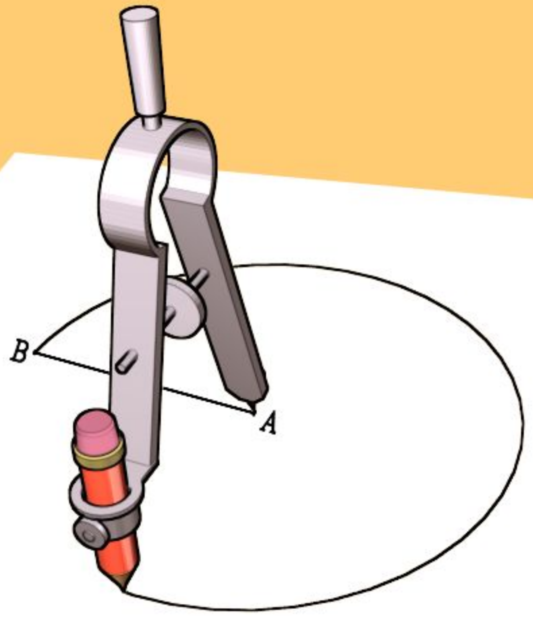



# Окружность и ее элементы

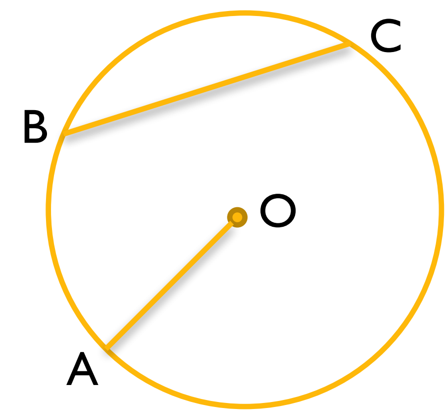
# Отрезки и прямые, связанные с окружностью.

Окружность – геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенный на заданном расстоянии от данной точки (центра окружности)

Точка О – *центр окружности.*

Отрезок , соединяющий центр окружности с произвольной точкой окружности, называется радиусом.

ОА – *радиус окружности.*



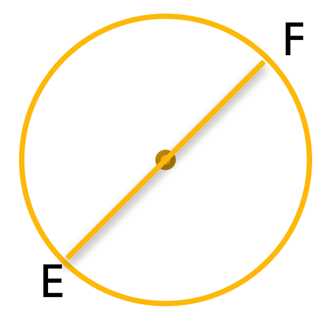

Отрезок, соединяющий две любые точки окружности, называется хордой.

ВС – *хорда окружности.*

Самая длинная хорда проходит через центр окружности и называется диаметром окружности.

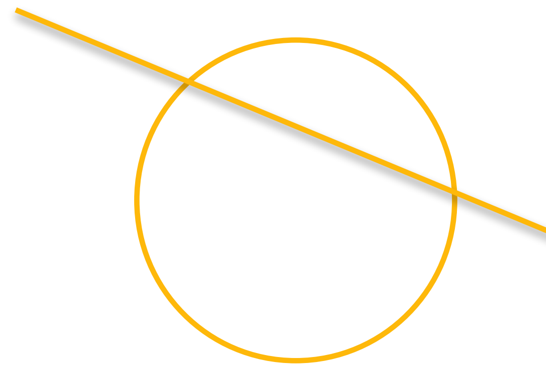
Диаметр окружности равен длине двух радиусов.

ЕF – *диаметр окружности*

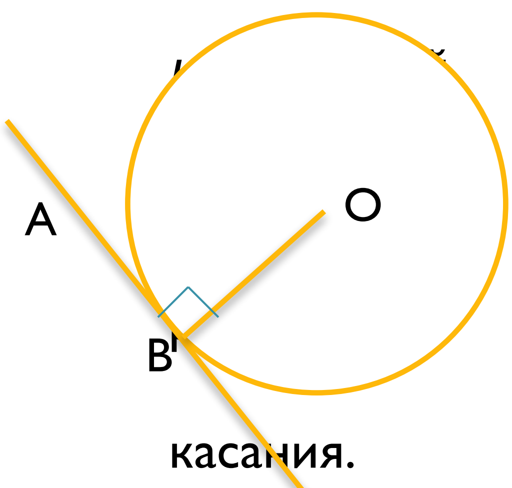


# Отрезки и прямые, связанные с окружностью.

Прямая, пересекающая окружность в двух точках, называется *секущей*.



Прямая, имеющая с окружностью только одну общую точку, называется




Точка B – *точка касания.*

Касательная перпендикулярна к

окружности, проведенному в точку

касания.

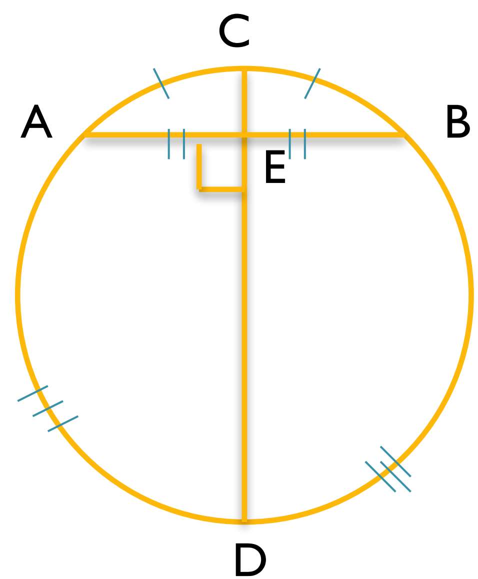
AB ⊥ OB

# Свойства хорд и дуг окружности.

Диаметр, перпендикулярный к хорде, делит эту хорду и стягиваемые ею две дуги пополам.

*AB – хорда, CD – диаметр.*

$AB \cap CD = E$



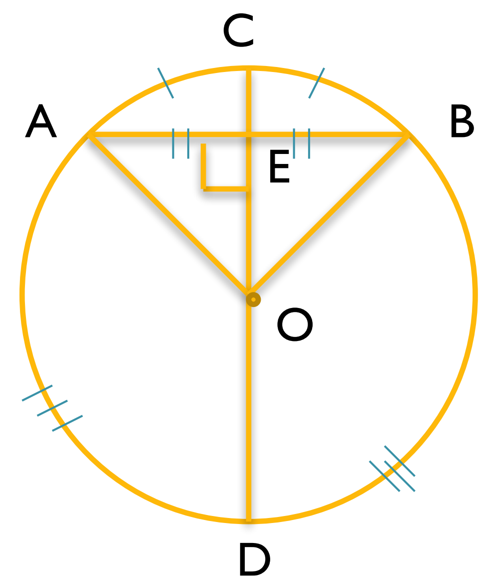

$AB \perp CD \Leftrightarrow AE = BE$ , $\cup AC = \cup CB$

$\cup AD = \cup DB$

*Справедливо и обратное утверждение:*

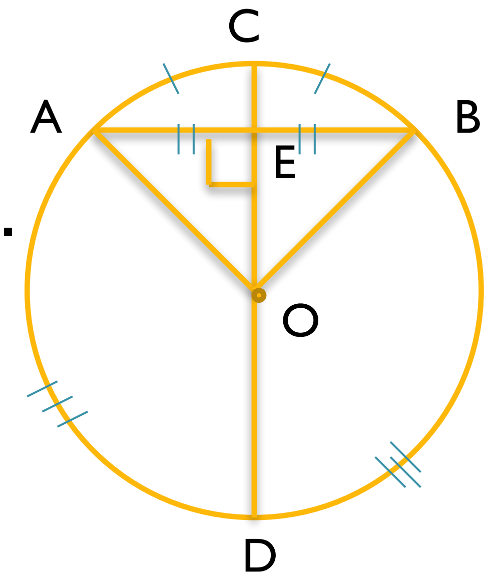
Диаметр, проходящий через середину хорды, перпендикулярен к этой хорде и делит стягиваемые ею две дуги пополам.

Диаметр, перпендикулярный к хорде, делит эту хорду и стягиваемые ею две дуги пополам.



Диаметр, проходящий через середину хорды, перпендикулярен к этой хорде и делит стягиваемые ею две дуги пополам.

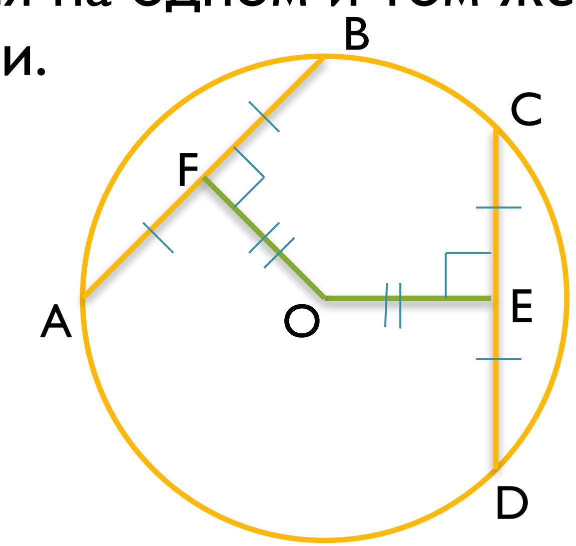
$\cup AC = \cup CB, \quad \cup AD = \cup DB.$



# Свойства хорд и дуг окружности.

Если *хорды равны*, то они находятся на одном и том же расстоянии от центра окружности.

$$\left.\begin{aligned} AB &= CD \\ OF &\perp AB \\ OE &\perp CD \end{aligned}\right| \Rightarrow OF = OE$$



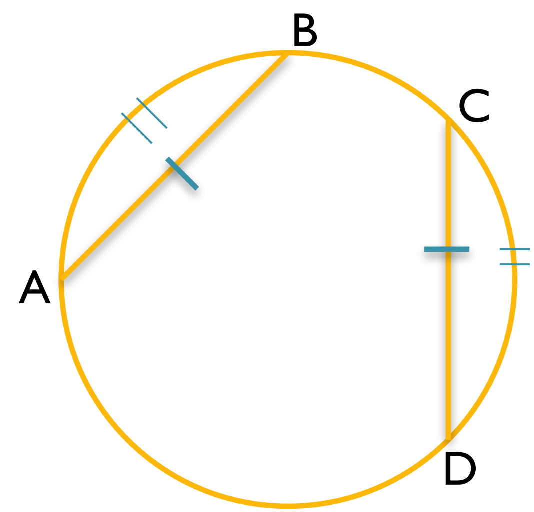

Если *хорды равноудалены* (находятся на одном и том же расстоянии) от центра окружности, то они равны.

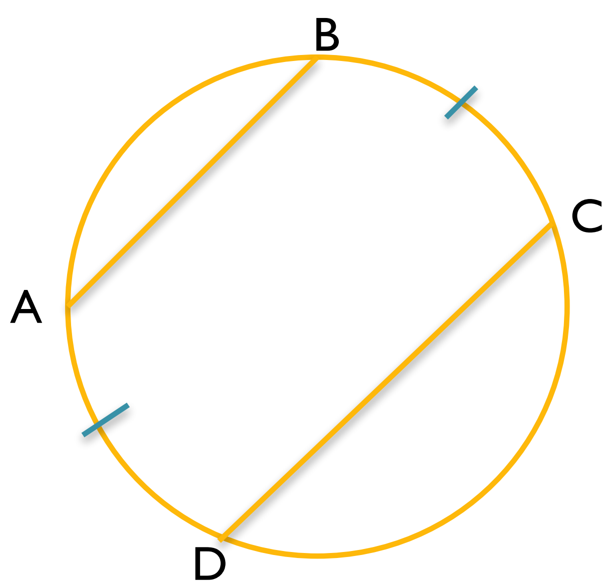
$$\left.\begin{aligned} OF &= OE \\ OF &\perp AB \\ OE &\perp CD \end{aligned}\right| \Rightarrow AB = CD$$

# Свойства хорд и дуг окружности.

У равных дуг равны и хорды.

U AB = U  CD ⇒ AB = CD



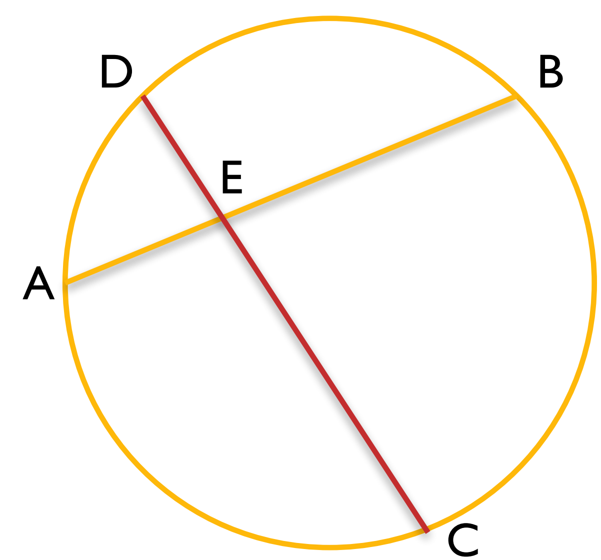

Дуги, заключённые между параллельными хордами, равны.

AB || CD ⇒ U AD = U BC

# Свойство хорд

*Произведение отрезков*, на которые делятся хорды точкой их пересечения, *равны*.

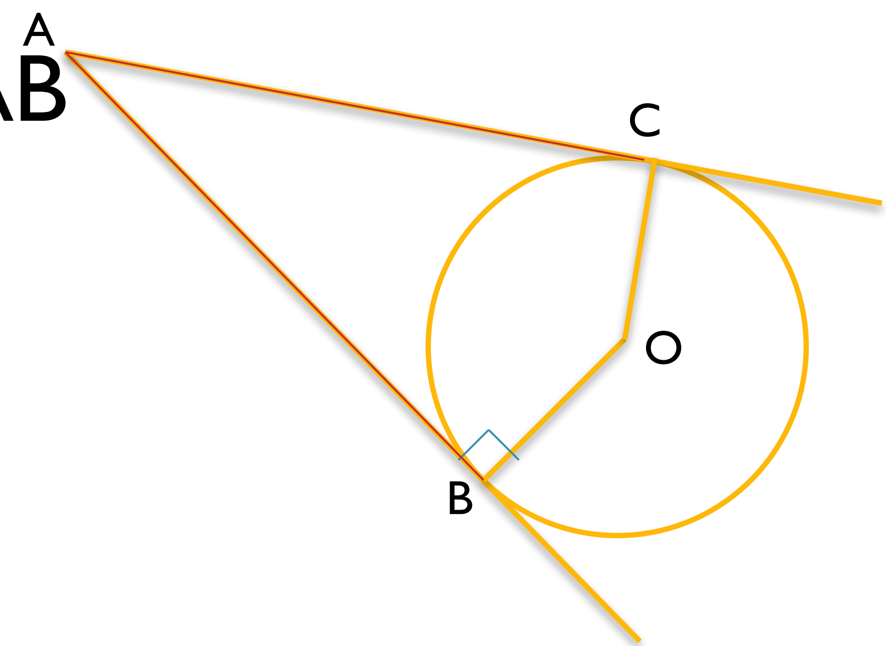
$$\underline{AE} \cdot \underline{BE} = \underline{CE} \cdot \underline{DE}$$



# Свойство касательных

Если к окружности из одной точки проведены две касательных, то длины отрезков касательных от этой точки до точек касания с окружностью равны.

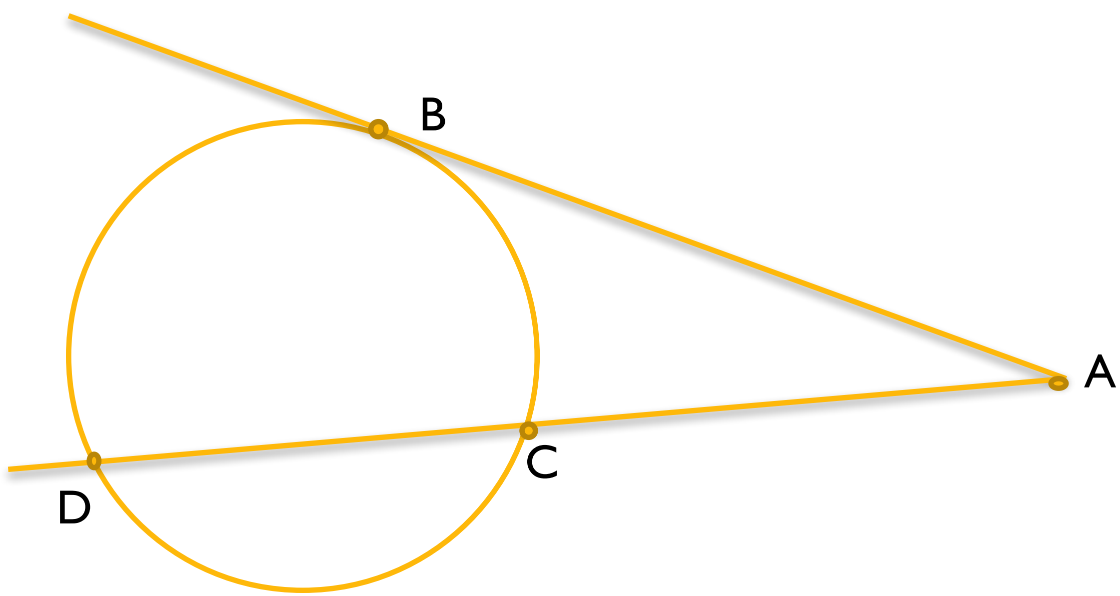
$AC = AB$



# Касательная и секущая

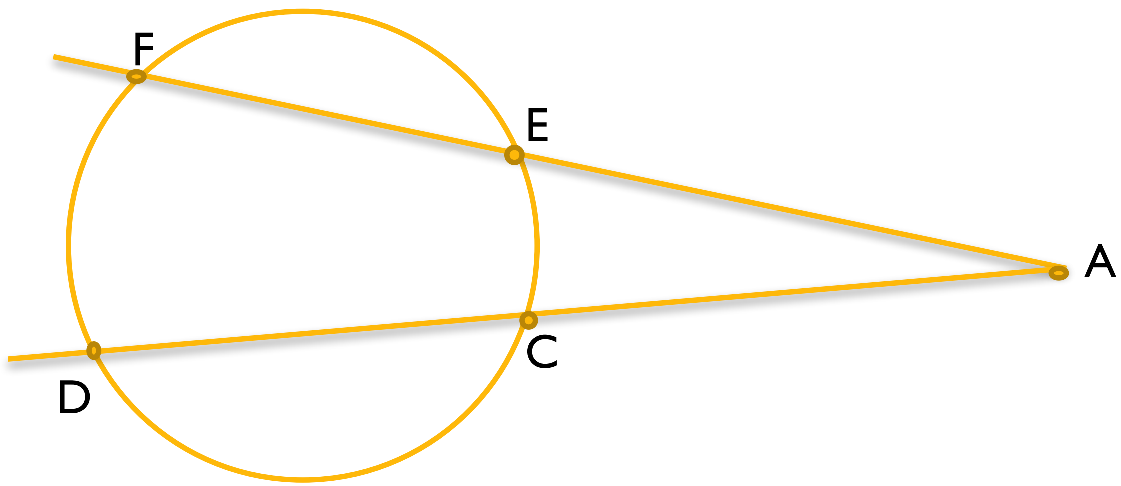
Для касательной и секущей, проведённых к одной окружности из одной точки, справедливо равенство:

$$AB^2 = AD \cdot AC$$



# Секущие

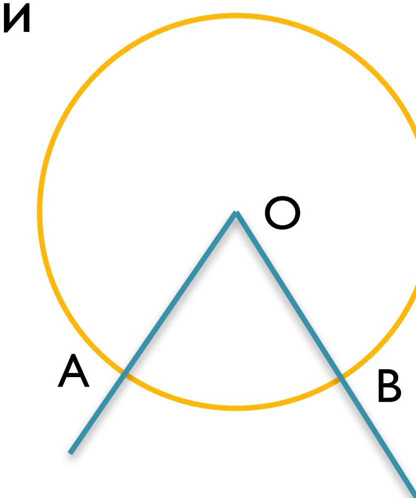
Для двух секущих, проведённых из одной точки вне круга, справедливо равенство: $AD \cdot AC = AF \cdot AE$

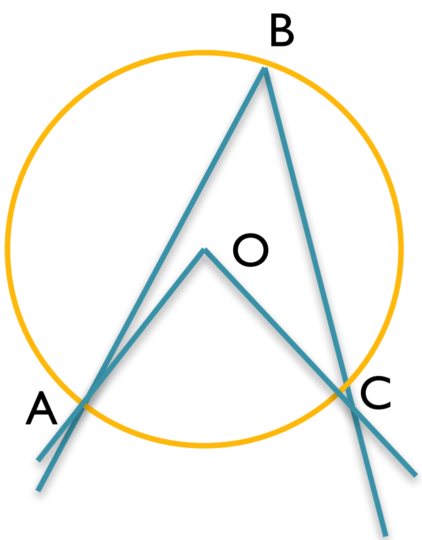


# Центральные и вписанные углы.

Угол с вершиной в центре окружности называется ***центральным*** углом.

$\angle AOB = \cup AB$

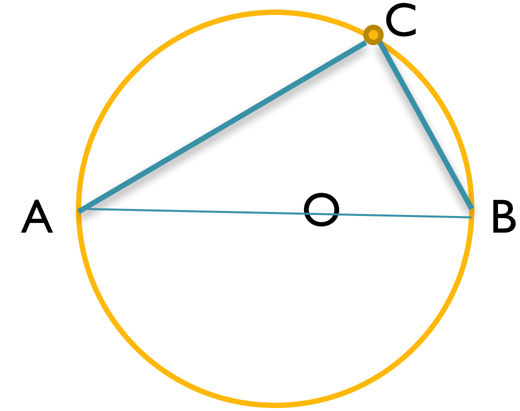


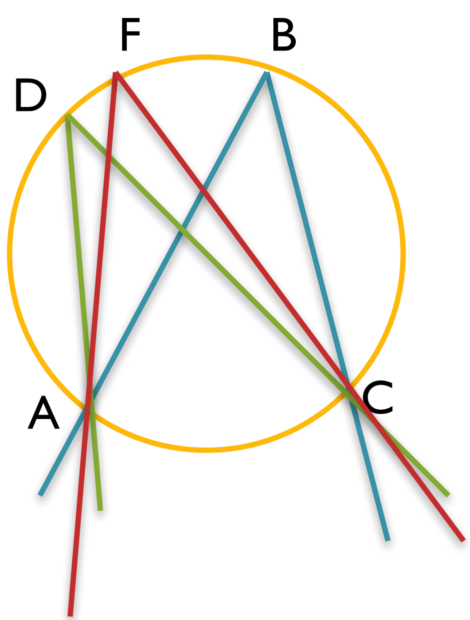




Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется ***вписанным*** углом. $\angle ABC = \frac{1}{2} \cup AC$

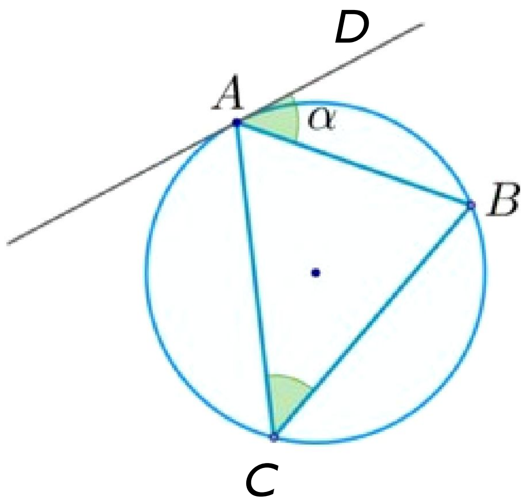
# Вписанные углы.

Вписанный угол, опирающийся на полуокружность - прямой
$\angle ACB = 90^0$




Вписанные углы, опирающиеся на одну и ту же дугу, равны. $\angle ABC = \angle ADC = \angle AFC$

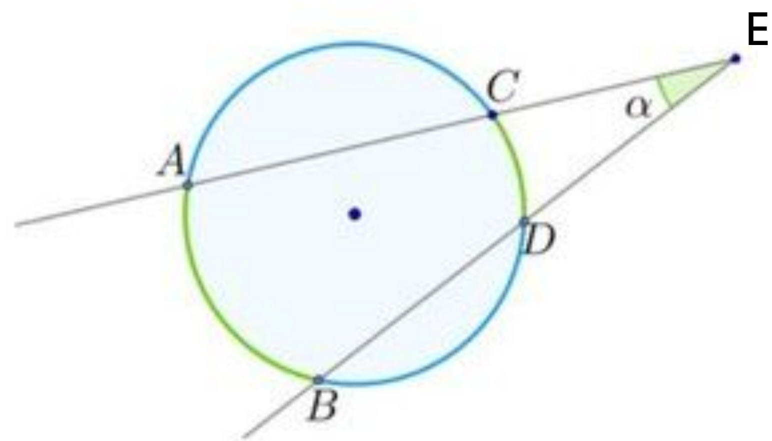



Угол между касательной и хордой, проходящей через точку касания, равен половине дуги, заключённой между ними.

$\angle DAB = ½ \cup AB = \angle ACB$

Угол между двумя секущими, проведёнными из одной точки вне окружности, равен половине разности дуг, заключённых между ними.

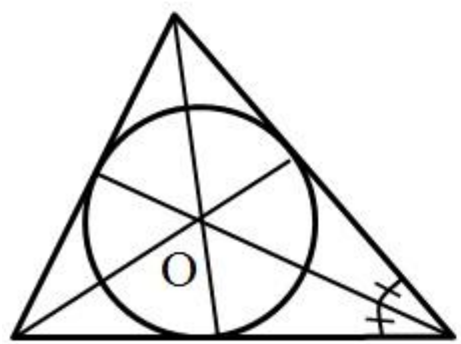
$\angle AEB = ½ (\cup AB - \cup CD)$

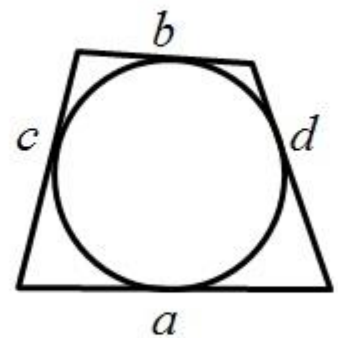


***Вписанная окружность***:

- Центр окружности, вписанной в треугольник, лежит на пересечении биссектрис треугольника.
- Если окружность вписана в произвольный четырехугольник, тогда попарные суммы противолежащих сторон равны между собой:

  a + b = c + d



***Описанная окружность*** и её свойства:

- Центр окружности, описанной около треугольника, лежит на пересечении серединных перпендикуляров к его трем сторонам.
- Центр окружности, описанной около прямоугольного треугольника, лежит на середине гипотенузы.
- Около трапеции можно описать окружность только тогда, когда трапеция равнобочная.
- Если окружность описана около произвольного четырехугольника, тогда попарные суммы противолежащих углов равны между собой.