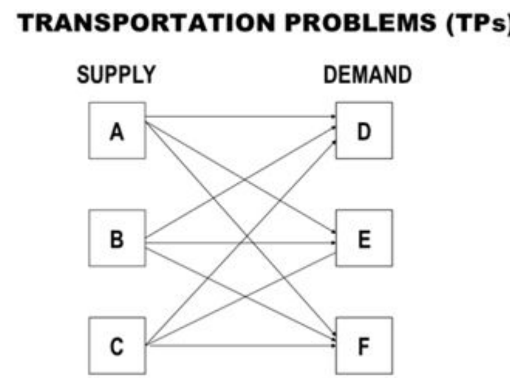
National Aviation University
Department of Airnavigation system

Lecture 6: Transportation problem

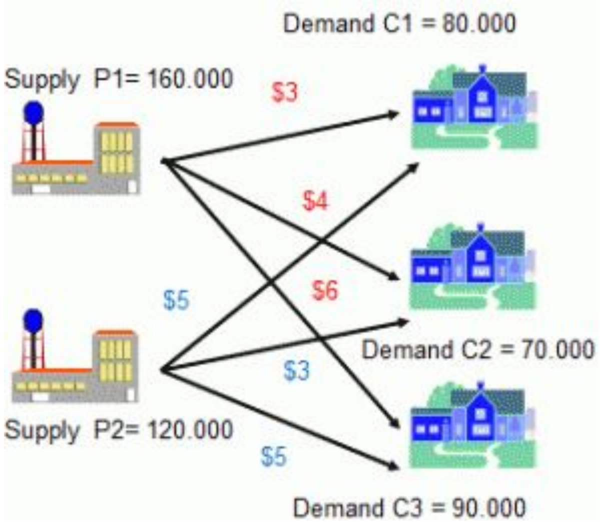
Content of lecture:

1. *Building of mathematical model of transportation problem*
2. *Method of potentials*
3. *Task about oranges, cars, aircrafts*



Professor Shmelova T.

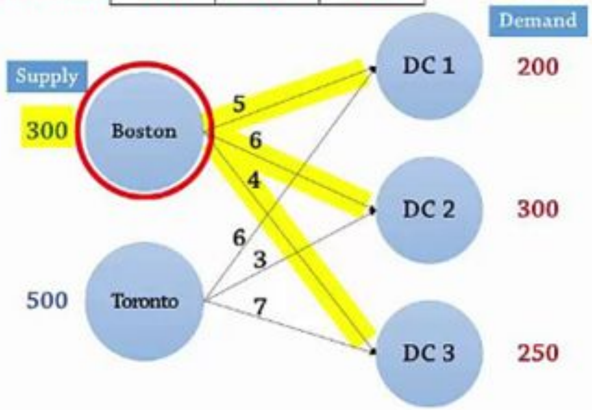
Transportation problem applications



Task 1 - about oranges
Task 2 - about cars
Task 3 - about Aircraft

Transportation Problem

From \ To	DC1	DC2	DC3	*Supply*
Boston	5	6	4	300
Toronto	6	3	7	500
Demand	200	300	250	



X_{ij} = # units shipped from Plant i to DC j

$i = B$(Boston), T(Toronto) $j = 1$(DC1), 2(DC2), 3(DC3)

Min $\mathbf{5}X_{B1} + \mathbf{6}X_{B2} + \mathbf{4}X_{B3} + \mathbf{6}X_{T1} + \mathbf{3}X_{T2} + \mathbf{7}X_{T3}$

Subject to:

$\boxed{X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} \leq 300}$ *(Boston's Supply)*

1. Building of mathematical model of transportation problem

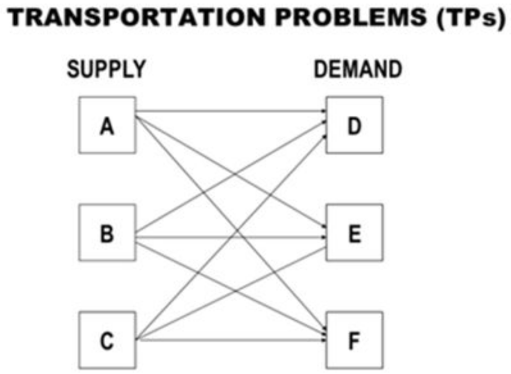
Transportation problem – is a special class of *linear problem* that deals with shipping a commodity from ***sources*** **(e.g. factories, departure point,..) to *destinations (*e.g. warehouses*).***

Transportation problem (logistic) – *is a special class of linear tasks that deals with transportation* ***cargo*** *from* ***sources to destinations*** *with* ***minimal cost***

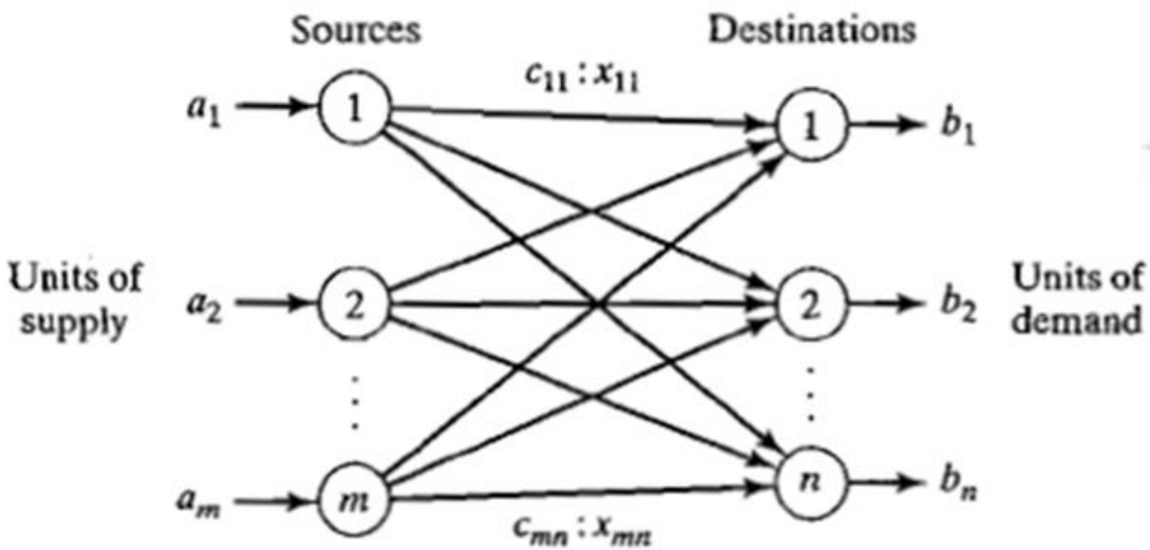
The objective is to determine the shipping schedule that minimizes the total shipping cost while satisfying supply and demand limits.

The application of the transportation model can be extended to other areas of operation, including

- inventory control (management) (*управление запасами),*
- employment scheduling *(планирование*),
- distribution of resources (*распределение ресурсов*);
- personal assignment *(назначение персонала*)
- Logistics



Graphical interpretation of TP:



Mathematical model of Transport task,

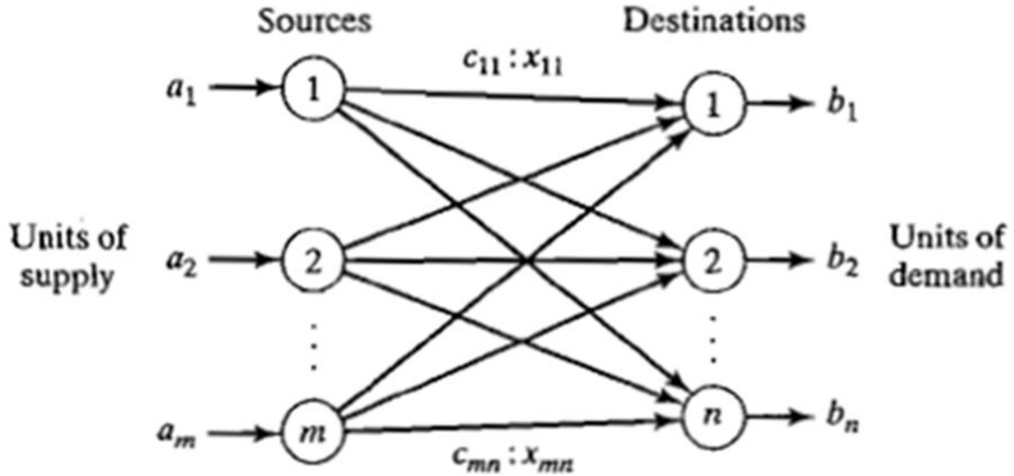
$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \boldsymbol{min};$$

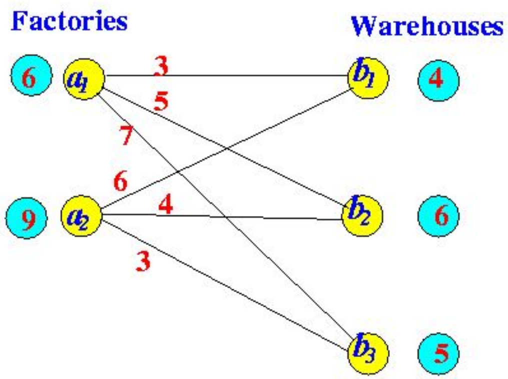
$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le \mathbf{a_i}, \quad i=1,2,\dots,m;$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le \boldsymbol{b_j}, \quad j=1,2,\dots,n;$$

$$x_{ij} \ge 0, \quad i=1,2,\dots,m;\ j=1,2,\dots,n.$$

The general problem is represented by the network in Figure 5.1. There are m sources and n destinations, each represented by a **node**. The **arcs** represent the routes linking the sources and the destinations. Arc (i, j) joining source i to destination j carries two pieces of information: the transportation cost per unit, c_{ij}, and the amount shipped, x_{ij}. The amount of supply at source i is a_i and the amount of demand at destination j is b_j. The objective of the model is to determine the unknowns x_{ij} that will minimize the total transportation cost while satisfying all the supply and demand restrictions.





Method of decision Transportation problem:

- Simplex method as method of LP
- Method of potentials
- Excel

Stages of building mathematical model of Transportation problem:

1. ***Variables*** – x_{ij} - amount of cargo was transported from i - departure point to j- destination place, i=1,…m; j=1,….n

2. ***Constraints*** - amount of cargo in i - *departure point* (proposal) - a_i and in j- *destination place* (demand) - b_j. , i=1,…m; j=1,….n

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \le a_i, \quad i=1,2,\dots,m;$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} \le b_j, \quad j=1,2,\dots,n;$$

3. ***Goal*** – to obtained optimal solution for transportations from all *departure point* to all *destination place* with minimum cost (maximum profit)

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \rightarrow min$$

Criteria - minimum cost (maximum profit)

For example, n=3, m=3:
3 - departure points (units of supply);
3 - destination place (units of demand).

Stages of building mathematical model of problem as Transport task:

1. *Variables* – $x_{11}\ x_{12}\ x_{13}\ x_{21}\ x_{22}\ x_{23}\ x_{31}\ x_{32}\ x_{33}$
   amount of cargo was transported from departure points to destination places
2. *Constraints*
   - amount of cargo in *departure point* (proposal)

   $x_{11} + x_{12} + x_{13} \le a_1$

   $x_{21} + x_{22} + x_{23} \le a_2$

   $x_{31} + x_{32} + x_{33} \le a_3$

   - amount of cargo destination places (demand)

   $x_{11} + x_{21} + x_{31} \le b_1$

   $x_{12} + x_{22} + x_{32} \le b_2$

   $x_{13} + x_{23} + x_{33} \le b_3$

   positive variables;

   $x_{11} \ge 0$

   $x_{12} \ge 0$

   $x_{13} \ge 0$

   $x_{21} \ge 0$

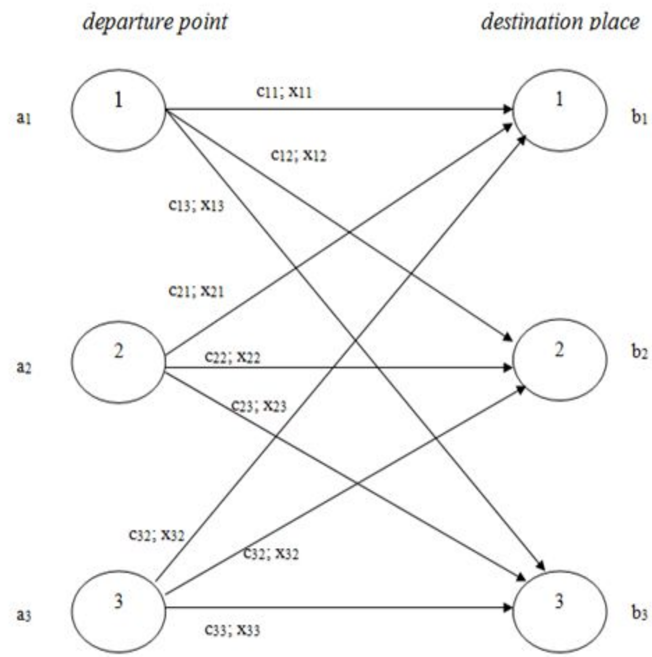
   $x_{22} \ge 0$

   $x_{23} \ge 0$

   $x_{31} \ge 0$

   $x_{32} \ge 0$

   $x_{33} \ge 0$



3. *Goal* - to obtained solution with minimum cost Z

   $Z = c_{11}\ x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} \rightarrow \min$

Mathematical model Mathematical model of our transport task (main type):

$$Z = c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13} + c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23} + c_{31}x_{31} + c_{32}x_{32} + c_{33}x_{33} \to \min$$

$x_{11} + x_{12} + x_{13} \le a_1$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} \le a_2$

$x_{31} + x_{32} + x_{33} \le a_3$

$x_{11} + x_{21} + x_{31} \le b_1$

$x_{12} + x_{22} + x_{32} \le b_2$

$x_{13} + x_{23} + x_{33} \le b_3$

$x_{11} \ge 0$

$x_{12} \ge 0$

$x_{13} \ge 0$

$x_{21} \ge 0$

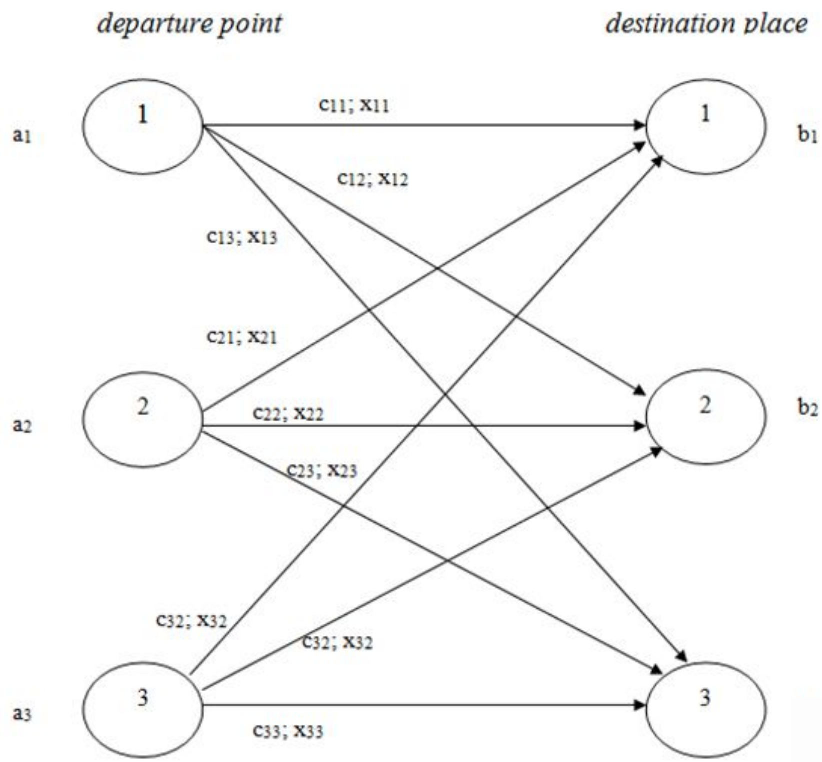
$x_{22} \ge 0$

$x_{23} \ge 0$

$x_{31} \ge 0$

$x_{32} \ge 0$

$x_{33} \ge 0$



If the condition is satisfy:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j \ ,$$

we have closed (balanced) transport task

If the condition is not satisfied, we must to add fictitious arcs

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \geq \sum_{j=1}^{n} b_j \ \rightarrow \ \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j + \mathbf{b_{i0}}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \leq \sum_{j=1}^{n} b_j \ \rightarrow \ \sum_{i=1}^{m} a_i + \mathbf{a_{0j}} = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

Methods of design

- Simplex-method as linear programming solution
- Excel
- method of potentials

2. Method of potentials

Potential method first proposed Kantorovich in 1949.
Later, a similar method developed by G. Dantzig, based on the general ideas of LP.

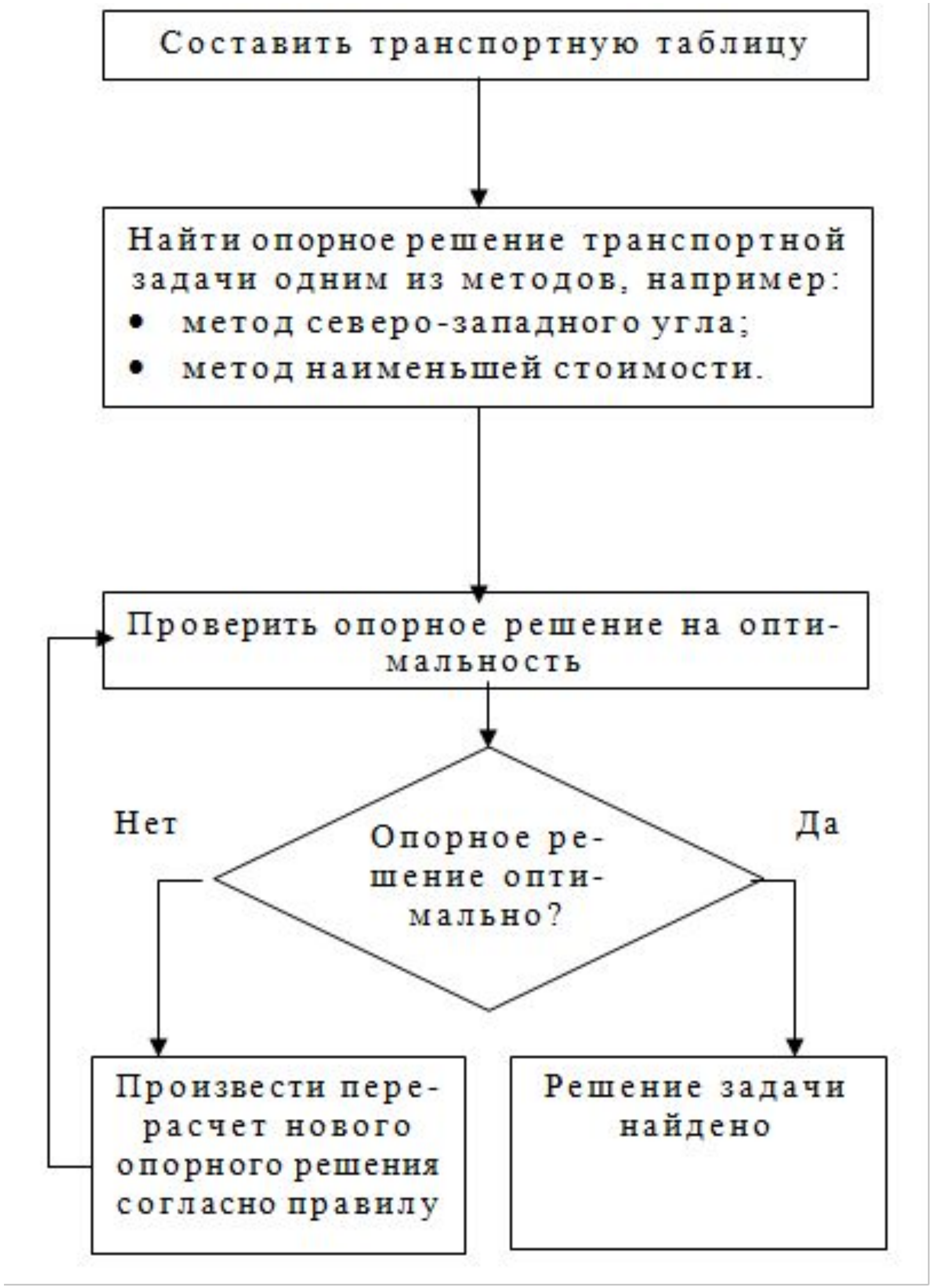
Algorithm of Method of potentials

1. Make a a transport table

2. Find the basic solution transport problem with one of the methods, such as:
   - method northwest corner;
   - the method of least cost

3. Check the basic solution for optimality

4. If the solution is not optimal - Recalculate the new reference solution in accordance with rule

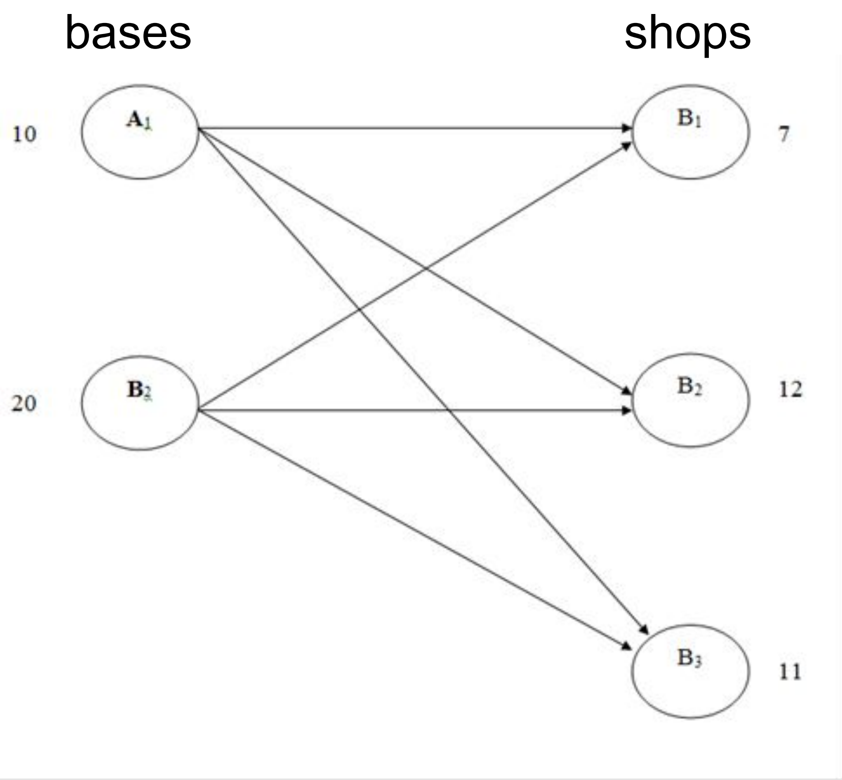

Составить транспортную таблицу
Найти опорное решение транспортной задачи одним из методов, например:
• метод северо-западного угла;
• метод наименьшей стоимости.
Проверить опорное решение на оптимальность
Нет
Опорное решение оптимально?
Да
Произвести перерасчет нового опорного решения согласно правилу
Решение задачи найдено

3. Tasks

Task 1 - about oranges

To be transported oranges with vegetable bases A and B in stores 1, 2, and 3.

From vegetable base A – 10 tons
From vegetable base B – 20 tons
To shop №1 - 7 tons
To shop №2 - 12 tons
To shop №3 – 11tons

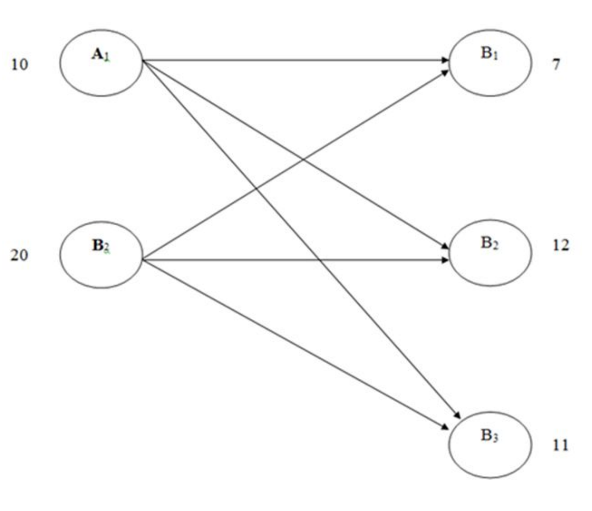


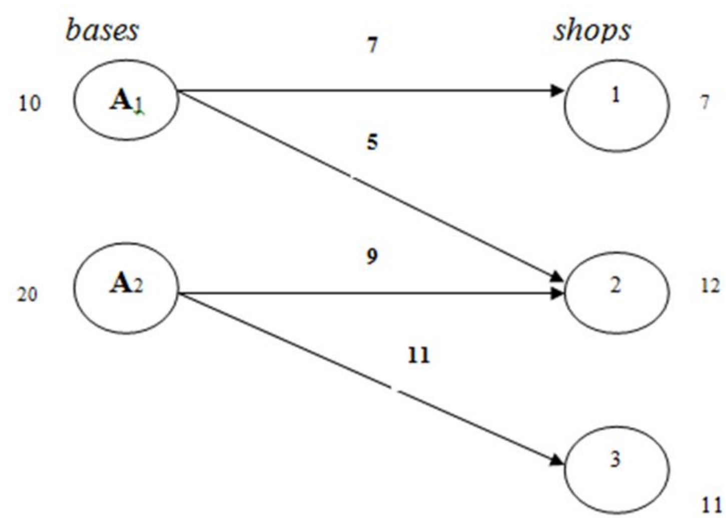
Cost of transportations 1 ton of cargo in table

***To obtain** solution with minimum cost*

Cost of transportations 1 ton of cargo in table

Bases / shops	1	2	3	Proposal
	Cost			
A	3	6	5	10
B	8	10	9	20
Demand	7	12	11	





Mathematical model Mathematical model of our transport task:

$$Z = 3x_{11} + 6x_{12} + 5x_{13} + 8x_{21} + 10x_{22} + 9x_{23} \rightarrow \min$$

$x_{11} + x_{12} + x_{13} \leq 10$

$x_{21} + x_{22} + x_{23} \leq 20$

$x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 7$

$x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 12$

$x_{13} + x_{23} + x_{33} \leq 11$

$x_{11} \geq 0$

$x_{12} \geq 0$

$x_{13} \geq 0$

$x_{21} \geq 0$

$x_{22} \geq 0$

$x_{23} \geq 0$

We have closed (balanced) transport task

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j ,$$

$$10+20=7+12+11$$

30=30

1. Make a transport table

shops / bases	1	2	3	Proposal	potentials
A	**3** 7	**6** 3	5	10	u_1
B	8	**10** 9	**9** 11	20	u_2
Demand	7	12	11		
potentials	v_1	v_2	v_3		

2. Find the basic solution transport problem with one of the methods, such as:

- **method northwest corner:**

shops / bases	1	2	3	Proposal	
A	3 7	6 3	5	10	u_1
B	8	10 9	9 11	20	u_2
Demand	7	12	11		
	V1	V2	V3		

3. *Check the basic solution for optimality*

To pleases A, B and 1, 2, 3 are assigning potentials: u_1, u_2, v_1, v_2, v_3

4. ***For filled cells*** to write equations that are associated with the cost:

$$u_1 + v_1 = 3$$
$$u_1 + v_2 = 6$$
$$u_2 + v_2 = 10$$
$$u_2 + v_3 = 9$$

Let it be

$$u_1 = 1,$$

We have

$$v_1 = 2$$
$$v_2 = 5$$
$$u_2 = 5$$
$$v_3 = 4$$

5. ***For empty cells*** find fictitious cost. For empty cells find potential difference C_{f13} and C_{f21}:

$$C_{f13} = u_1 + v_3 = 1+4 = 4$$
$$C_{f21} = u_2 + v_1 = 2+5 = 7$$

6. ***Difference*** between fictitious costs and real costs

$$\Delta_{13} = C_{13} - C_{f13} = 5 - 5 > 0$$
$$\Delta_{21} = C_{21} - C_{f21} = 8 - 7 > 0$$

shops \ bases	1	2	3	Proposal	
A	3 7	6 3	5	10	u_1
B	8	10 9	9 11	20	u_2
Demand	7	12	11		

If the difference between fictitious and real cost are positive, the optimal solution is found

$L=3\,x_{11} +6x_{12} +5x_{13} +8x_{21} +10x_{22} +9x_{23} = 3\bullet 7 +6 \bullet 3 +5\bullet 0 +8\bullet 0 +10\bullet 9 +9\bullet 11 =228,$

$$x_{11} = 7 \text{ т}$$
$$x_{12} = 5 \text{ т}$$
$$x_{13} = 0 \text{ т}$$
$$x_{21} = 0 \text{ т}$$
$$x_{22} = 9 \text{ т}$$
$$x_{23} = 11 \text{т}$$

Optimal solution:

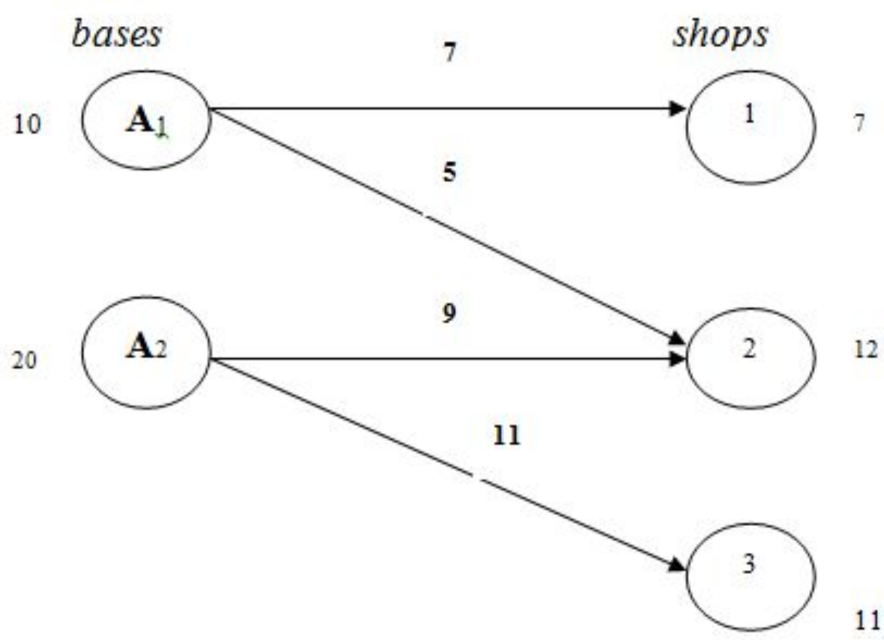
Shipping:

Bases:

A	10 = 7+ 5
B	20 = 9 + 11

Shops:

N1	7 = 7
N2	12 = 5 + 9
N3	11 = 11



To obtained solution with using Excel

			Переменные						
имя	x11	x12	x13	x21	x22	x23			
значение	**7**	**3**	**0**	**0**	**9**	**11**			
нижн.гр.									
вер.гр.							ЦФ		
коэф.в ЦФ	3	6	5	8	10	9	**228**		
			Ограничения						
вид			коэффициенты				лев.часть	знак	пр.часть
	1	1	1	0	0	0	**10**	=	10
	0	0	0	1	1	1	**20**	=	20
	1	0	0	1	0	0	**7**	=	7
	0	1	0	0	1	0	**12**	=	12
	0	0	1	0	0	1	**11**	=	11

If the condition is satisfy:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j ,$$

we have closed (balanced) transport task

If the condition is not satisfied, we must to add fictitious arcs

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \geq \sum_{j=1}^{n} b_j \rightarrow \sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j + \mathbf{b}_{i0}$$

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \leq \sum_{j=1}^{n} b_j \rightarrow \sum_{i=1}^{m} a_i + \mathbf{a}_{0j} = \sum_{j=1}^{n} b_j$$

			Переменные						
имя	x11	x12	x13	x21	x22	x23	мин ЦФ		
результат							0		
нижн.гр.	0	0	0	0		0			
коэф.в ЦФ	3	6	5	8	10	9			
			Ограничения				лев. часть	знак	пр.часть
	1	1	1	0	0	0	0		10
	0	0	0	1	1	1	0		20
	1	0	0	1	0	0	0		10
	0	1	0	0	1	0	0		12
	0	0	1	0	0	1	0		11

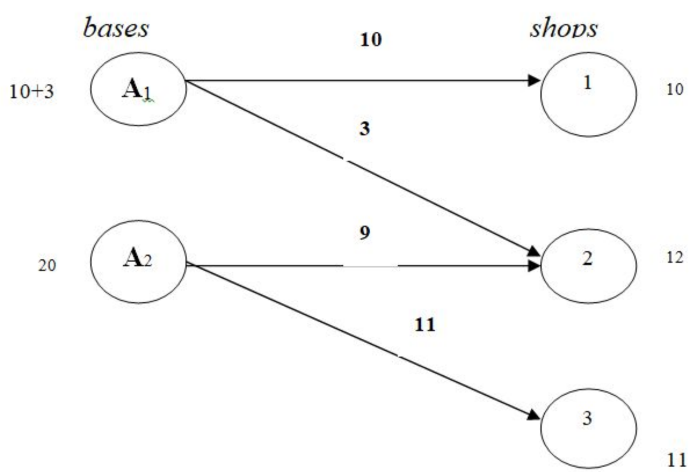
30 < 33 !!!!!

			Переменные						
имя	x11	x12	x13	x21	x22	x23	мин ЦФ		
результат	10	3	0	0	9	11	237		
нижн.гр.	0	0	0	0		0			
коэф.в ЦФ	3	6	5	8	10	9			
			Ограничения				лев. часть	знак	пр.часть
	1	1	1	0	0	0	13		13
	0	0	0	1	1	1	20		20
	1	0	0	1	0	0	10		10
	0	1	0	0	1	0	12		12
	0	0	1	0	0	1	11		11

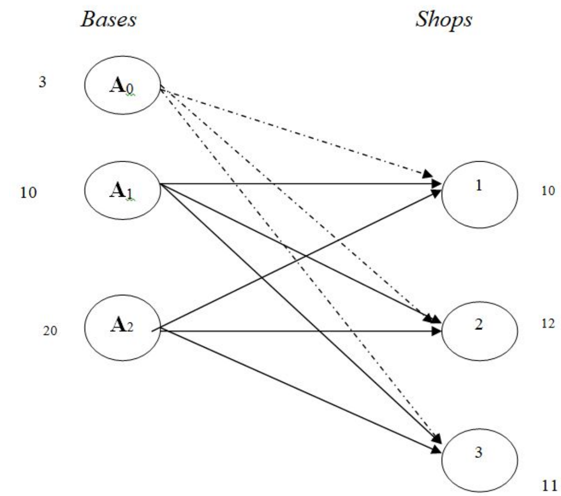
33 = 33!

If the condition is not satisfied, we must to add fictitious arcs (cargo)

			Переменные						
имя	x11	x12	x13	x21	x22	x23	мин ЦФ		
результат	10	3	0	0	9	11	237		
нижн.гр.	0	0	0	0		0			
коэф.в ЦФ	3	6	5	8	10	9			
			Ограничения				лев. часть	знак	пр.часть
	1	1	1	0	0	0	13		13
	0	0	0	1	1	1	20		20
	1	0	0	1	0	0	10		10
	0	1	0	0	1	0	12		12
	0	0	1	0	0	1	11		11



or



33 = 33

Task 2 - about cars

MG Auto has three plants in Los Angeles, Detroit, and New Orleans, and two major distribution centers in Denver and Miami. The capacities of the three plants during the next quarter are 1000, 1500, and 1200 cars. The quarterly demands at the two distribution centers are 2300 and 1400 cars. The mileage chart between the plants and the distribution centers is given in Table 5.1.

The trucking company in charge of transporting the cars charges 8 cents per mile per car. The transportation costs per car on the different routes, rounded to the closest dollar, are given in Table 5.2.

TABLE 5.1 Mileage Chart

	Denver	Miami
Los Angeles	1000	2690
Detroit	1250	1350
New Orleans	1275	850

TABLE 5.2 Transportation Cost per Car

	Denver (1)	Miami (2)
Los Angeles (1)	$80	$215
Detroit (2)	$100	$108
New Orleans (3)	$102	$68

Model

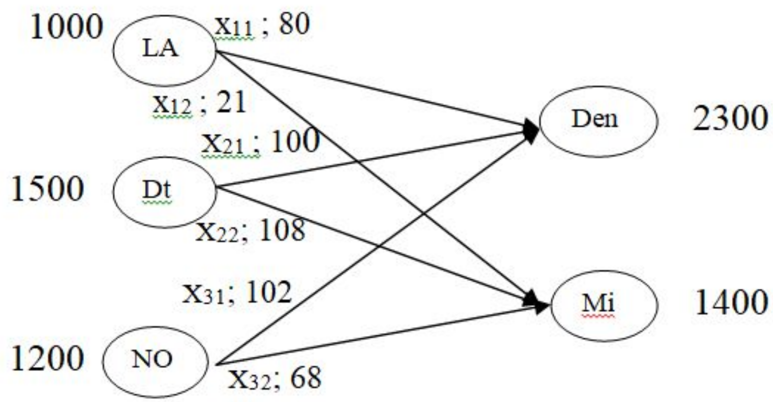
$$\text{Minimize } z = 80x_{11} + 215x_{12} + 100x_{21} + 108x_{22} + 102x_{31} + 68x_{32}$$

subject to

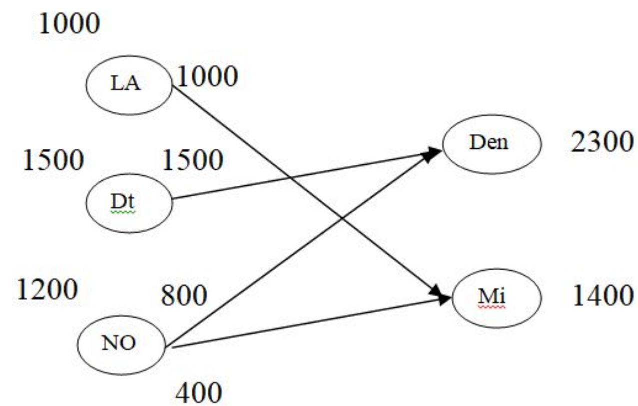
$$
\begin{array}{lllllll}
x_{11} + x_{12} & & & & & = 1000 & \text{(Los Angeles)} \\
 & x_{21} + x_{22} & & & & = 1500 & \text{(Detroit)} \\
 & & + x_{31} + x_{32} & & & = 1200 & \text{(New Oreleans)} \\
x_{11} & + x_{21} + & x_{31} & & & = 2300 & \text{(Denver)} \\
x_{12} + & x_{22} & + x_{32} & & & = 1400 & \text{(Miami)} \\
\end{array}
$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, j = 1, 2$$

Graphical Model



Solution



	x11	x12	x21	x22	x31	x32		
x	0	1000	1500	0	800	400		
	0	0	0	0	0	0		
c	80	21	100	108	102	68	F	
							279800	
LA	1	1	0	0	0	0	1000	1000
D	0	0	1	1	0	0	1500	1500
NO	0	0	0	0	1	1	1200	1200
Den	1	0	1	0	1	0	2300	2300
M	0	1	0	1	0	1	1400	1400

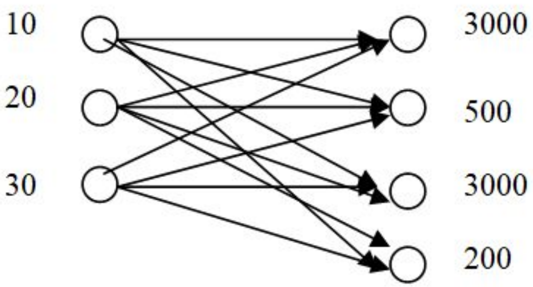
Task 3 - about Aircraft

Приклад оптимізації транспортних потоків авіакомпанії, яка має літаки типів

- Б-737-200,
- Б-737-400,
- Б-767-300ER

та виконує рейси за маршрутами

- Київ – Афіни,
- Київ – Ашхабад,
- Київ – Будапешт,
- Київ – Варшава.



Тип ВС	Авиалинии				Число ВС каждого типа	Вместимость ВС
	Транспортные расходы					
	1	2	3	4		
1	15	20	25	40	10	100
2	70	28	15	45	20	200
3	40	70	40	65	30	150
Прогнозируемый пассажиропоток на маршрутах	3000	500	3000	200		

An example of an airline's traffic flow optimization, which has aircraft type Boeing-737-200, Boeing-737-400, Boeing-767-300ER and performs flights on routes: Kiev-Athens, Kiev-Ashgabat, Kiev-Budapest, Kiev-Warsaw.

Model

Целевая функция:

$$Y = 15x_{11} + 20x_{12} + 25x_{13} + 40x_{14} + 70x_{21} + \ \ldots \ + 65x_{34} \quad - \ \min$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 10 \ ;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 20 \ ;$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 30 \ ;$$

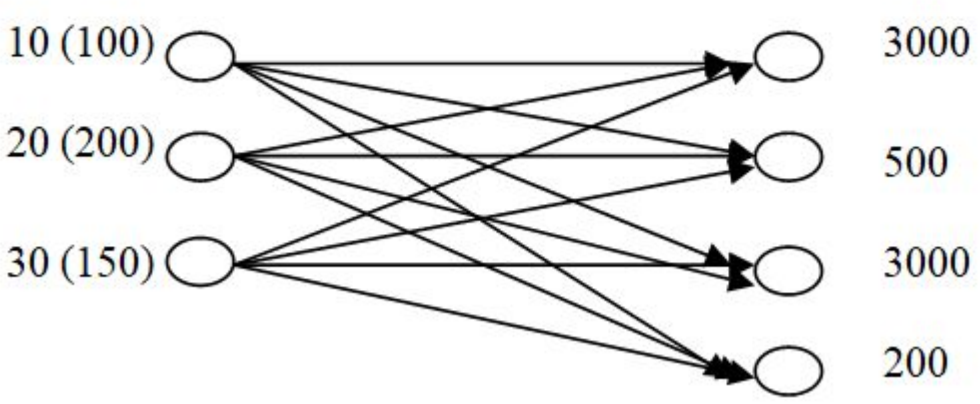
$$100x_{11} + 200x_{21} + 150_{31} \geq 3000;$$

$$100x_{12} + 200x_{22} + 150x_{32} \geq 500 \ ;$$

$$100x_{13} + 200x_{23} + 150x_{33} \geq 3000 \ ;$$

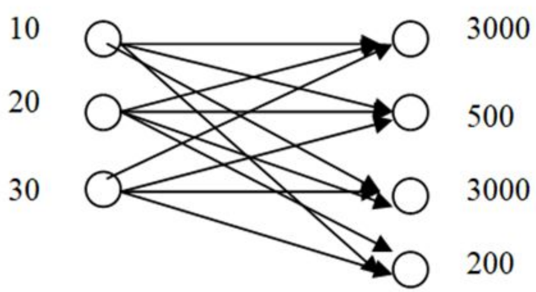
$$100x_{14} + 200x_{24} + 150x_{34} \geq 200 \ .$$

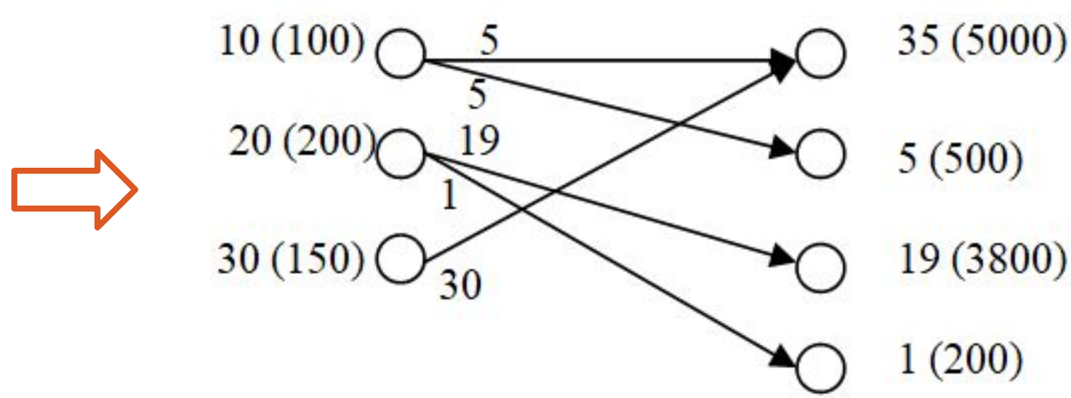
$$x_{ij} \geq 0 \ ; \quad x_{ij} - \text{целое} \ .$$



Solution

имя	x11	x12	x13	x14	x21	x22	x23	x24	x31	x32	x33	x34			
значение	**5**	**5**	**0**	**0**	**0**	**0**	19	1	30	0	0	0			
нижн.гр.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
вер.гр.															
коэф.в ЦФ	15	20	25	40	70	28	**15**	45	40	70	40	65			
													ЦФ		
													1705		
вид													левая ч.	знак	прав ч.
	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	10		10
	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	20		20
	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	30		30
	100	0	0	0	200	0	0	0	150	0	0	0	5000		3000
	0	100	0	0	0	200	0	0	0	150	0	0	500		500
	0	0	100	0	0	0	200	0	0	0	150	0	3800		3000
	0	0	0	100	0	0	0	200	0	0	0	150	200		200





1: 5*100+30*150=5000
2: 5*100=500
3: 19*200=3800
4: 200

Appointment method / метод назначений

Применим ТЗ для решения задачи оптимального выбора персонала УВД, максимизируя производительность труда каждого специалиста по УВД с учетом характера выполняемой работы. Представим ТЗ в виде задачи выбора персонала при допуске к самостоятельной работе после прохождения стажировки и получения квалификационной отметки. Пункты отправления - должности. Пункты назначения – кандидаты-диспетчеры. Исходы – производительность труда диспетчера-кандидата на конкретном диспетчерском пункте.

В качестве m пунктов отправления A1, A2,…,Am – возможные занимаемые должности диспетчеров в диспетчерской смене:

- диспетчер аэродромного диспетчерского пункта (АДП),
- диспетчер диспетчерского пункта руления (ДПР),
- диспетчер стартового диспетчерского пункта (СДП),
- диспетчер диспетчерского пункта круга (ДПК),
- диспетчер диспетчерского пункта подхода (ДПП).
- диспетчер местного диспетчерского (МДП) или ***«Центр Полётной Информации»***

Должности	Кандидаты				
	№1	№2	№3	№4	№5
Диспетчер АДП	58	38	48	38	18
Диспетчер КДП	58	48	48	38	28
Диспетчер МДП	68	28	58	48	48
Фиктивная должность	0	0	0	0	0
Фиктивная должность	0	0	0	0	0

Simplex-method

Должности	Кандидаты				
	№1	№2	№3	№4	№5
Диспетчер АДП	58	38	48	38	18
Диспетчер КДП	58	48	48	38	28
Диспетчер МДП	68	28	58	48	48
Фиктивная должность	0	0	0	0	0
Фиктивная должность	0	0	0	0	0

$$L = 58x_{11} + 38x_{12} + 48x_{13} + 38x_{14} + 18x_{15} + 58x_{21} + 48x_{22} + 48x_{23} + 38x_{24} + 28x_{25} + 68x_{31} + 28x_{32} + 58x_{33} + 48x_{34} + 48x_{35} + {}$$
$$+0x_{41} + 0x_{42} + 0x_{43} + 0x_{44} + 0x_{45} + 0x_{51} + 0x_{52} + 0x_{53} + 0x_{54} + 0x_{55} \rightarrow \max$$

Ограничения

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} = 1$$
$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1$$
$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} = 1$$
$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} = 1$$
$$x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} + x_{51} = 1$$
$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} + x_{52} = 1$$
$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} + x_{53} = 1$$
$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} + x_{54} = 1$$
$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{55} = 1$$

$$x = \begin{cases} 1, \text{ если кандидат работает} \\ 0, \text{ - не работает} \end{cases}$$

Оптимальное решение находится с помощью методов ЛП или специальными методами. Находим оптимальное решение с помощью венгерского метода.

Решение с помощью венгерского метода

Должности	Кандидаты				
	№1	№2	№3	№4	№5
Диспетчер АДП	58	38	48	38	18
Диспетчер КДП	58	48	48	38	28
Диспетчер МДП	68	28	58	48	48
Фиктивная должность	0	0	0	0	0
Фиктивная должность	0	0	0	0	0
Max	68	48	58	48	48

Должности	Кандидаты					Min
	№1	№2	№3	№4	№5	
Диспетчер АДП	10	10	10	10	30	10
Диспетчер КДП	10	0*	10	10	20	0
Диспетчер МДП	0*	20	0*	0	0	0
Фиктивная должность	68	48	58	48	48	48
Фиктивная должность	68	48	58	48	48	48

Должности	Кандидаты				
	№1	№2	№3	№4	№5
Диспетчер АДП	0*	0	0	0	20
Диспетчер КДП	10	0*	10	10	20
Диспетчер МДП	0	20	0*	0	0
Фиктивная должность	20	0	10	0*	0
Фиктивная должность	20	0	10	0	0*

В матрице назначений проводим минимальное число линий (горизонталей (по строкам) и/или вертикалей (по столбцам)), вычеркивающих все нулевые ячейки матрицы. Если минимальное число вычеркнутых строк и столбцов равно n (n=5), оптимальное решение найдено:

- диспетчер АДП - №5;
- диспетчер КДП - №1;
- диспетчер МДП - №2.

Остальные кандидаты (№3, №4) не прошли конкурсный отбор и остаются на подмене или в качестве резерва.
При этом можно определить условную максимальную производительность труда для оптимального выбора, для нашего примера она составляет :
С = 58+48+58=164 у.е.

Формирование матрицы исходов – производительность труда на рабочем месте

$$W_{ij}\left(L;K;E;G;P\right)=\sum_{k=1}^{5}\omega_{ijk}F_{ijk},\ i=1,n,\ j=\overline{1,m}$$

№ п/п	Составляющие комплексного показателя	Содержание оценки	оценки	
1	Средний балл диплома о получении первоначального авиационного образования	Цикл дисциплин гуманитарной и социально-экономической подготовки	$F^{1}_{ij}(1)$	$F^{1}_{ij}(L)$
		Цикл дисциплин природно-научной подготовки	$F^{1}_{ij}(2)$	
		Цикл дисциплин профессиональной и практической подготовки	$F^{1}_{ij}(3)$	
		Цикл дисциплин самостоятельного выбора ВУЗа по специализации «УВД»	$F^{1}_{ij}(4)$	
2	Уровень владения английским языком	Шкала уровней английского языка		$F^{2}_{ij}(E)$
3	Психологический отбор по соответствующим методикам-тестам *(индивидуальный)*			$F^{4}_{ij}(P)$
4	Комплексная взвешенная оценка, полученная в результате допуска к работе в соответствии с Положением о стажировке	Переходная стажировка	A_{1i}	$F^{3}_{ij}(K)$
		Обучение перед практической подготовкой на рабочем месте	A_{2i}	
		Практическая подготовка на рабочем месте	A_{3i}	
5	Оценка, соответствующая прохождению психологического отбора с *(совместимость личности и группы)*	Методы социометрии		$F^{5}_{ij}(P)$

THANK YOU FOR YOUR ATTENTION