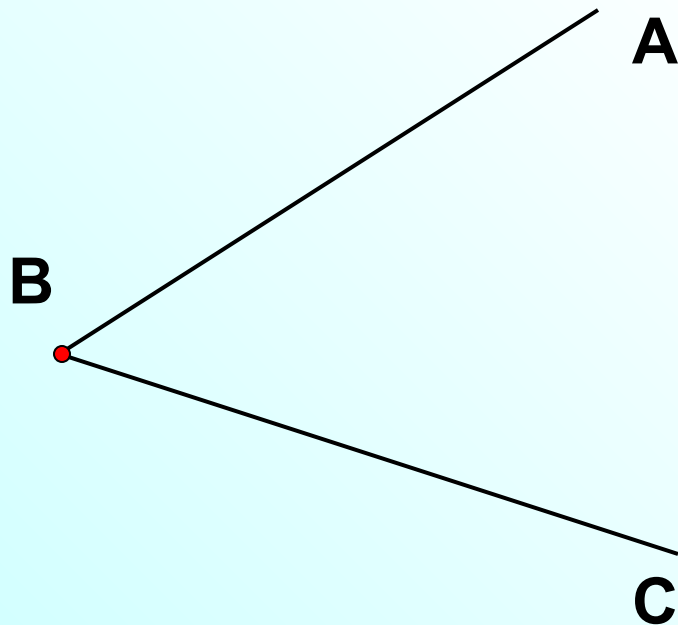


Л.С. Атанасян "Геометрия 10-11"

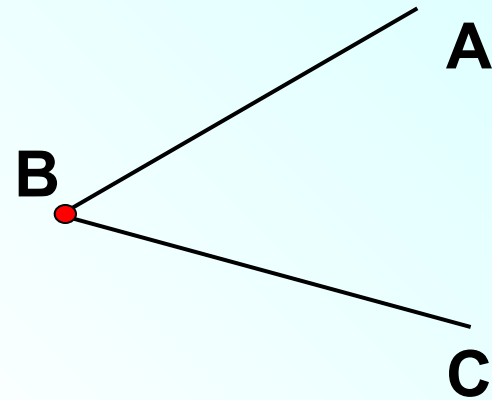
Двугранный угол

Планиметрия

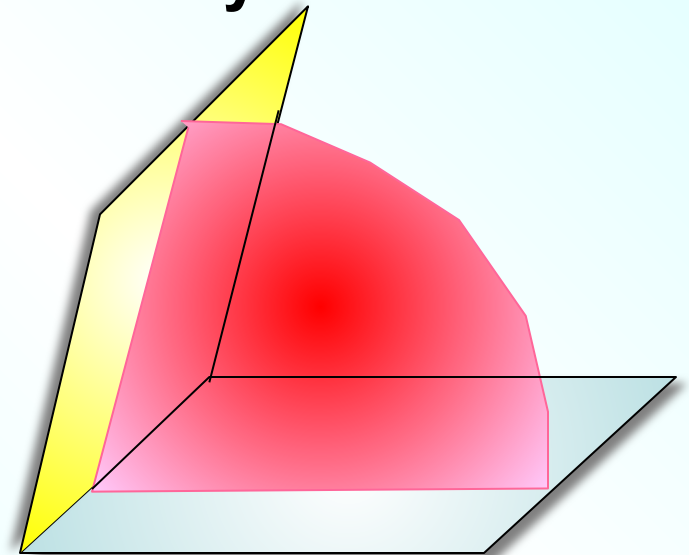
Углом на плоскости мы называем фигуру, образованную двумя лучами, исходящими из одной точки.



Стереометрия

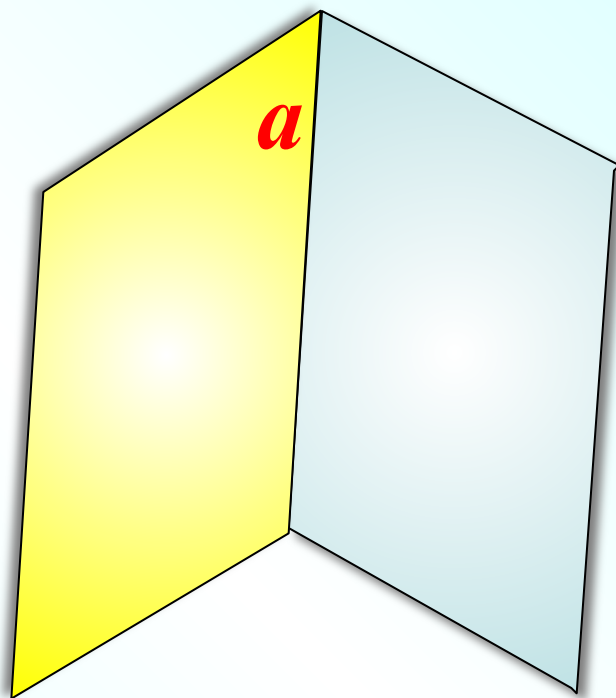


Двугранный угол



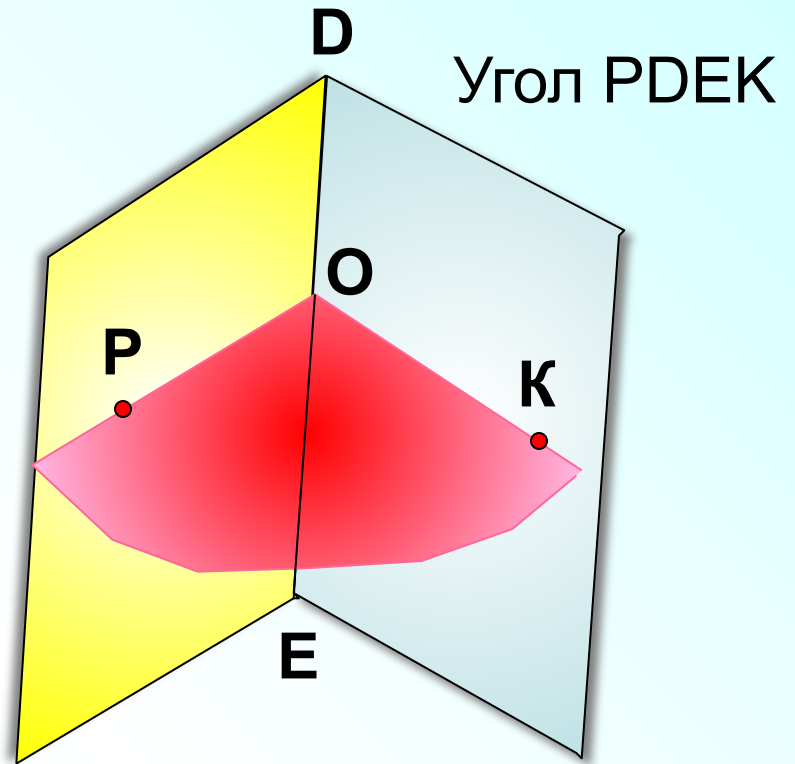
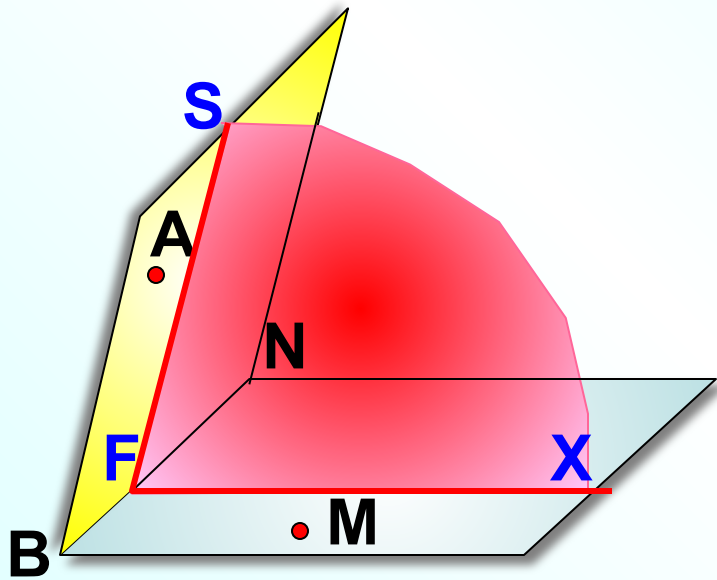
Двугранным углом называется фигура, образованная прямой a и двумя полуплоскостями с общей границей a , не принадлежащими одной плоскости.

Прямая a — ребро двугранного угла



Две полуплоскости — грани двугранного угла

Двугранный угол $ABNM$, где BN – ребро, точки A и M лежат в гранях двугранного угла

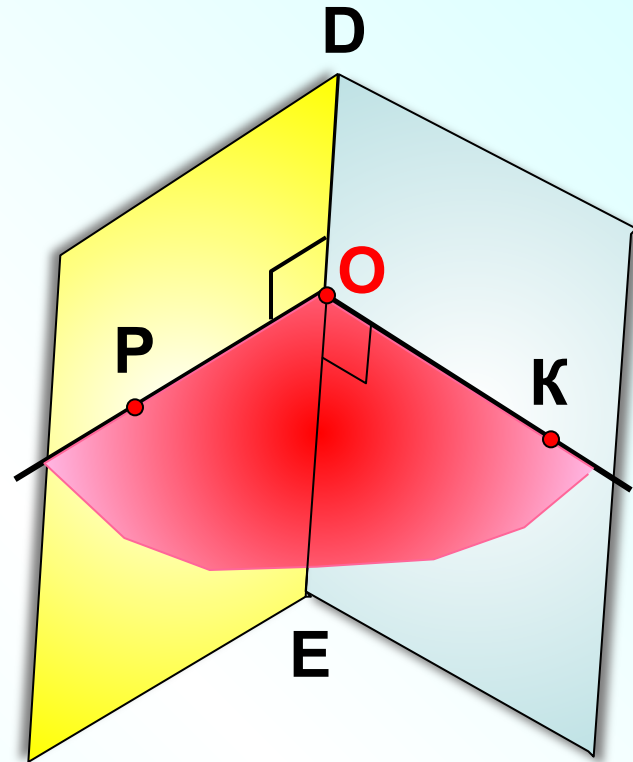


Угол SFX – линейный угол двугранного угла

Алгоритм построения линейного угла.

Угол POK – линейный угол двугранного угла $PDEK$.

Градусной мерой двугранного угла называется градусная мера его линейного угла.



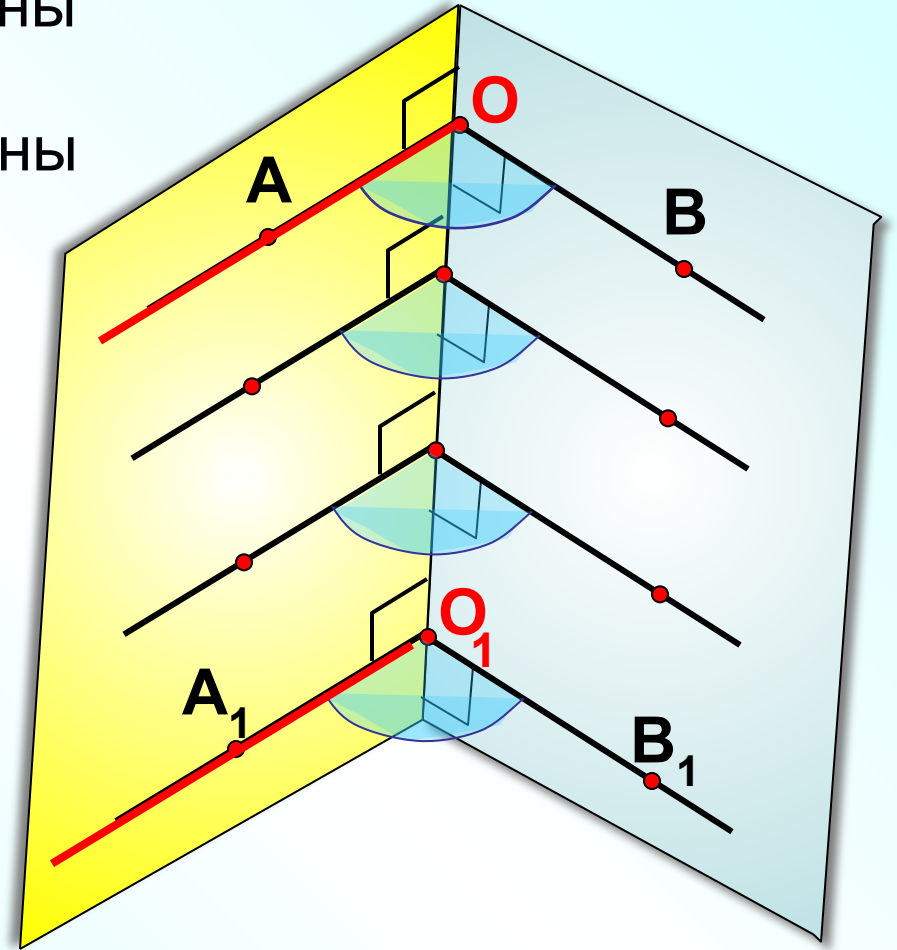
Плоскость линейного угла $(POK) \perp DE$

Все линейные углы двугранного угла равны друг другу.

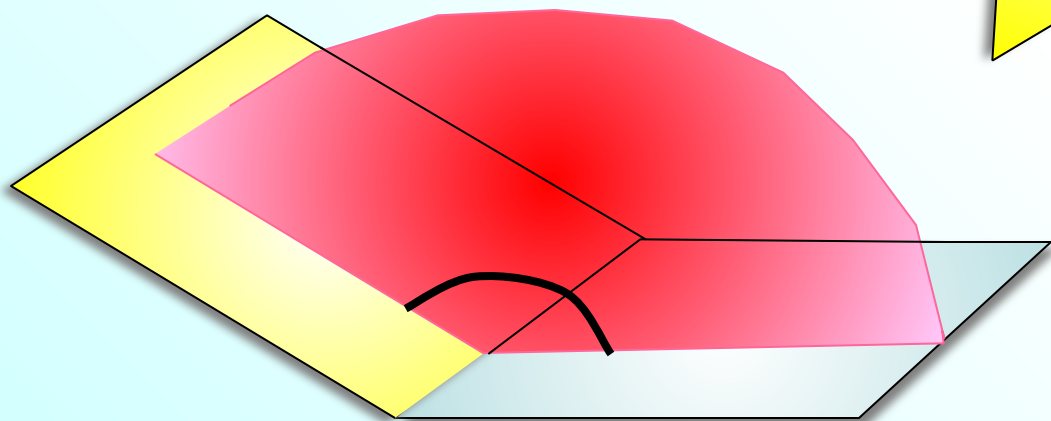
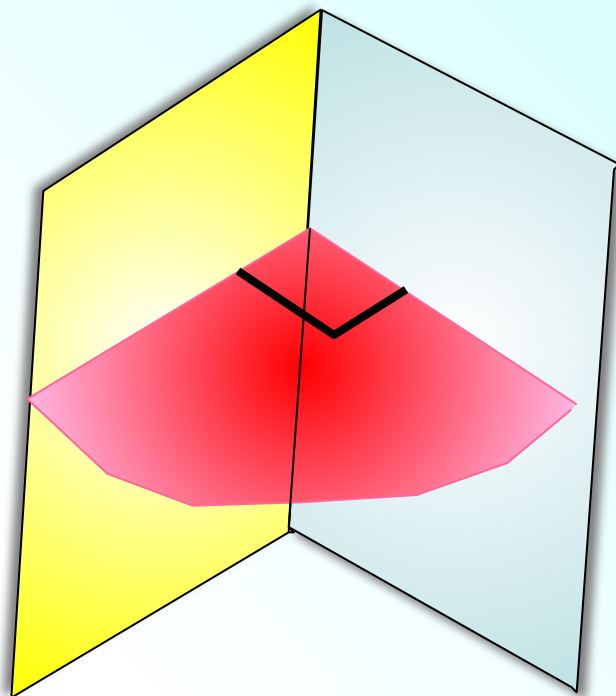
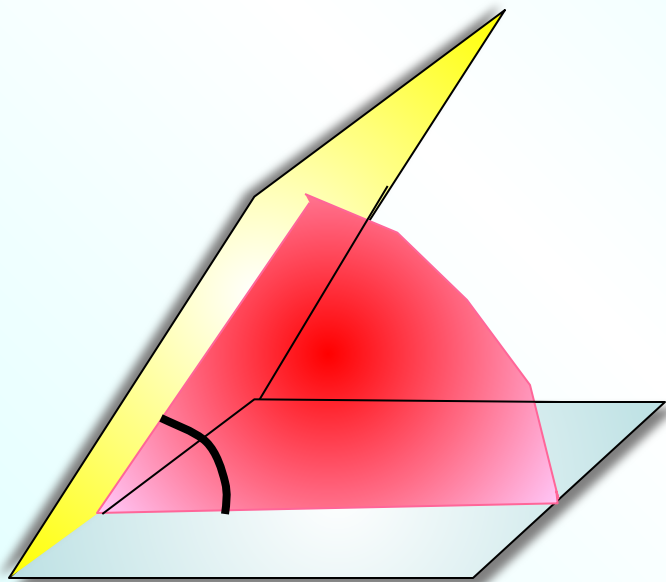
Лучи OA и O_1A_1 – сонаправлены

Лучи OB и O_1B_1 – сонаправлены

Углы AOB и $A_1O_1B_1$ равны,
как углы с сонаправленными
сторонами



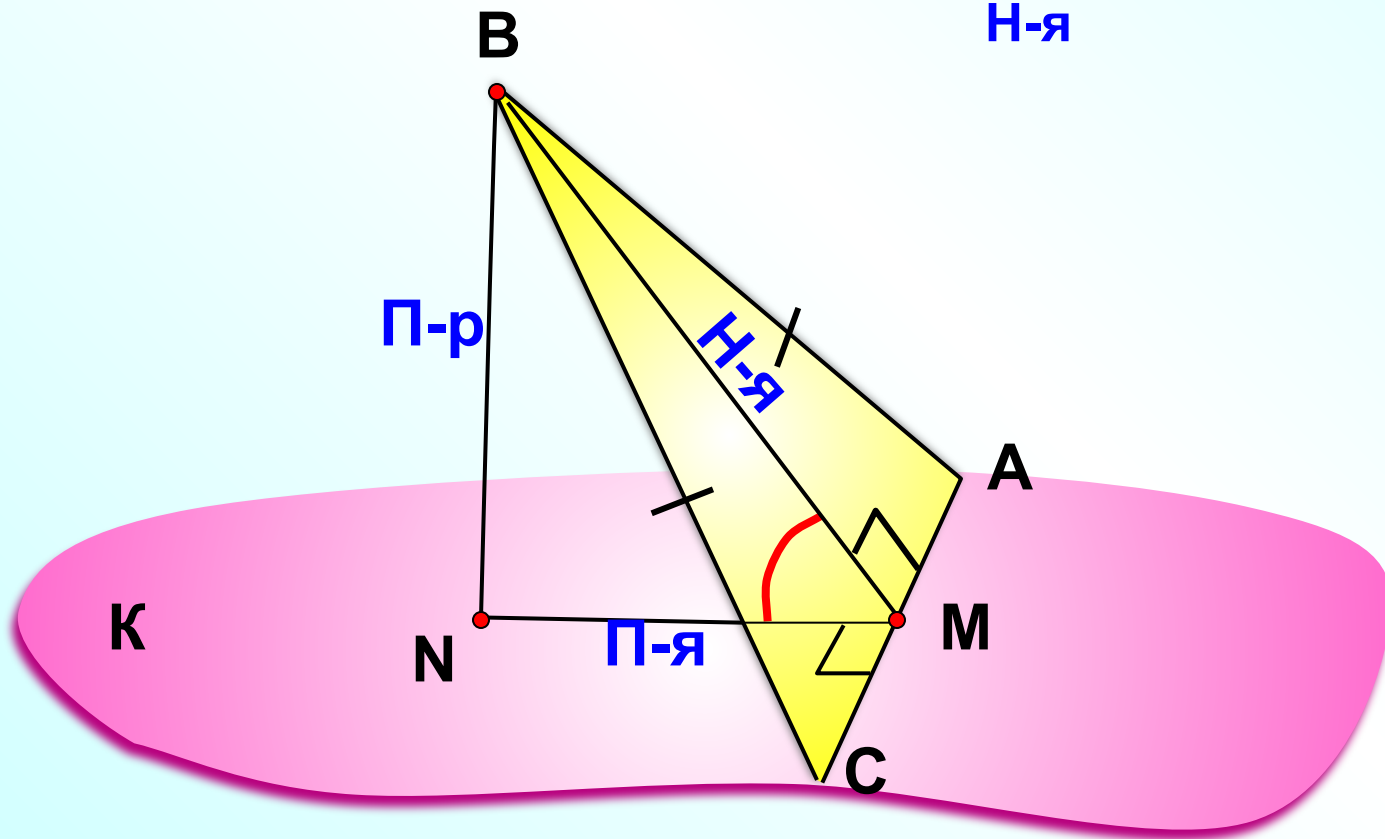
Двугранный угол может быть прямым, острым, тупым



Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.
Треугольник АВС – равнобедренный.

$$AC \perp BM \xRightarrow{\text{ТТП}} AC \perp NM$$

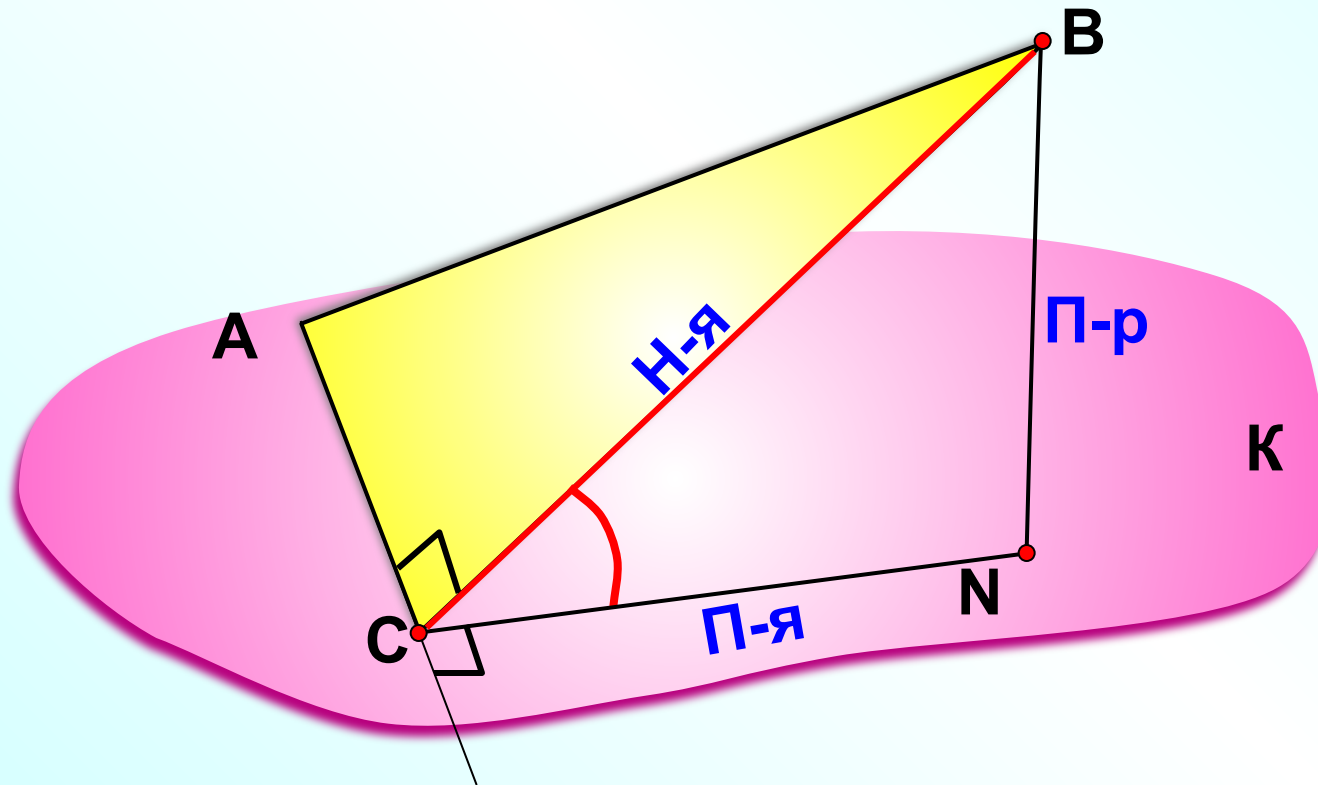
Н-яП-я



Угол ВМN – линейный угол двугранного угла ВАСК

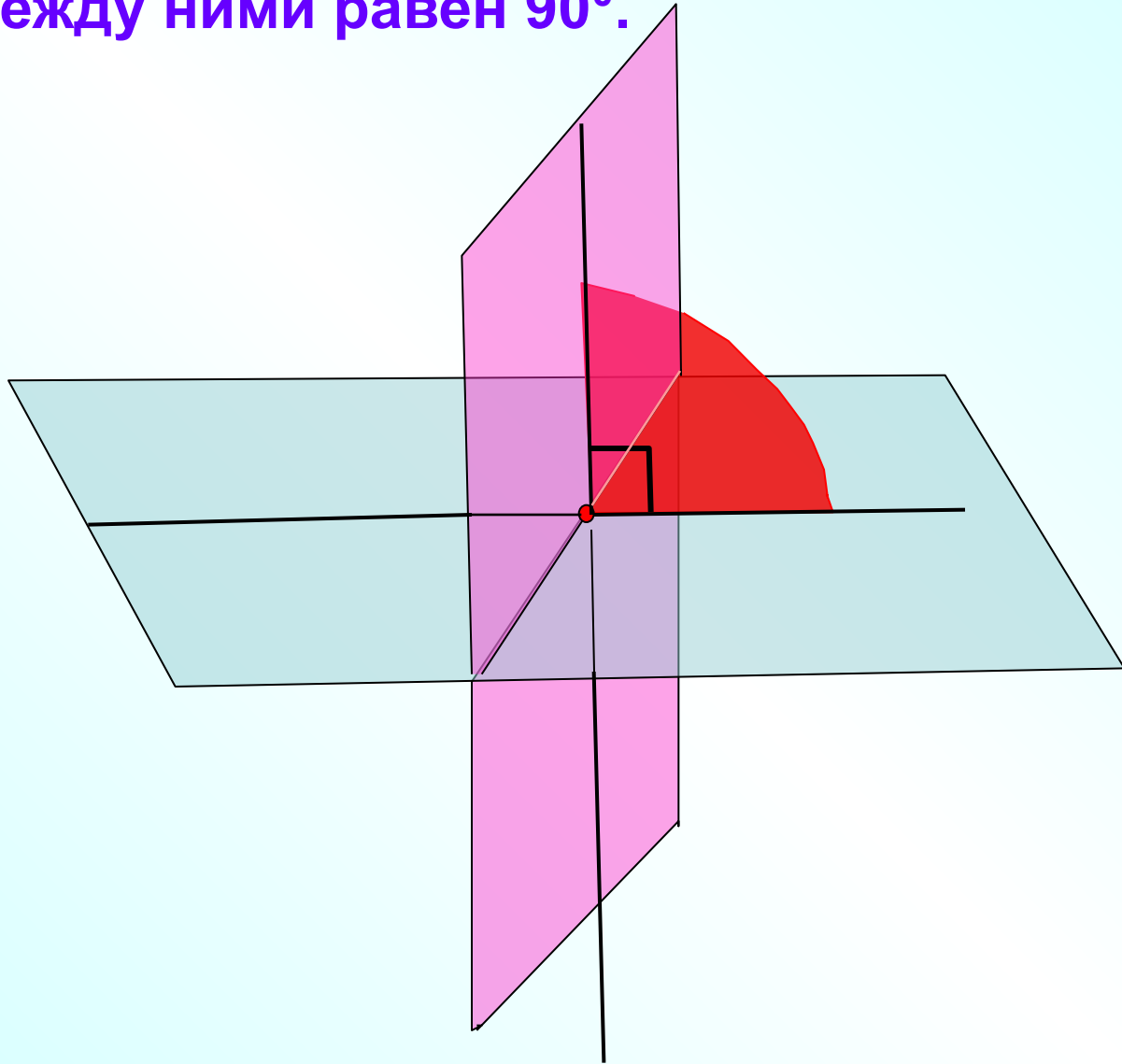
Построить линейный угол двугранного угла ВАСК.
Треугольник АВС – прямоугольный.

$$\underset{\text{Н-я}}{AC \perp BC} \xRightarrow{\text{ТПП}} \underset{\text{П-я}}{AC \perp NC}$$



Угол ВСN – линейный угол двугранного угла ВАСК

Две пересекающиеся плоскости называются перпендикулярными (взаимно перпендикулярными), если угол между ними равен 90° .

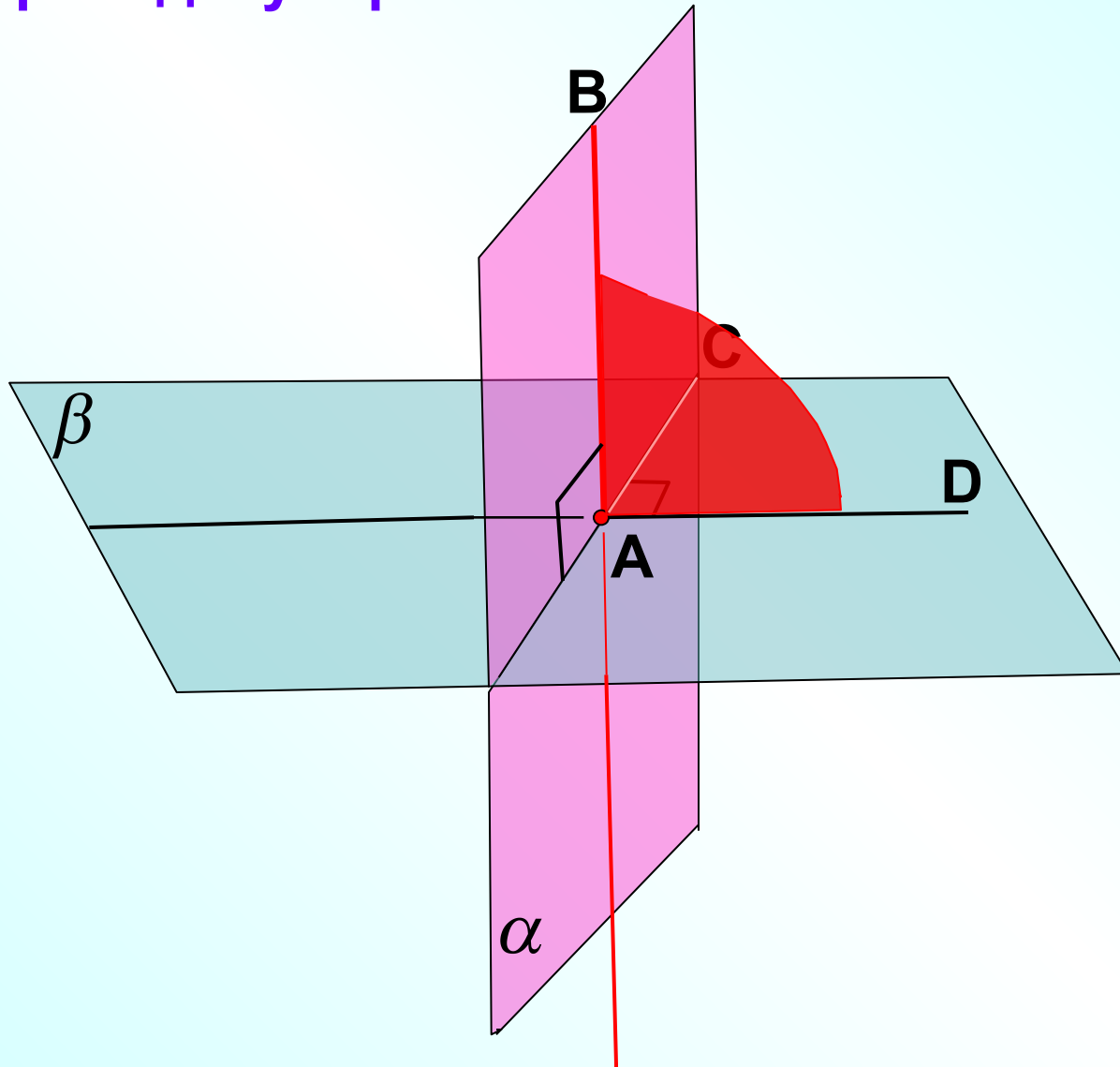




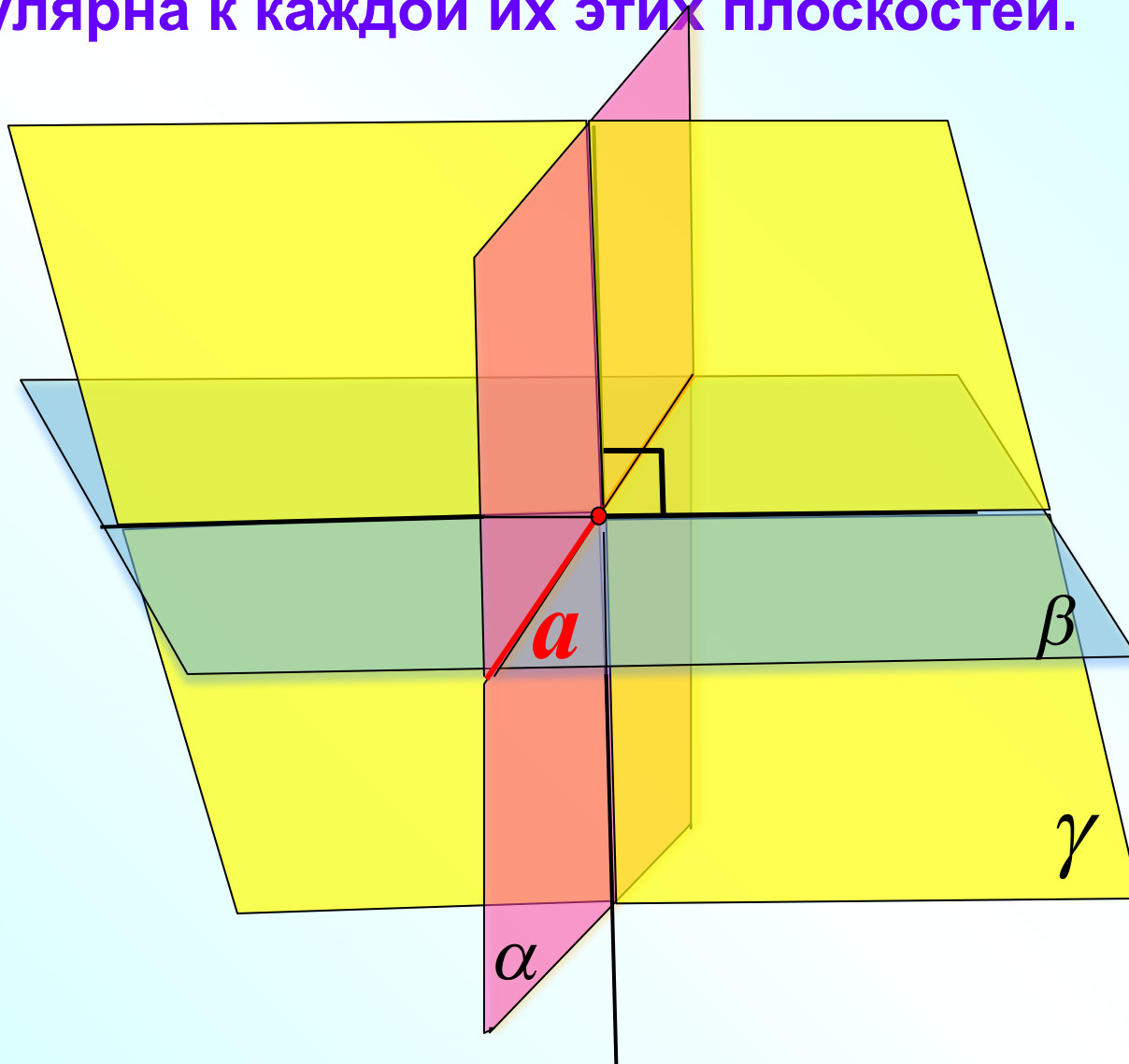
Примером взаимно перпендикулярных плоскостей служат плоскости стены и пола комнаты, плоскости стены и потолка.

Признак перпендикулярности двух плоскостей.

Если одна из двух плоскостей проходит через прямую, перпендикулярную к другой плоскости, то такие плоскости перпендикулярны.

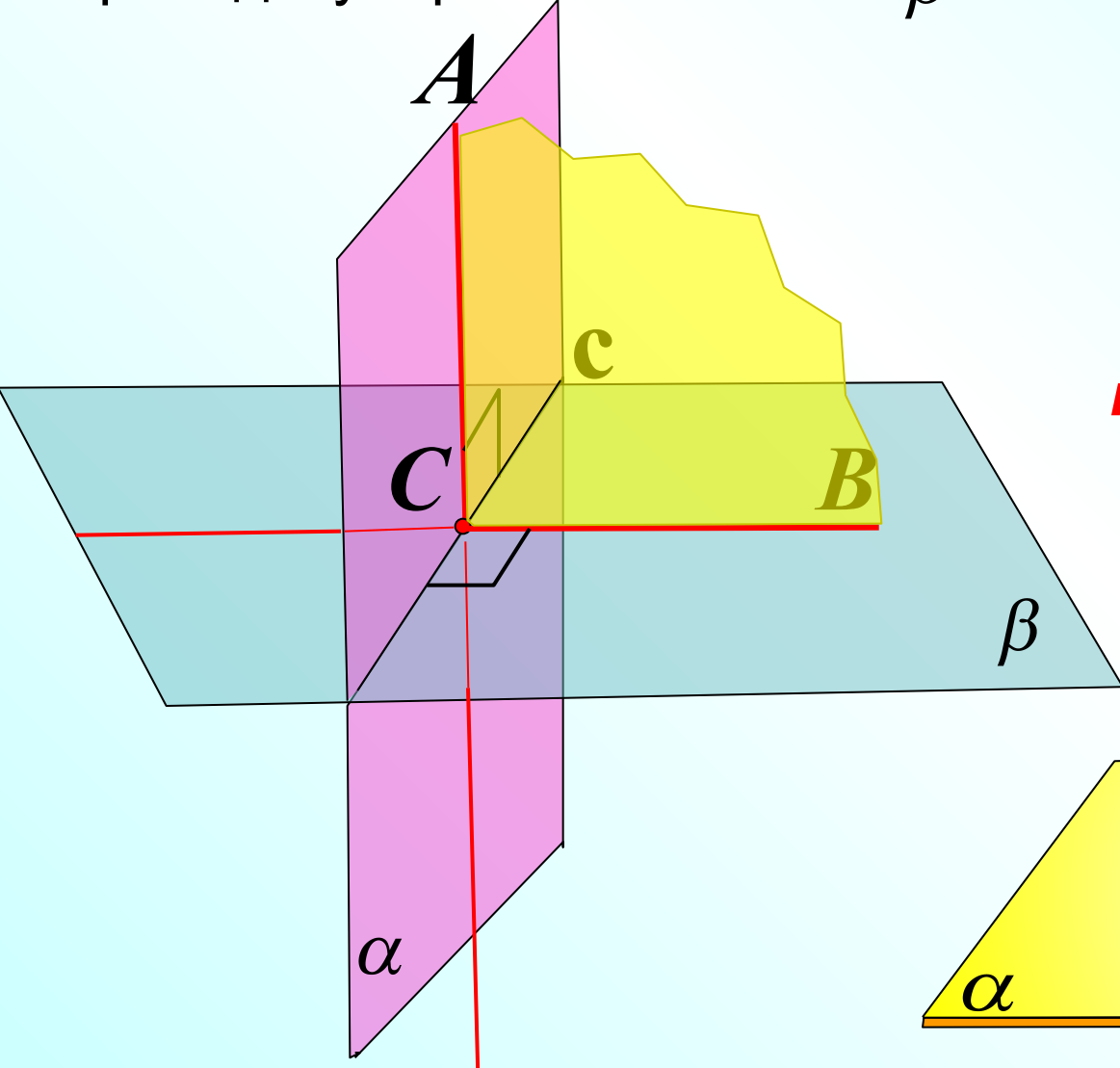


Следствие. Плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей.

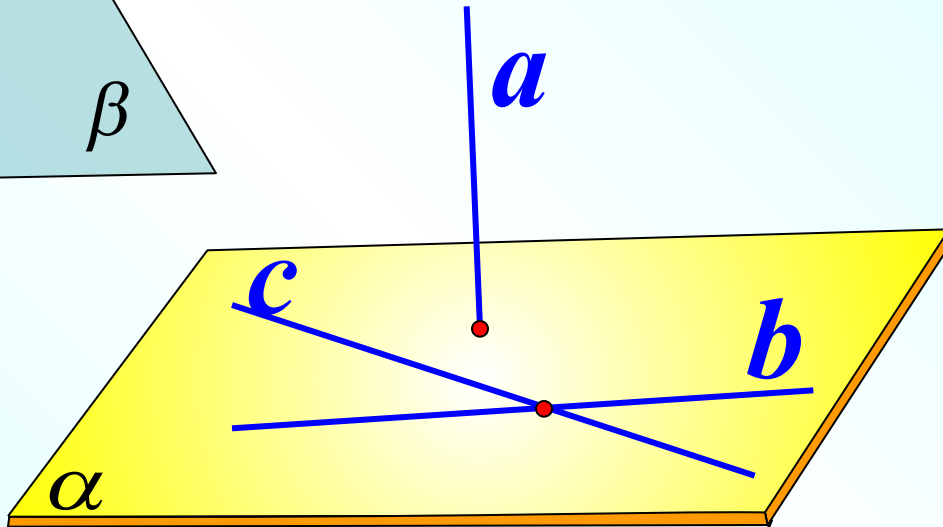


№ 178. Плоскости α и β взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой c . Докажите, что любая прямая плоскости α , перпендикулярная к прямой c , перпендикулярна к плоскости β .

Подсказка

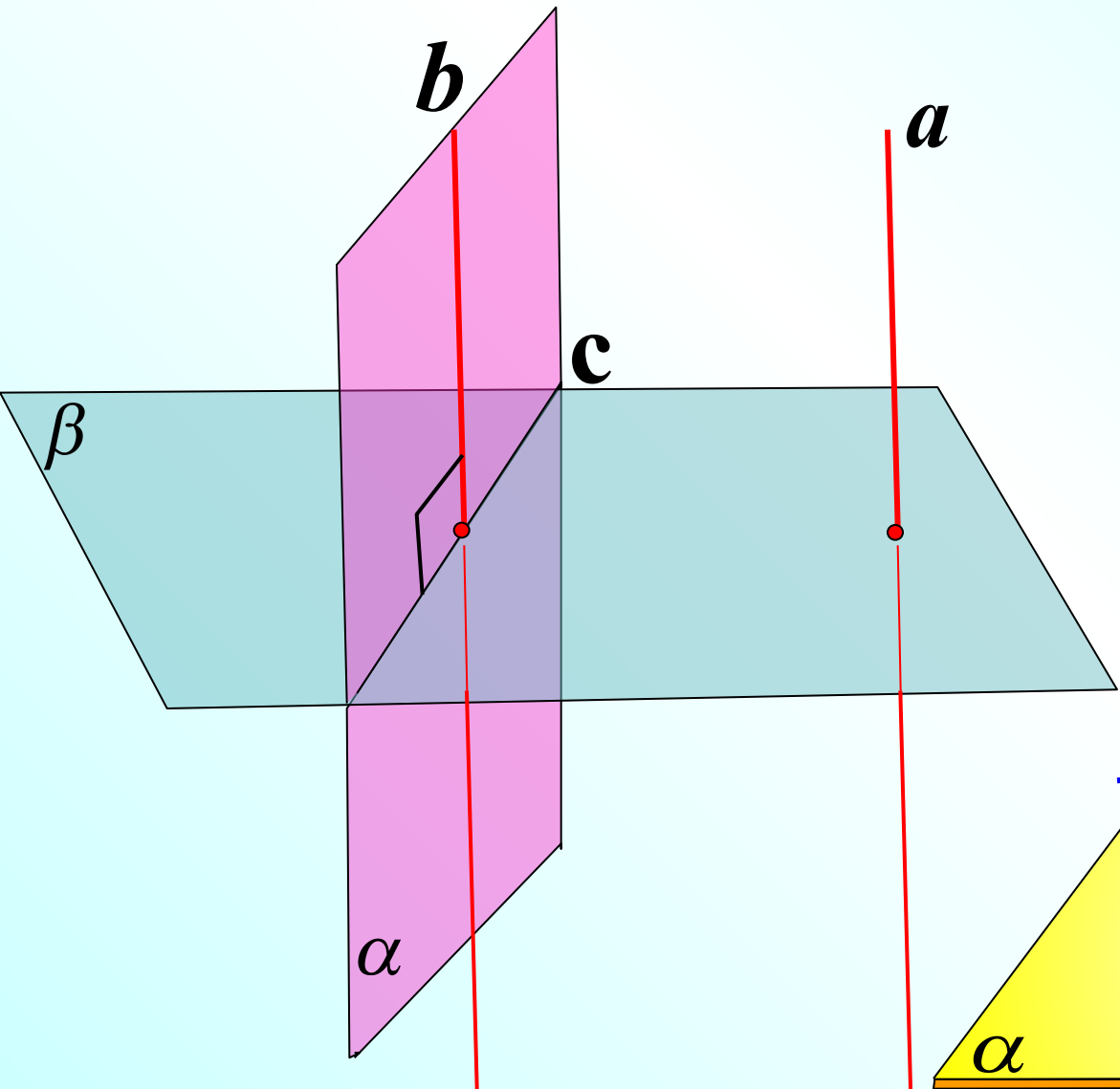


Признак перпендикулярности прямой и плоскости

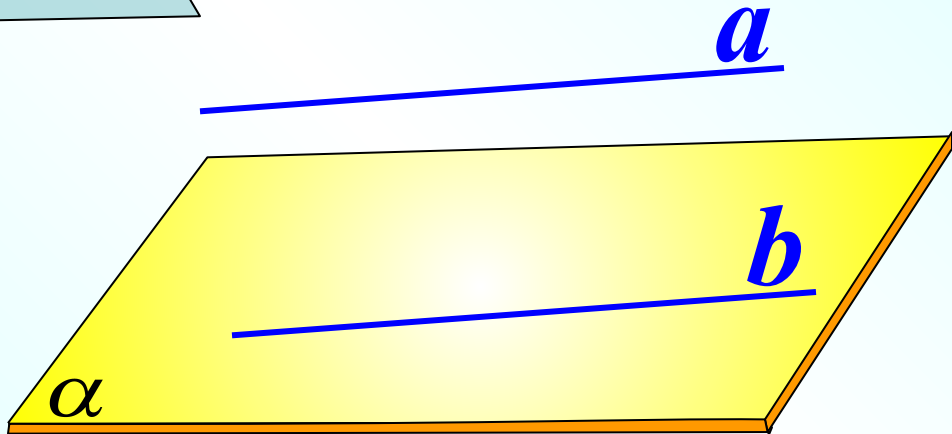


№ 180. Докажите, что плоскость и не лежащая в ней прямая, перпендикулярные к одной и той же плоскости, параллельны.

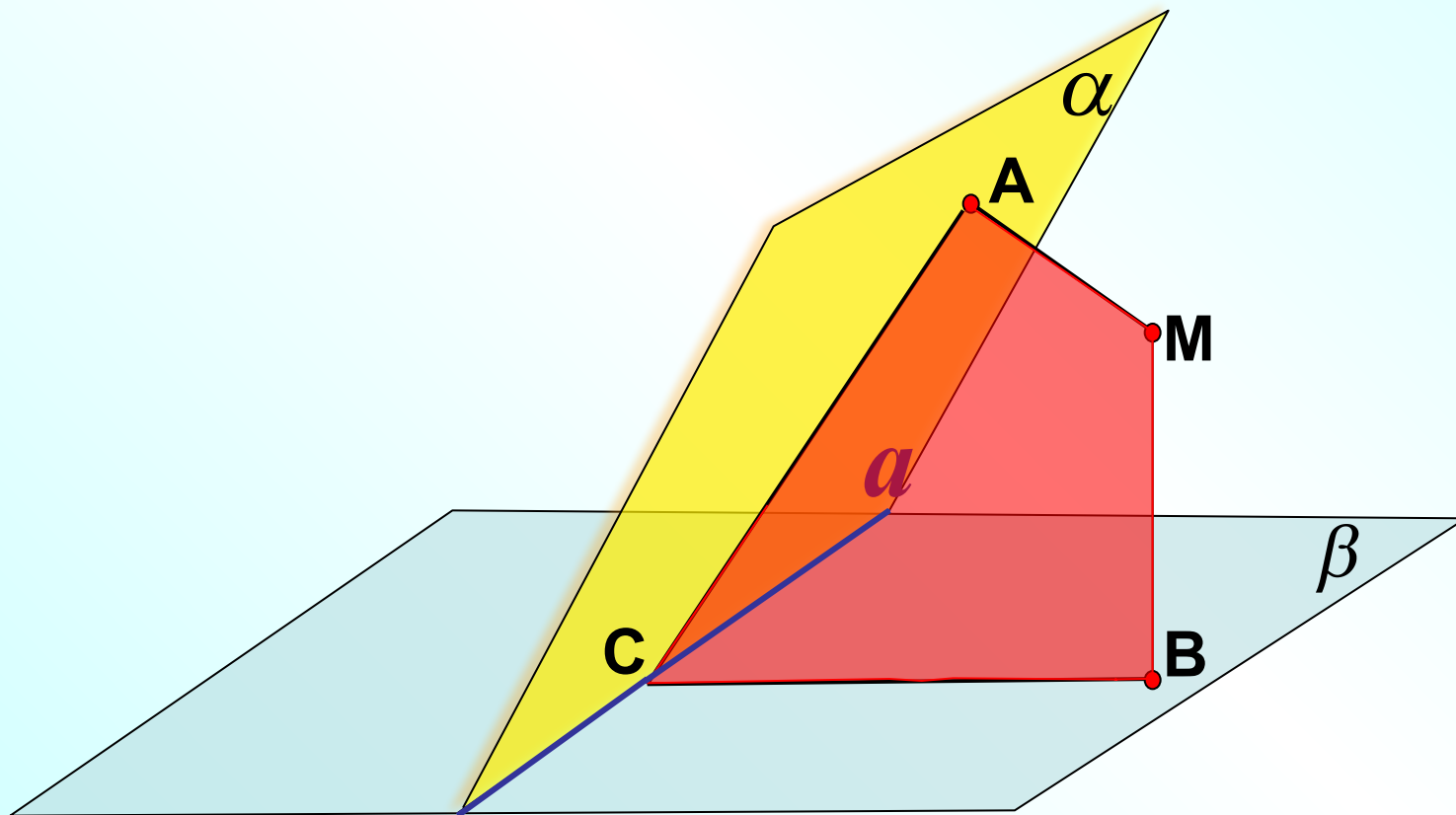
Подсказка



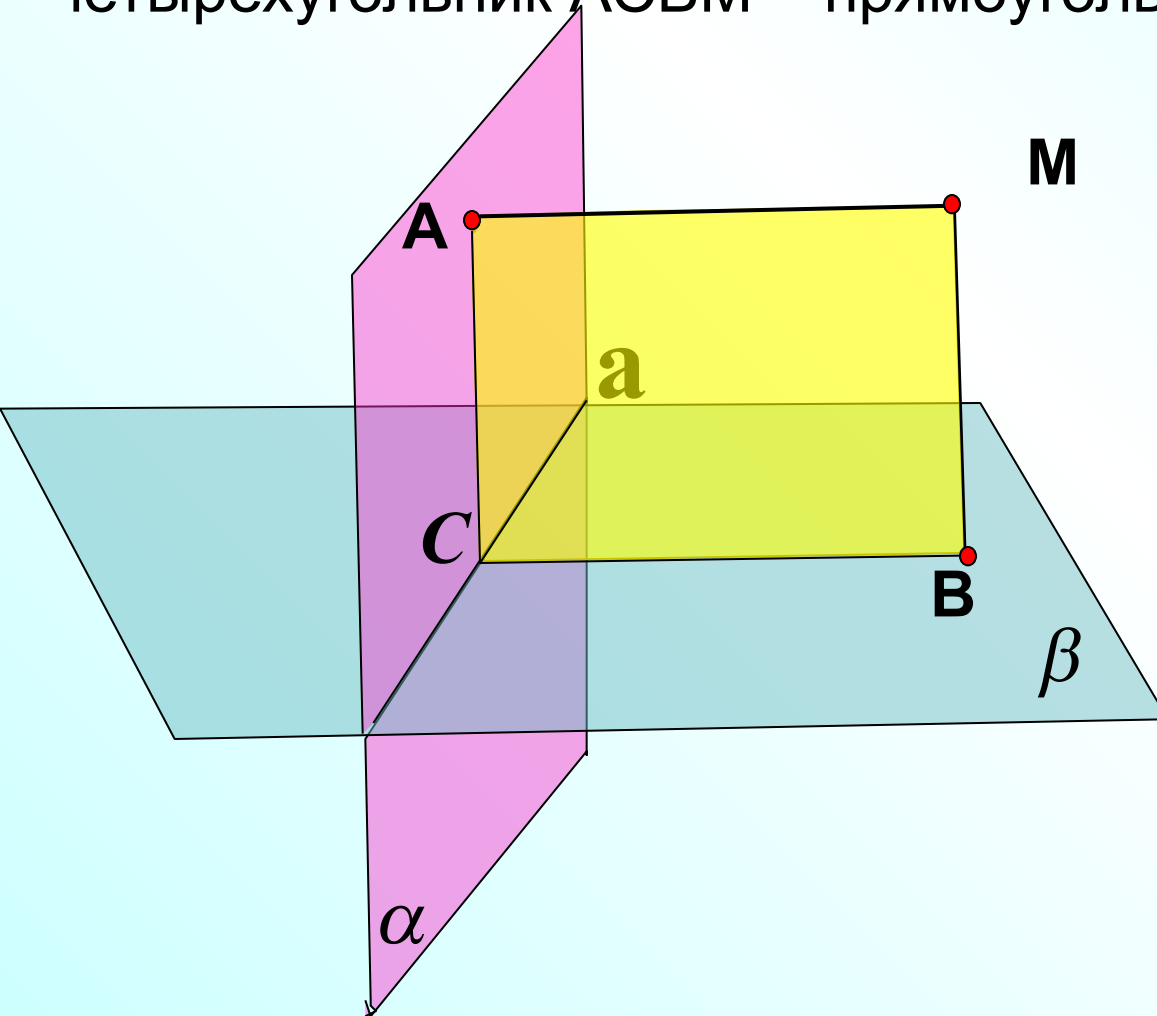
**Признак
параллельности
прямой и
плоскости**



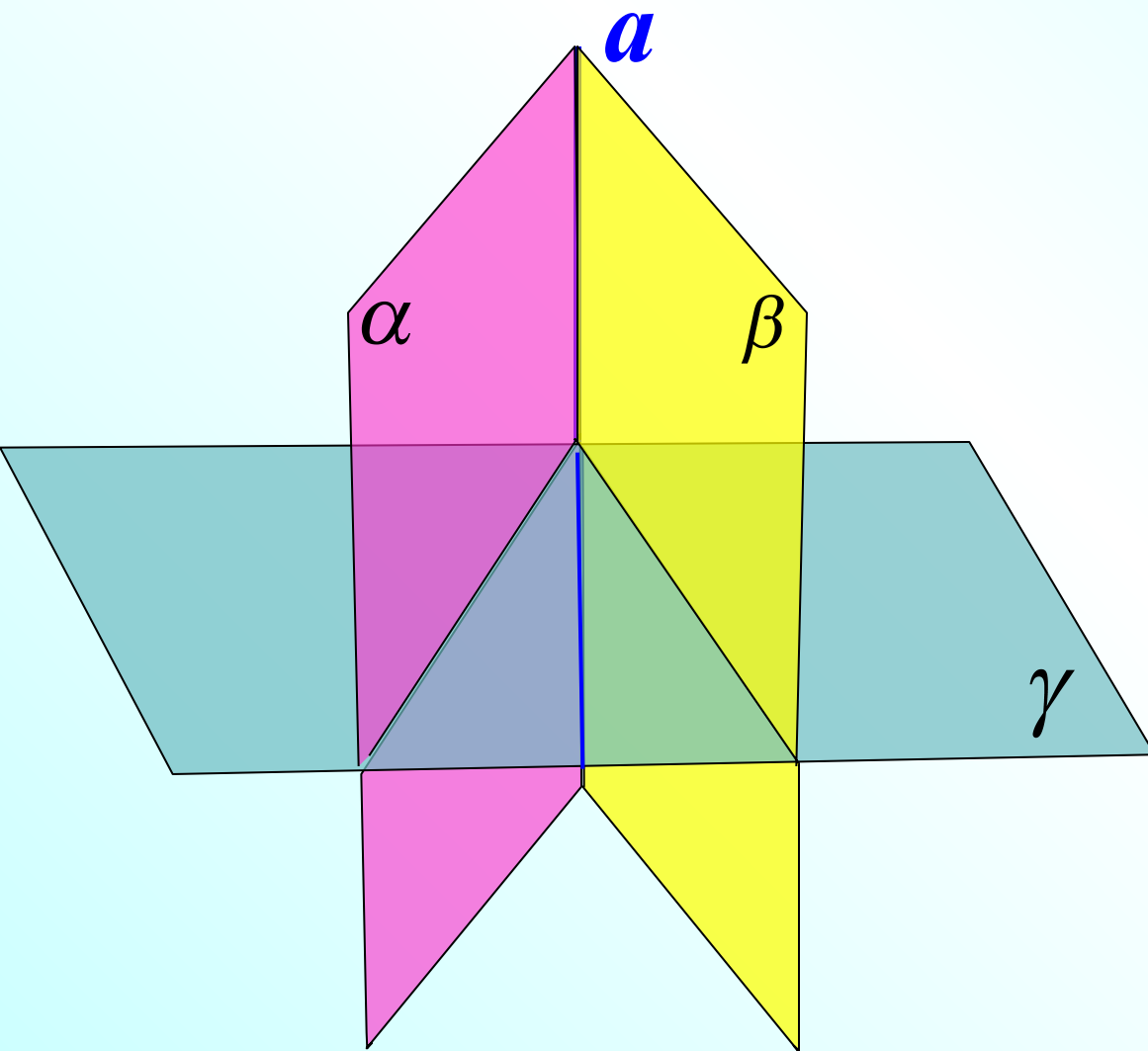
№ 181. Плоскости α и β пересекаются по прямой a . Из точки M проведены перпендикуляры MA и MB соответственно к плоскостям α и β . Прямая a пересекает плоскость AMB в точке C . Докажите, что $MC \perp a$.



№ 182. Плоскости α и β взаимно перпендикулярны пересекаются по прямой a . Из точки M проведены перпендикуляры MA и MB к этим плоскостям. Прямая a пересекает плоскость AMB в точке C . Докажите, что четырехугольник $ACBM$ – прямоугольник.



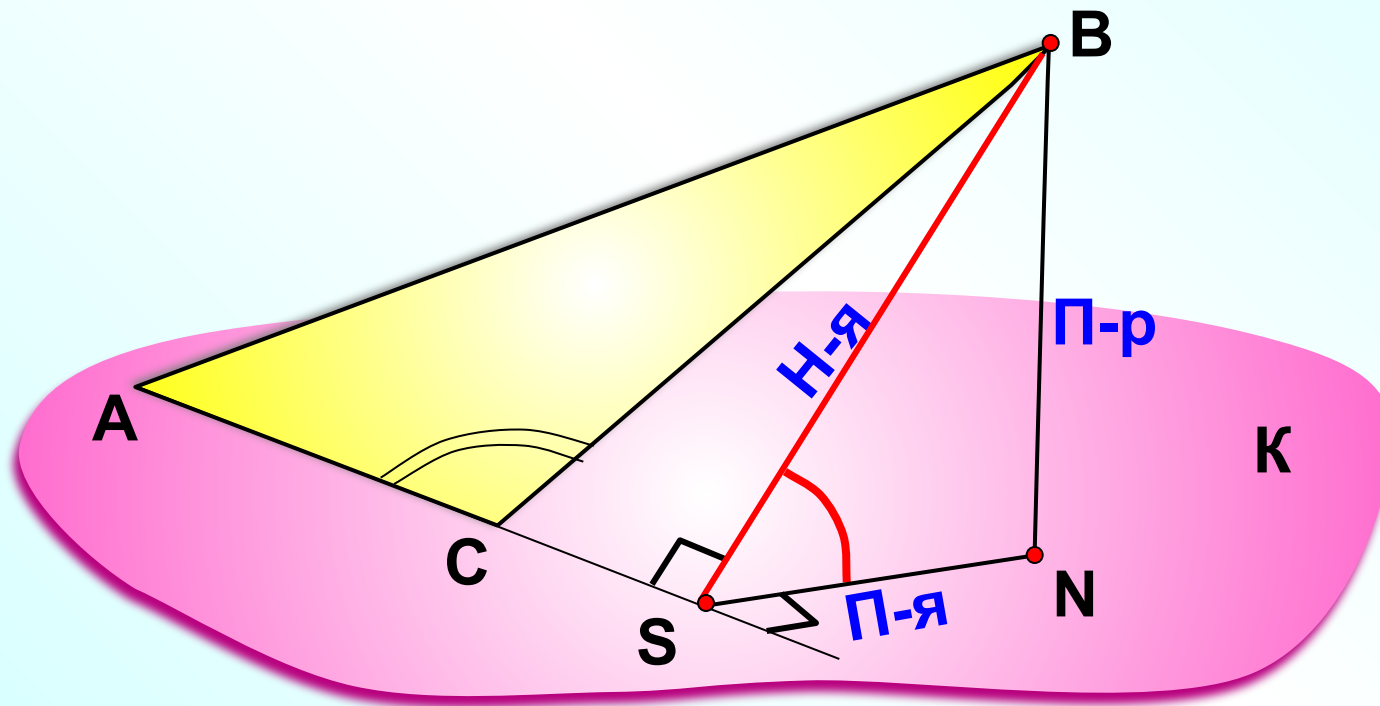
№ 183. Плоскости α и β пересекаются по прямой a и перпендикулярны к плоскости γ . Докажите, что прямая a перпендикулярна к плоскости γ .



Построить линейный угол двугранного угла BACK.
Треугольник ABC – тупоугольный.

$$AC \perp BS \xRightarrow{\text{ТПП}} AC \perp NS$$

Н-я П-я

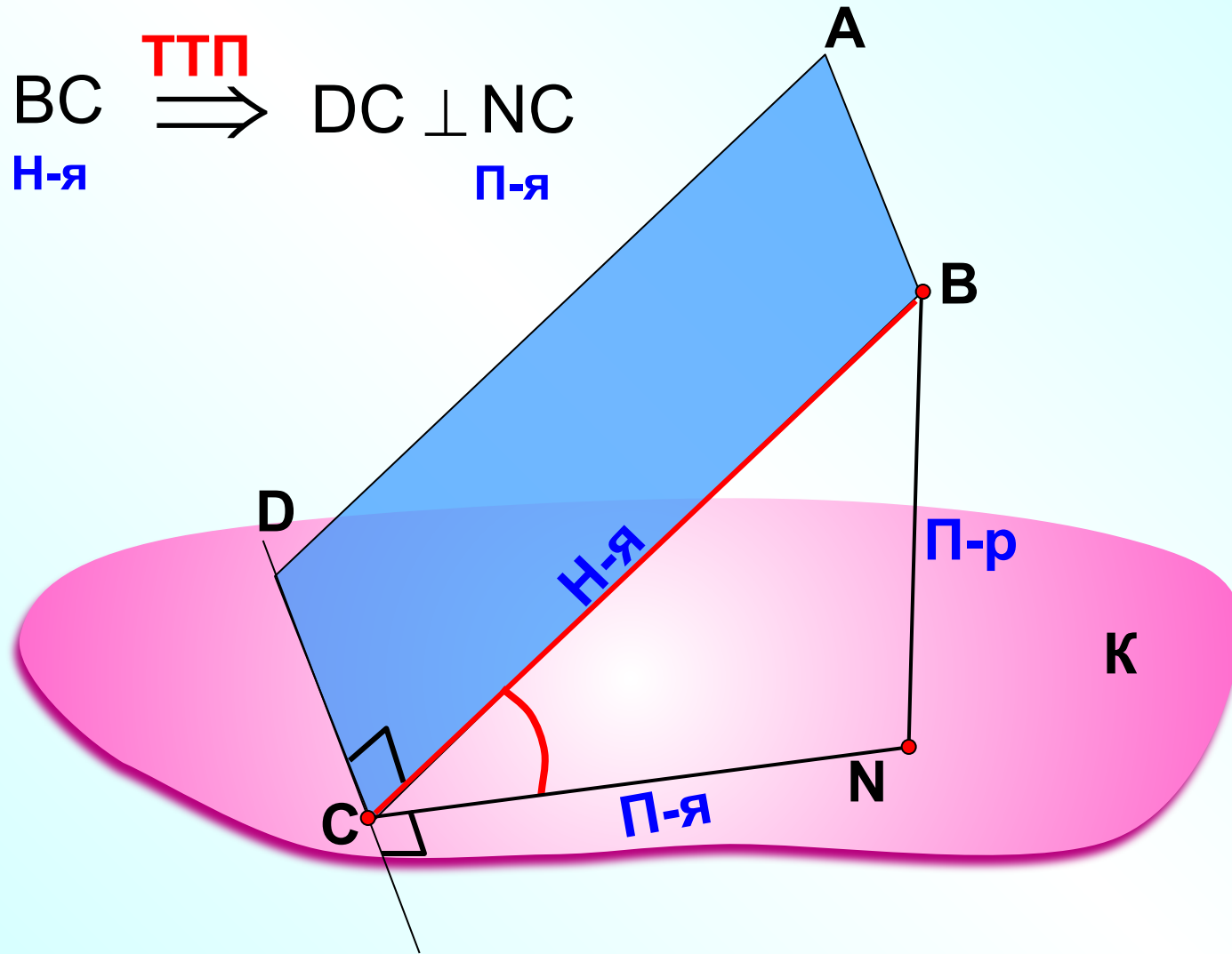


Угол BSN – линейный угол двугранного угла BACK

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – прямоугольник.

$$DC \perp BC \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NC$$

Н-яП-я

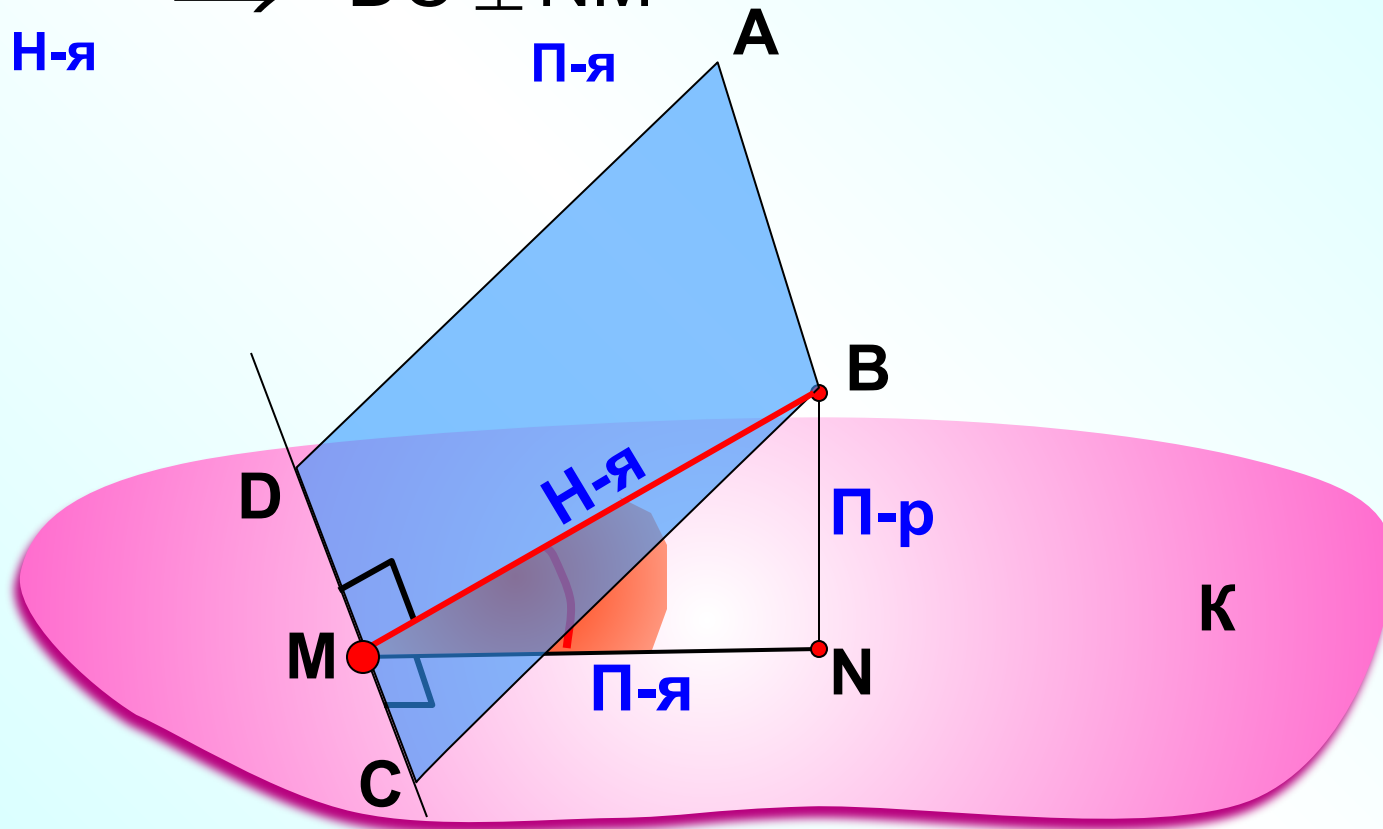


Угол BCN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – параллелограмм, угол C острый.

$$DC \perp BM \xrightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

Н-яП-я

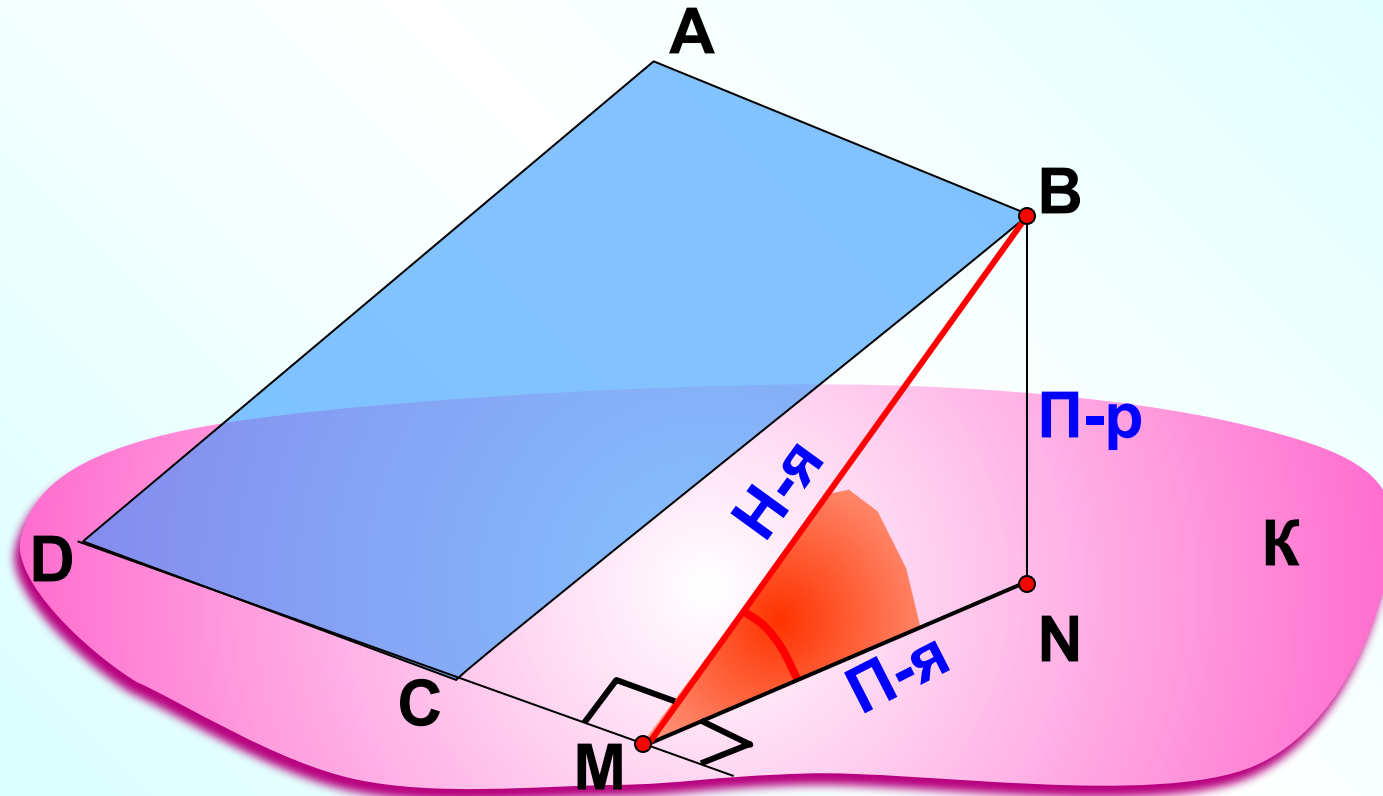


Угол BMN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – параллелограмм, угол C тупой.

$$DC \perp BM \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

Н-я П-я

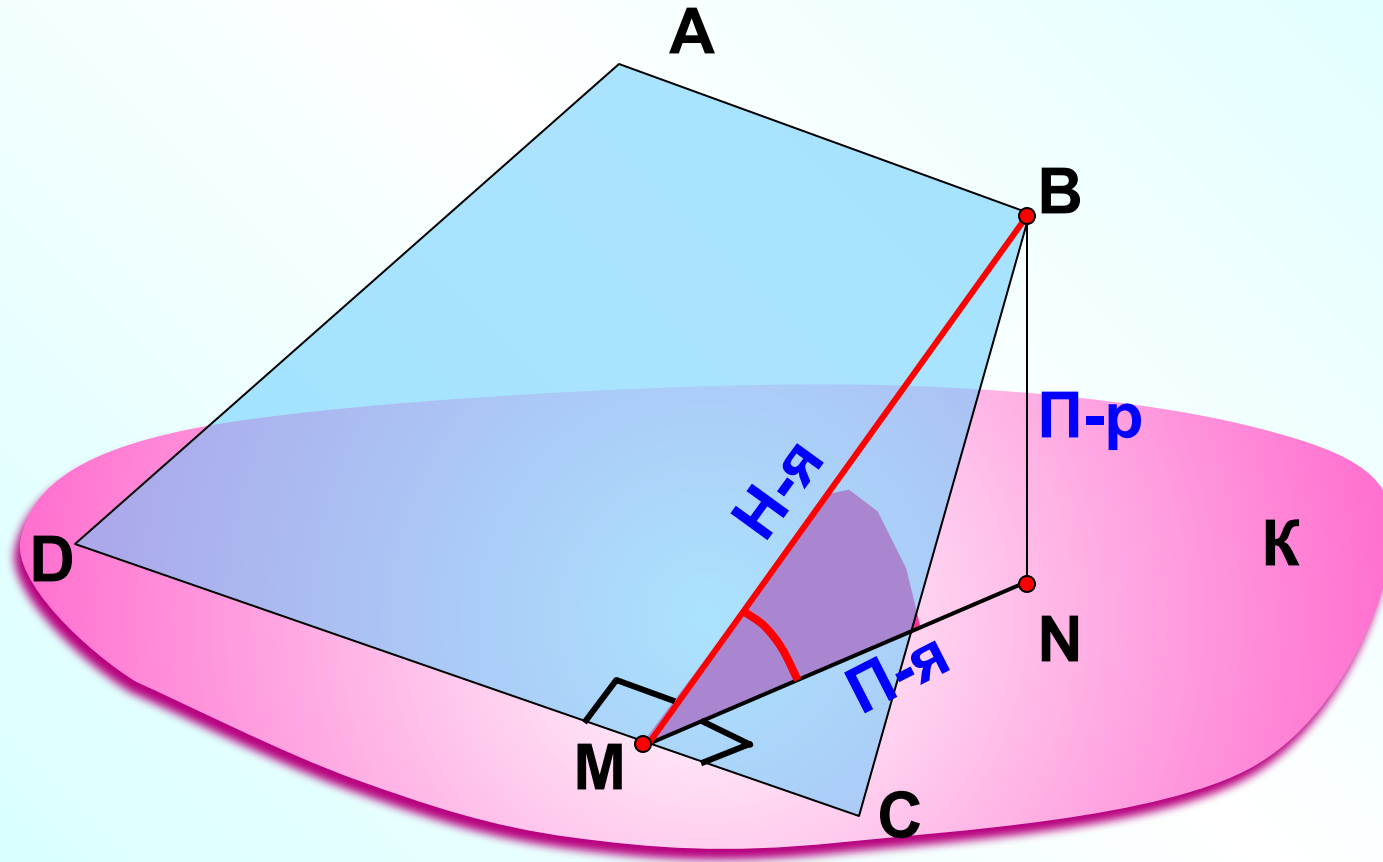


Угол BMN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

Построить линейный угол двугранного угла $BDCK$.
 $ABCD$ – трапеция, угол C острый.

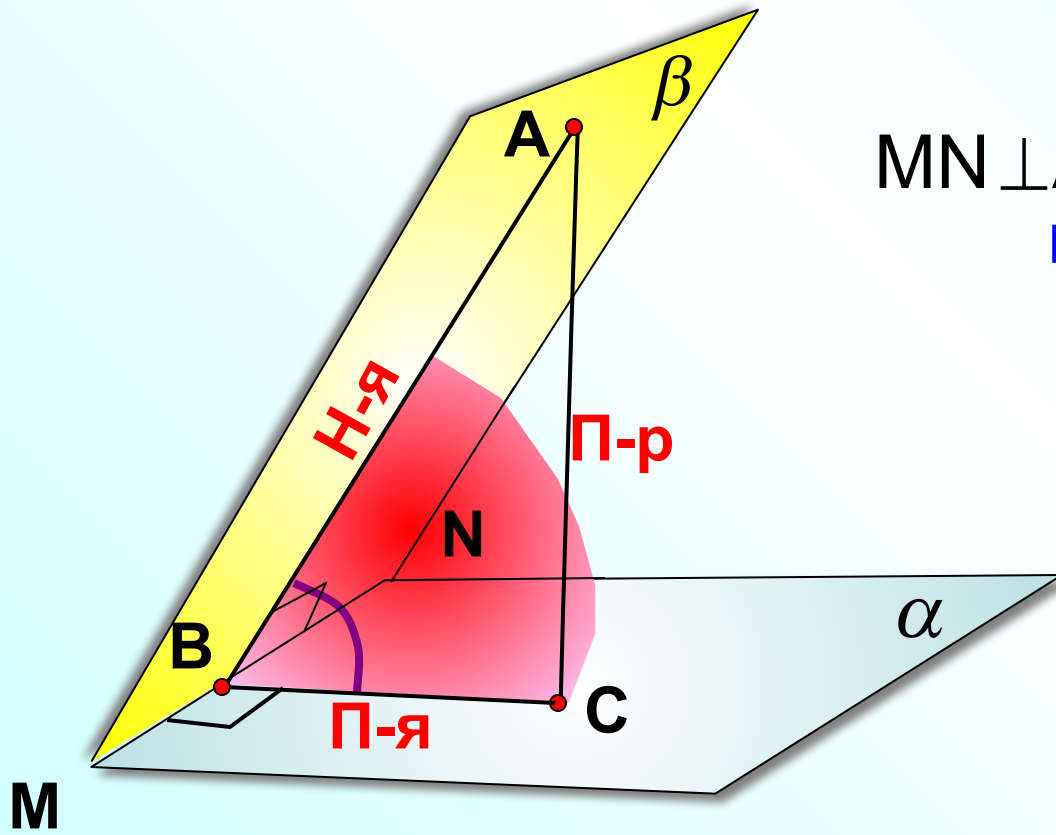
$$DC \perp BM \xRightarrow{\text{ТТП}} DC \perp NM$$

Н-я П-я



Угол BMN – линейный угол двугранного угла $BDCK$

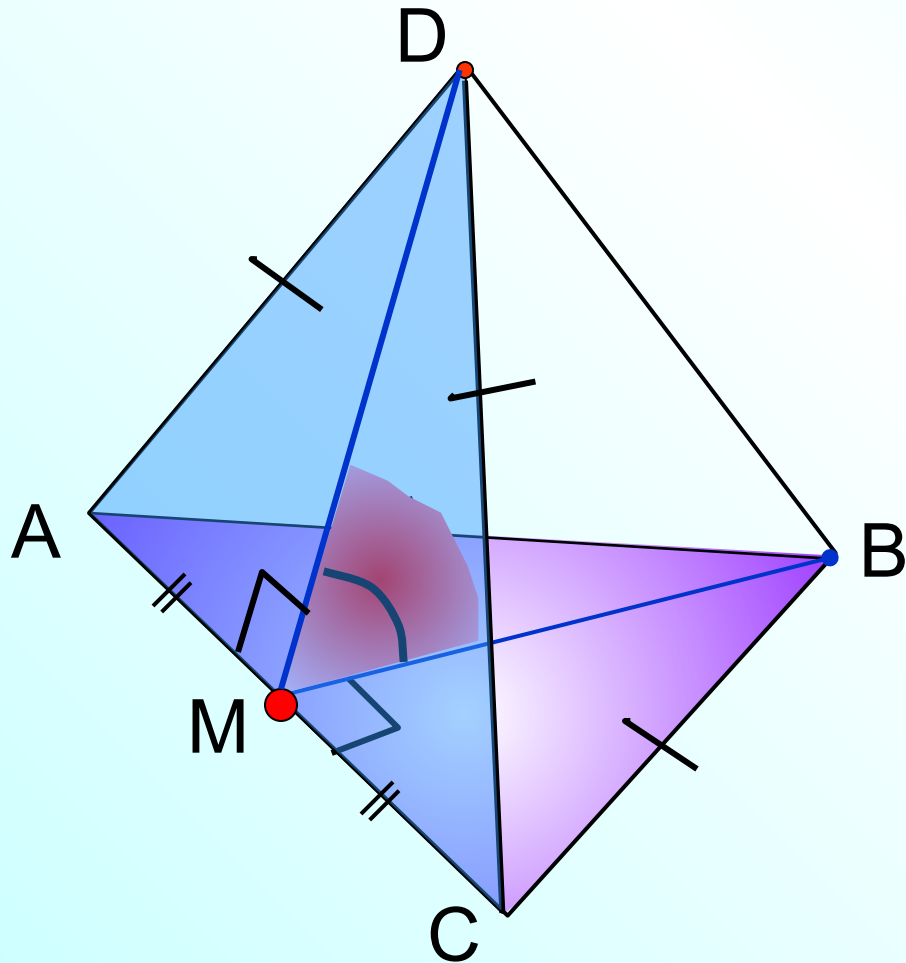
№ 166. Неперпендикулярные плоскости α и β пересекаются по прямой MN. В плоскости β из точки A проведен перпендикуляр AB к прямой MN и из той же точки A проведен перпендикуляр AC к плоскости α . Докажите, что угол ABC – линейный угол двугранного угла AMNC.



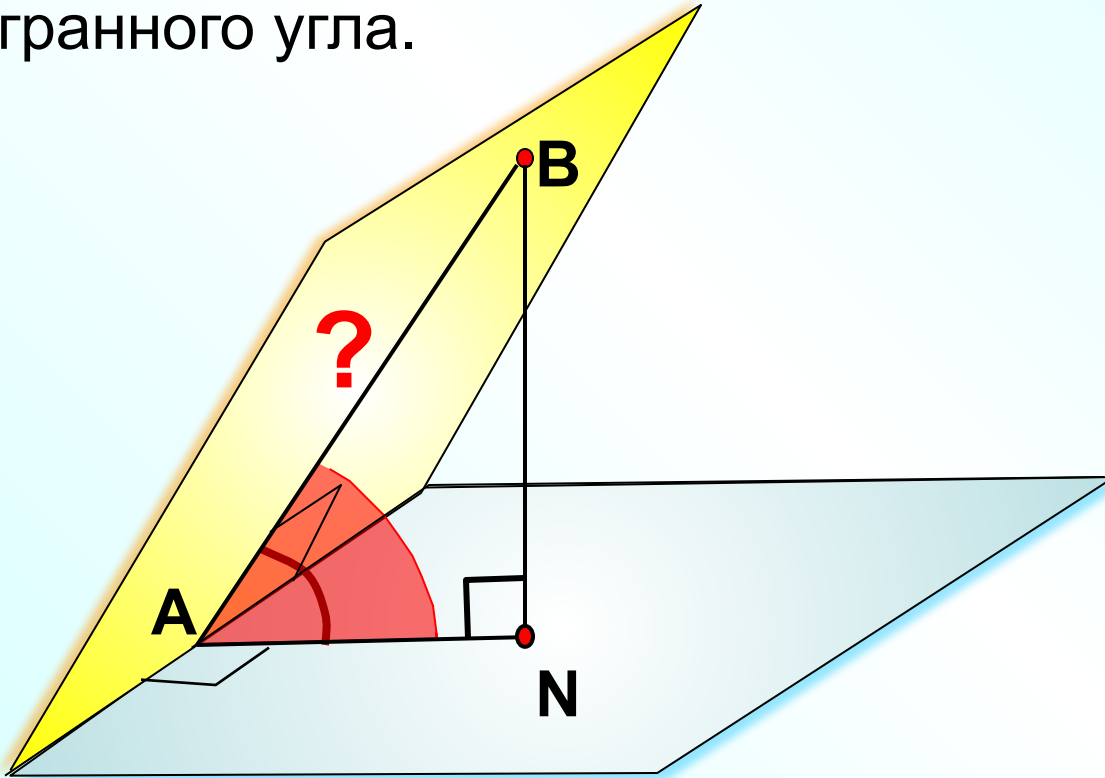
$$\begin{array}{ccc}
 MN \perp AB & \xRightarrow{\text{ТТП}} & MN \perp BC \\
 \text{Н-я} & & \text{П-я}
 \end{array}$$

Угол ABC – линейный угол двугранного угла AMNC

№ 167. В тетраэдре $DAVC$ все ребра равны, точка M – середина ребра AC . Докажите, что угол DMB – линейный угол двугранного угла $BACD$.



№ 168. Двугранный угол равен φ . На одной грани этого угла лежит точка, удаленная на расстояние d от плоскости другой грани. Найдите расстояние от этой точки до ребра двугранного угла.



№ 169. Даны два двугранных угла, у которых одна грань общая, а две другие грани являются различными полуплоскостями одной плоскости. Докажите, что сумма этих двугранных углов равна 180° .

