

Основным элементом чертежа является изображение, которое должно удовлетворять следующим требованиям:

1. **Обратимость** – возможность воссоздания или изготовления объекта по его чертежу. Это требование связано с тем, что на этапе конструирования пространственный объект, имеющий три измерения (3D), изображается в виде плоского (2D) чертежа (т.е. $3D \rightarrow 2D$), а при изготовлении решается обратная задача – по плоскому чертежу нужно изготовить пространственный объект ($2D \rightarrow 3D$).

2. **Измеримость** – возможность измерения любых элементов объекта (с учетом масштаба) по его чертежу.

3. **Наглядность** – возможность приблизить восприятие изображения объекта к его оригиналу.

Для построения изображений, удовлетворяющих этим требованиям, в инженерной графике применяется **метод проекций**.

1.1. Метод проецирования. Комплексный чертеж

Слово «проекция» (от латинского глагола *projicere*) переводится как «бросать вперед».

Под проекцией понимают совокупность точек $\{A_1, B_1, C_1, \dots\}$ пересечения прямых (*проецирующих лучей*), проходящих через все точки $\{A, B, C, \dots\}$ рассматриваемого объекта, с заданной плоскостью Π_1 – *плоскостью проекции*.

Если проецирующие лучи выходят из одной точки S (*центра проецирования*), то получаем центральное проецирование (центр проецирования удален от плоскости проекции на конечное расстояние), используемое в архитектуре и строительстве (рис. 1.1, а).

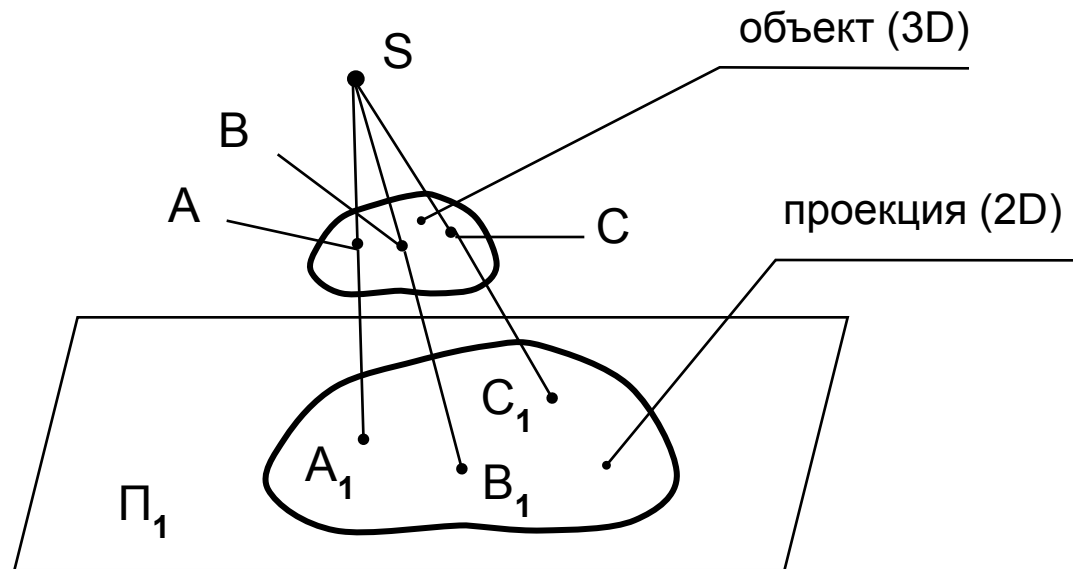


Рис. 1.1, а

Если центр проецирования S^∞ удален от плоскости проекции на бесконечно большое расстояние (проецирующие лучи становятся параллельны друг другу), то получаем параллельное проецирование (рис. 1.1, б), где n – вектор направления проецирования.

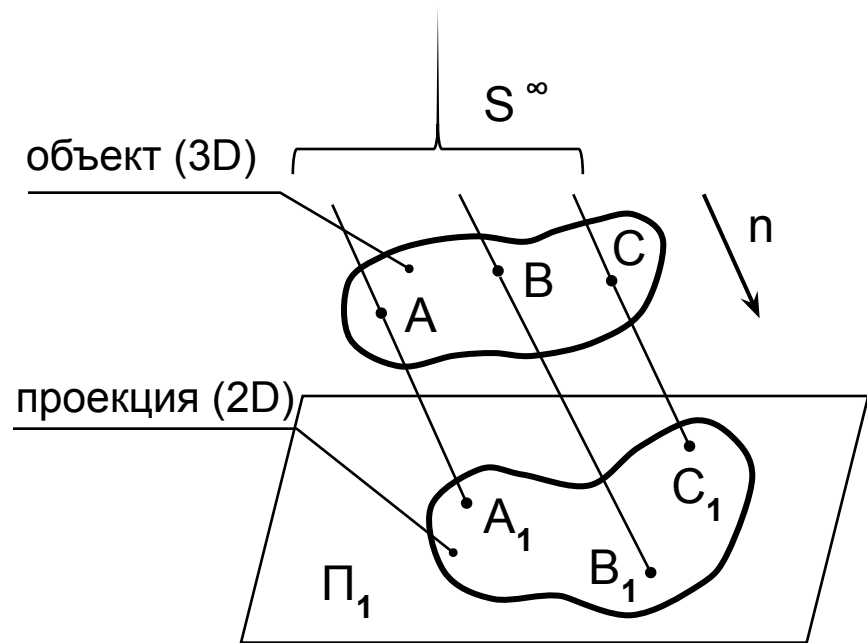


Рис. 1.1, б

В зависимости от угла наклона (φ) вектора направления проецирования (n) к плоскости проекции (Π_1) параллельное проецирование делится на косоугольное ($\varphi < 90^\circ$) и прямоугольное ($\varphi = 90^\circ$), или ортогональное (когда вектор проецирования перпендикулярен плоскости проекции), которое и применяется в технике. В дальнейшем под термином проецирование будем понимать параллельное прямоугольное проецирование, которое имеет следующие свойства :

1. Точка проецируется в точку (или изображением точки является точка):
 $A \rightarrow A_1, B \rightarrow B_1, C \rightarrow C_1, \dots$

2. Прямая проецируется в прямую (или изображением прямой является прямая) :

$$AB \rightarrow A_1B_1,$$

если она не проецирующая, иначе – в точку:

$$AC \rightarrow A_1 \text{ (рис. 1.2).}$$

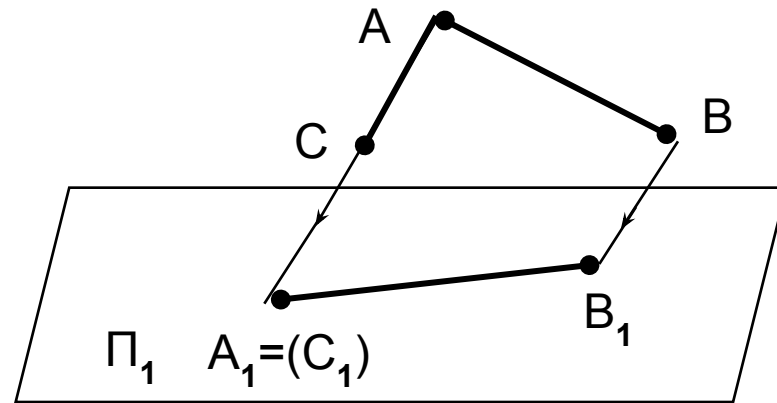


Рис. 1.2

3. Плоскость проецируется в плоскость (или изображением плоскости является плоскость):

$$ABC \rightarrow A_1B_1C_1,$$

если она не проецирующая, иначе – в прямую:

$$BCD \rightarrow B_1C_1 \text{ (рис. 1.3).}$$

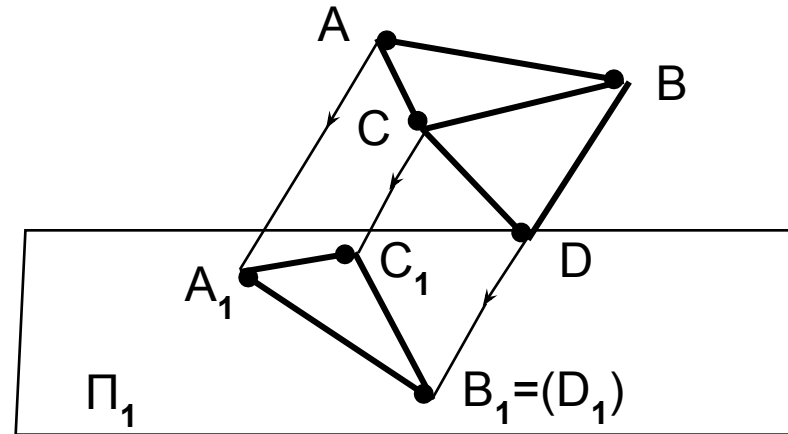


Рис. 1.3

4. Принадлежность геометрических объектов при проецировании сохраняется. Например, если точка C принадлежит прямой AB ($C \in AB$), то её проекция C_1 будет располагаться на проекции прямой A_1B_1 ($C_1 \in A_1B_1$), как показано на рис. 1.4.

5. Пропорциональность отрезков, расположенных на одной прямой или на параллельных прямых, при проецировании сохраняется, т. е.

$$\frac{AC}{CB} = \frac{A_1C_1}{C_1B_1} \quad (\text{рис. 1.4}).$$

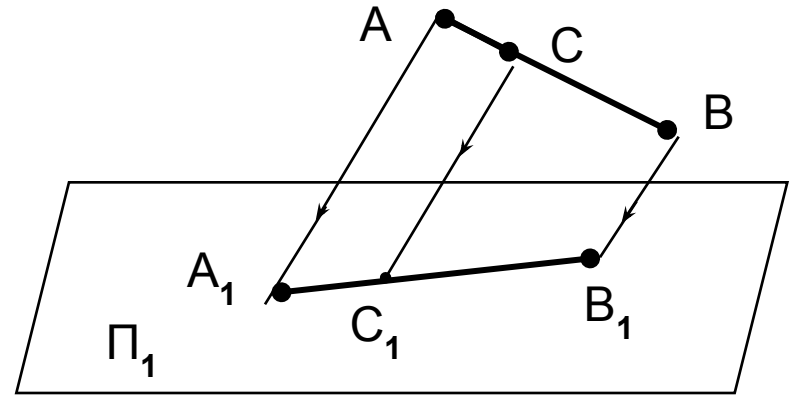


Рис. 1.4

6. Параллельность прямых при проецировании сохраняется. Если прямые AB и CD параллельны – $AB \parallel CD$ (рис. 1.5), то их одноименные проекции тоже параллельны – $A_1B_1 \parallel C_1D_1$.

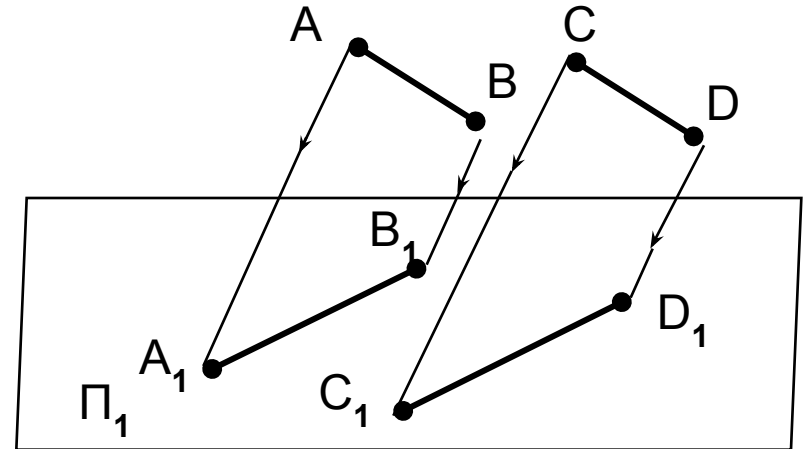


Рис. 1.5

Многие из этих свойств выполняются и для других видов проецирования.

Проекционное изображение, состоящее из одной проекции (монопроекция), не удовлетворяет требованию обратимости. Как видно из рис. 1.6, по заданной проекции точки A_1 нельзя восстановить положение ее оригинала – A в пространстве.

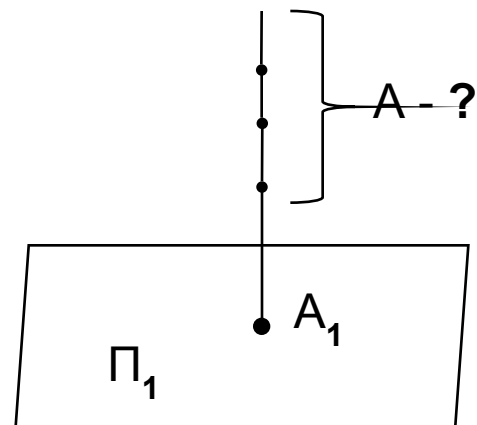


Рис. 1.6

Для получения обратимых изображений используют проецирование на две и более плоскостей проекции – комплекс проекций (но есть и другие методы).

Построим прямоугольные параллельные проекции (A_1 , A_2 и A_3) точки A на три взаимно перпендикулярные плоскости :

Π_1 – горизонтальную,
 Π_2 – фронтальную и
 Π_3 – профильную плоскости проекции, как показано на рис. 1.7.

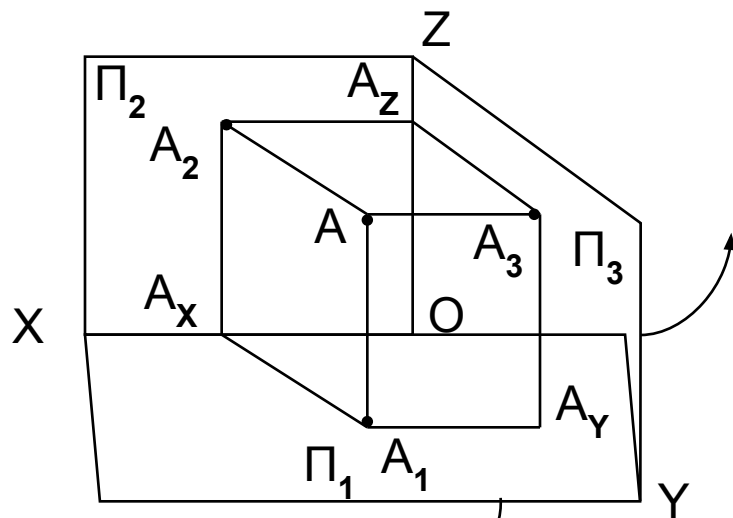


Рис. 1.7

Затем горизонтальную плоскость проекции вместе с расположенной на ней проекцией A_1 повернем вокруг оси OX на 90° до совмещения с фронтальной плоскостью проекции, а профильную плоскость с проекцией A_3 повернем вокруг оси OZ на 90° тоже до совмещения с фронтальной плоскостью.

Полученное изображение трех плоскостей проекции вместе с расположенными на них проекциями A_1 , A_2 и A_3 точки A называют *комплексным чертежом точки A* .

На комплексном чертеже (рис. 1.8) ось OY раздваивается, так как вместе с плоскостью Π_1 она ушла вниз, а вместе с Π_3 – вправо. Прямую, соединяющую две проекции точки на комплексном чертеже (A_1A_2 и A_2A_3), называют *линией проекционной связи*.

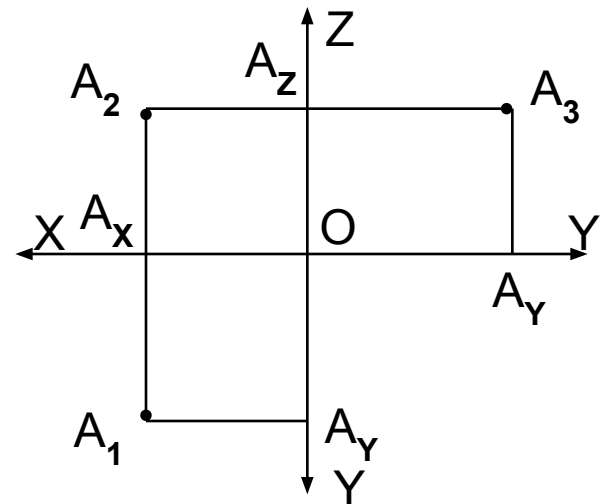


Рис. 1.8

Для комплексного чертежа выполняются такие свойства:

- горизонтальная A_1 и фронтальная A_2 проекции точки всегда располагаются на вертикальной линии проекционной связи;
- фронтальная A_2 и профильная A_3 проекции точки всегда располагаются на горизонтальной линии проекционной связи.

При выполнении чертежей часто приходится решать задачи на построение третьей проекции фигуры по двум заданным, а для этого нужно прежде всего уметь находить третью проекцию точки по двум заданным. На рис. 1.9 показано, как решается эта задача с использованием свойств комплексного чертежа.

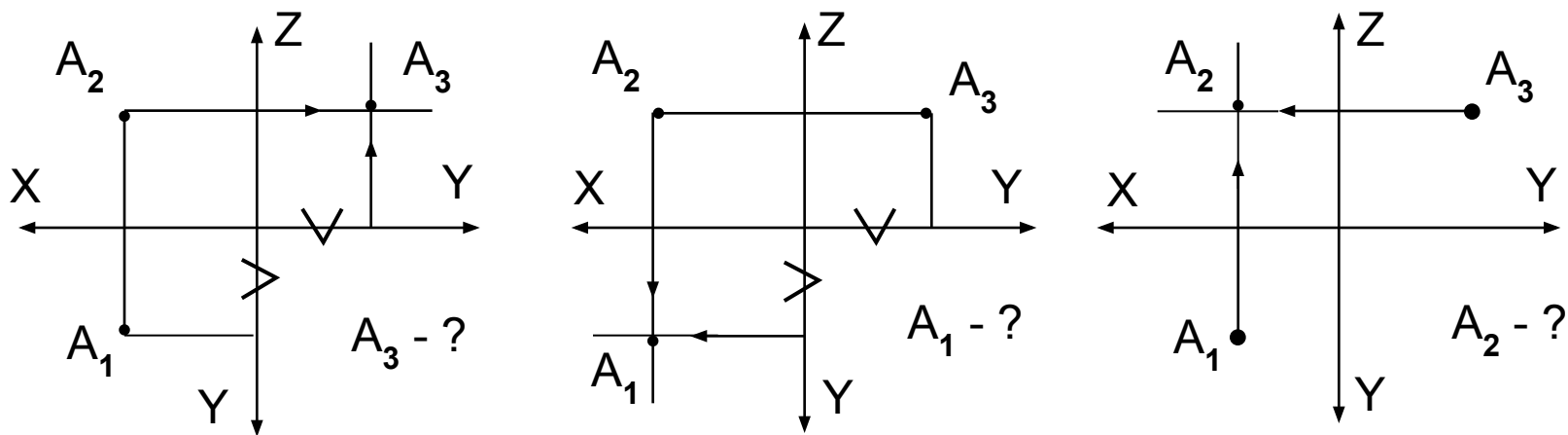


Рис. 1.9

Прямая как геометрический объект является одним из основных понятий инженерной графики, которое лишь условно может быть определено аксиомами геометрии. Под прямой будем понимать линию, соединяющую две точки по кратчайшему пути. Прямая безгранична. Ограниченная часть прямой линии называется *отрезком*.

Для однозначного задания прямой линии на комплексном чертеже достаточно задать две ее проекции, которые можно построить по проекциям двух точек, принадлежащих этой прямой.

При построении и чтении чертежей нужно уметь анализировать положение прямой в пространстве.

Если прямая параллельна только одной плоскости проекции, то ее называют *прямой уровня*. Различают следующие прямые уровня (рис. 1.10):

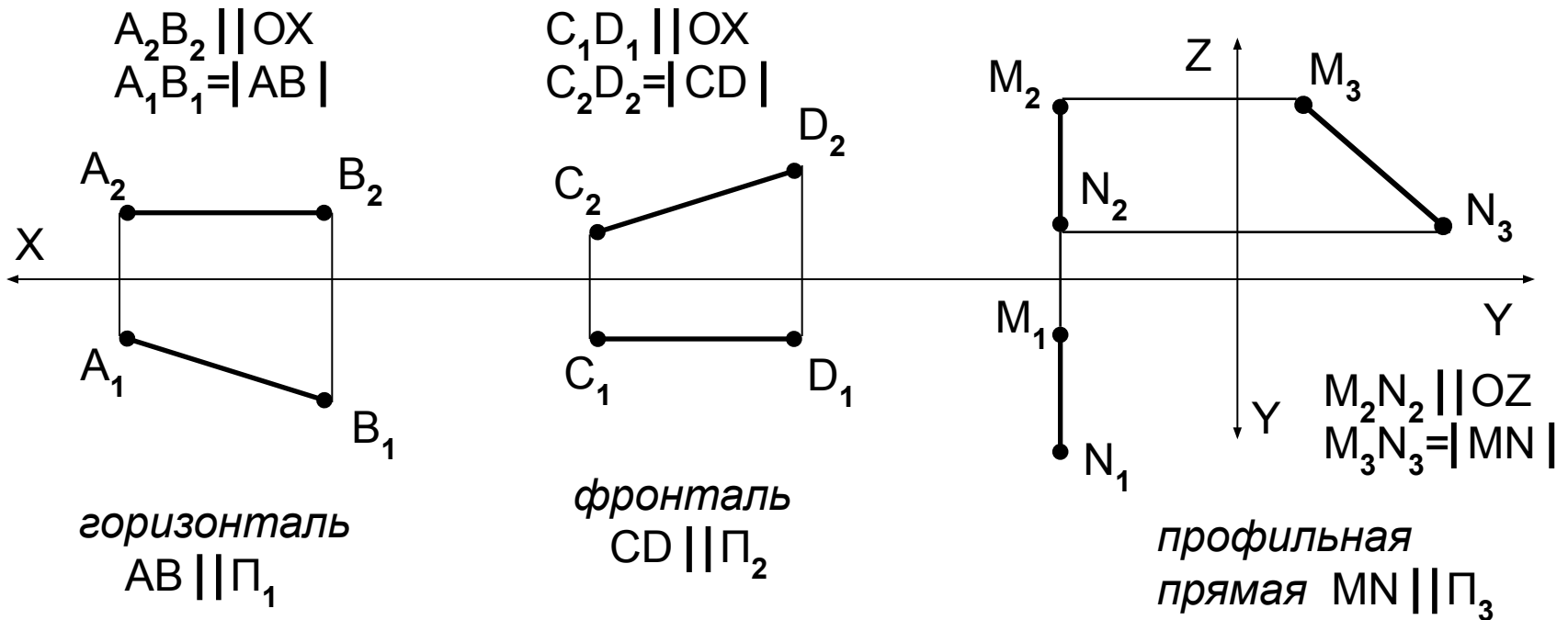


Рис. 1.10

Если прямая перпендикулярна плоскости проекции, то ее называют *проецирующей прямой*. Различают следующие проецирующие прямые, комплекс проекций которых приведен на рис. 1.11:

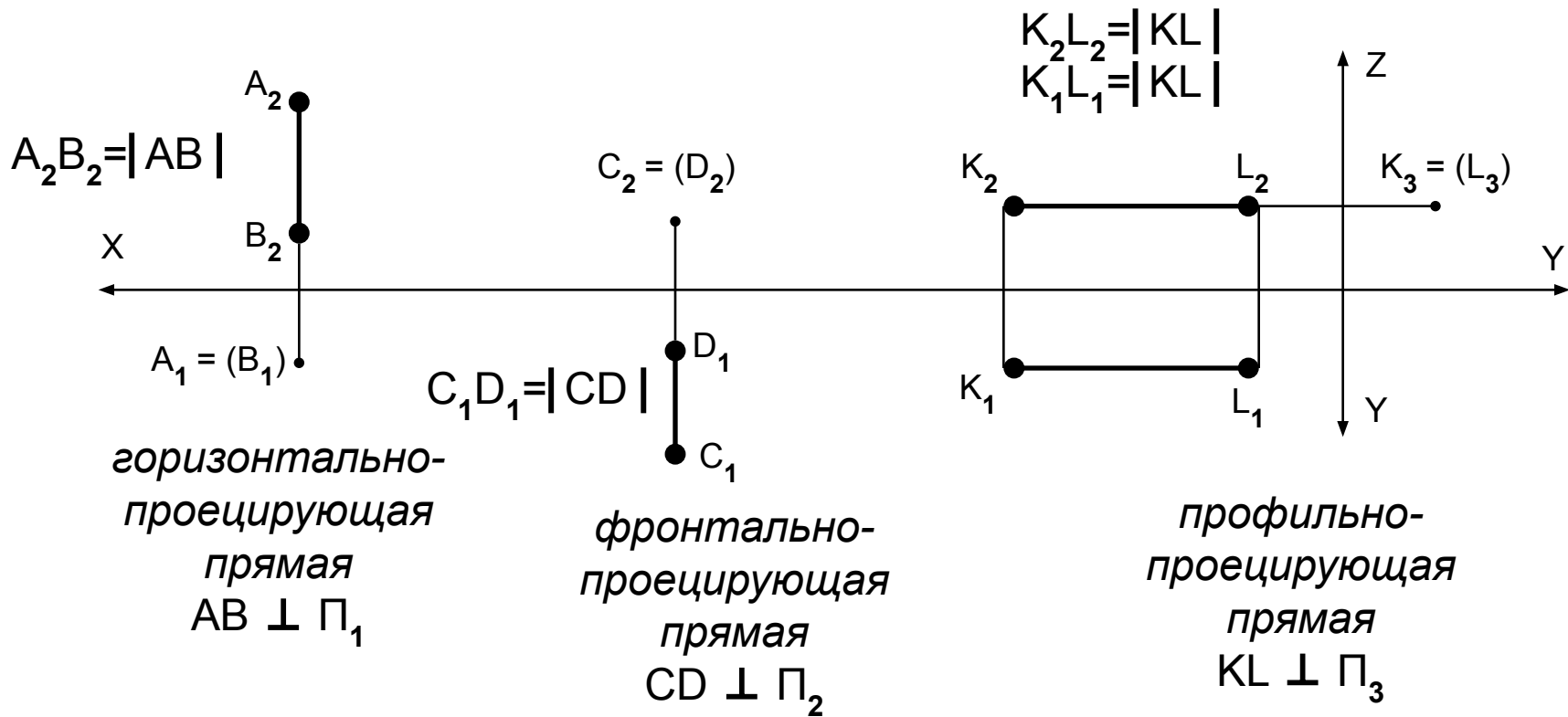


Рис. 1.11

Если прямая не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекции, то ее называют *прямой общего расположения*. На рис. 1.12 показан комплекс проекций такой прямой.

Отрезок прямой общего расположения проецируется на плоскости проекций с искажениями.

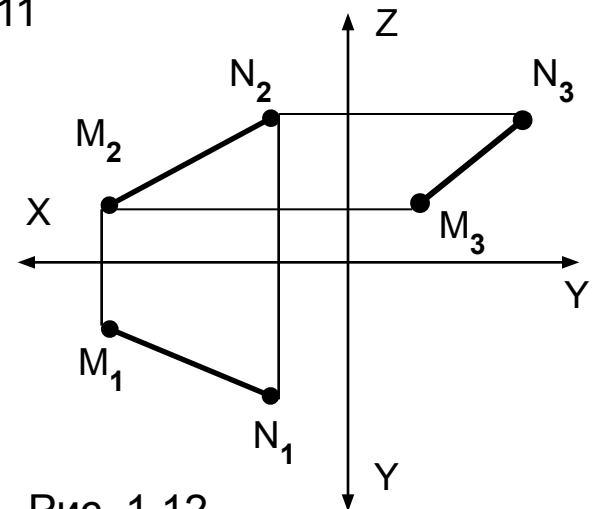


Рис. 1.12

Плоскость можно определить как простейшую поверхность, для которой прямая, проходящая через две точки плоскости, полностью располагается в этой плоскости. Плоскость бесконечна. Она делит пространство на две части. В технических применениях имеют дело с *отсеком плоскости* – частью плоскости, ограниченной каким-либо замкнутым контуром.

На рис. 1.13 приведены варианты задания плоскости на комплексном чертеже:

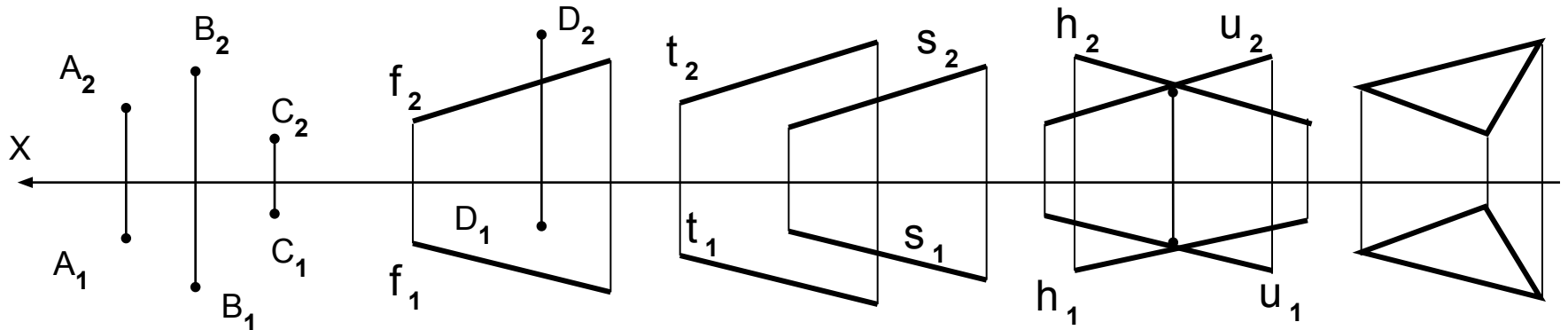


Рис. 1.13

тремя точками (A, B и C), не лежащими на одной прямой

прямой (f) и точкой (D), не принадлежащей этой прямой

двумя параллельными прямыми (s и t)

двумя пересекающимися прямыми (h и u)

отсеком плоскости или плоской фигурой

При построении изображений технических деталей нужно уметь различать плоскости по их расположению относительно плоскостей проекций.

На рис. 1.14 приведено изображение *плоскостей уровня*, которые располагаются параллельно плоскостям проекции:

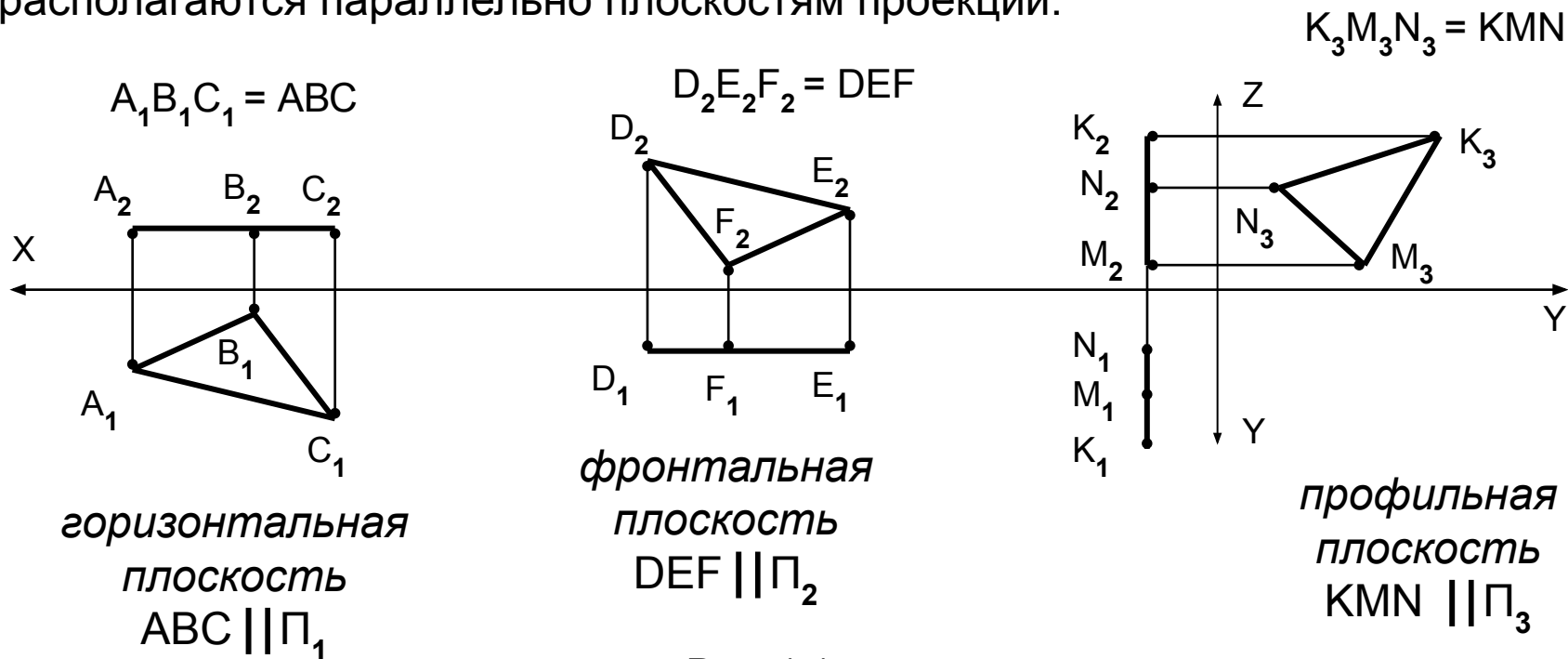


Рис. 1.14

Если плоскость располагается перпендикулярно только одной плоскости проекции, то ее называют *проецирующей плоскостью*.

На рис. 1.15 приведены изображения проецирующих плоскостей:

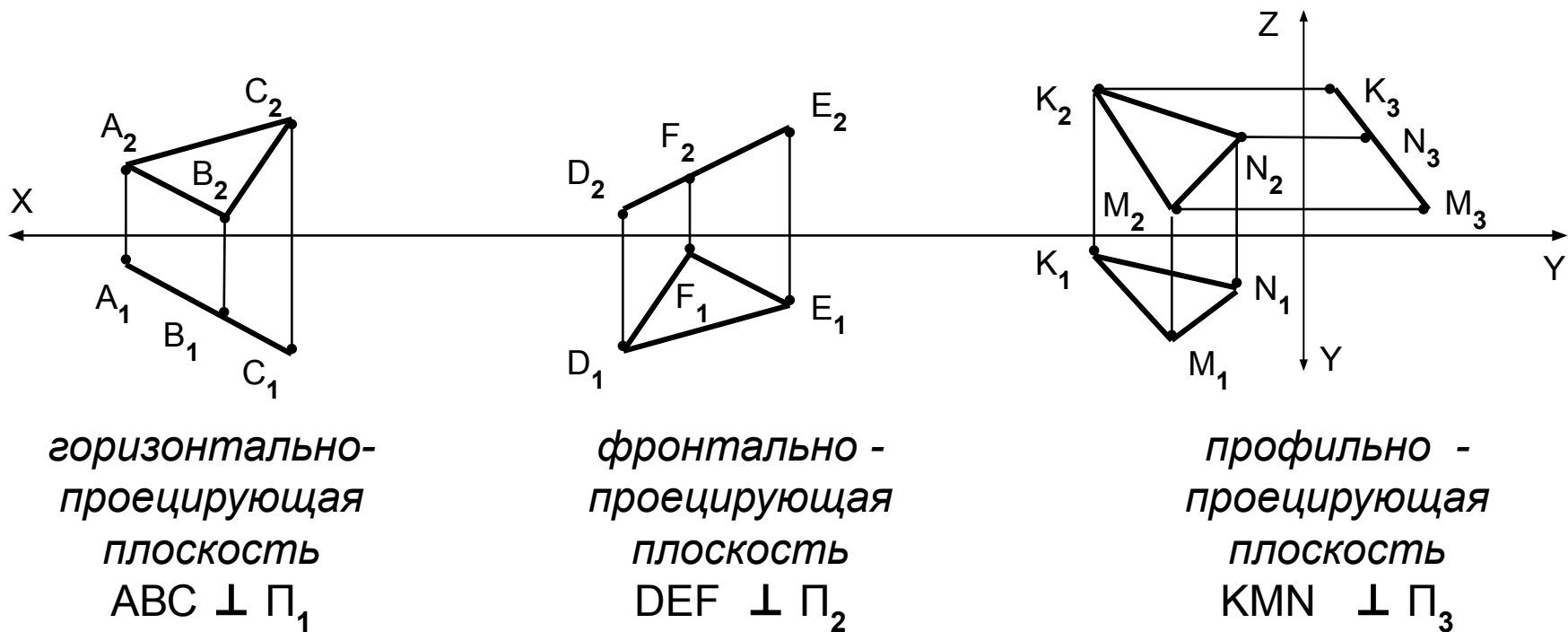


Рис. 1.15

Плоскость общего расположения не параллельна и не перпендикулярна ни одной из плоскостей проекции. На комплексном чертеже все ее проекции получают искаженными.

1.3. Аксонометрические изображения

Рассмотренный ранее метод прямоугольного проецирования на основные плоскости проекции обладает недостаточной наглядностью. Для получения целостного представления о форме и размерах объекта приходится одновременно рассматривать несколько таких проекций, дополняя их разрезами, сечениями и выносными элементами, что затрудняет восприятие объекта.

Поэтому желательно иметь наглядное изображение предмета, состоящее только из одной проекции. Но, как известно, монопроекция не позволяет определить форму и положение в пространстве трехмерного объекта (не выполняется требование обратимости).

Чтобы устранить эту неопределенность и получить обратимый чертеж, необходимо изображаемый предмет дополнить прямоугольной системой координат XYZ , как показано на рис. 1.16, и проецировать его вместе с осями координат на плоскость проекции P' , которую называют *аксонометрической*.

Изображение, полученное на этой плоскости, называют *аксонометрическим* (или просто – *аксонометрией*), а проекции координатных осей $O'X'$, $O'Y'$ и $O'Z'$ – *аксонометрическими осями координат*.

В переводе с греческого слово «аксонометрия» означает «измерение по осям». В зависимости от величины угла ϕ (наклон проецирующих лучей к плоскости Π') различают: *прямоугольную аксонометрию* ($\phi=90^\circ$) и *косоугольную аксонометрию* ($\phi<90^\circ$).

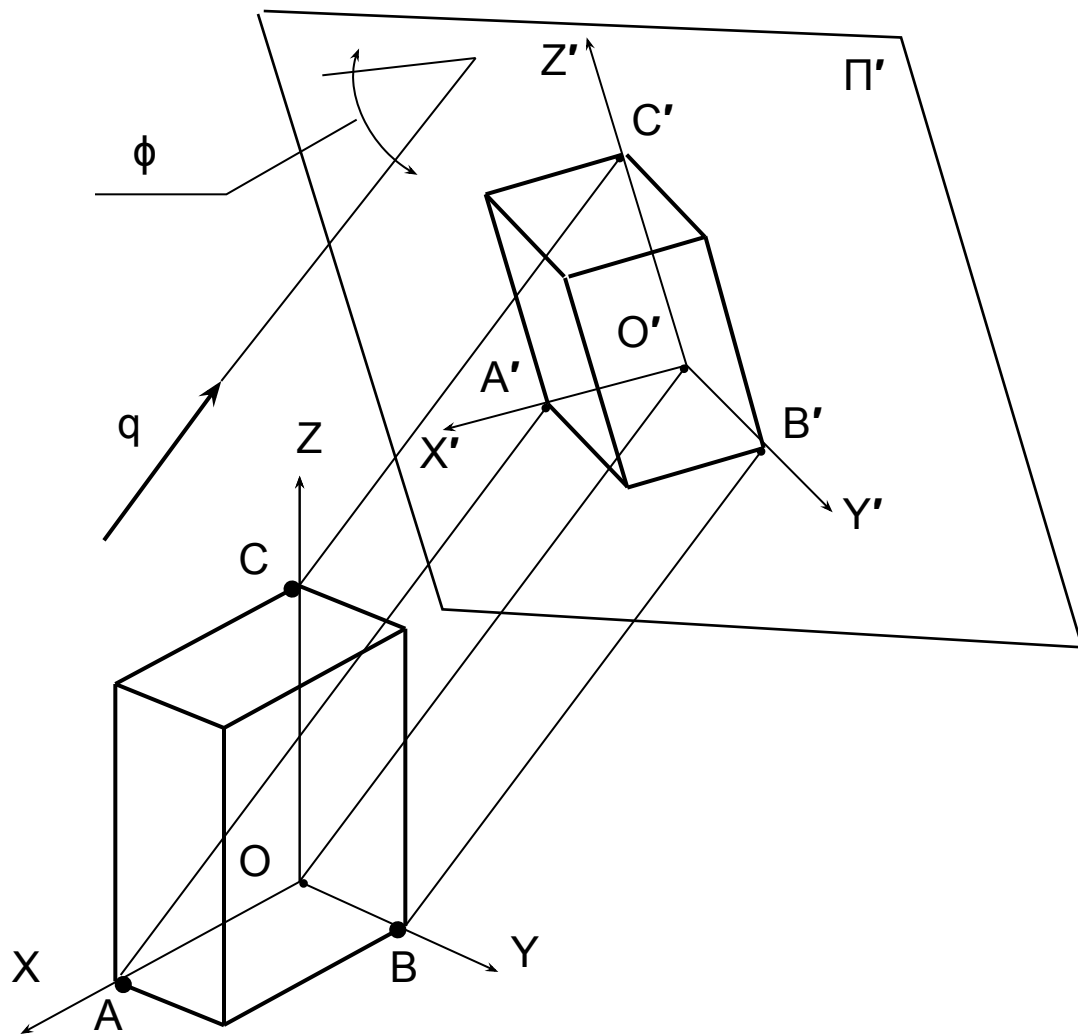


Рис. 1.16

Центральная аксонометрия (при центральном проецировании) имеет больше научный интерес и на практике применяется редко (обычно – в строительстве и архитектуре).

В зависимости от направления проецирования (вектор q) и расположения плоскости Π' аксонометрическое изображение получается искаженным по сравнению с оригиналом. Это изменение характеризуют *коэффициентами искажения* по осям, которые определяются через отношение длин аксонометрических проекций отрезков, расположенных на осях координат, к истинным длинам этих отрезков:

$$k_x = \frac{O'A'}{OA} ; k_y = \frac{O'B'}{OB} ; k_z = \frac{O'C'}{OC} .$$

Коэффициенты искажения показывают, как изменяются значения координат точки при проецировании ее на аксонометрическую плоскость проекции.

На рис. 1.17 показано построение аксонометрического изображения точки $A(X, Y, Z)$. Отрезки, откладываемые на аксонометрических осях, вычисляются через исходные координаты точки (X_A, Y_A, Z_A) и известные коэффициенты искажения:

$$X'_A = k_x \cdot X_A ; Y'_A = k_y \cdot Y_A ; Z'_A = k_z \cdot Z_A$$

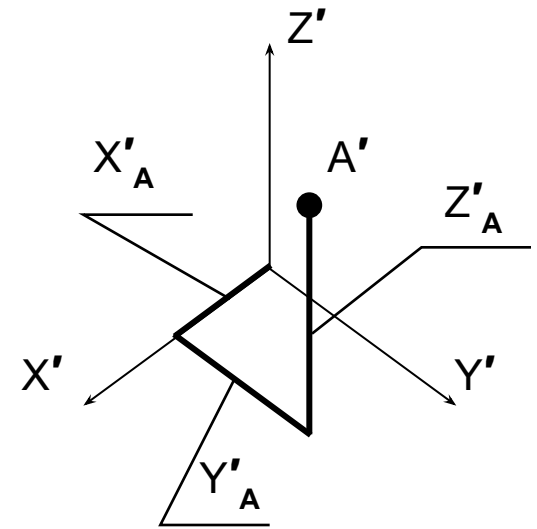


Рис. 1.17

В зависимости от соотношения между коэффициентами искажения аксонометрия может быть:

- *изометрической* ($k_x = k_y = k_z$);
- *диметрической* ($k_x = k_z \neq k_y$);
- *триметрической* ($k_x \neq k_y \neq k_z$).

Коэффициенты искажения связаны между собой зависимостью

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2 + \operatorname{ctg}^2 \varphi.$$

Для прямоугольной аксонометрии ($\operatorname{ctg} \varphi = 0$) уравнение упрощается:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 2.$$

Из этого уравнения можно получить значения коэффициентов искажения для прямоугольной изометрии: так как $k_x = k_y = k_z = k$, то $3k^2 = 2$, а значит,

$$k = \sqrt{\frac{2}{3}} \approx 0,82.$$

Для прямоугольной диметрии $k_x = k_z = k$ и выберем $k_y = k/2$.

Тогда $2k^2 + \frac{k^2}{4} = 2$, откуда $k = \sqrt{\frac{8}{9}} \approx 0,94$.

Следовательно, $k_x = k_z = 0,94$, а $k_y = 0,47$.

В теореме немецкого геометра Карла Польке утверждается: три отрезка произвольной длины $O'A'$, $O'B'$ и $O'C'$ (см. рис. 1.16), лежащие в одной плоскости Π' и выходящие из одной точки O' под произвольными углами друг к другу, могут быть получены параллельным проецированием трех равных отрезков, отложенных на осях прямоугольной системы координат от начала.

Отсюда следует, что расположение аксонометрических осей и величина коэффициентов искажения по ним могут выбираться произвольно, что приводит к неограниченному количеству возможных аксонометрических систем.

Стандарт ГОСТ 2.317-69 рекомендует к применению пять стандартных видов аксонометрических изображений: два прямоугольных – *изометрия*, *диметрия* – и три косоугольных – *фронтальная изометрия*, *горизонтальная изометрия* и *фронтальная диметрия*.

1.3.1. Прямоугольная изометрия

На рис. 1.18 показано расположение аксонометрических осей для прямоугольной изометрии.

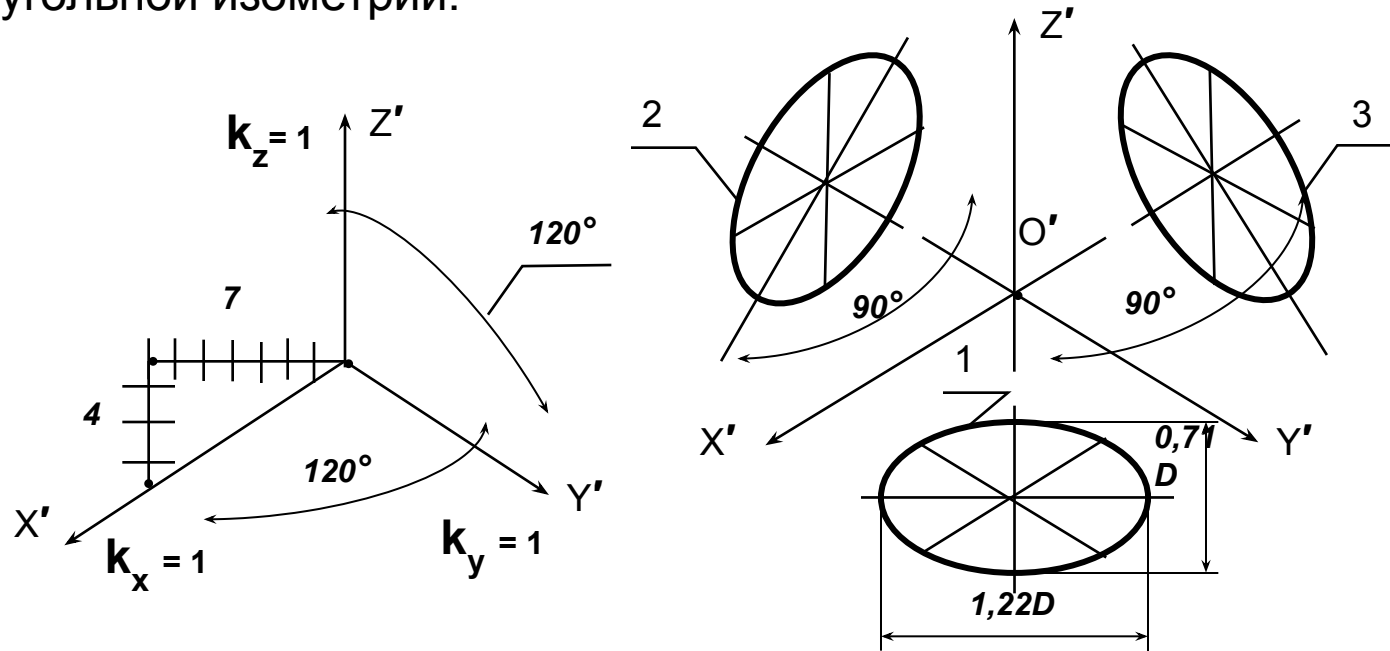


Рис. 1.18

Для упрощения построений стандарт разрешает использовать *приведенные* коэффициенты искажения по осям, которые равны $k_x = k_y = k_z = 1$ (а не 0,82), что приводит к увеличению в 1,22 раза размеров изометрического изображения. Наглядность такой увеличенной изометрии несколько не ухудшается, так как пропорциональность отдельных частей предмета не нарушается, зато отпадает необходимость в пересчете размеров.

Окружности, расположенные в плоскостях, параллельных основным плоскостям проекций, проецируются на аксонометрическую плоскость проекции в эллипсы (см. рис. 1.18). Большая ось эллипса (при использовании приведенных коэффициентов искажения) равна $1,22D$, а малая – $0,71D$, где D – диаметр изображаемой окружности.

Если окружность расположена в плоскости, параллельной XOY , то ее изометрия – эллипс (позиция 1), большая ось которого перпендикулярна аксонометрической оси Z' .

Если окружность параллельна плоскости XOZ , то ее изометрия – эллипс (позиция 2), большая ось которого перпендикулярна аксонометрической оси Y' .

Окружность, параллельная плоскости YOZ , в изометрии изображается в виде эллипса (позиция 3), большая ось которого перпендикулярна аксонометрической оси X' .

Для упрощения построений стандарт разрешает эллипсы заменять овалами, которые являются составными кривыми и изображаются четырьмя дугами окружностей. На рис. 1.19 приведен один из возможных способов вычерчивания овала.

Квадрат ABCD, описанный вокруг изображаемой окружности, в изометрии вычерчивается в виде ромба A'B'C'D'.

Из вершин A' и C' (центры больших дуг окружностей) проводим дуги окружностей радиусом $R_1 = A'E'$.

А из точек O_1 и O_2 (центры малых дуг окружностей) проводим дуги окружностей радиусом $R_2 = O_1E'$.

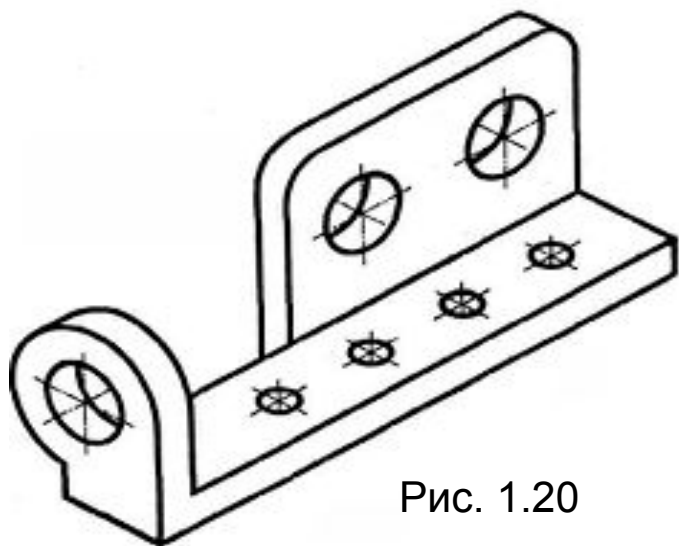


Рис. 1.20

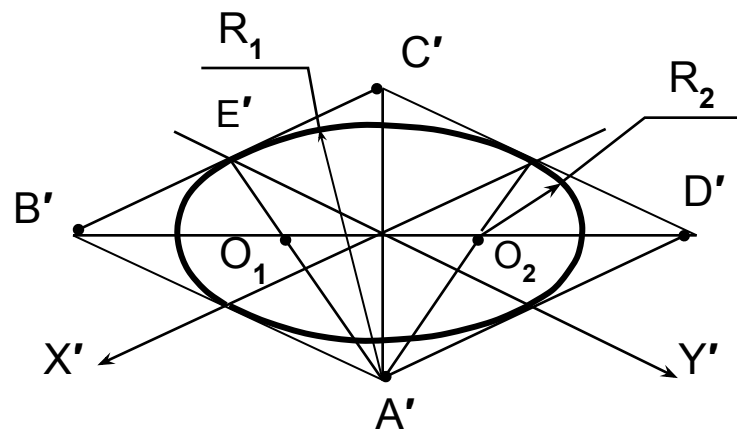
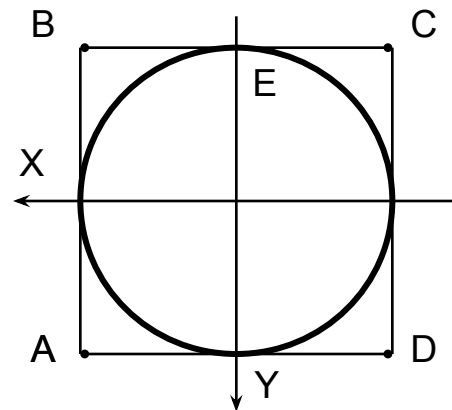


Рис. 1.19

На рис. 1.20 приведен пример детали, изображенной в прямоугольной изометрии.

На рис.1.20а приведен графический способ построения эллипса по заданным осям.

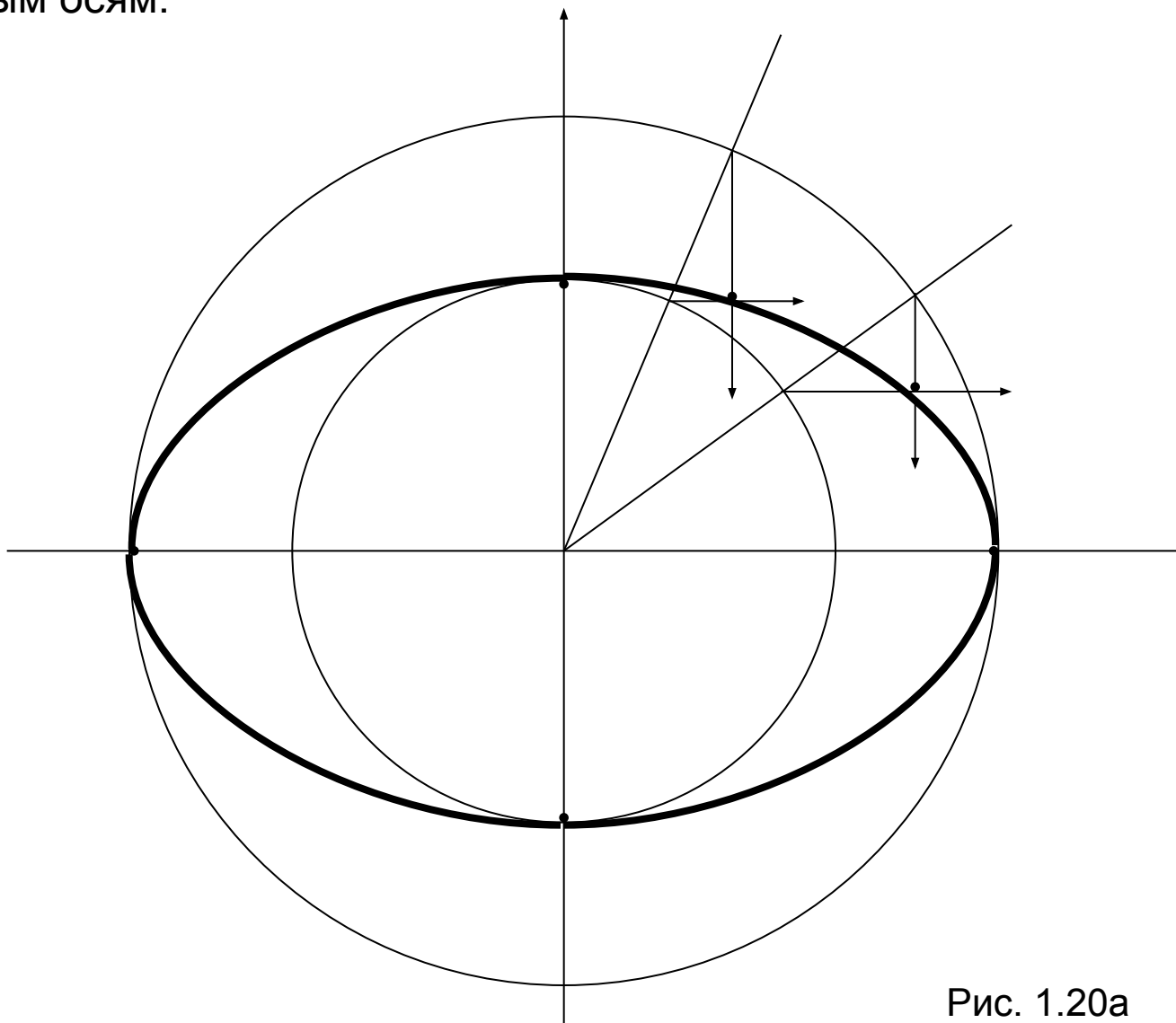


Рис. 1.20а

На рис.1.206 приведен графический способ построения эллипса по сопряженным диаметрам.

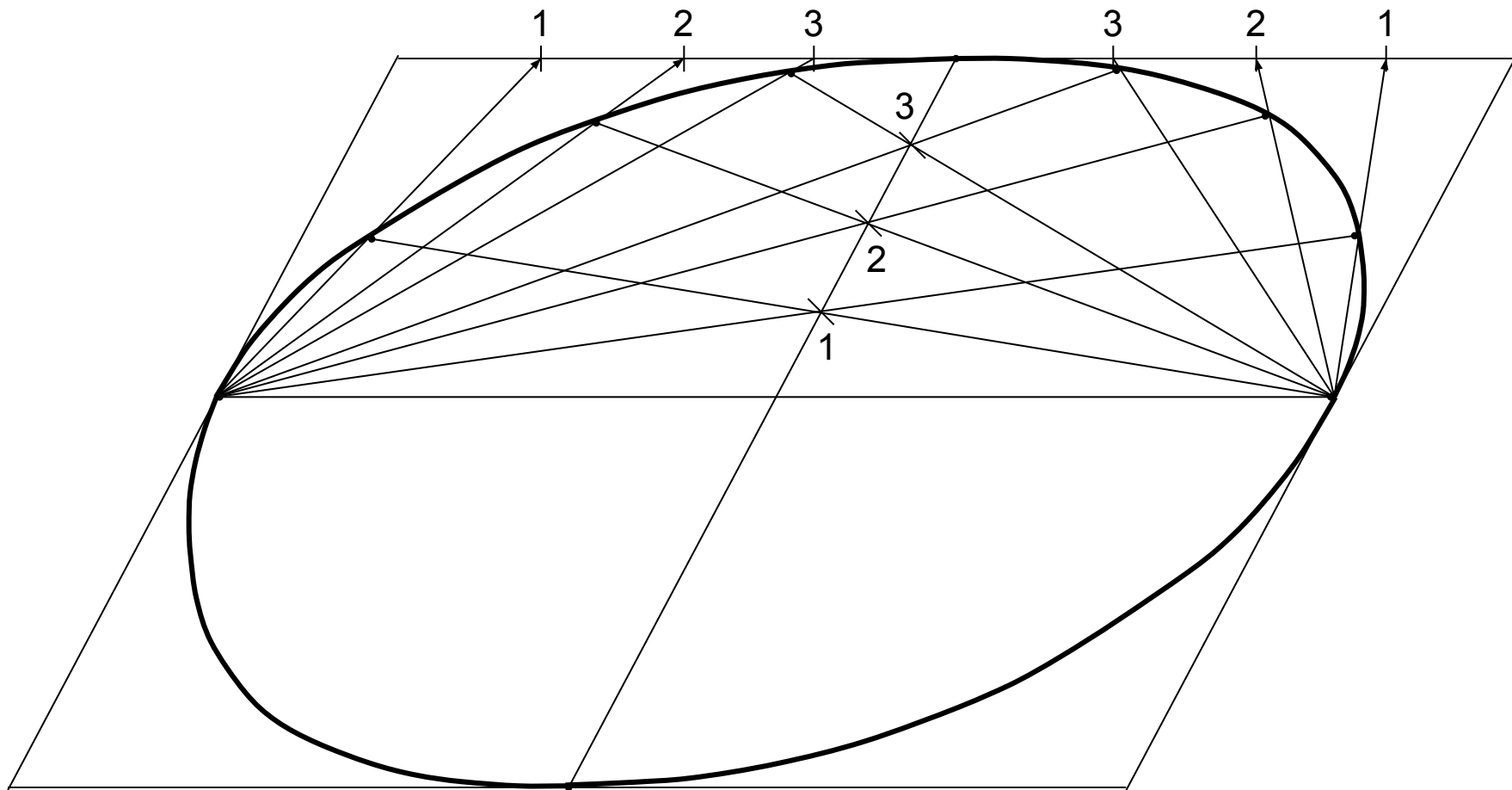


Рис. 1.206

1.3.2. Прямоугольная диметрия

На рис. 1.21 показано расположение аксонометрических осей в прямоугольной диметрии. Для упрощения построений стандарт разрешает использовать *приведенные* коэффициенты искажения по осям, значения которых равны $k_x = k_z = 1$ (а не 0,94) и $k_y = 0,5$ (а не 0,47), что приводит к увеличению в 1,06 раза размеров изометрического изображения, но несколько не ухудшает его наглядности.

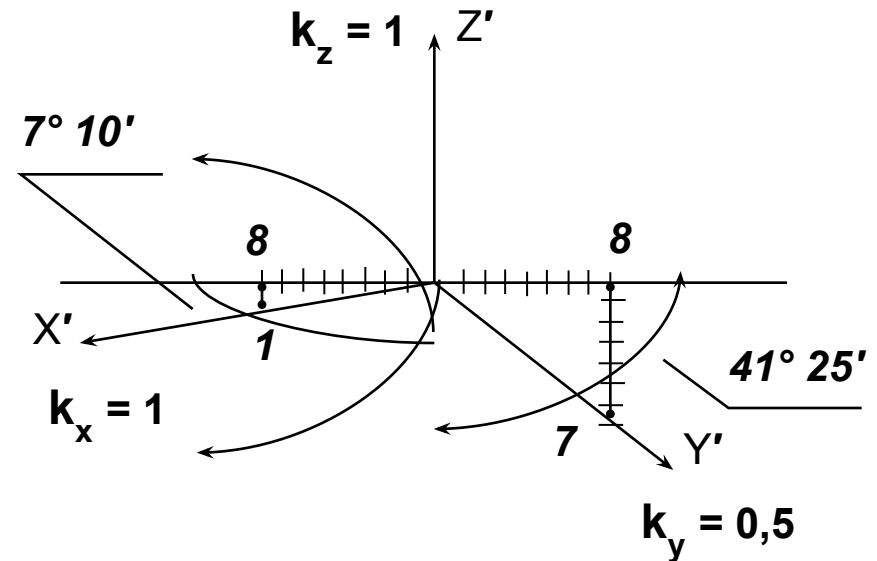


Рис. 1.21

Окружности, расположенные в плоскостях уровня, проецируются на аксонометрическую плоскость проекции в виде эллипсов (рис.1.22), у которых большие оси расположены:

- под углом 90° к оси Z' (для эллипса 1, изображающего окружность в плоскости, параллельной XOY);
- под углом 90° к оси Y' (для эллипса 2, если окружность $\parallel XOZ$);
- под углом 90° к оси X' (для эллипса 3, если окружность $\parallel YOZ$).

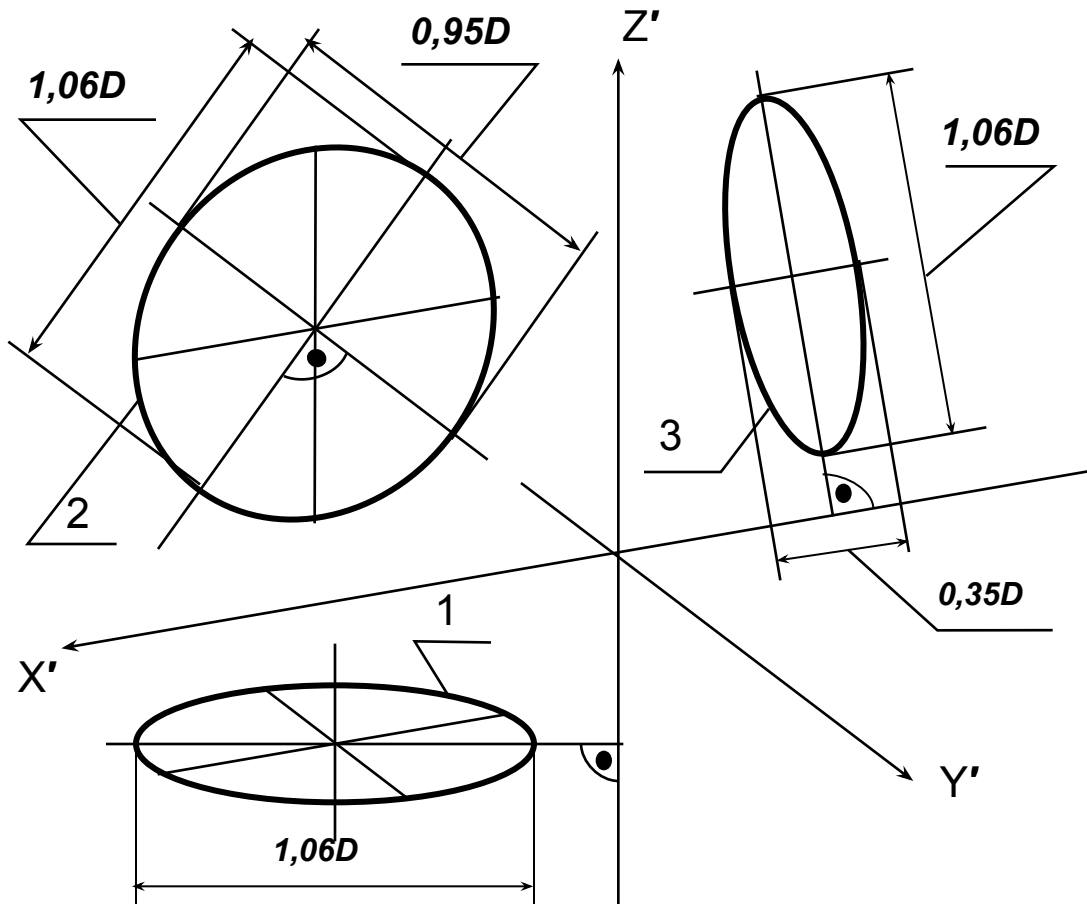


Рис. 1.22

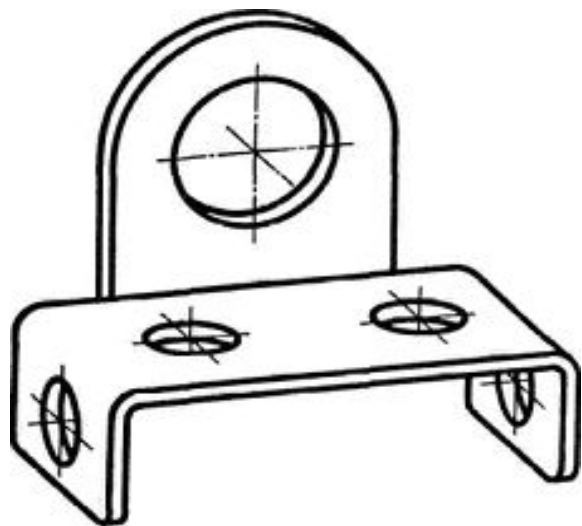


Рис. 1.23

На рис. 1.23 приведен пример детали, изображенной в прямоугольной диметрии.

Косоугольные аксонометрические проекции значительно упрощают построения деталей, содержащих большое количество окружностей, так как позволяют окружности, расположенные параллельно фронтальной (*фронтальная изометрия* и *фронтальная диметрия*) или горизонтальной (*горизонтальная изометрия*) плоскостям проекции, изображать без искажения (не в виде эллипсов, а как окружности).

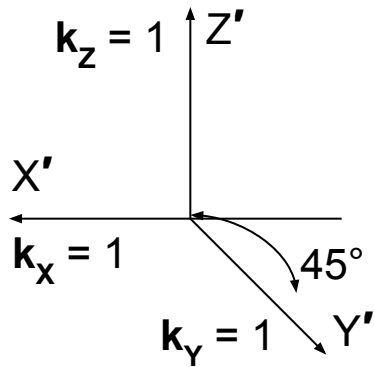


Рис. 1.23а

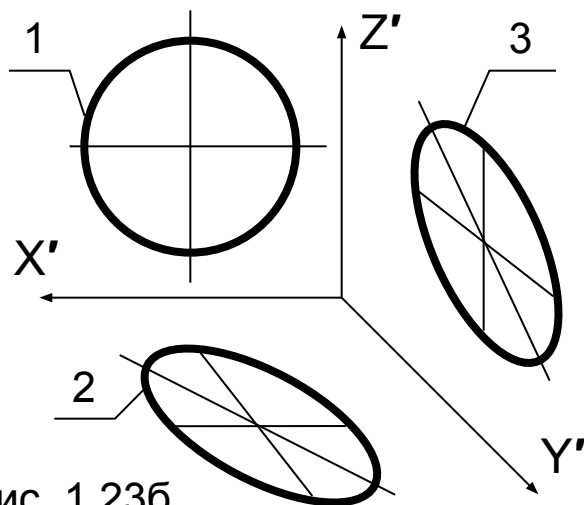


Рис. 1.23б

Расположение аксонометрических осей для *фронтальной изометрической проекции* приведено на рис. 1.23а. Допускается применять фронтальные изометрические проекции с углом наклона оси Y' 30° и 60° .

Окружности, лежащие в плоскостях, параллельных фронтальной (XOZ) плоскости проекций, *проецируются без искажения* на аксонометрическую плоскость (в окружность 1), а окружности, лежащие в плоскостях, параллельных горизонтальной и профильной плоскостям проекции, — в эллипсы 2 и 3 (рис. 1.23б). Большая ось этих эллипсов равна $1,3D$, а малая ось — $0,54D$. Большая ось эллипса 2 расположена под углом $22^\circ 30'$ к оси X' , а для эллипса 3 — под углом $22^\circ 30'$ к оси Z' .

На рис. 1.23в приведен пример детали, изображенной для фронтальной изометрической проекции.

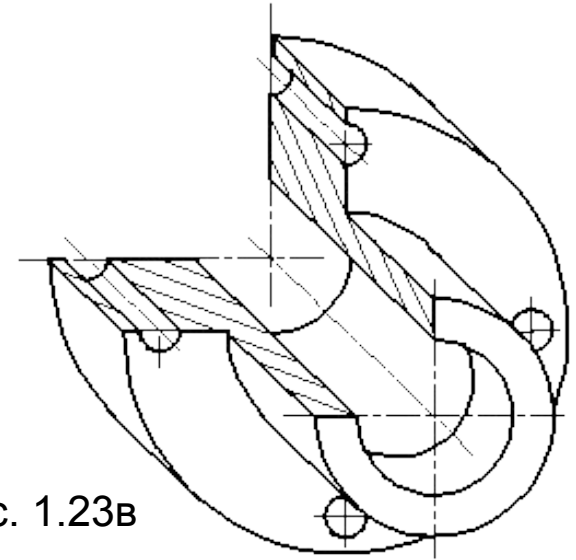


Рис. 1.23в

Перед построением аксонометрии рекомендуется провести анализ формы детали и представить ее в виде совокупности простых геометрических тел: параллелепипедов, цилиндров и т.п.

Построение аксонометрического изображения нужно начинать с нанесения на комплексный чертеж проекций предмета осей прямоугольной системы координат OX , OY и OZ , с которой связывают изображаемый предмет.

Затем нужно построить аксонометрические оси $O'X'$, $O'Y'$ и $O'Z'$, расположение которых зависит от выбранного вида аксонометрии, и после этого – аксонометрии простых составляющих частей детали с последующим уточнением контуров, удалением невидимых линий и выполнением необходимых разрезов.

1.3.3. Нанесение штриховки на аксонометрических изображениях

Линии штриховки разрезов и сечений в аксонометрии наносят параллельно одной из диагоналей аксонометрической проекции квадратов, которые располагаются в соответствующих координатных плоскостях и стороны которых параллельны аксонометрическим осям (рис. 1.24).

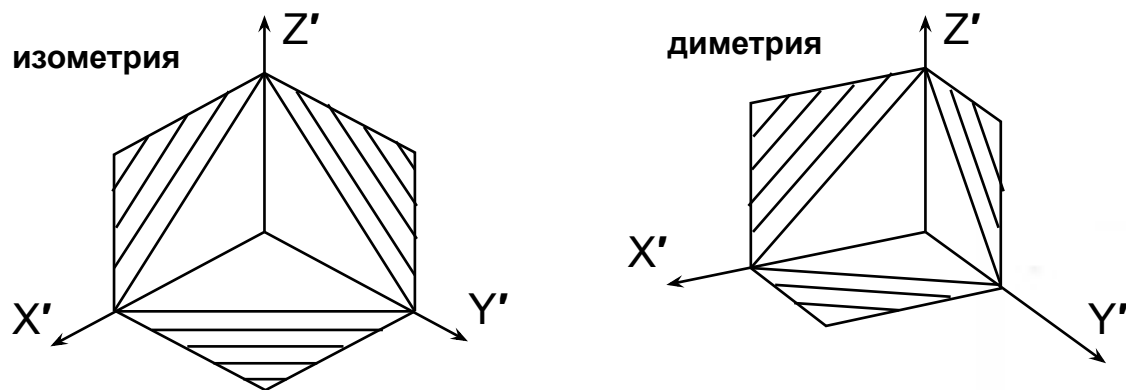


Рис. 1.24

В отличие от комплексных чертежей сечения, входящие в продольные разрезы маховиков, шкивов, тонких стенок и ребер жесткости, изображенных в аксонометрических проекциях, заштриховывают по общим правилам (рис. 1.25). Резьба в аксонометрии изображается по обычным правилам стандарта ГОСТ 2.311-68.

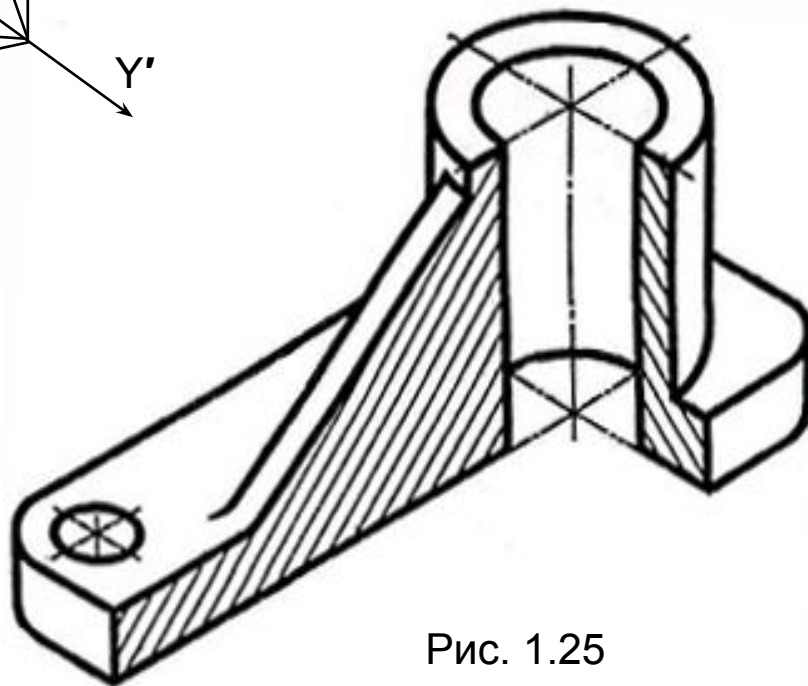


Рис. 1.25