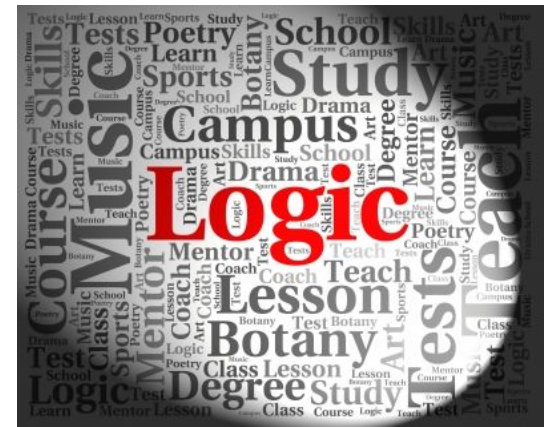




# Паранепротиворечивая и релевантная логика

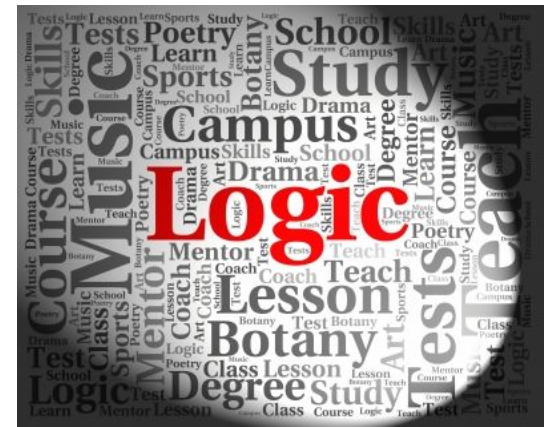
## Лекция №2



# Структура лекции

- Проблема противоречия
- Онтологические и эпистемологические предпосылки
- Основные подходы к построению паранепротиворечивых логик
- Проблема релевантности импликации
- Система FDE
- Система R

# Проблема противоречия



# Проблема логического следования в классической логике

- Для любых формул  $A$  и  $B$ , из  $A$  и не- $A$  следует произвольная формула  $B$
- $\{A, \neg A\} \vdash B$

# Чрезмерное отношение логического следования

- Логическое следование, удовлетворяющее предыдущему условию, называется чрезмерным.
- Логики с чрезмерным условием – это классические логики и большинство неклассических.

1.  $\neg A, A$ (гипотеза)
2.  $\neg A$ (из 1)
3.  $A$  (из 1)
4.  $(A \vee B)$  (из 3)
5.  $(A \vee B) \ \& \ \neg A$  (из 3 и 4)
6.  $B$  (5, modus tollendo ponens  $A \vee B, \neg A, B$ ).

# Пример (Эпиктет)



«Я хотел бы быть рабом человека, не признающего закона противоречия. Он велел бы мне подать себе вина, я дал бы ему уксуса или ещё чего похуже. Он возмутился бы, стал бы кричать, что я даю ему не то, что он просил. А я сказал бы ему: ты не признаешь ведь закона противоречия, стало быть, что вино, что уксус, что какая угодно гадость — все одно и то же. И необходимости ты не признаешь, стало быть, никто не в силах принудить тебя воспринимать



# Парадокс пьяницы

- **В любом кабаке существует по крайней мере один человек — такой, что если он пьет, то пьют все.**
- Допустим, утверждение, что в кабаке пьют все, истинно. Выделим среди всех, кто пьет в кабаке, какого-то одного человека. Назовем его Джоном. Тогда верно утверждение, что если пьют все, то пьет и Джон. И наоборот, если пьет Джон, то пьют и все.
- Предположим теперь, что наше утверждение ложно, то есть неверно, что в кабаке пьют все. Тогда в кабаке существует по крайней мере один человек, который не пьет. Назовем его, опять же, Джоном. Поскольку неверно, что Джон пьет, то верно, что если он пьет, то пьют все. То есть, опять получается, что если Джон пьет, то пьют все

# Формальные системы

- Формулы – последовательности символов, допустимы в данной системе.
- Аксиомы – исходные последовательности символов.
- Правила вывода – правила, позволяющие получить из одних последовательностей символов другие.
- Теоремы – формулы, выводимые в данной системе.

# Непротиворечивая теория

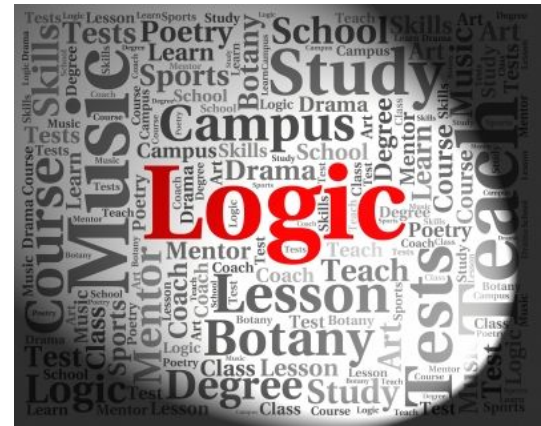
Аксиоматическая теория называется непротиворечивой, если ни для какого утверждения  $A$ , сформулированного в терминах этой теории, само утверждение  $A$  и его отрицание  $\neg A$  не могут быть одновременно теоремами этой теории. Если для некоторого утверждения  $A$  теории оба утверждения  $A$  и  $\neg A$  являются ее теоремами, то аксиоматическая теория называется противоречивой.

# Тривиальность и противоречие

- Тривиальность формальной системы означает, что в ней выводима любая формула.
- Логическая теория (формальная система) в классической логике в одно и то же время противоречива и тривиальная.
- Следовательно, необходимы такие системы, которые могли бы быть противоречивыми, но не тривиальными.

- $(A, A \supset B) \supset B$  (modus ponens)
- Закон Дунса Скота:  $A \supset (\neg A \supset B)$  – не действует

# Онтологические и эпистемологические предпосылки



# Диалектика

- Диалектическая онтология – реальность структурируется через систему противоречий.
- Противоречивость является основной движущей силой всякого движения и развития.

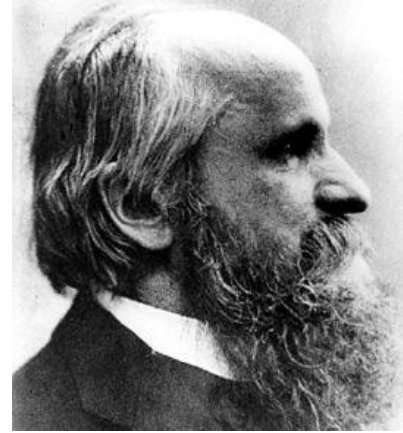
# Пример



- Развитие интеллектуальных систем, управляющих различными процессами, обеспечивая их стабильность.
- Возрастание рисков, связанных с тем, что процессами управляют искусственные системы.
- Дальнейшее развитие?



# А. Мейнонг



- Теория противоречивых объектов А. Мейнонга – объект может мыслиться, даже если он противоречив.
- Таким образом, имеются предметы, не обладающие бытием, но существующие в контексте реальности сознания.

# Пример

- «Круглый квадрат» - логически противоречиво и невозможно, но становится предметом мышления.
- «Стеклянная гора» - не существует, но представимо.

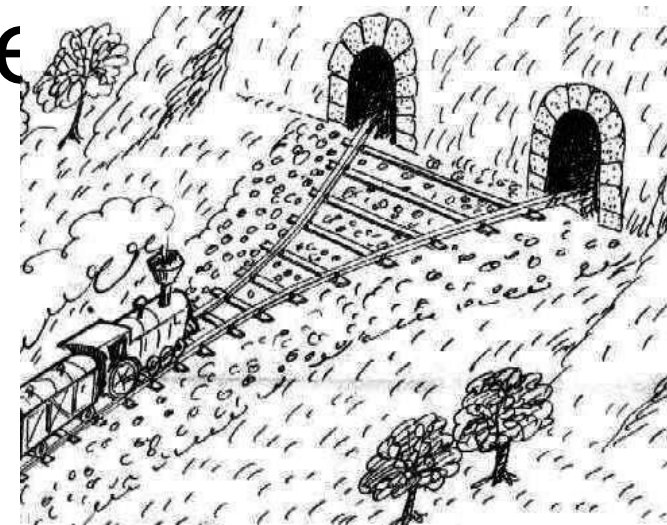


# Концепция диалетизма

- Существуют истинные противоречия, т.е. имеются утверждения  $A$  такие, что вместе  $A$  и  $\neg A$  истинны.
- Следовательно, существуют противоречивые, но истинные теории.

# Пример

- Корпускулярно-волновой дуализм.
- Описание вещества как потока частиц или как волны считались взаимоисключающими.
- Устарел, т.к. возможны различные описания объекта.



# Эпистемологические предпосылки

- Существуют противоречивые, но нетривиальные теории и концепции
- Противоречивость обыденного мышления

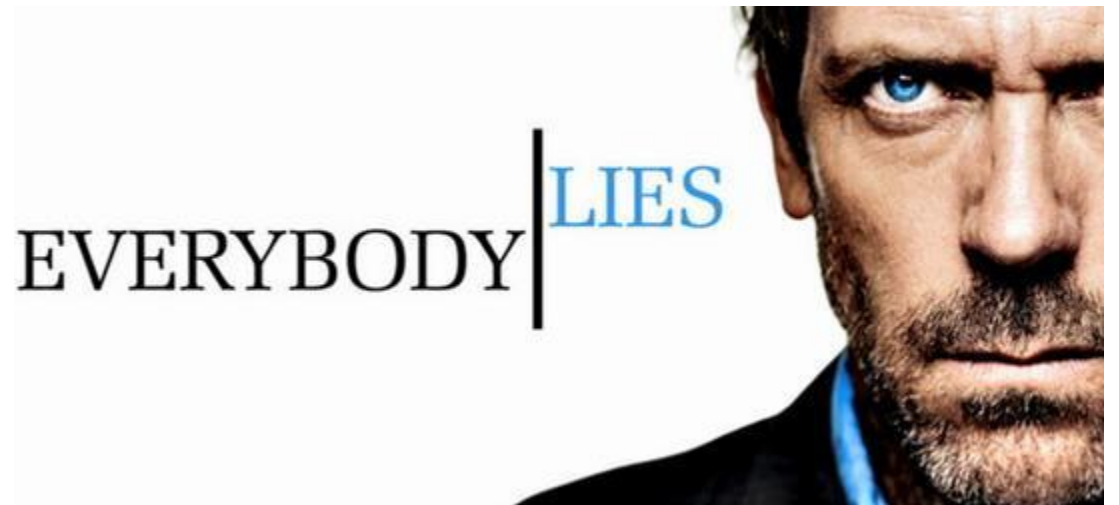
# Пример

- Сочетание в обыденном мышлении научно обоснованных представлений о реальности и предрассудков.



# Парадокс лжеца

- «Я лгу»
- Высказывание, для которого нельзя однозначно сказать, истинное оно или ложное.
- «Все лгут»

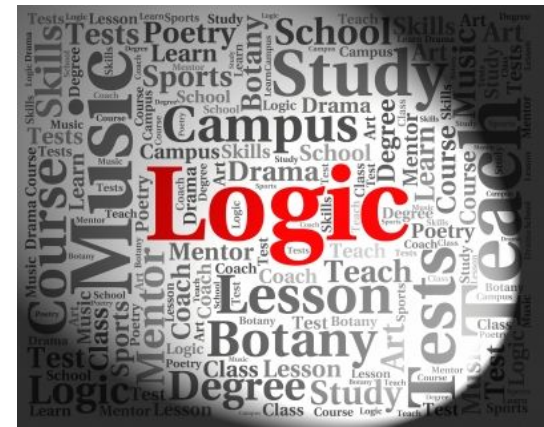


# Решения

- Теория типов Б. Рассела
- $\frac{1}{2}$  ИСТИННОСТИ В МНОГОЗНАЧНЫХ И НЕЧЕТКИХ ЛОГИКАХ



# Основные подходы к построению паранепротиворечивых ЛОГИК



# Паранепротиворечивая ЛОГИКА

- Неклассическая логическая система и класс логических исчислений, в которых логический принцип «из противоречия следует все что угодно», не имеет места.
- Термин введен в 1976 перуанским философом Ф.Миро-Квисада.

# Строгое определение

"Логику  $L$  называем паранепротиворечивой, если существует непротиворечивая  $L$ -теория, содержащая одновременно некоторую формулу  $B$  и её отрицание  $\neg B$ "

# Основные представители

- С. Яськовский – польский логик
- Н.С.А. да Коста – бразильский логик
- Н.А. Васильев – русский логик
- Я. Лукасевич – польский логик

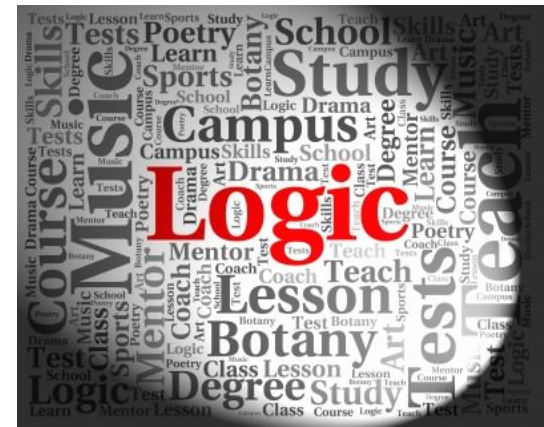
# Логика С. Яськовского

- Возможно, что  $A$  и возможно, что не- $A$
- Из  $A$  следует возможность  $B$ ,  
эквивалентно тому, что из возможности  $A$   
следует  $B$

# Условия паранепротиворечивой логики

- Противоречие не должно тривиализировать систему, в ней не должен быть выполнен закон Дунса Скот
- Она должна быть достаточно богатой, чтобы делать в ней выводы
- Такая система должна иметь интуитивное объяснение

# Проблема релевантности импликации



# Материальная импликация

$$p \supset q$$



# Таблица истинности

$A$	$B$	$A \supset B$
И	И	И
И	Л	Л
Л	И	И
Л	Л	И

# Основной принцип

Истинностное значение формулы материальной импликации определяется только истинностными значениями антецедента ( $p$ ) и консеквента ( $q$ )

# Смысл импликации

- Импликация может принимать значение истинности даже в том случае, когда антецедент и консеквент не связаны по смыслу.

# Пример

- A – лягушки зеленые = 1/0
- B – ярко светит солнце = 1
- A ∩ B = 1

# Парадокс

- Истинное высказывание имплицируется любым высказыванием
- Та же проблема, которую решали паранепротиворечивые логики

# Релевантная импликация

- Учитывает содержательную связь между антецедентом и консеквентом.
- Выражение « $p$  релевантно имплицирует  $q$ » означает, что  $q$  содержится в  $p$  и информация, представляемая  $q$ , является частью информации  $p$ .

# Релевантная логика

Раздел современной неклассической логики, в которой исследуются понятия условной связи и логического следования, свободные от парадоксов материальной импликации и классического следования.





# Основной принцип

- Релевантная импликация вида  $A \rightarrow B$  относится к числу формул первого уровня, если как  $A$ , так и  $B$  содержат только знаки  $\&$ ,  $\vee$  и  $\neg$ .

# Схема аксиом

**FDE1.**  $(A \& B) \rightarrow A,$

**FDE2.**  $(A \& B) \rightarrow B,$

**FDE3.**  $A \rightarrow (A \vee B),$

**FDE4.**  $B \rightarrow (A \vee B),$

**FDE5.**  $(A \& (B \vee C)) \rightarrow ((A \& B) \vee C),$

**FDE6.**  $A \rightarrow \neg\neg A,$

**FDE7.**  $\neg\neg A \rightarrow A.$

# Правила вывода

$$\frac{A \rightarrow B, B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

$$\frac{A \rightarrow B, A \rightarrow C}{A \rightarrow B \& C}$$

$$\frac{A \rightarrow C, B \rightarrow C}{A \vee B \rightarrow C}$$

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg B \rightarrow \neg A}$$



# АКСИОМЫ

- R1**  $A \rightarrow A,$
- R2**  $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)),$
- R3**  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C)),$
- R4**  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C)),$
- R5**  $(A \ \& \ B) \rightarrow A,$
- R6**  $(A \ \& \ B) \rightarrow B,$
- R7**  $((A \rightarrow B) \ \& \ (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \ \& \ C)),$
- R8**  $A \rightarrow (A \ \vee \ B),$
- R9**  $B \rightarrow (A \ \vee \ B),$
- R10**  $((A \rightarrow C) \ \& \ (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \ \vee \ B) \rightarrow C),$
- R11**  $(A \ \& \ (B \ \vee \ C)) \rightarrow ((A \ \& \ B) \ \vee \ C),$
- R12**  $(A \rightarrow \neg A) \rightarrow \neg A,$
- R13**  $(A \rightarrow B) \rightarrow (\neg B \rightarrow \neg A),$
- R14**  $A \rightarrow \neg \neg A,$
- R15**  $\neg \neg A \rightarrow A,$

# Правила вывода

$$\frac{A \rightarrow B, B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$$

$$\frac{A \rightarrow B, A \rightarrow C}{A \rightarrow B \& C}$$

$$\frac{A \rightarrow C, B \rightarrow C}{A \vee B \rightarrow C,}$$