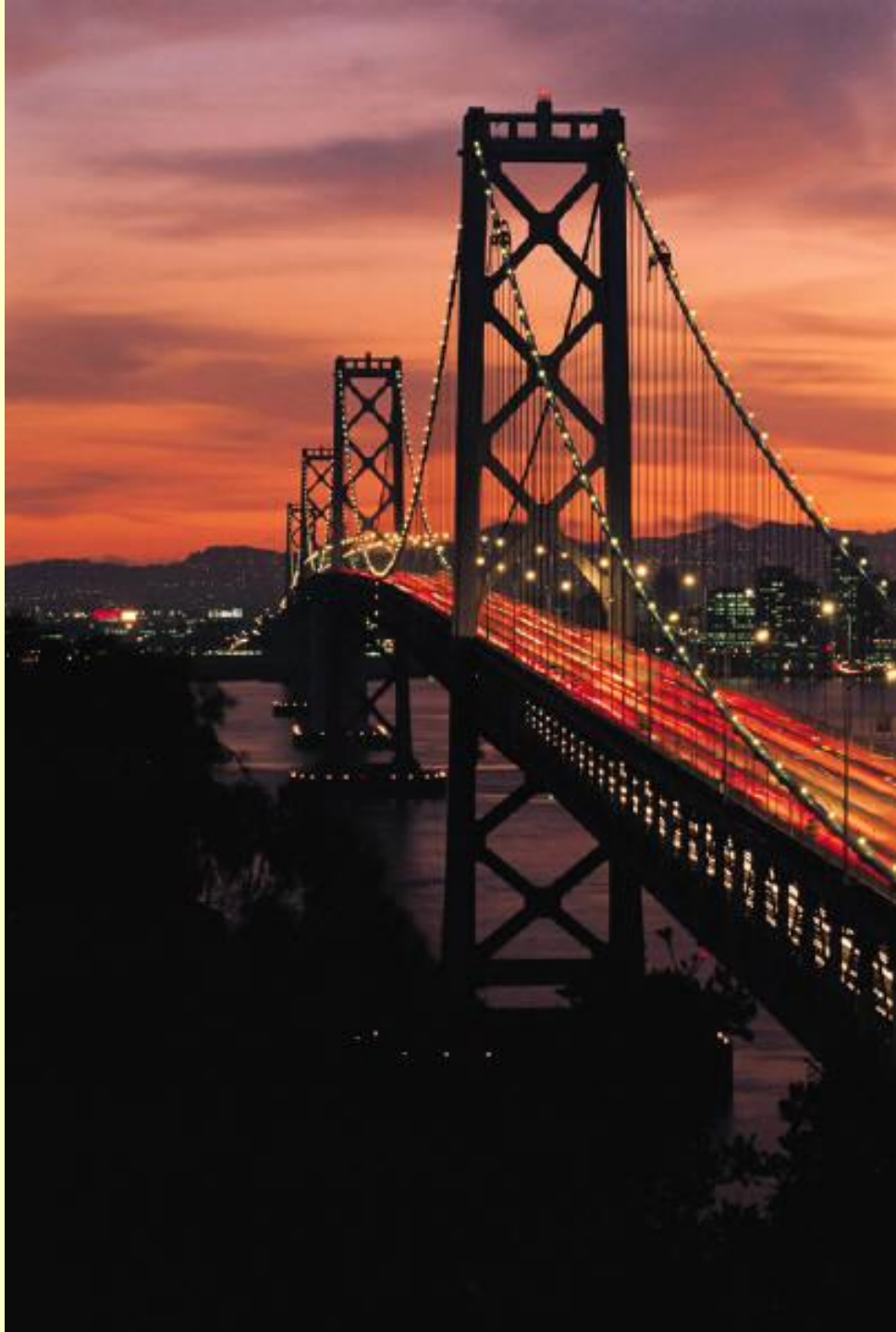


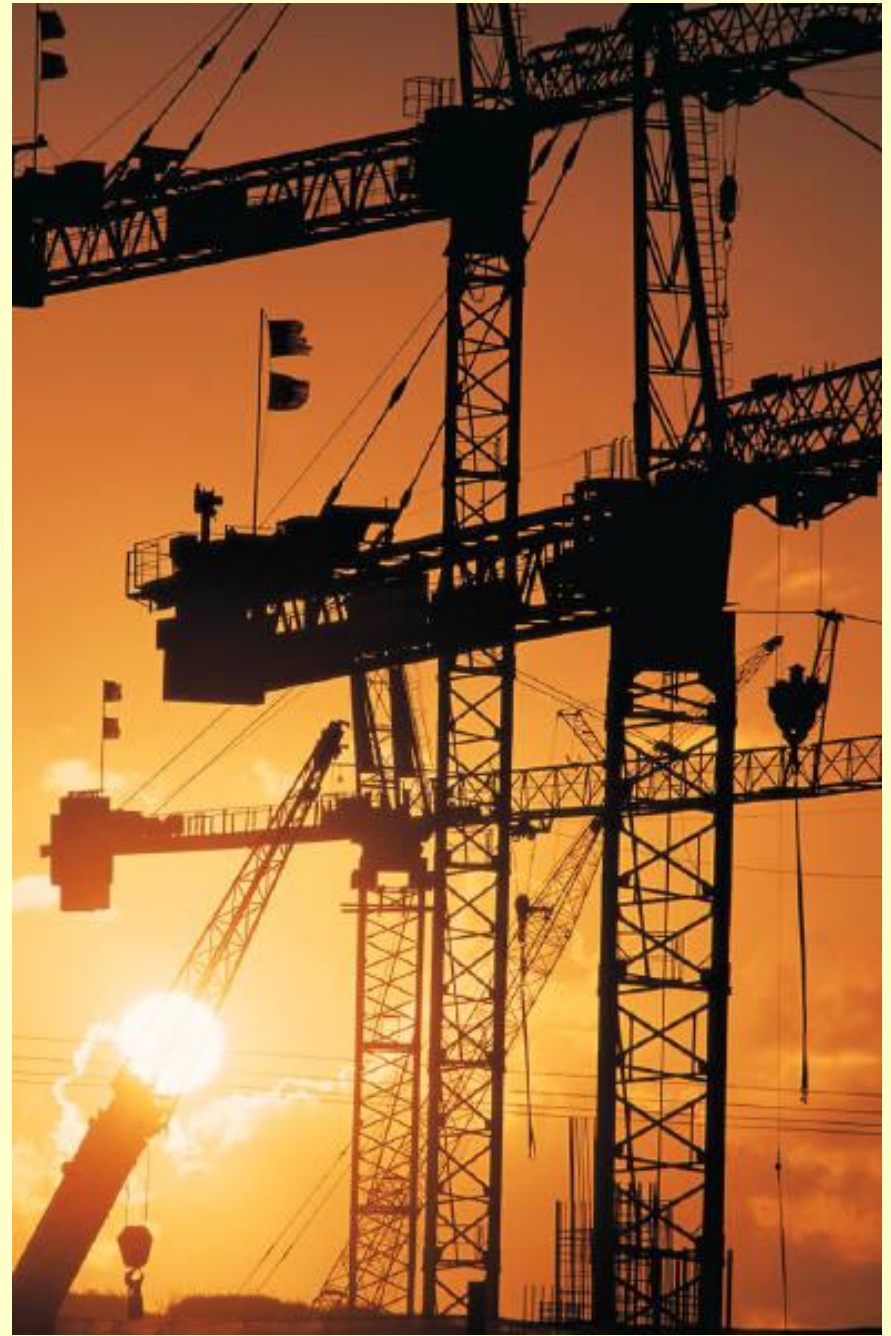
РАСЧЁТ ФЕРМ

Фермой называется геометрически неизменяемая конструкция, состоящая из стержней. Места соединений стержней называются узлами















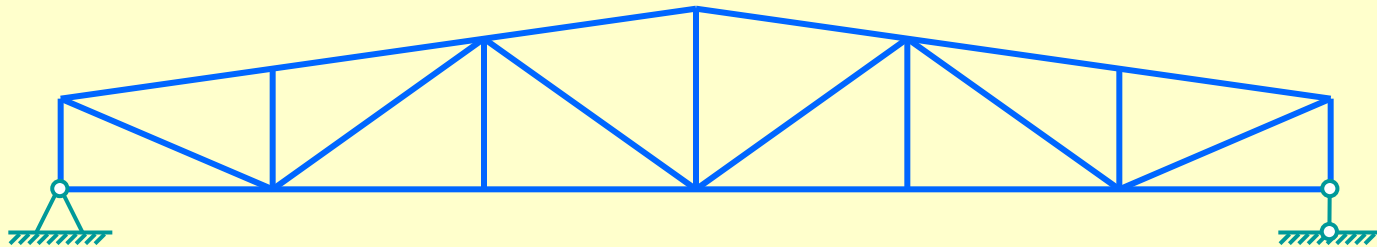






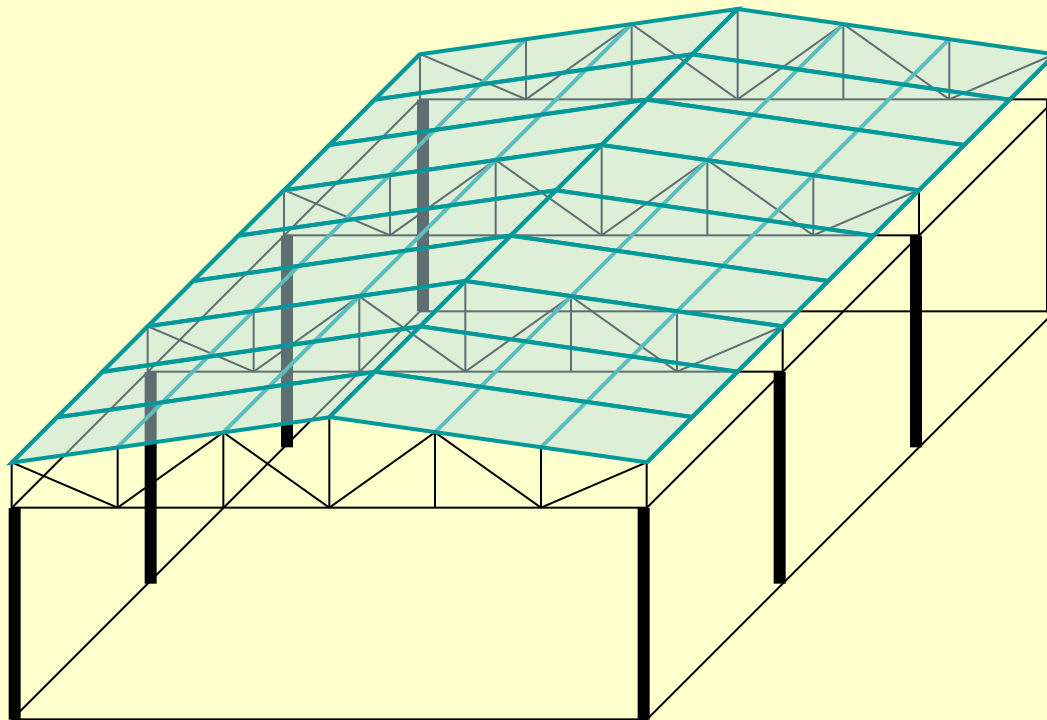
РАСЧЁТ ФЕРМ

Если оси всех стержней и вся приложенная к ферме нагрузка расположены в одной плоскости, ферма называется плоской. В дальнейшем будем рассматривать только плоские фермы.



РАСЧЁТ ФЕРМ

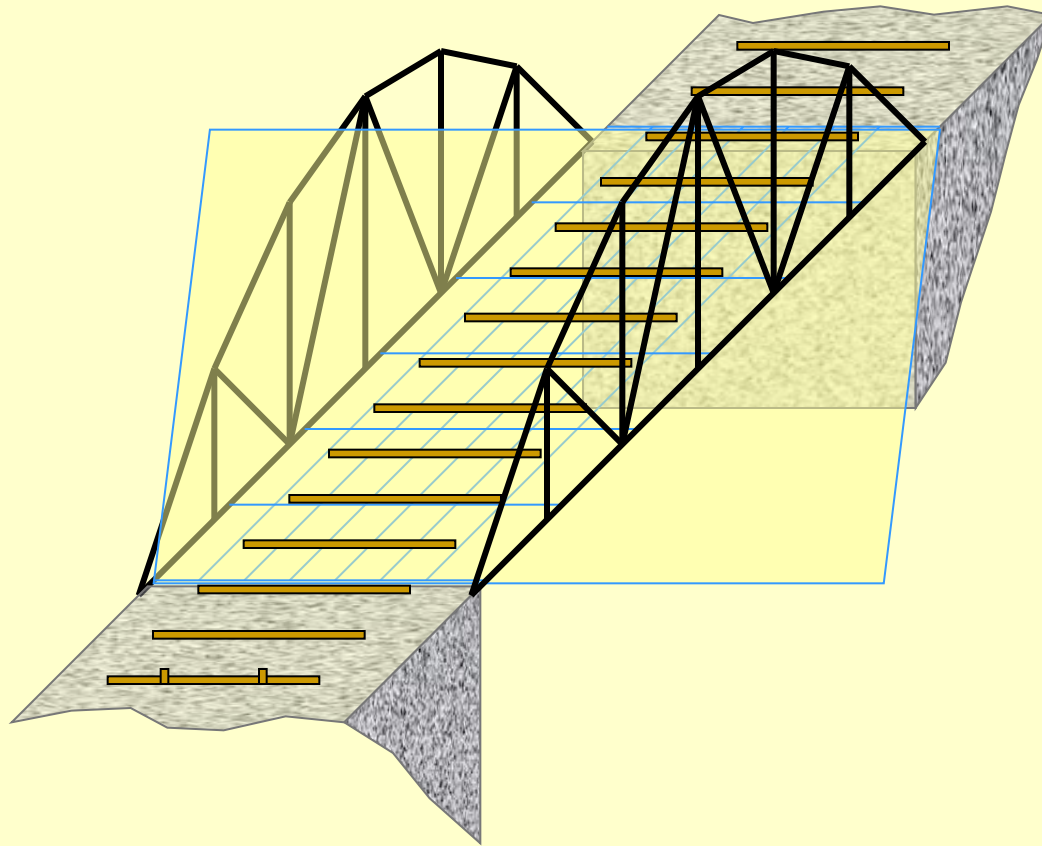
Примером плоской фермы может служить стропильная ферма



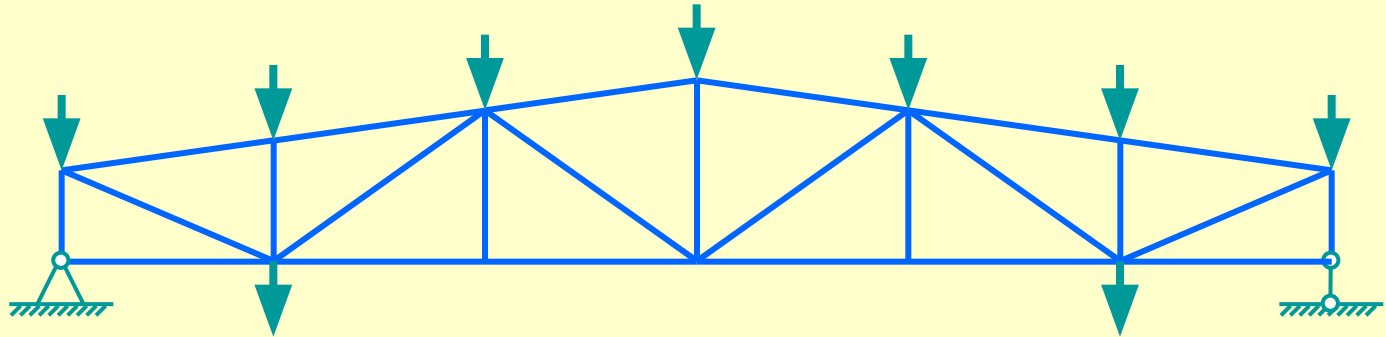


РАСЧЁТ ФЕРМ

Другим примером плоской фермы могут служить конструкции железнодорожного моста



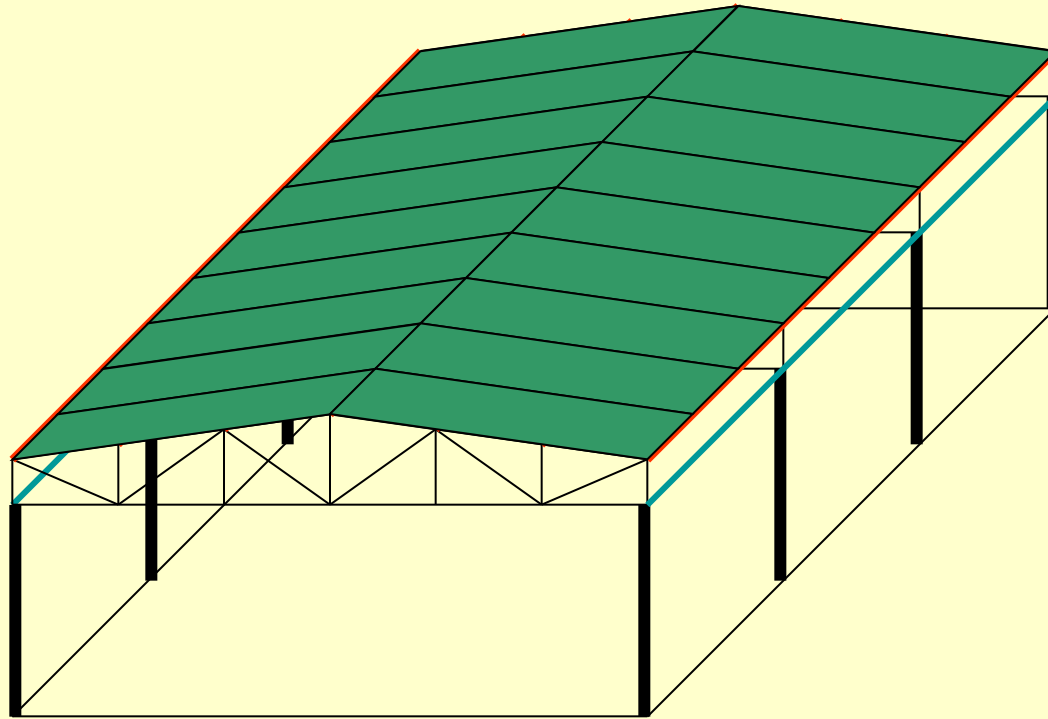
РАСЧЁТ ФЕРМ



При проектировании и эксплуатации фермы соблюдаются следующие условия:

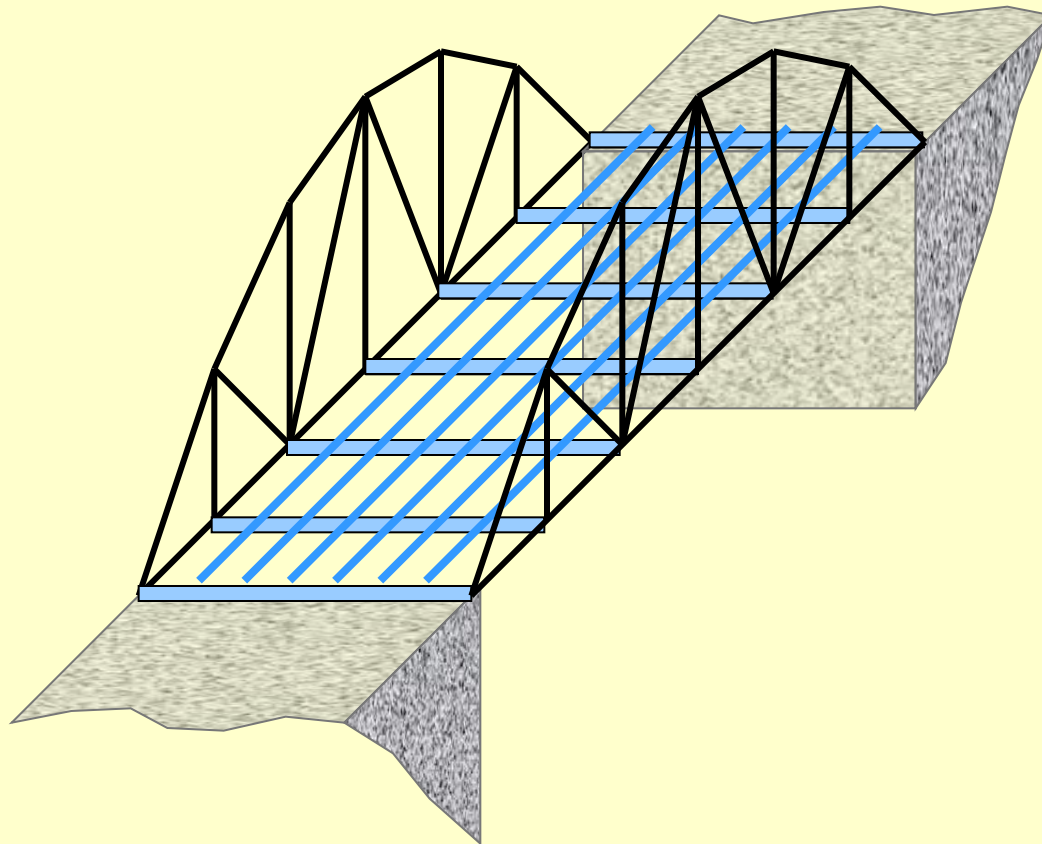
1. все стержни прямолинейны;
2. вес стержней пренебрежимо мал по сравнению с эксплуатационной нагрузкой;
3. нагрузка прикладывается только к узлам фермы.

РАСЧЁТ ФЕРМ



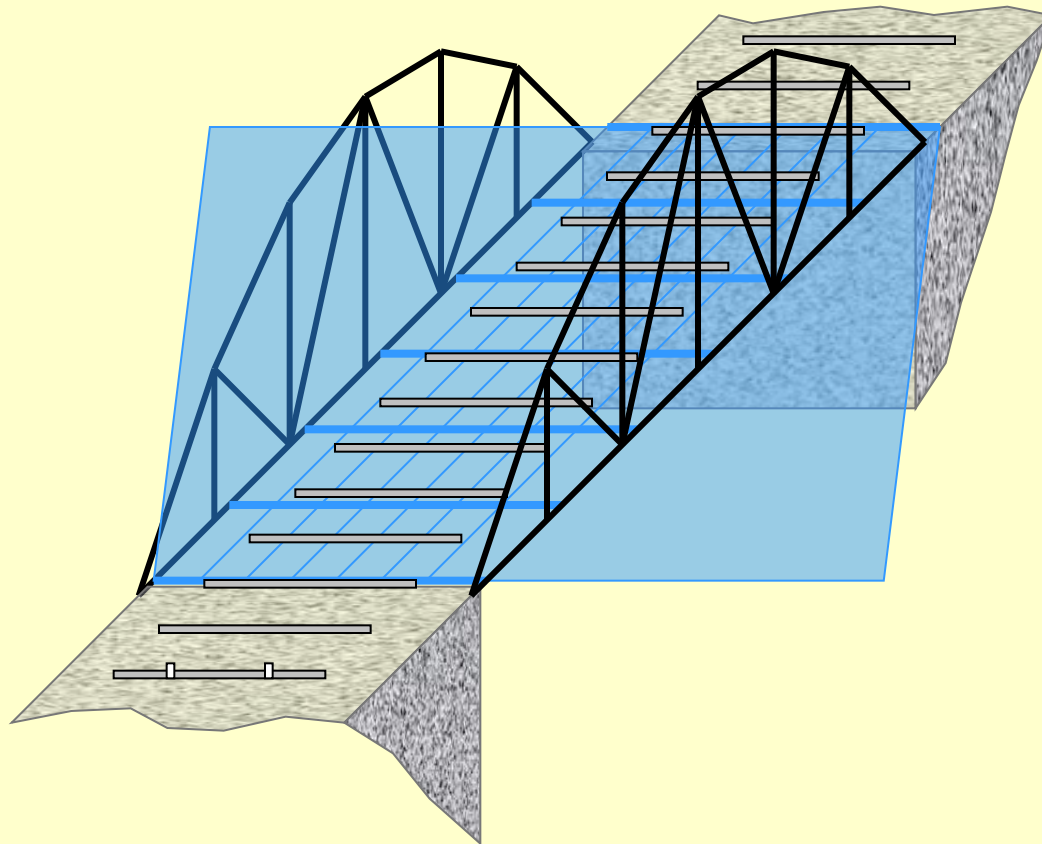
Как видно, нагрузка на ферму передаётся через продольные прогоны, которые прикреплены к узлам фермы.

РАСЧЁТ ФЕРМ



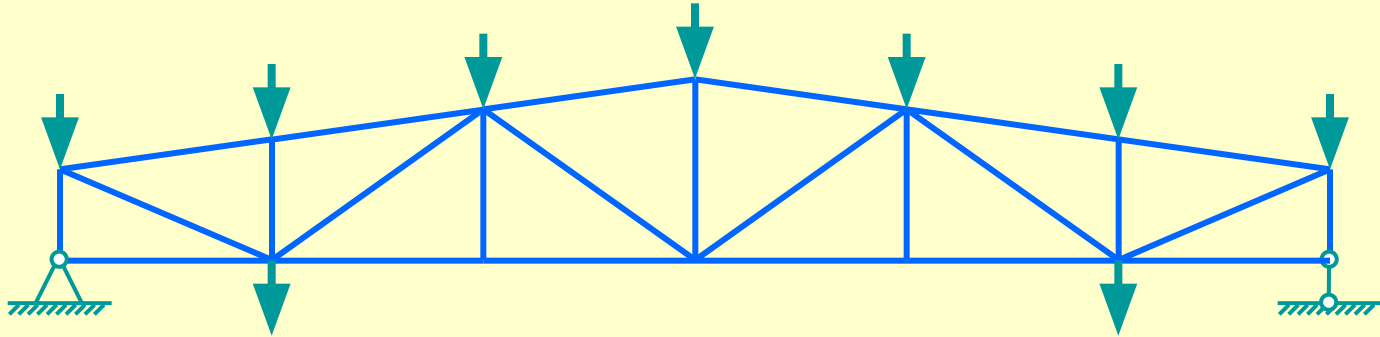
Эксплуатационная нагрузка через поперечные балки передаётся на узлы боковых ферм моста.

РАСЧЁТ ФЕРМ



Эксплуатационная нагрузка через поперечные балки передаётся на узлы боковых ферм моста.

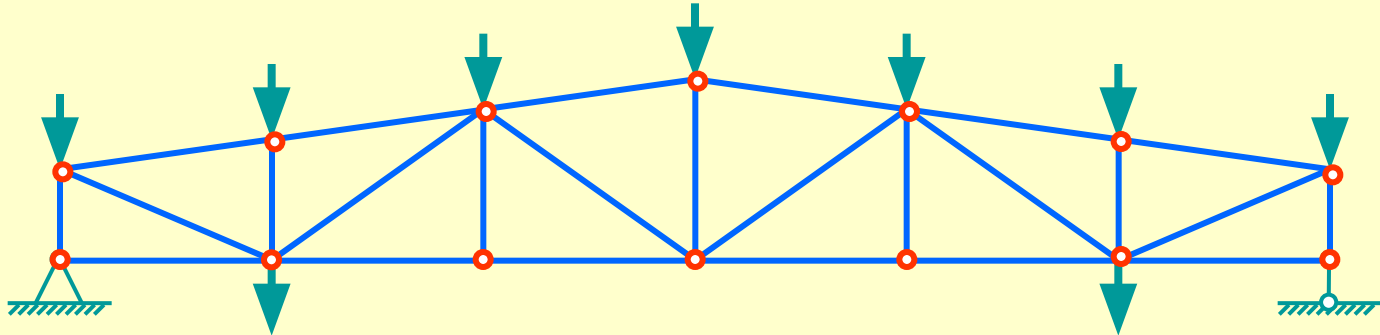
РАСЧЁТ ФЕРМ



При соблюдении указанных условий усилиями, возникающими при изгибе стержней, можно пренебречь по сравнению с усилиями, возникающими при растяжении – сжатии.

Это упрощающее предположение положено в основу методов расчёта ферм.

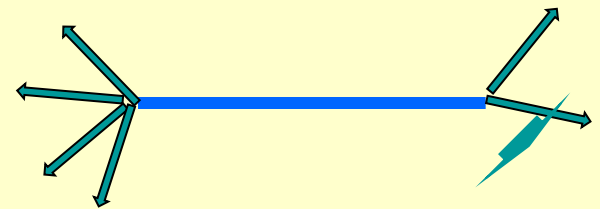
РАСЧЁТ ФЕРМ



В реальной ферме крепления стержней в узлах жёсткие. В расчётной схеме крепления стержней считают шарнирными, что связано с реализацией принятого упрощающего предположения о возможности пренебречь усилиями, возникающими при изгибе.

РАСЧЁТ ФЕРМ

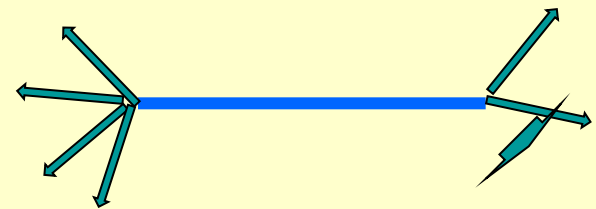
При соблюдении оговорённых упрощающих условий каждый стержень фермы оказывается нагруженным силами, приложенными на концах стержня.



РАСЧЁТ ФЕРМ

При соблюдении оговорённых упрощающих условий каждый стержень фермы оказывается нагруженным силами, приложенными на концах стержня.

Силы, приложенные в одной точке можно заменить равнодействующей.



РАСЧЁТ ФЕРМ

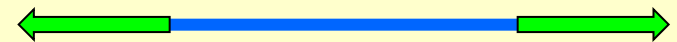
При соблюдении оговорённых упрощающих условий каждый стержень фермы оказывается нагруженным силами, приложенными на концах стержня.

Силы, приложенные в одной точке можно заменить равнодействующей.

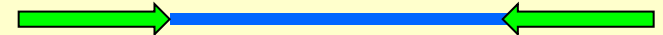
Усилие в стержне считается положительным, если он растянут и отрицательным, если стержень сжат

В результате расчёта фермы необходимо определить реакции опор и найти усилия во всех стержнях фермы.

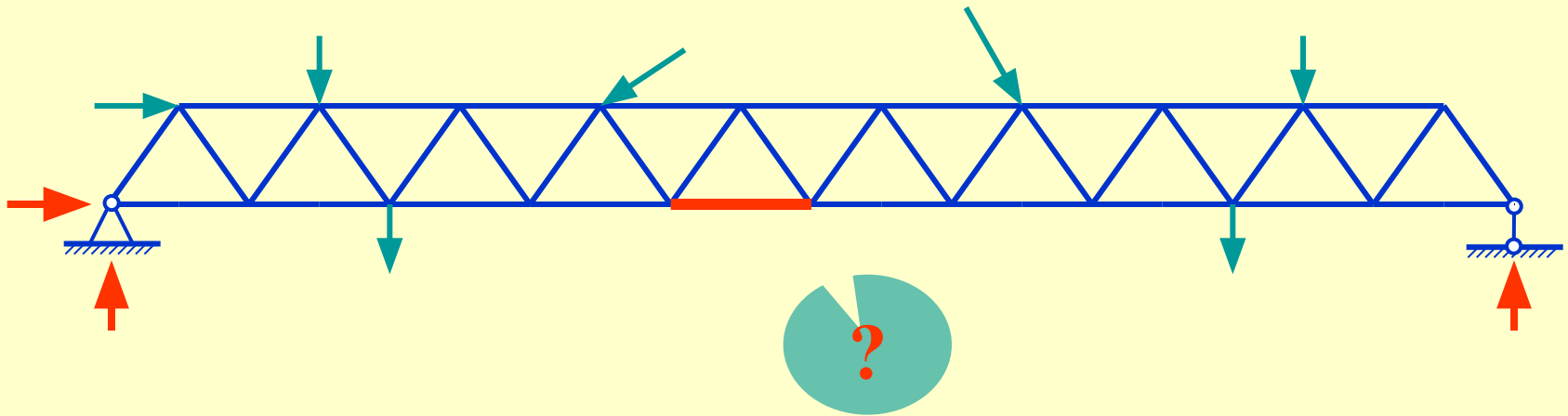
Методы расчёта ферм рассмотрим на примере.



или



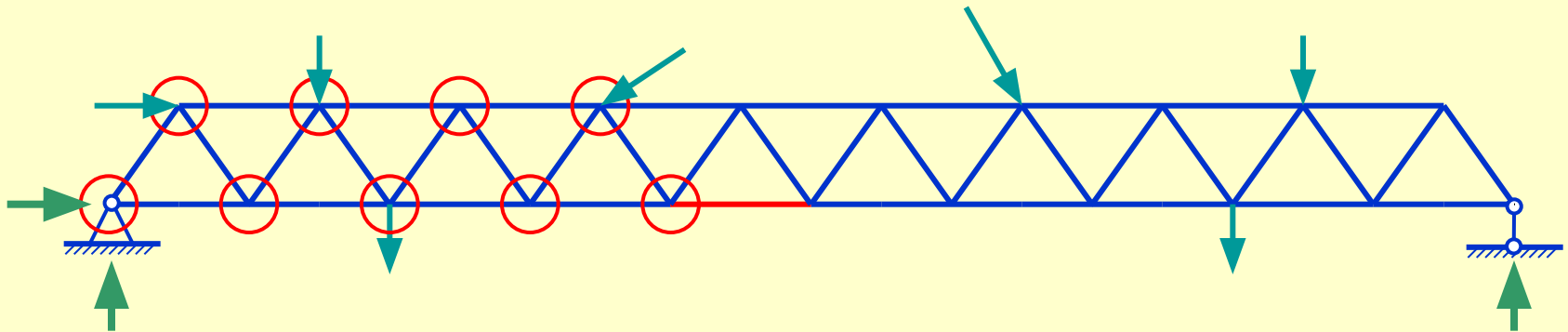
РАСЧЁТ ФЕРМ



Метод вырезания узлов в некоторых случаях представляется неоправданно трудоёмким. Рассмотрим ферму.

Требуется определить усилие только в одном, выделенном на чертеже, стержне.

РАСЧЁТ ФЕРМ

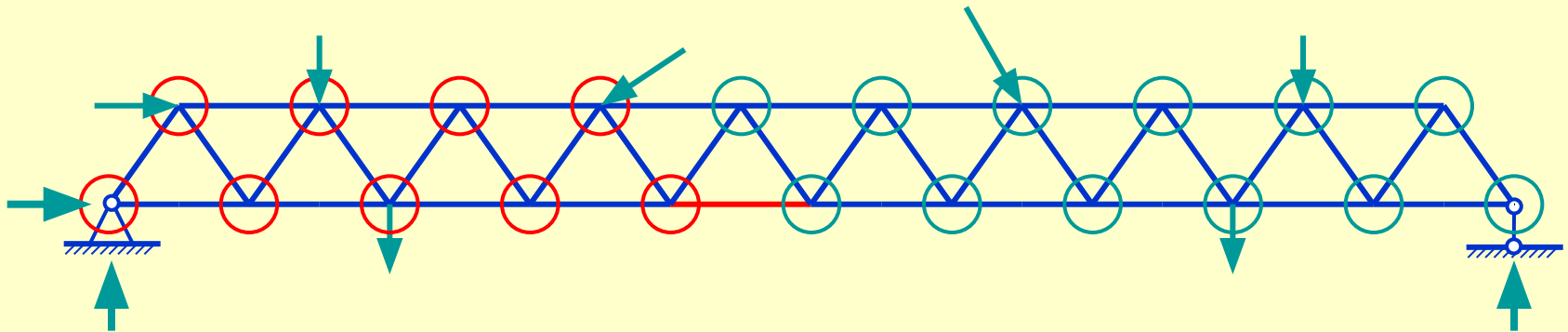


Для определения искомой неизвестной необходимо составить и решить систему, состоящую из 21-го уравнения. Три уравнения равновесия фермы в целом потребуются для определения опорных реакций.

Ещё 18 уравнений появятся, по мере рассмотрения равновесия узлов при движении по кратчайшему пути от левого (неподвижного) шарнира к нужному нам стержню.

Понятно, что при решении системы, состоящей из 21-го уравнения, можно допустить ошибку.

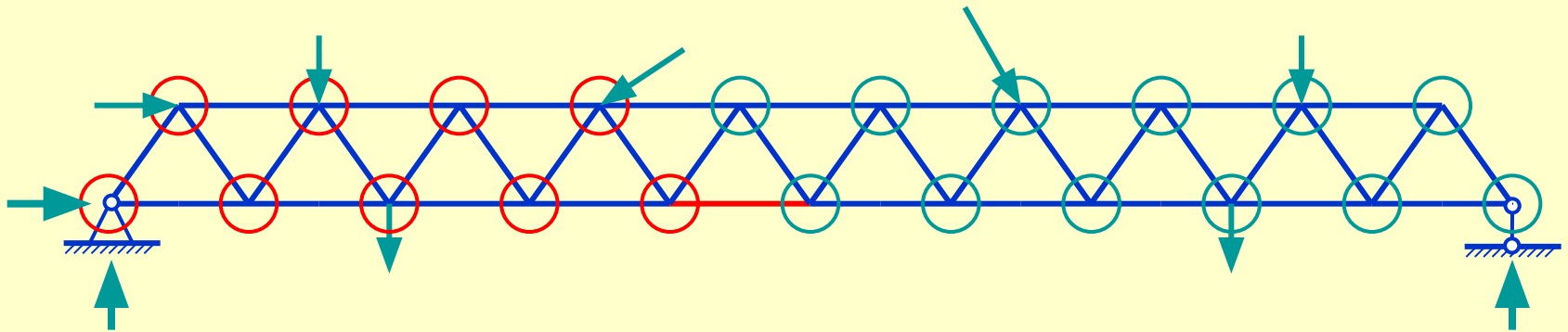
РАСЧЁТ ФЕРМ



Чтобы убедиться в правильности полученного результата, необходимо составить проверочные уравнения. Для этого придётся продолжить рассмотрение равновесия узлов фермы.

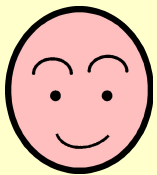
В четырёх уравнениях, составленных для последних двух узлов, будет только одна неизвестная величина – усилие в последнем стержне. Оставшиеся три уравнения должны выполняться тождественно, то есть выполняют роль проверочных уравнений.

РАСЧЁТ ФЕРМ



Понятно, что результат проверки может быть разным.
Возможны варианты.

Первый вариант

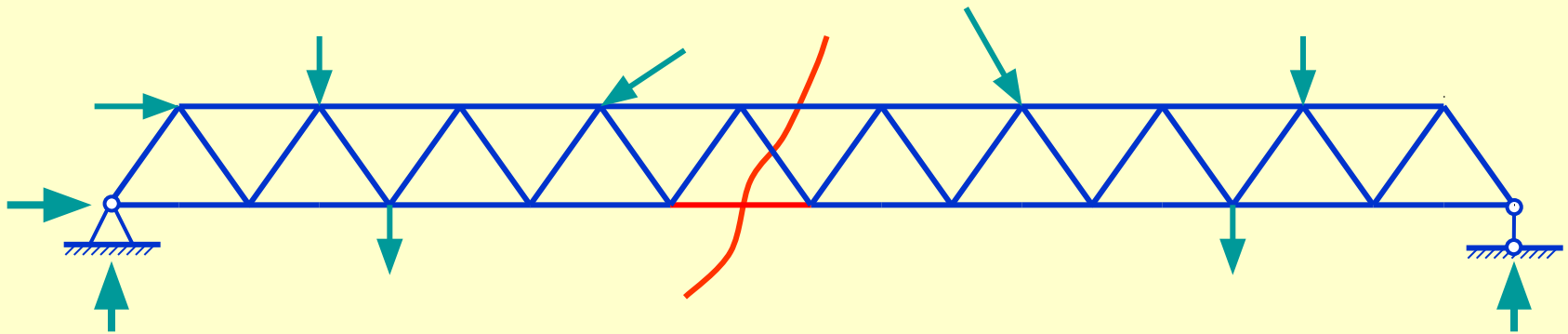


Второй вариант



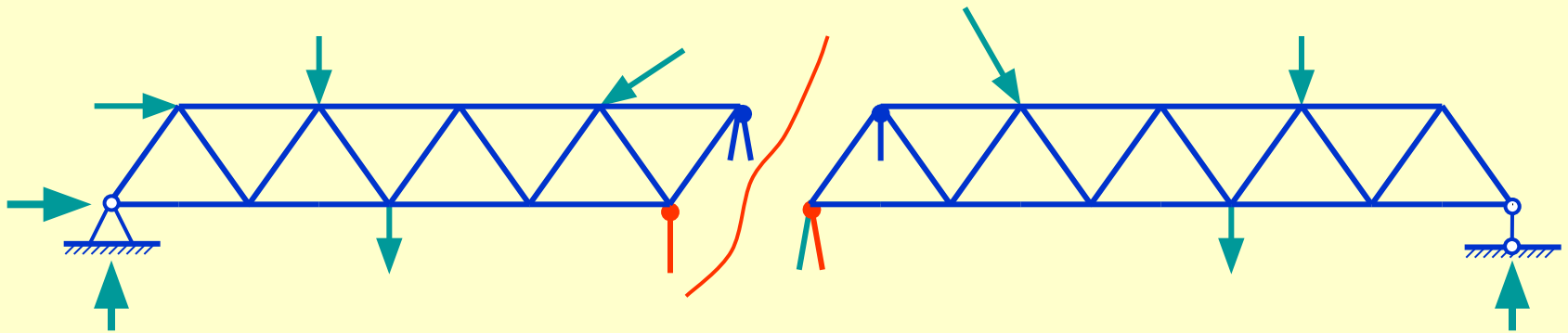
РАСЧЁТ ФЕРМ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ФЕРМЫ МЕТОДОМ СКВОЗНЫХ СЕЧЕНИЙ



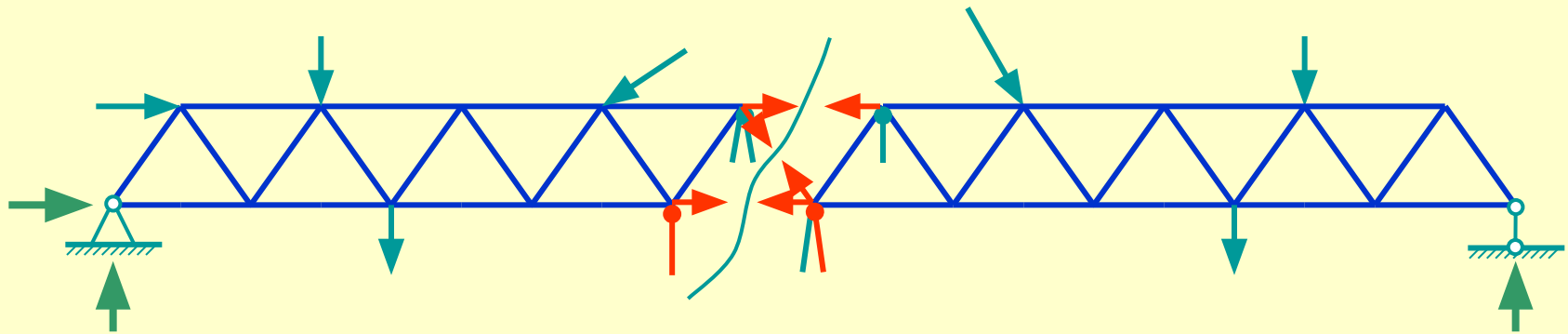
Метод сквозных сечений состоит в том, что ферма разделяется сечением на две части и рассматривается равновесие одной из этих частей. Сечение проводится через стержень, в котором необходимо определить усилие.

РАСЧЁТ ФЕРМ



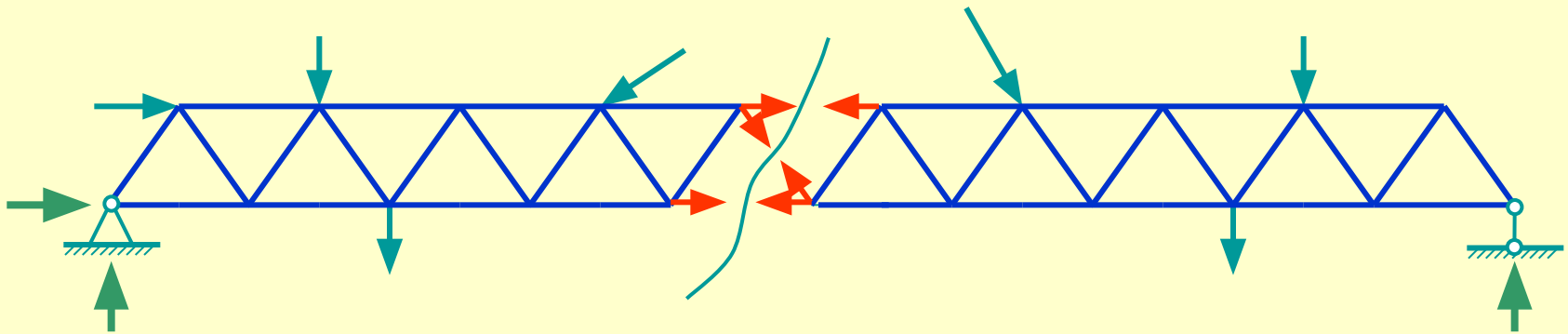
Метод сквозных сечений состоит в том, что ферма разделяется сечением на две части и рассматривается равновесие одной из этих частей. Сечение проводится через стержень, в котором необходимо определить усилие.

РАСЧЁТ ФЕРМ



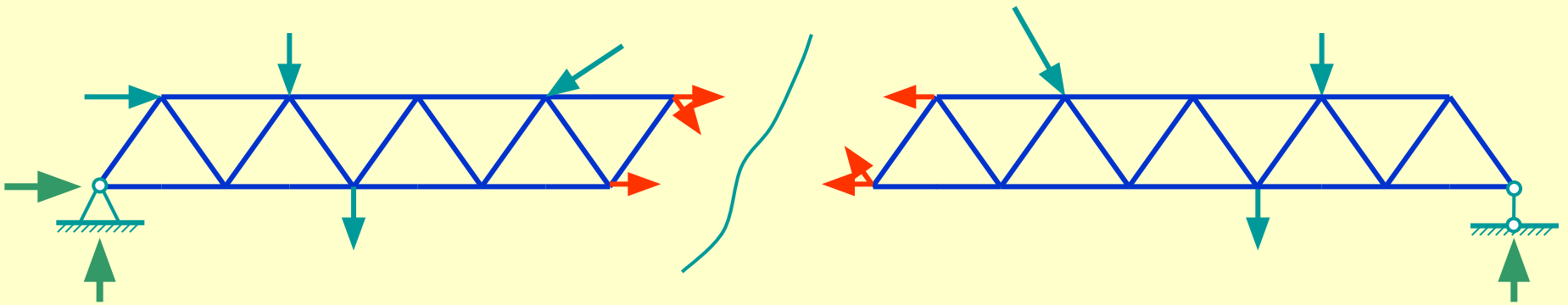
Можно рассмотреть равновесие любой из образовавшихся частей фермы. Для рассматриваемой части «разрезанные» стержни служат опорами. Их реакции входят в систему внешних сил, приложенных к рассматриваемой части фермы.

РАСЧЁТ ФЕРМ



Можно рассмотреть равновесие любой из образовавшихся частей фермы. Для рассматриваемой части «разрезанные» стержни служат опорами. Их реакции входят в систему внешних сил, приложенных к рассматриваемой части фермы.

РАСЧЁТ ФЕРМ



Любая из частей фермы находится под действием плоской системы сил, для которой можно составить только три независимых уравнения равновесия. По этой причине сечение, по возможности, проводится через три стержня фермы.

Рассмотрим пример расчёта фермы при помощи метода сквозных сечений.

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

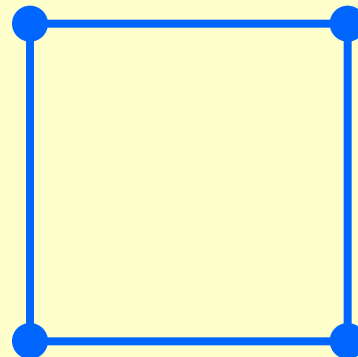
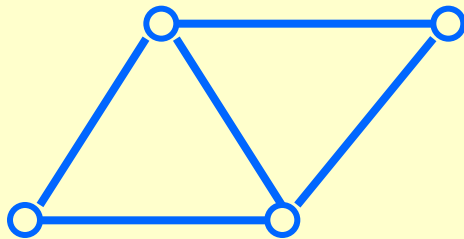
Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.

Рассмотрим
конструкцию

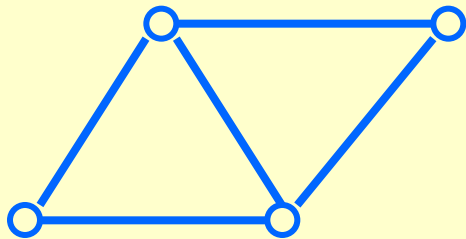


$N = 4$; $n = 4$,
следовательно,
 $N = 4 < 2n - 3 = 5$.

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

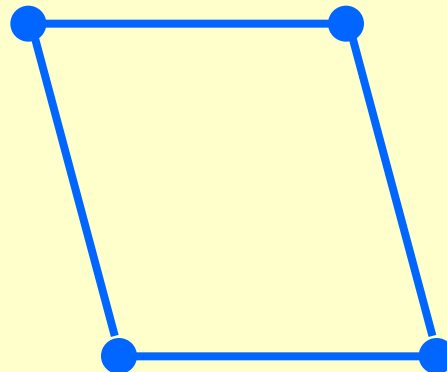
Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня. Таким образом, получаем:



$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.

Рассмотрим конструкцию



$$N = 4; \quad n = 4, \\ \text{следовательно,} \\ N = 4 < 2n - 3 = 5.$$

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

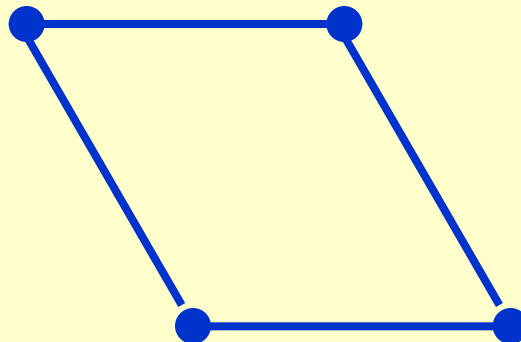
Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.

Рассмотрим
конструкцию

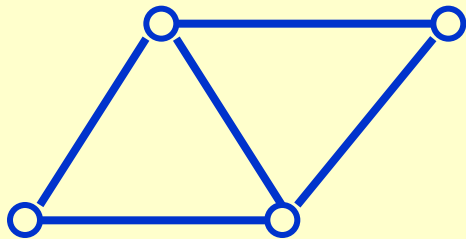


$$N = 4; \quad n = 4, \\ \text{следовательно,} \\ N = 4 < 2n - 3 = 5.$$

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

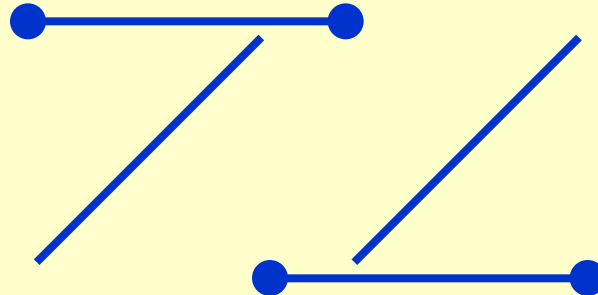


Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.

Рассмотрим конструкцию



$N = 4$; $n = 4$,
следовательно,
 $N = 4 < 2n - 3 = 5$.

РАСЧЁТ ФЕРМ

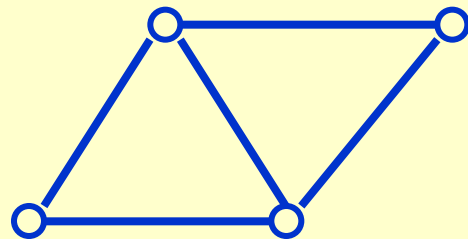
УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

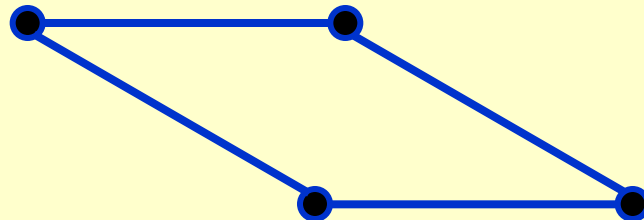
Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.



Рассмотрим конструкцию



$N = 4$; $n = 4$,
следовательно,
 $N = 4 < 2n - 3 = 5$.

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

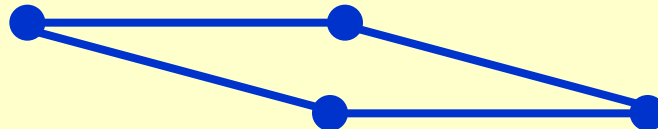
Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.

Рассмотрим
конструкцию



$N = 4$; $n = 4$,
следовательно,
 $N = 4 < 2n - 3 = 5$.

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

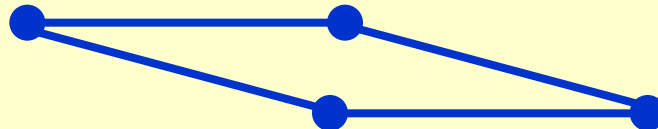
Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.

Рассмотрим
конструкцию

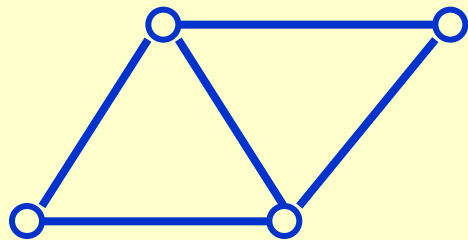


$N = 4$; $n = 4$,
следовательно,
 $N = 4 < 2n - 3 = 5$.

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.



Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.

Такая конструкция не является фермой – это механизм.

Как следует из формулы $N = 2n - 3$, для обеспечения жёсткости конструкции необходимо при том же количестве узлов установить ещё один стержень.

РАСЧЁТ ФЕРМ

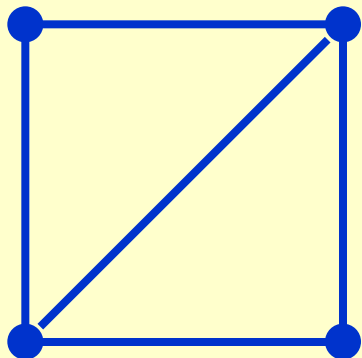
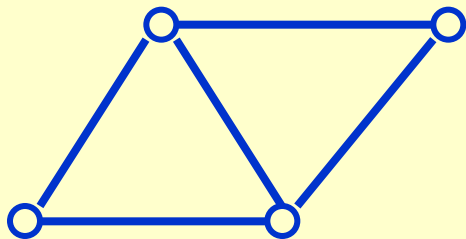
УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N < 2n - 3$, конструкция не будет жёсткой.



РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ ЖЁСТКОСТИ ФЕРМЫ

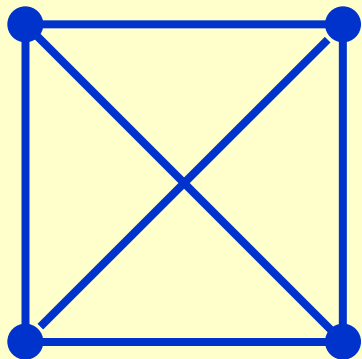
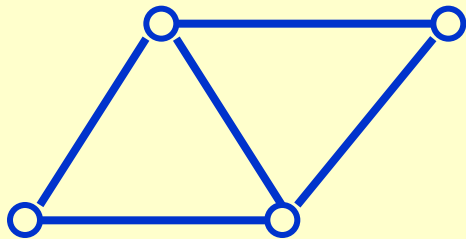
Найдём минимальное число N стержней, необходимое для образования жёсткой конструкции, имеющей n узлов. Простейшая жёсткая конструкция имеет три узла и три стержня. Для присоединения каждого из оставшихся $n - 3$ узлов необходимы два стержня.

Таким образом, получаем:

$$N = 3 + 2(n - 3) = 2n - 3.$$

Если $N > 2n - 3$, конструкция будет жёсткой, но число неизвестных будет больше числа уравнений равновесия, в которые эти неизвестные входят.

$N = 6 > 2n - 3 = 5$. Конструкция будет жёсткой, но наличие «лишнего» стержня, конечно, будет иметь некоторые последствия.



РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ СТАТИЧЕСКОЙ ОПРЕДЕЛИМОСТИ ФЕРМЫ

Ферма называется статически определимой, если число неизвестных равно числу уравнений равновесия, в которые эти неизвестные входят. Для фермы, имеющей n узлов, можно составить $2n$ независимых уравнений равновесия. В число неизвестных входят N усилий в стержнях фермы и три составляющие реакций внешних опор. Таким образом, ферма будет статически определимой при выполнении условия

$$N = 2n - 3,$$

которое, как видно, совпадает с условием жёсткости.

РАСЧЁТ ФЕРМ

УСЛОВИЕ СТАТИЧЕСКОЙ ОПРЕДЕЛИМОСТИ ФЕРМЫ

«Лишние» опоры – ненужные для обеспечения равновесия абсолютно твёрдого тела – могут появиться по двум основным причинам.

Во-первых, причины могут быть технологическими: перекрытие кладётся на две стены, хотя теоретически можно было бы обойтись одной заделкой.

Во-вторых, дополнительные опоры приходится устанавливать, чтобы предотвратить недопустимо большие деформации, опасные для прочности конструкции.