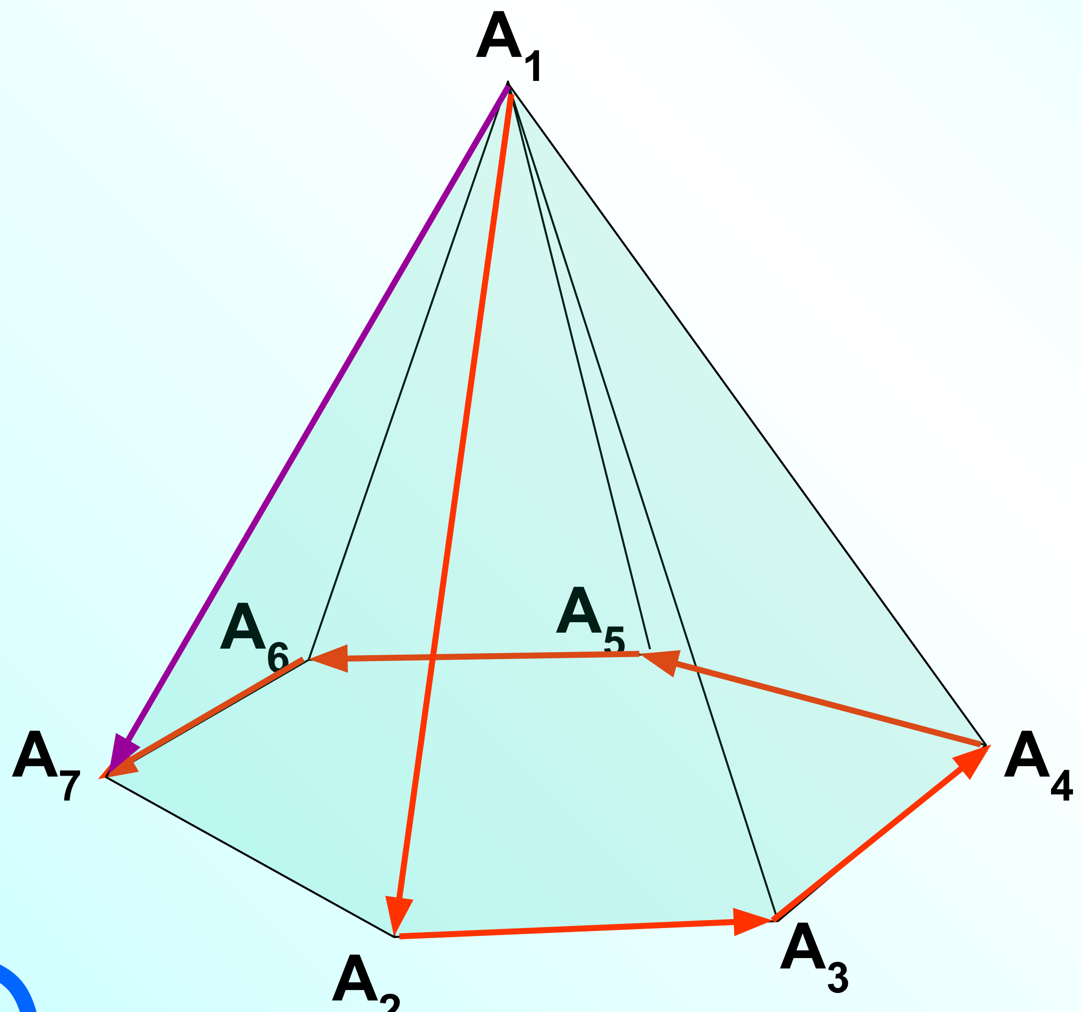
Сложение векторов.
Правило многоугольника.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO}$$

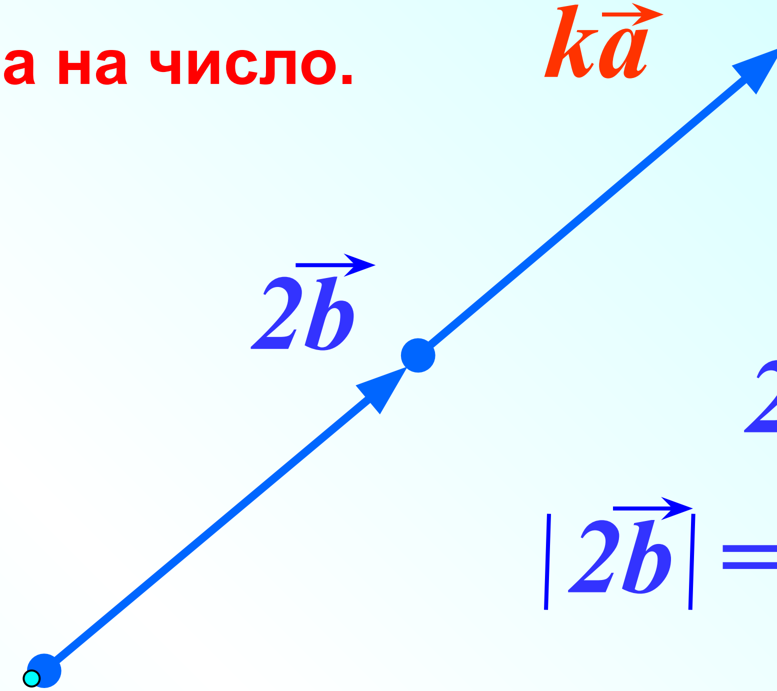


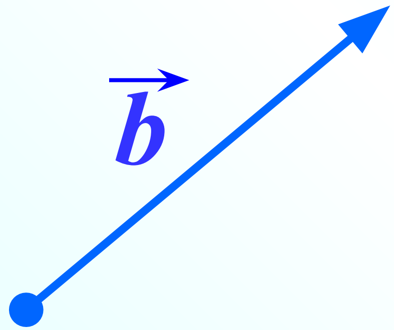
Сложение векторов.
Правило многоугольника.

$$\overrightarrow{A_1A_2} + \overrightarrow{A_2A_3} + \overrightarrow{A_3A_4} + \overrightarrow{A_4A_5} + \overrightarrow{A_5A_6} + \overrightarrow{A_6A_7} = \overrightarrow{A_1A_7}$$



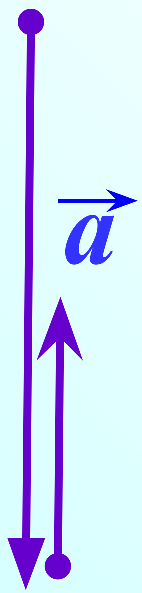
Умножение вектора на число.





$$2\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

$$|2\vec{b}| = |2|\cdot|\vec{b}|$$



$$-\frac{1}{2}\vec{a}$$

$$-\frac{1}{2}\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$$

$$\left|-\frac{1}{2}\vec{a}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right|\cdot|\vec{a}|$$

Умножение вектора на число.

Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причем векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены при $k \geqslant 0$ и противоположно направлены при $k < 0$.

Для любого числа k и любого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарны.

Умножение вектора на число.

Произведение нулевого вектора на любое число считается нулевой вектор. $k \cdot \vec{o} = \vec{o}$

Произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор. $o \cdot \vec{a} = \vec{o}$

Для любых $\vec{a}, \vec{b}$ и любых чисел k, l справедливы равенства:

$$(kl)\vec{a} = k\,(l\,\vec{a})$$

Сочетательный закон

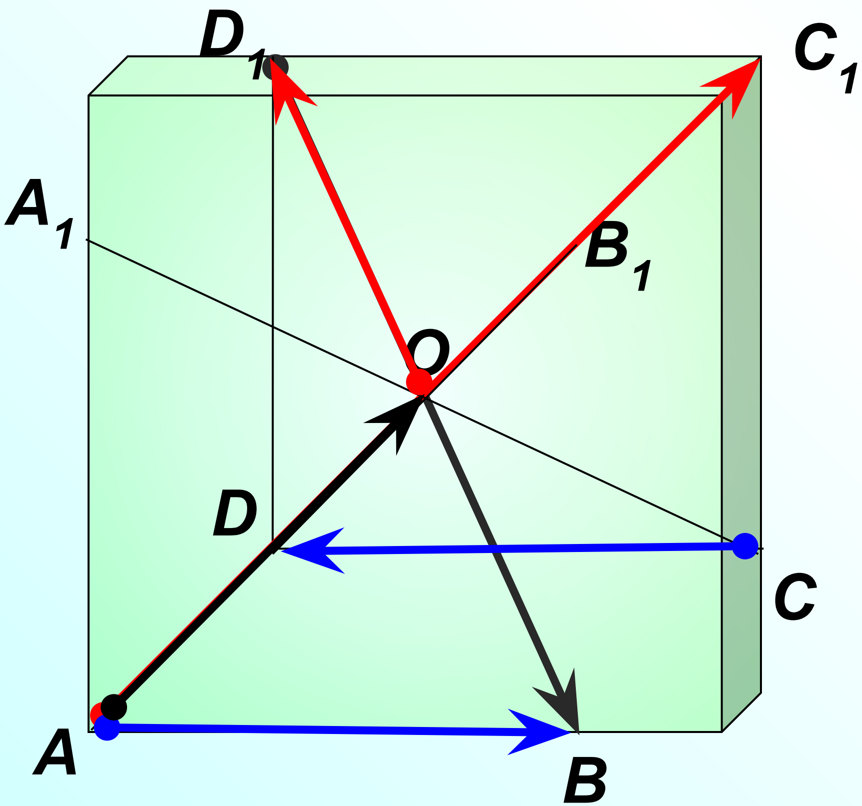
$$k\,(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$$

Первый распределительный закон

$$(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$$

Второй распределительный закон

№344 Диагонали куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке O. Найдите число k такое, чтобы равенства были верны.



$$\overrightarrow{AB} = -k \cdot \overrightarrow{CD}$$

$$\overrightarrow{AC_1} = k \cdot \overrightarrow{AO}$$

$$\overrightarrow{OD_1} = -k \cdot \overrightarrow{D_1B}$$

Диагонали параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ пересекаются в точке O. При каком значении k справедливо соотношение $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{CO} = k\,\overrightarrow{C_1A}$

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{AO} = -\frac{1}{2}\cdot\overrightarrow{C_1A}$$