А. Байтұрсынов атындағы
Қостанай Мемлекеттік Университеті
Аграралық-техникалық институті

Математика және физика кафедрасы

Математика 3 пәні

Математика және физика кафедрасының аға оқытушысы, Берденова Г. Ж.

ТАҚЫРЫП:

«Статистикалық болжамды тексеру»

Математик

Мақсат:

Статистикалық болжам, статистикалық критерий және кризистік аймақ ұғымдарын енгізу, олардың түрлерін қарастыру. Статистикалық болжамды тексеруге үйрету.

СҰРАҚТАР:

1. Қалыпты үлестірім туралы болжамды тексеру.

2. Пирсон келісім критериі.

3. Болжамды тексеру схемасы.

Келісім критерии деп белгісіз үлестірімнің болжалынған заңды тексеру критериін айтады.

Статистикалық болжам деп К. Ш. үлестірімнің түрі немесе үлестірім параметрлері туралы алдын ала жасалатын болжамды айтады.

Алдымен нөльдік (негізгі) болжам деп аталатын тексерілуге тиіс H_0 ***болжамы қарастырылады. Бұл болжамға қарсы болжамды альтернативті деп атап*** H_1 ***деп белгілейміз. Масалы, үлестірімнің белгісіз параметрі*** θ ***туралы нөлдік болжам былай болса*** H_0 **:** $\theta = \theta_0$ **онда** H_1 **:** θ

Мысал: H_0 **: a=10**

: a≠ H_1

Бір болжаудан тұратын болжам *жай болжам* деп аталады. Бірнеше болжаудан тұратын болжам *күрделі болжам* деп аталады. Болжам дұрыс та қате де болуы мүмкін. Сондықтан оны тексеру қажет. Тексеру статистикалық әдіспен жүргізілетіндіктен ол *статистикалық* деп аталады. Статистикалық болжамды тексеру барысында *екі түрлі қате* кетуі мүмкін:

1. дұрыс болжам жоққа шығарылды;

2. дұрыс емес болжам қабылданды.

Бірінші текті қате жіберу ықтималдығын – маңыздылық денгейі деп аталады да α әрпімен белгіленеді.

Нольдік болжамды тексеру үшін әдейі таңдалған үлестірімі белгілі кездейсоқ шама пайдаланылады. Егер ол қалыпты үлестірімді болса U немесе Z, Фишер-Снедекор заңымен үлестірімді болса F немесе ν^2, Стьюдент заңымен үлестірімді болса T, «хи-квадрат» заңымен үлестірімді болса χ^2 деп белгіленеді, ал жалпы түрде үлестірім К деп белгіленеді.

Нольдік болжамды тексеруге қолданылатын К кездейсоқ шама *статистикалық критерий* деп аталады. Болжамды тексеру үшін критерийге кіретін шамаларды таңдама бойынша есептейміз. Ол критерийдің бақыланған мәні деп аталады. Критерийдің таңдама бойынша есептелген мәні *бақыланған мән* деп аталады және $К_{бақ}$ деп белгіленеді

Критерийдің нольдік болжамды жоққа шығаратын мәндерінің жиыны *кризистік аймақ* деп аталады. Критерийдің нольдік болжамды қабылдайтын мәндерінің жиыны *болжамды қабылдау аймағы* деп аталады

Болжамды тексерудің жалпы схемасы:

1. Үлестірімі белгілі статистикалық критерий деп аталатын F кездейсоқ шамасы енгізіледі. Бұл шаманың әртүрлі еркіндік дәрежелері болып, ал үлестірімі қалыпты хи – квадрат, Стьюдент, Фишер-Снедекор үлестірімдерімен берілуі мүмкін.

2. Таңдамалық (эмпирикалық) белгілі деректерге сүйене отырып, критерийдің бақыланатын мәні $F_{бақ}$ анықталады.

3. Берілген α маңыздылық деңгейінде F үлестірімінің сын нүктелері кестесі арқылы критерийдің сындық мәні – $F_{сын}$ анықталады.

4. Егер $F_{бақ}<F_{сын}$ болса, онда H_0 болжамын жоққа шығаруға негіз жоқ, ал егер $F_{бақ}>F_{сын}$ болса, онда H_0 болжамы қабылданбайды.

Бостандық дәреже саны

мұнда $k=s-1-r$

s- топ саны;

r- болжамдаған үлестірімнің параметрлер саны.

Қалыпты үлестірім заңының екі a, σ параметрлері бар.

Пирсон критериін қолданамыз.

Ол үшін эмпириалық (бақыланған) және теориялық жиіліктерін салыстырамыз.

Карл Пирсон

математик, статистик, биолог және философ, математикалық статистиканың негізін құраушы, 1857 жылы 27 наурызда Лондон қаласында дүниеге келген

•

Эмпириалық n –көлемді таңдама бақылау нәтижесінде алынсын:

x_i	x_1	x_2	…	x_k
n_i	n_1	n_2	…	n_k

Қалыпты үлестірім заңы орындалады деп болжап теориялық жиіліктер есептелінеді:

n_i	n_1	n_2	$\ldots$	n_k
n'_i	n'_1	n'_2	$\ldots$	n'_k

Нөльдік H_0 болжамды тексереміз:

бас жиын қалыпты үлестірілген.

Болжамды тексеру үшін

$$\chi^2 = \sum (n_i - n_i')^2 / n_i'$$

кездейсоқ шаманы қолданамыз

Болжамды тексеру схемасы:

1. Теориалық жиіліктерді табу;
2. Критерийдің бақыланған мәнін табу;
3. Үлестірімнің сын нүктелері кестесінен (қосымша) берілген маңыздылығы деңгейде және бостандық дәрежесі санымен сын нүктесін табу;

4. Егер

$$\chi^2_{\text{набл}} < \chi^2_{\text{кр}}$$

нольдік болжамды терiске шығаруға негiз жоқ;

$$\chi^2_{\text{набл}} > \chi^2_{\text{кр}}$$

нольдік болжам қабыл алынбайды

Ескерту1: Таңдама көлемі жеткілікті үлкен $n > 50$

және әр бір топта
5-8 варианта болуы керек.

<u>Ескерту2:</u>

Кез келген критерий болжамның дұрыстығын дәлелдемейді.

Ол тек берілген мәнділік деңгейде бақылаудың берілгенімен келісім болама, жоқ па?

Соны көрсетеді.

1. Эмпирикалық және теориялық жиіліктер берілген:

Эмпирикалық жиіліктер	5	13	39	75	105	83	32	14
Теориялық жиіліктер	3	15	41	80	101	77	38	13

Берілген $\alpha = 0{,}05$ маңыздылық деңгейінде бас жиын қалыпты үлестірімді деген болжамды тексер.

Шешуі: Критерийдің бақыланатын мәнін анықтау үшін төмендегі кестені құрамыз:

s_i	n_i	n_i^0	$n_i - n_i^0$	$(n_i - n_i^0)^2$	$(n_i - n_i^0)^2 / n_i^0$
1	5	3	2	4	1,333
2	13	15	-2	4	0,267
3	39	41	-2	4	0,097
4	75	80	-5	25	0,3125
5	105	101	4	16	0,158
6	83	77	6	36	0,468
7	32	38	-6	36	0,947
8	14	13	1	1	0,077
					$\sum \approx 3{,}66$

Критические точки распределения χ^2

$F_{\chi^2}\left(t_\beta^k\right)=\beta$ **,** $\alpha=1-\beta$ **- уровень значимости,** k **- число степеней свободы**

$k \setminus \beta$	**0,01**	**0,05**	**0,1**	**0,5**	**0,9**	**0,95**	**0,99**
1	0,000157	0,00393	0,0158	0,455	2,71	3,84	6,64
2	0,0201	0,103	0,211	1,39	4,61	5,99	9,21
3	0,115	0,352	0,584	2,37	6,25	7,81	11,3
4	0,297	0,711	1,06	3,36	7,78	9,49	13,3
5	0,554	1,15	1,61	4,35	9,24	11,1	15,1
6	0,872	1,64	2,2	5,35	10,6	12,6	16,8
7	1,24	2,17	2,83	6,35	12	14,1	18,5
8	1,65	2,73	3,49	7,34	13,4	15,5	20,1
9	2,09	3,33	4,17	8,34	14,7	16,9	21,7
10	2,56	3,94	4,87	9,34	16	18,3	23,2
11	3,05	4,57	5,58	10,3	17,3	19,7	24,7

s_i	n_i	n_i^0	$n_i - n_i^0$	$(n_i - n_i^0)^2$	$(n_i - n_i^0)^2 / n_i^0$
1	5	3	2	4	1,333
2	13	15	-2	4	0,267
3	39	41	-2	4	0,097
4	75	80	-5	25	0,3125
5	105	101	4	16	0,158
6	83	77	6	36	0,468
7	32	38	-6	36	0,947
8	14	13	1	1	0,077
					$\sum \approx 3{,}66$

Сонымен $\chi^2_{бак} = 3{,}66$, ал критерийдің еркіндік дәрежесі $k = s\text{-}1\text{-}r = 5$, себебі $s = 8$, $r = 2$ (қалыпты үлестірім екі параметр арқылы анықталады). Онда кестеден $\chi^2_{сын}(0{,}05; 5) = 11{,}1$. Сонымен $\chi^2_{бак} < \chi^2_{сын}$. Ендеше нольдік болжамды жоққа шығаруға негіз жоқ.

Тексеруге арналған сұрақтар:

1. Статистикалық болжам дегеніміз не?
2. Статистикалық болжамның қандай түрлері болады?
3. Статистикалық болжамды тексерудің негізгі принципі қандай?
4. Статистикалық критерий және кризистік аймақ дегеніміз не?
5. Үлестірім заңы туралы болжамды тексеруге θ критерийі қалай қолданылады?

Ұсынылатын әдебиеттер тізімі

1 Жаңбырбаев Б.С. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика элементтері.- Алматы: «Қайнар», 2018.- 384б.

2 Бектаев Қ. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика. Алматы: «Рауан», 2011ж.

3 Казешев А, Абенов М, Қойлышев Ү. Ықтималдықтар теориясы және математикалық статистика бойынша есептер жинағы.–А.: Ғылым, 2005.-183 б.

4 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: Высшая школа, 2000.- 479 б.

5 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.- М.: Высшая школа, 2000.- 400 б.

6 Виленкин Н.Я., Потапов В.Г. Задачник практикум по теории вероятности и математической статистике – М. Просвещение, 2010. -108 б.


Назарларыңызға
рахмет!