

Лекция 1.

Элементы гемодинамики.

Артериальное давление.

Работа сердца.

Модель Франка.

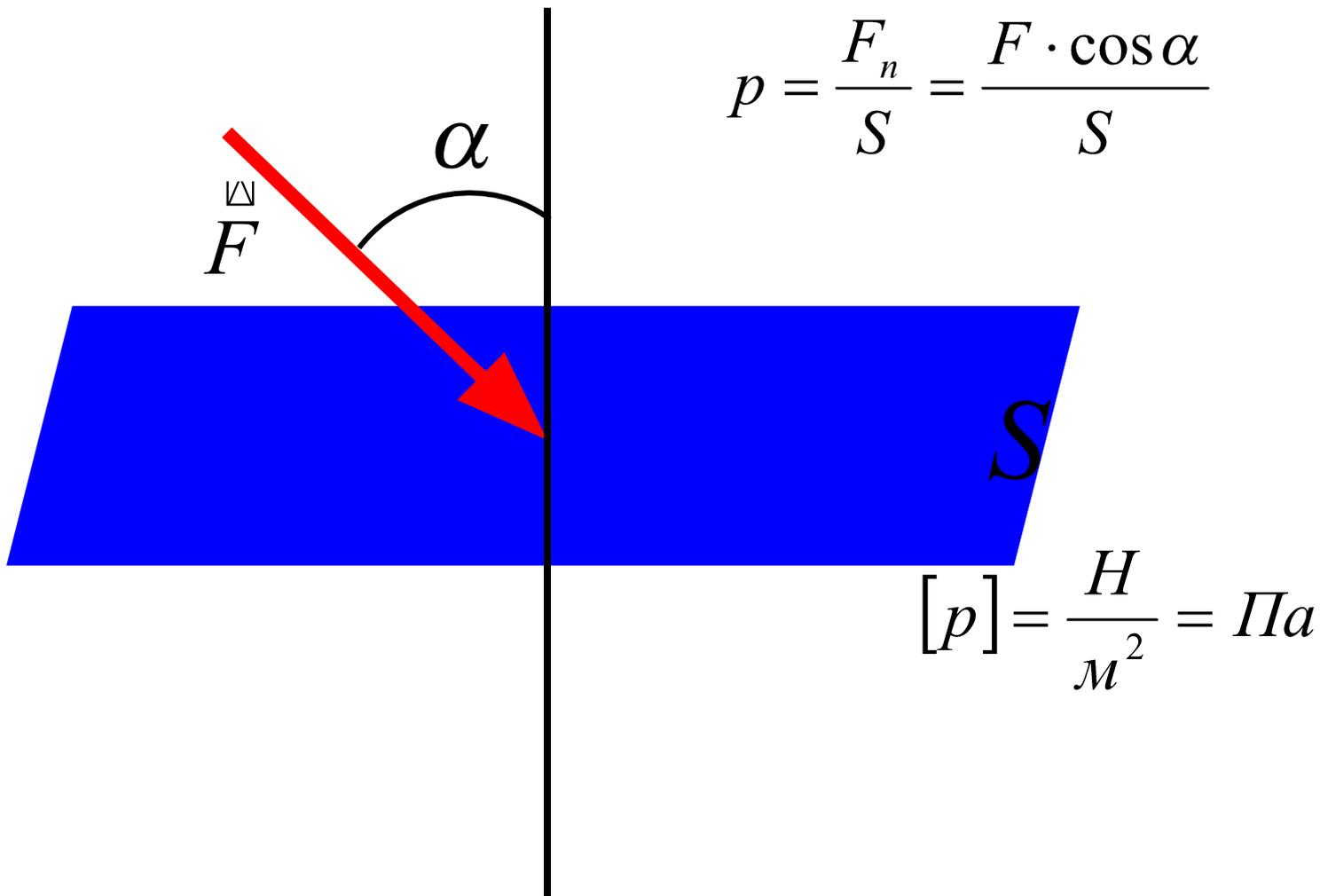
Введение

Гидродинамика и гидростатика

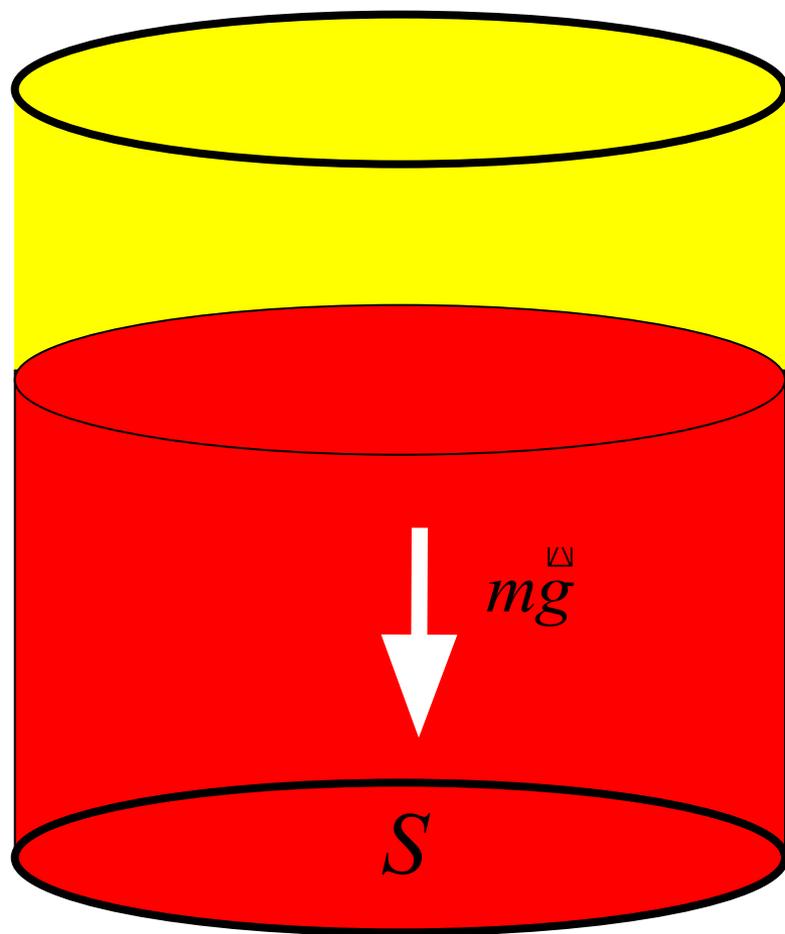
Идеальная жидкость:

1. Изотропность всех физических свойств
2. Абсолютная несжимаемость
3. Абсолютная текучесть
(отсутствие сил внутреннего трения)

Давление силы на поверхность



Гидростатическое давление столба жидкости:



$$p = \frac{F_{\partial}}{S}$$

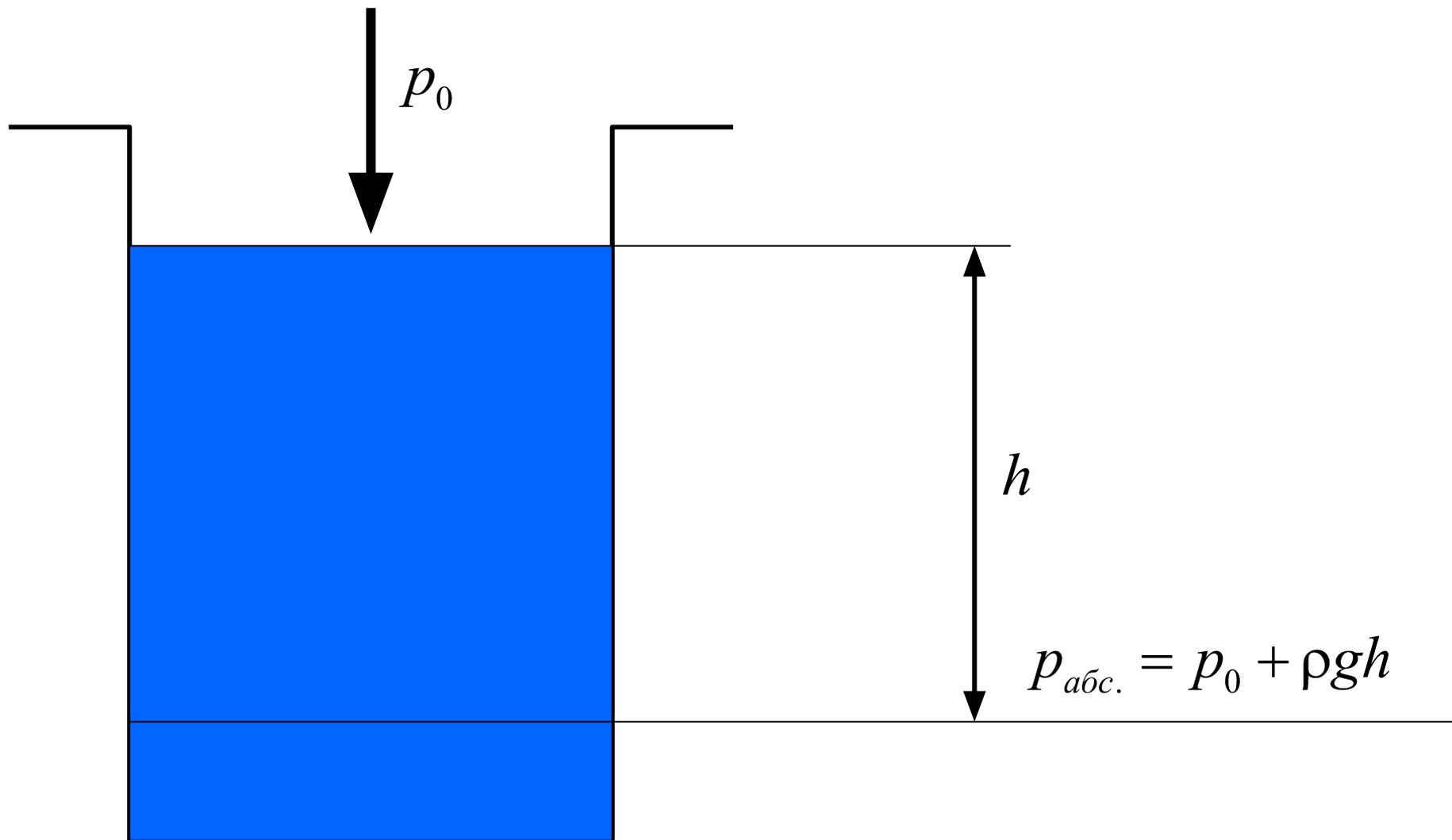
$$p_{\text{ГС}} = \frac{mg}{S} = \frac{\rho Vg}{S} = \rho gh$$

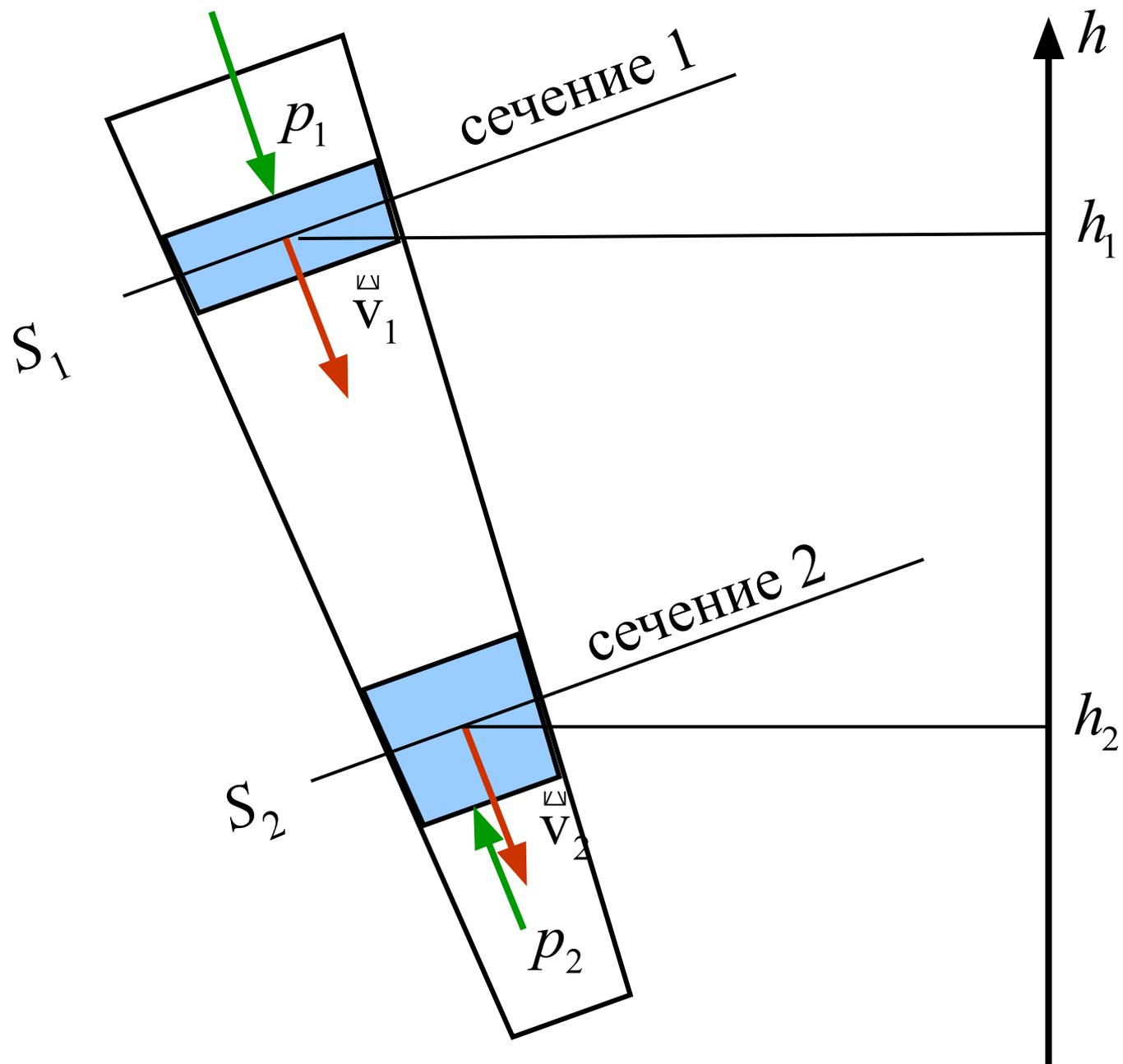
Закон Паскаля

Давление, производимое на поверхность жидкости (газа), передается во все точки жидкости (газа) без изменения

Давление во всех горизонтальных сечениях сообщающихся сосудов одинаково

Основное уравнение гидростатики:





Уравнение неразрывности струи.

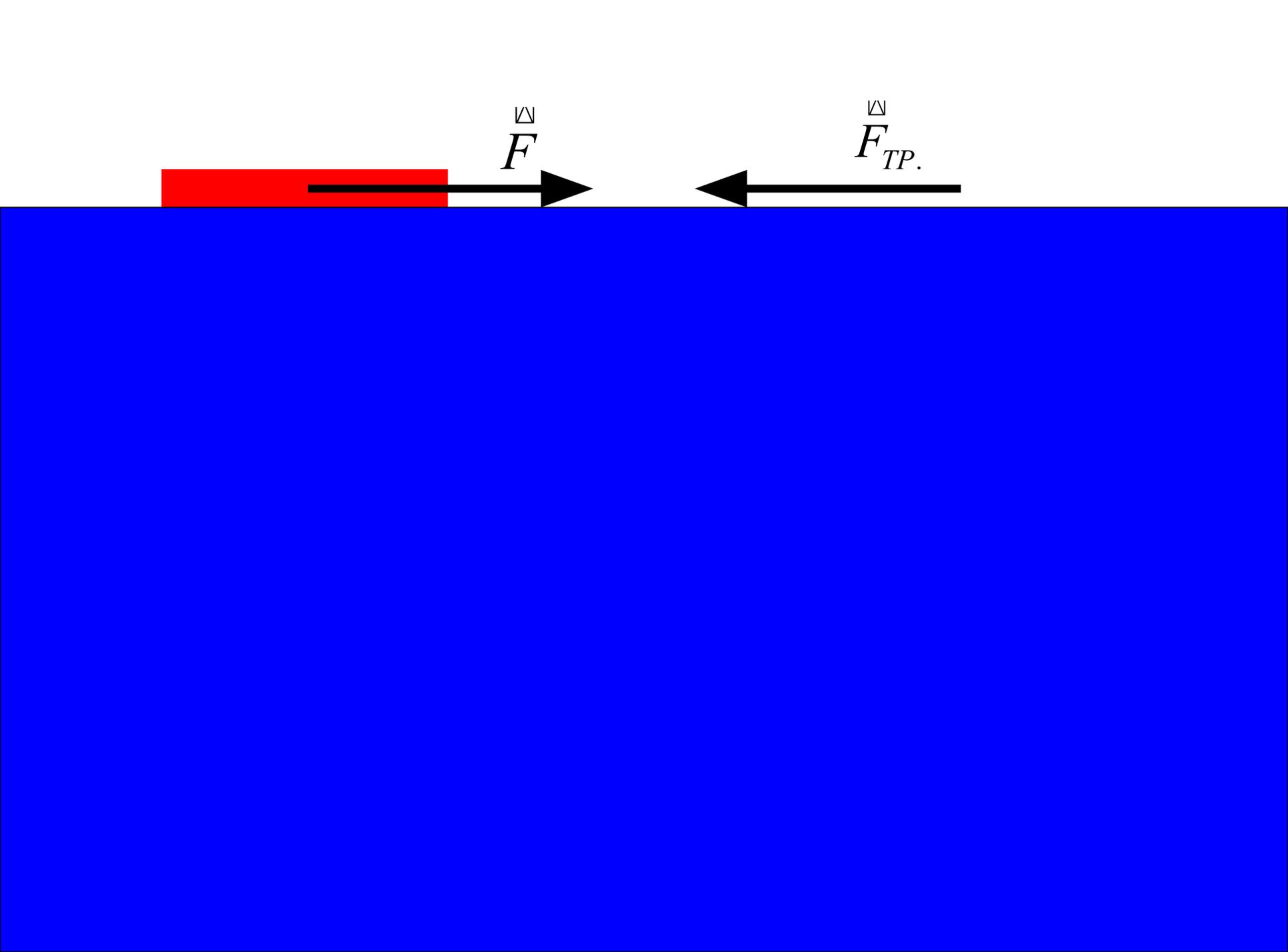
$$Q_V = Sv = \text{const}$$

$$Q_m = \rho Sv = \text{const}$$

Уравнение Бернулли:

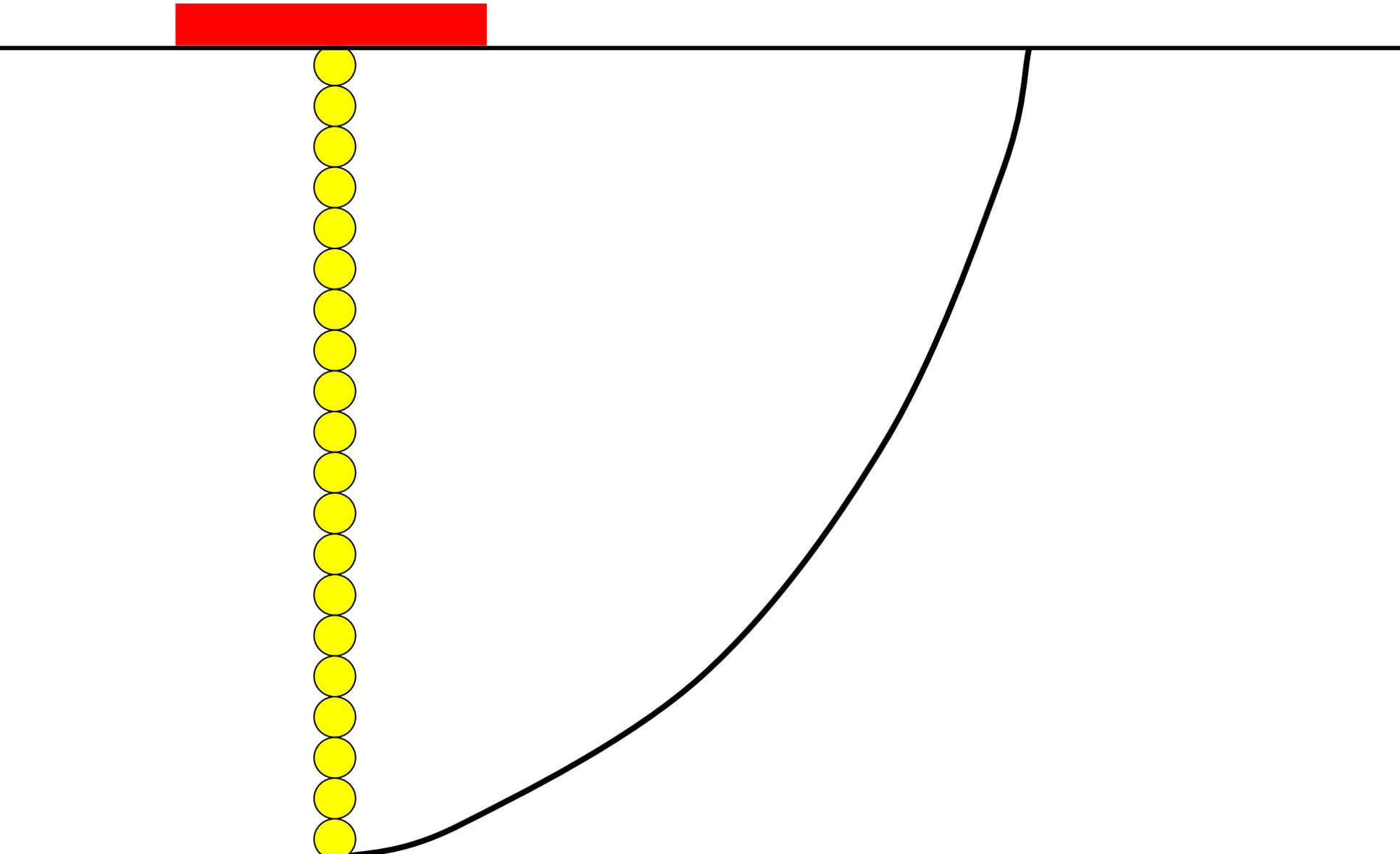
$$\rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 = \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 = \text{const}$$

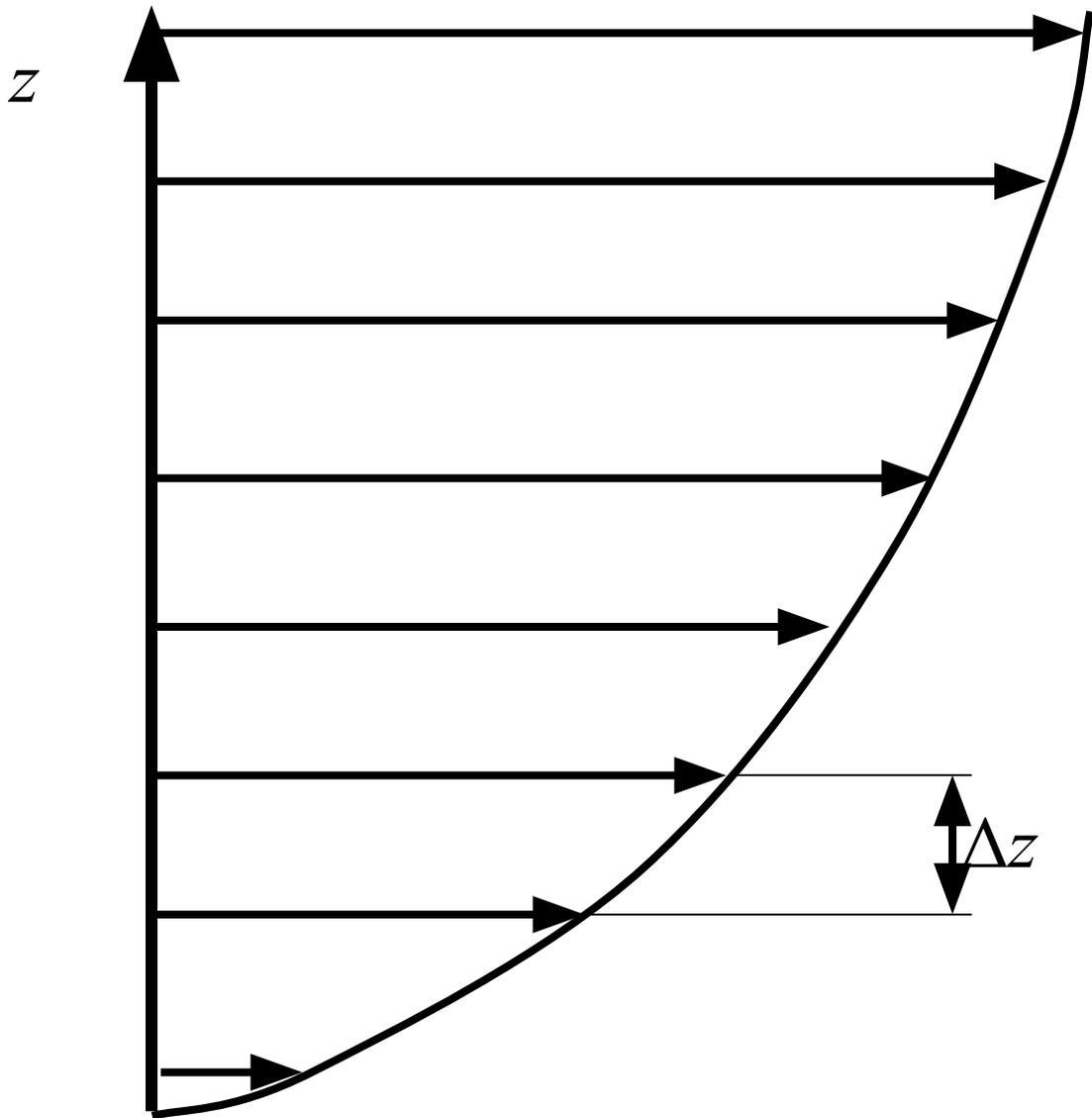
Реальная жидкость - модель природной жидкости, характеризующаяся изотропностью всех физических свойств, но в отличие от идеальной модели, обладает внутренним трением при движении



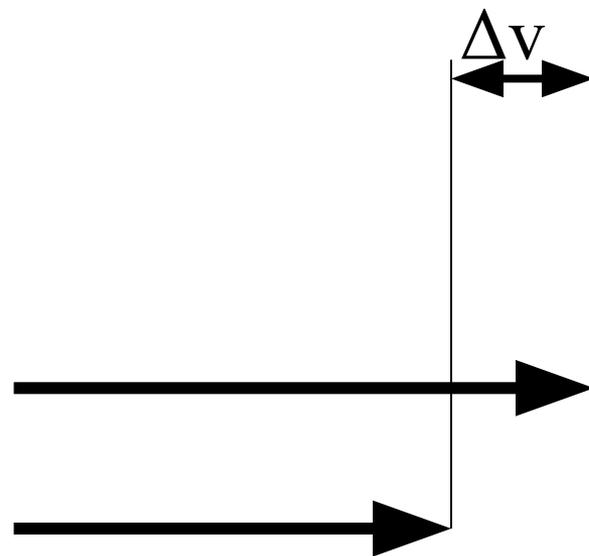
\vec{F}

\vec{F}_{TP}





$$\left| \frac{\Delta v}{\Delta z} \right| \rightarrow \left| \frac{dv}{dz} \right|$$



:Закон Ньютона для вязкого трения

$$F_{TP.} = \eta \left| \frac{dv}{dz} \right| S$$

$$[F] = [\eta] \frac{[v]}{[z]} [S]$$

$$[\eta] = \frac{[F][z]}{[S][v]} = \frac{H \cdot m}{m^2 \cdot \frac{m}{c}} = \frac{kg \frac{m}{c^2} m}{\frac{m^3}{c}} = \frac{kg}{m \cdot c} = Pa \cdot c$$

Коэффициент динамической вязкости

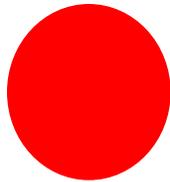
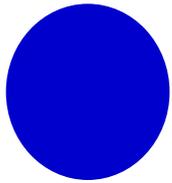
Коэффициент кинематической вязкости:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}$$

$$[\nu] = \frac{[\eta]}{[\rho]} = \frac{\frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}}}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$$

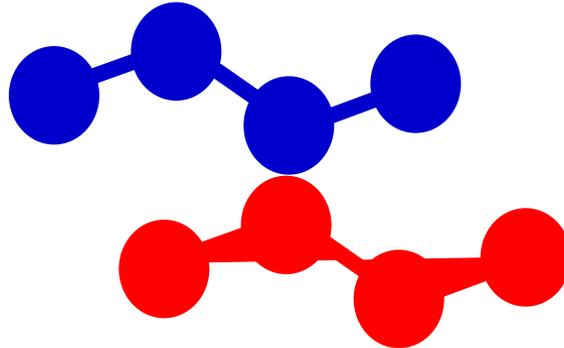
Ньютоновские жидкости

$$\eta \neq f\left(\frac{dv}{dz}\right)$$



Неньютоновские жидкости:

$$\eta = f\left(\frac{dv}{dz}\right)$$



Течение ньютоновской вязкой жидкости по круглой гладкой трубе с жесткими стенками

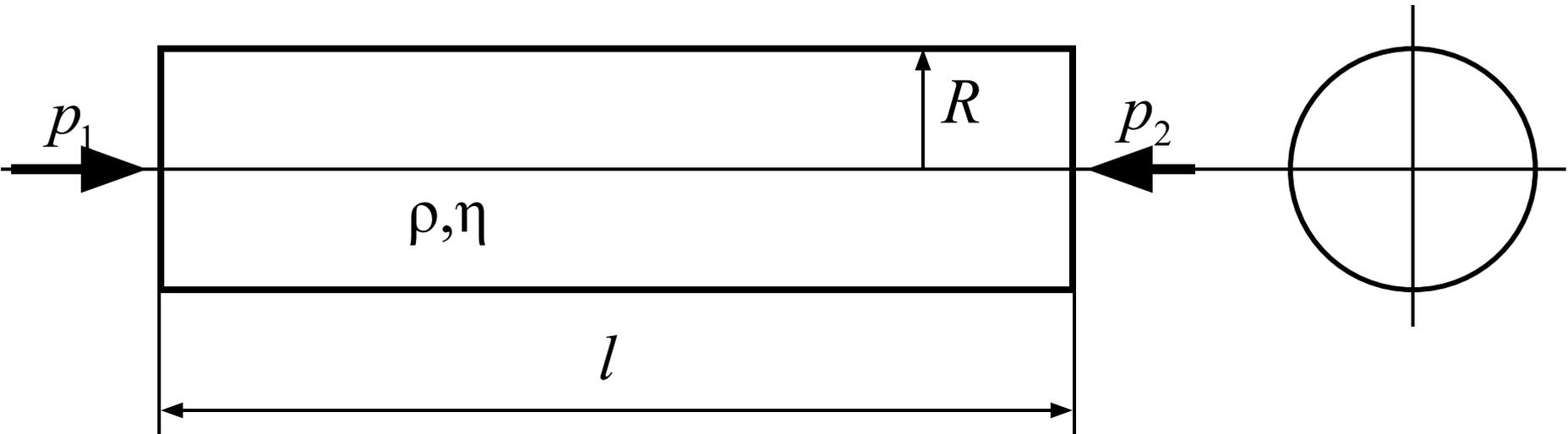
Заданы:

длина трубы l ;

радиус трубы R ;

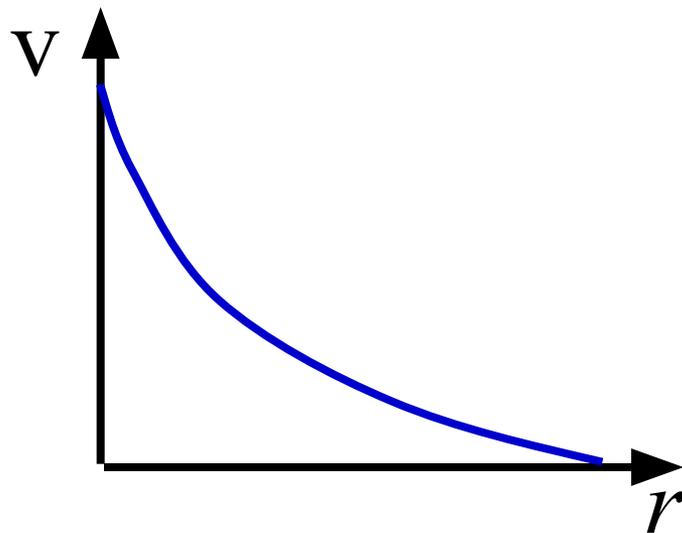
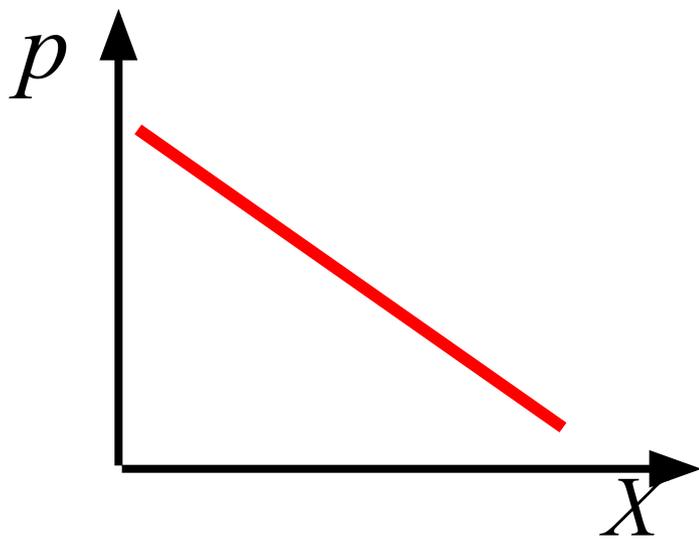
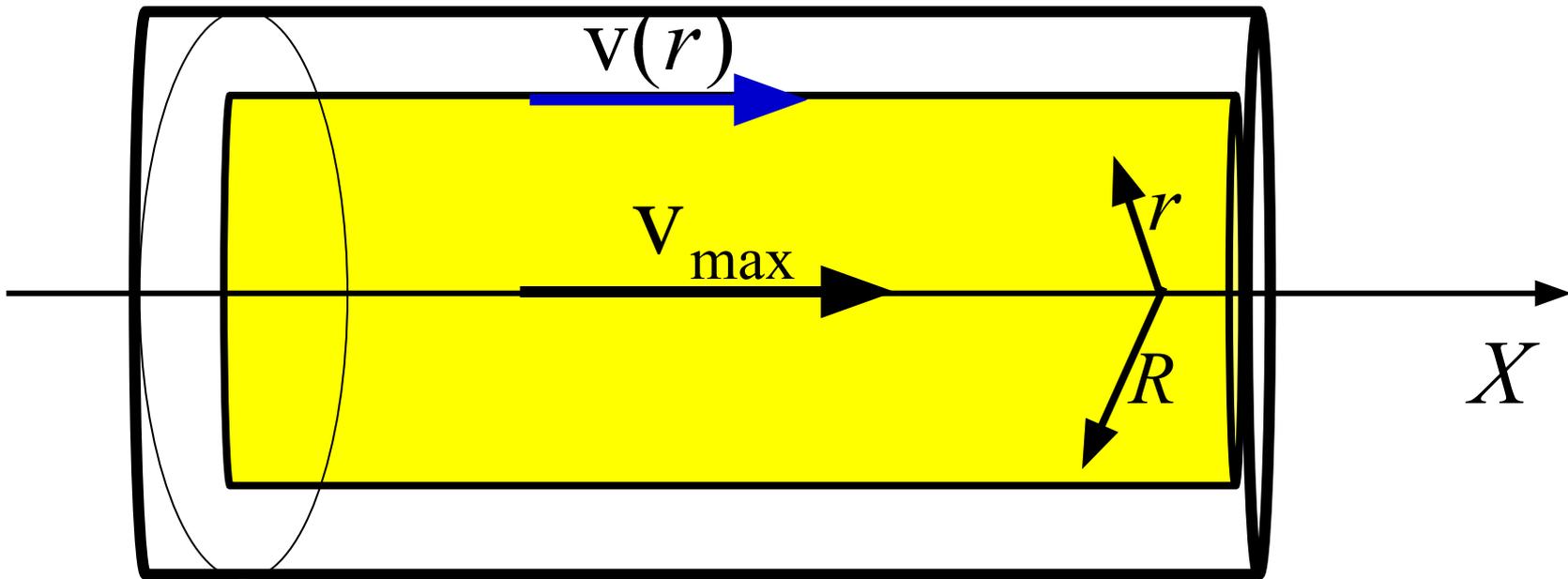
свойства жидкости: плотность ρ и вязкость η ;

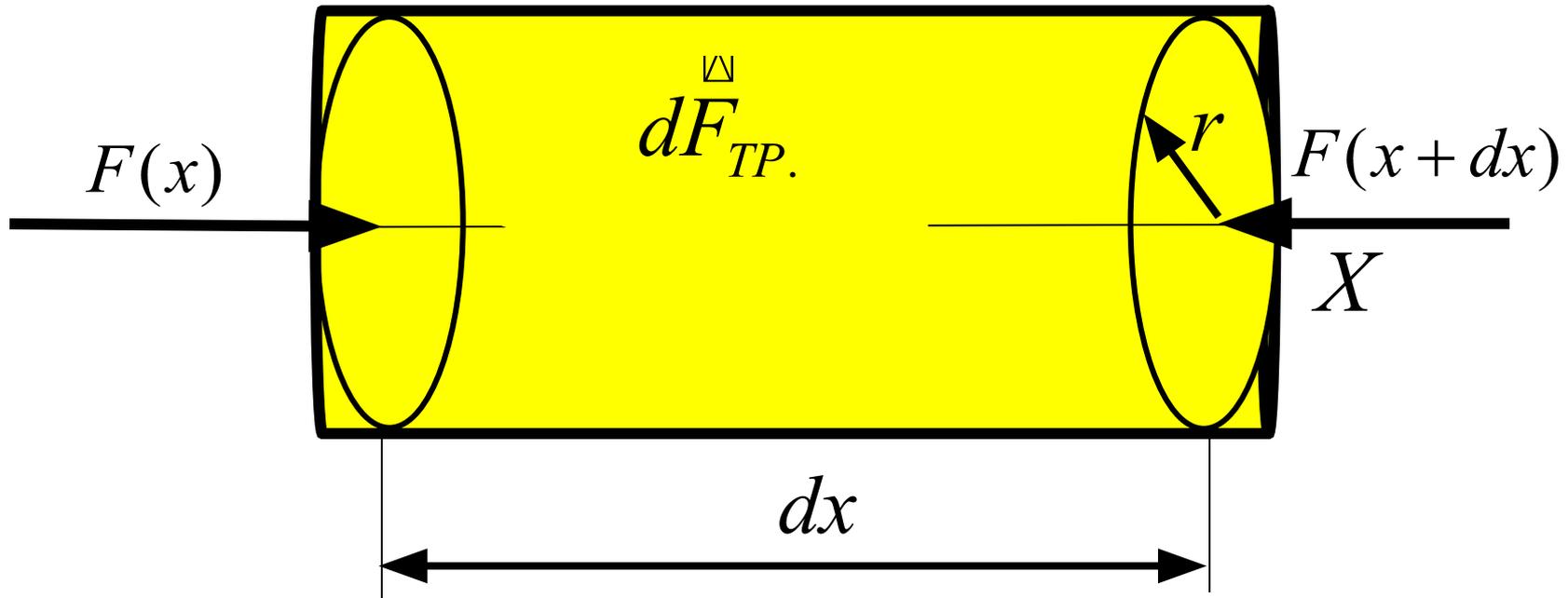
перепад давлений на торцах трубы: $p_1 - p_2$



Задачи:

1. Описать распределение скоростей частиц жидкости по сечению трубы
2. Определить расход жидкости через трубу





$$dF_{TP} = \eta \frac{dv}{dr} dS = \eta \frac{dv}{dr} 2\pi r \cdot dx$$

$$F(x) = p(x)\pi r^2$$

$$F(x+dx) = p(x+dx)\pi r^2$$

$$dF = F(x+dx) - F(x) = (p(x+dx) - p(x))\pi r^2 = -\pi r^2 \cdot dp$$

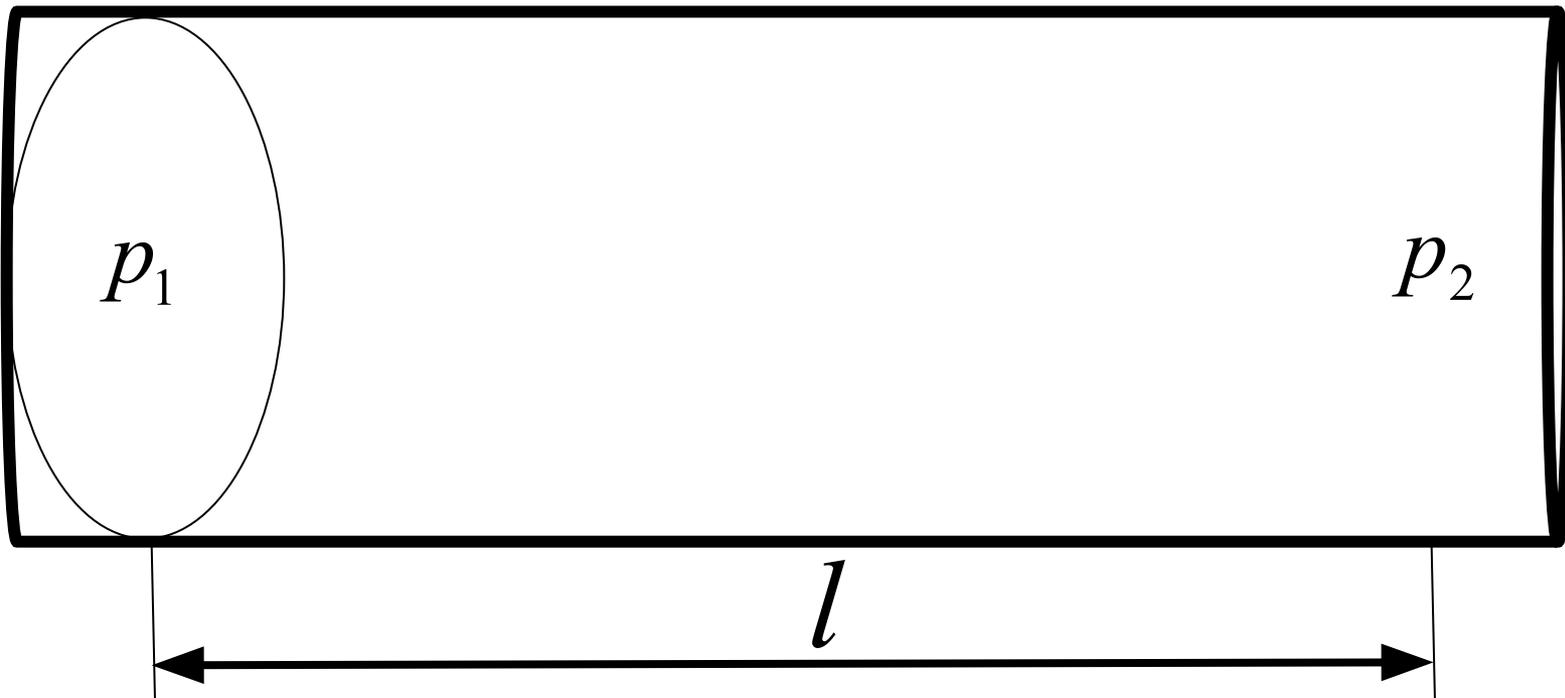
$$dF = -\pi r^2 \cdot dp = -\pi r^2 \cdot \frac{dp}{dx} \cdot dx$$

$$dF_{TP.} + dF = 0$$

$$\eta \frac{dv}{dr} 2\pi r \cdot dx - \pi r^2 \cdot \frac{dp}{dx} \cdot dx = 0$$

$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dp}{dx}$$

$$v(r) \neq f(x) \Rightarrow \frac{dv}{dr} \neq f(x) \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \text{const}$$



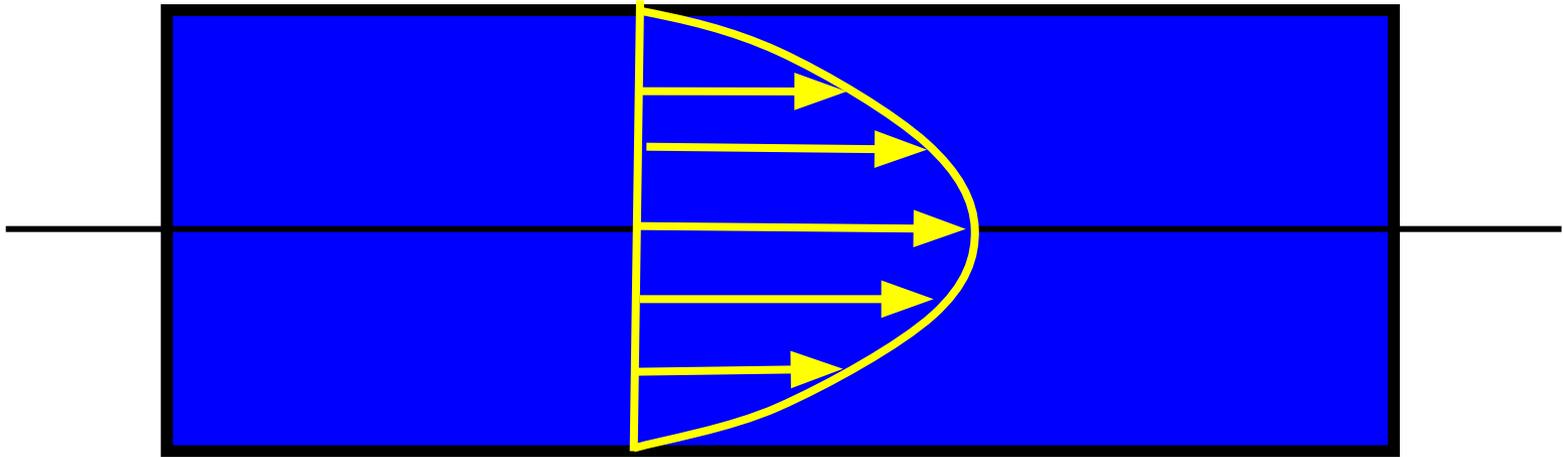
$$\frac{dp}{dx} = \text{const} = \frac{p_2 - p_1}{l} < 0$$

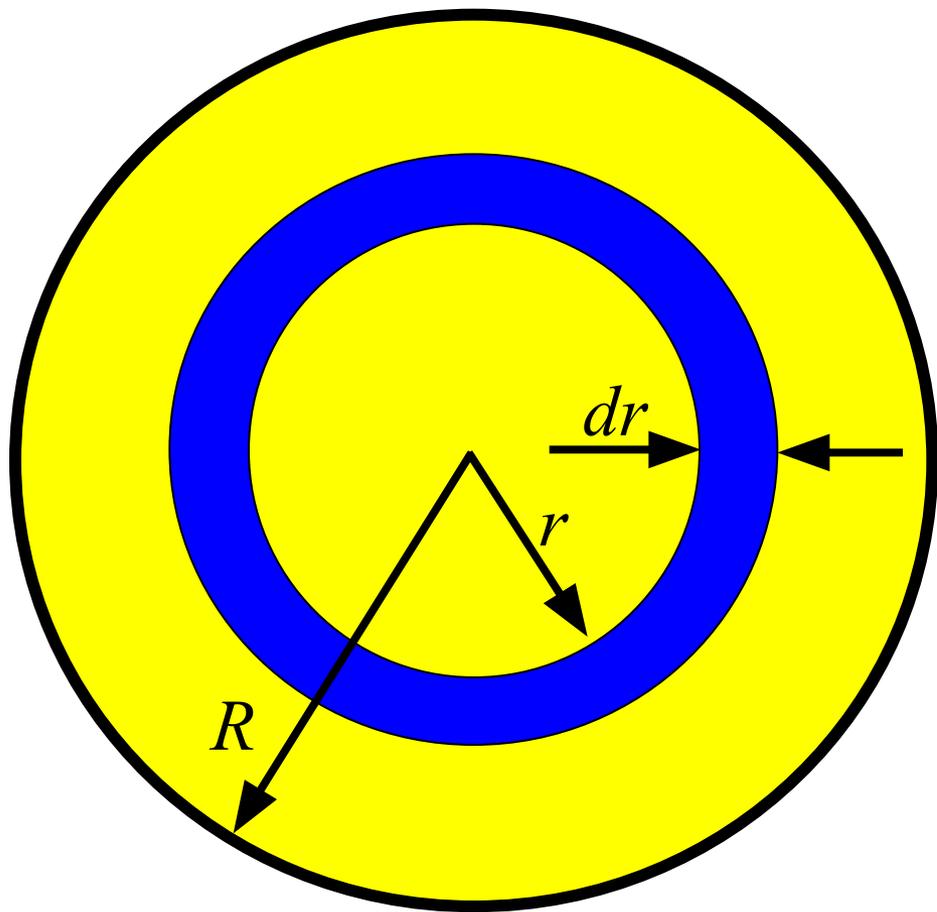
$$2\eta \frac{dv}{dr} = r \frac{dp}{dx} = r \frac{p_2 - p_1}{l}$$

$$dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r \cdot dr$$

$$\int_v^0 dv = -\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \int_r^R r \cdot dr$$

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$





$$dQ = \rho v dS =$$

$$= \rho v 2\pi r \cdot dr$$

$$v(r) = \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2)$$

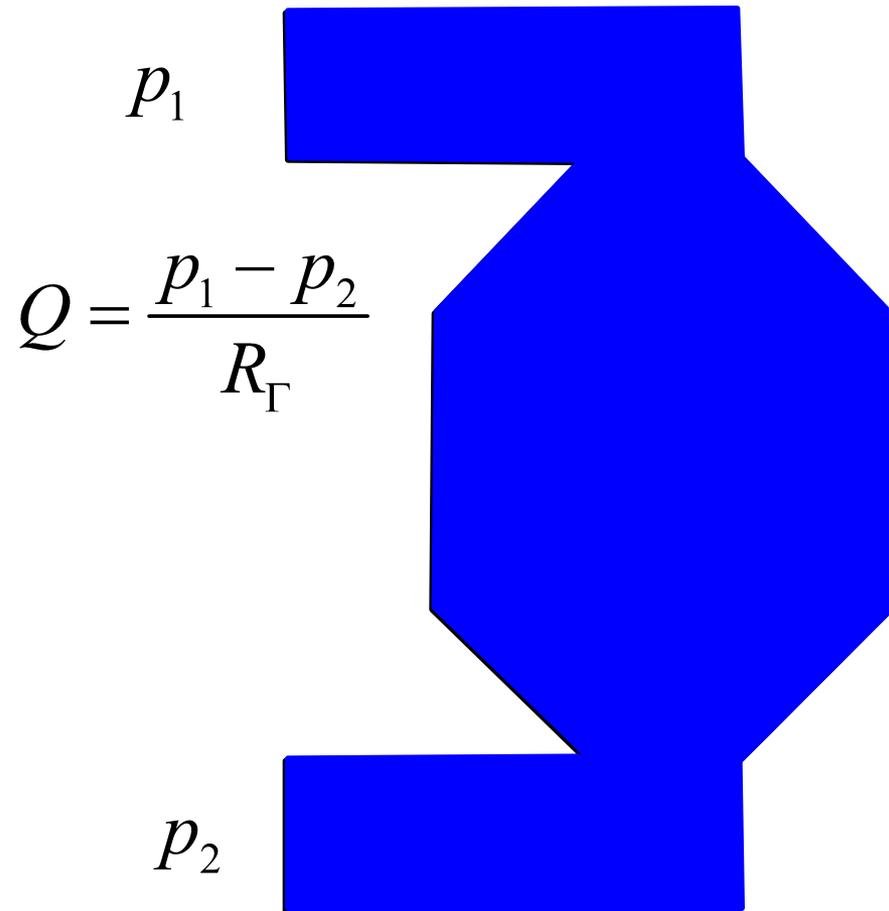
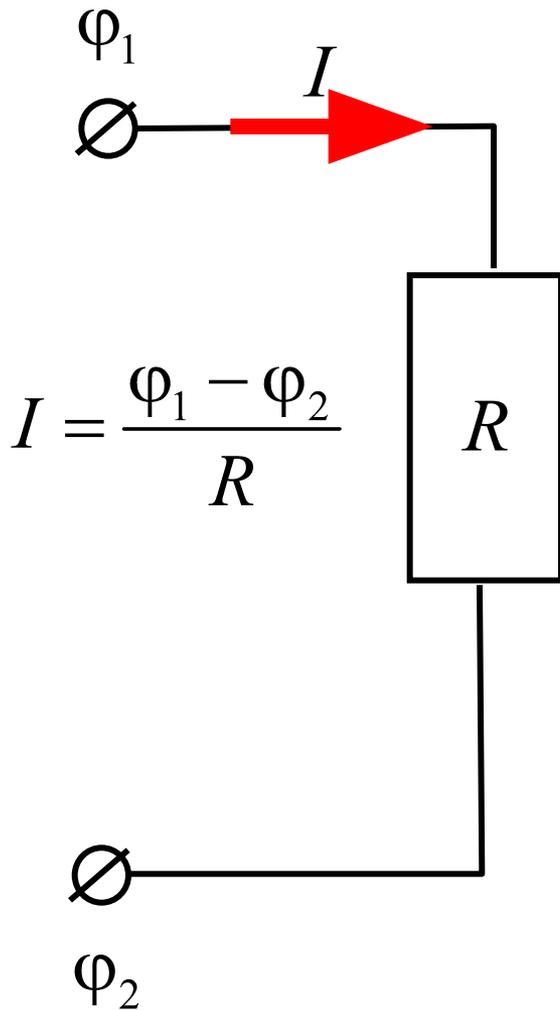
$$dQ = \rho \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} (R^2 - r^2) 2\pi r \cdot dr$$

$$Q = \int dQ = 2\pi\rho \frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \int_0^R (R^2 - r^2) r \cdot dr$$

Уравнение Пуазейля:

$$Q = \pi\rho \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} R^4$$

Электрическая аналогия по принципу передачи энергии:



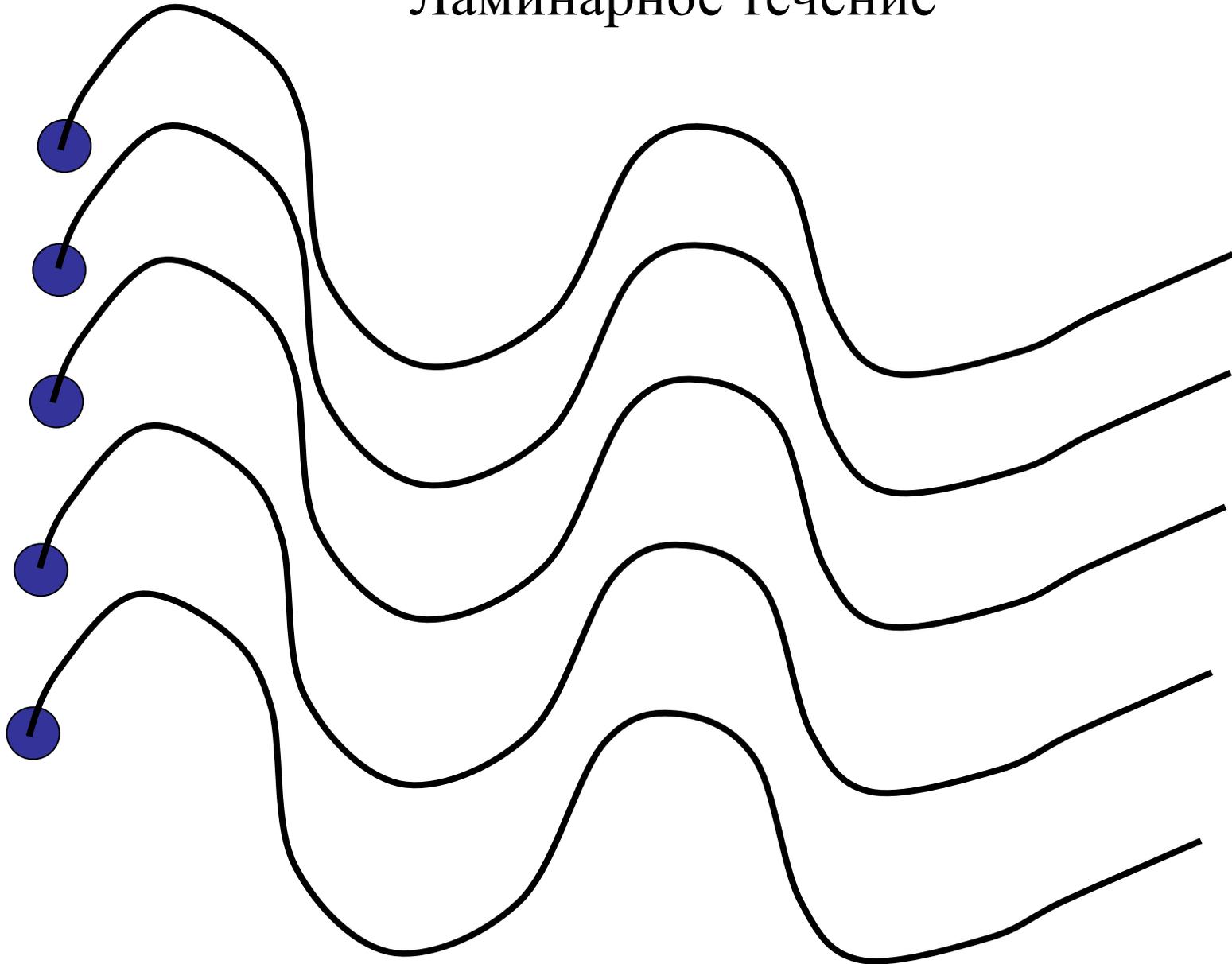
$$Q \rightarrow I$$

$$p_1 - p_2 \rightarrow \varphi_1 - \varphi_2$$

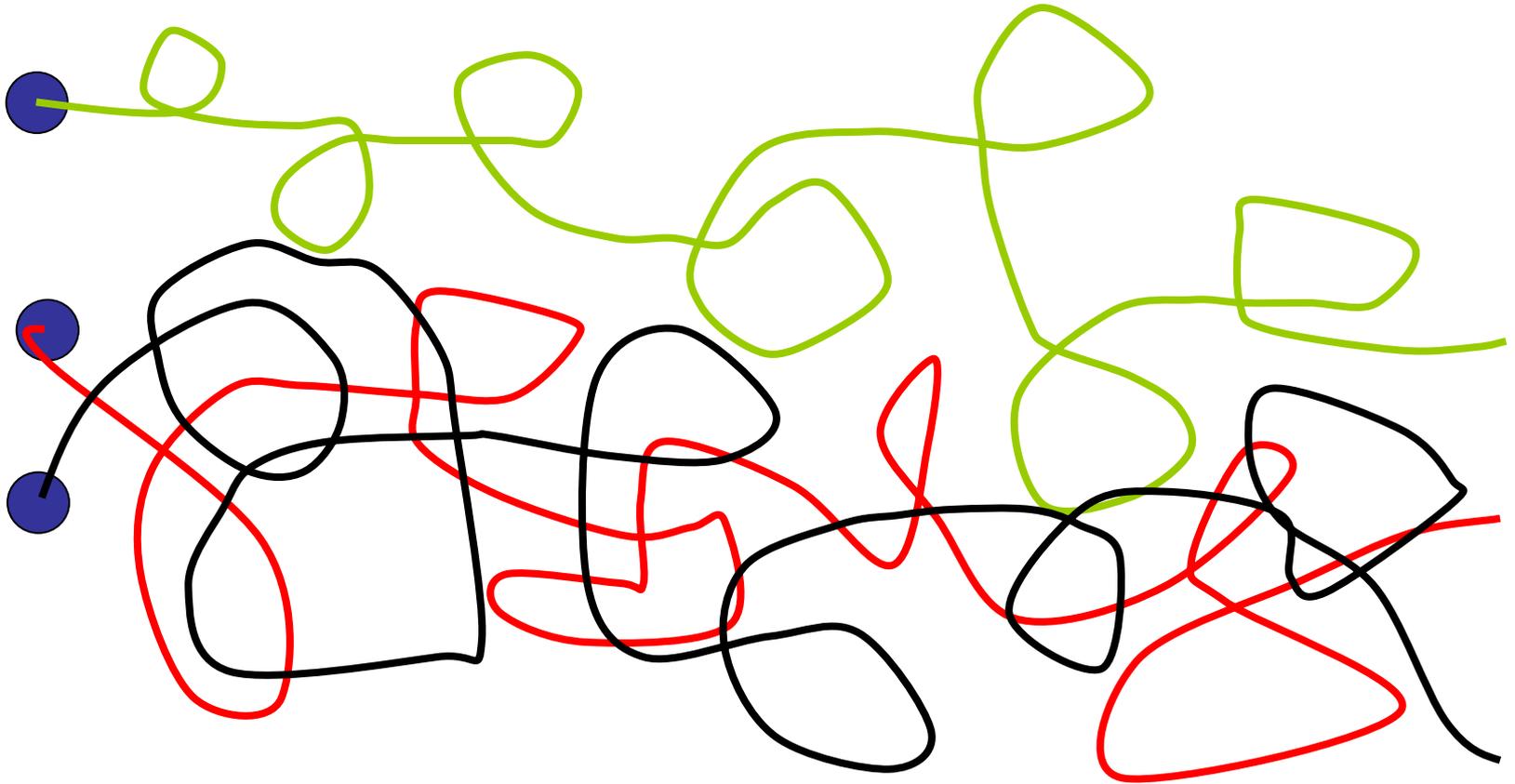
$$Q = \pi\rho \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} R^4 \quad \rightarrow \quad I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R_{\mathcal{G}}}$$

$$R_{\Gamma} \boxtimes \frac{8\eta l}{\pi\rho R^4}$$

Ламинарное течение



Турбулентное течение



Число (критерий)

Рейнольдса:

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta} = \frac{v d}{\nu}$$

$$[Re] = \frac{[v][d]}{[\nu]} = \frac{\frac{\mathcal{M}}{c} \cdot \mathcal{M}}{\frac{\mathcal{M}^2}{c}} = [-]$$

$$Re_{\text{критическое}}^{\text{круглые}} = 2300$$

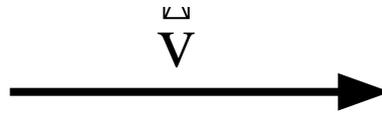
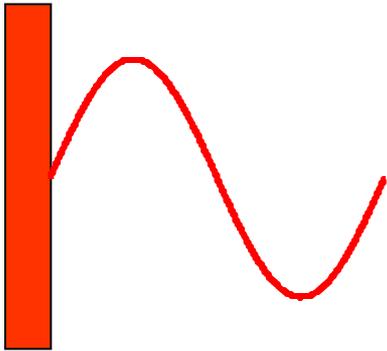
$$Re_{\text{крови}}^{\text{критическое}} = 970 \pm 80$$

Эффект Доплера

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$$

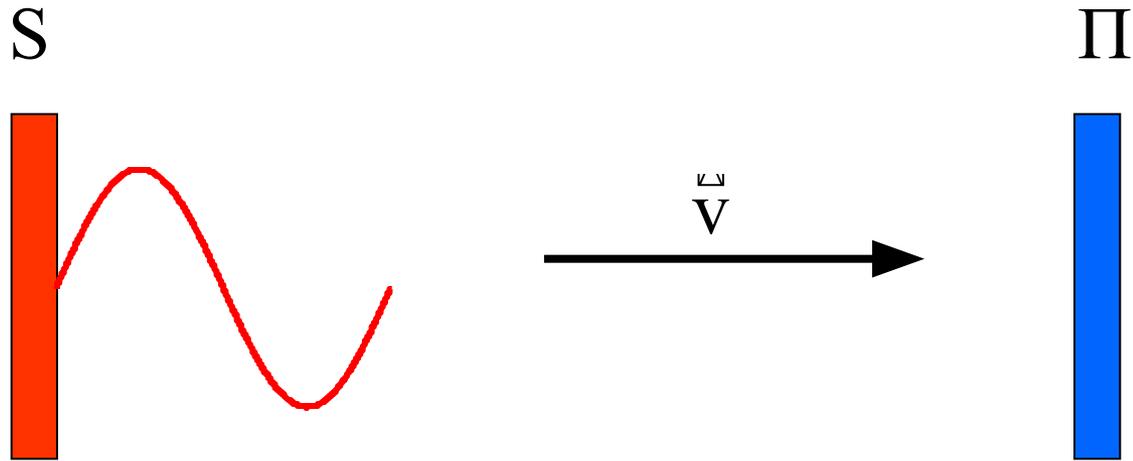
$$\nu = \frac{v}{\lambda}$$

S



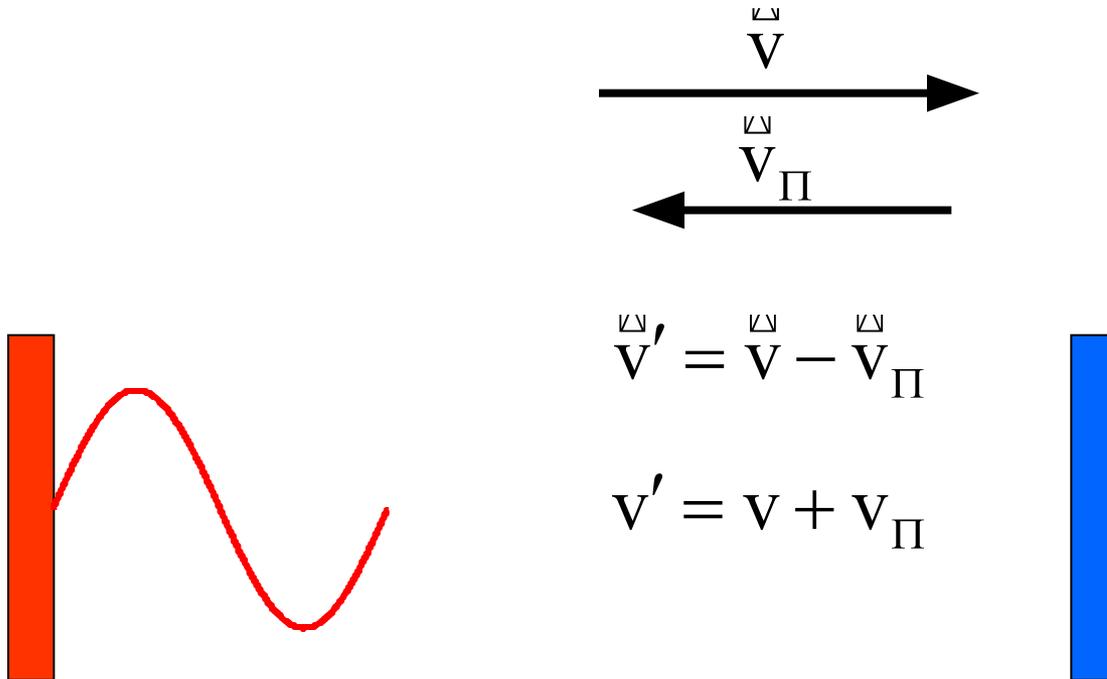
v – скорость волны в среде

$$v = \frac{V}{\lambda}$$



v – скорость волны в среде,
скорость волны относительно приемника

Скорость волны относительно приемника



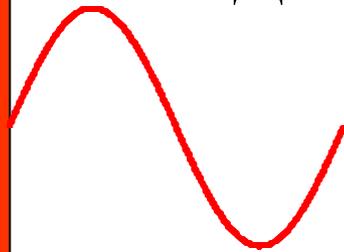
$$v'_{\Pi} = \frac{v'}{\lambda} = \frac{v + v_{\Pi}}{\lambda} = \frac{v + v_{\Pi}}{\frac{v}{v}} = \frac{v + v_{\Pi}}{v} v$$

$$\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$$

$$\frac{v}{v_s}$$



Длина волны, регистрируемой
приемником:



$$\lambda'' = \lambda - v_s T = \frac{v}{\nu} - \frac{v_s}{\nu} = \frac{v - v_s}{\nu}$$

Частота колебаний, регистрируемая приемником:

v – скорость волны в среде,

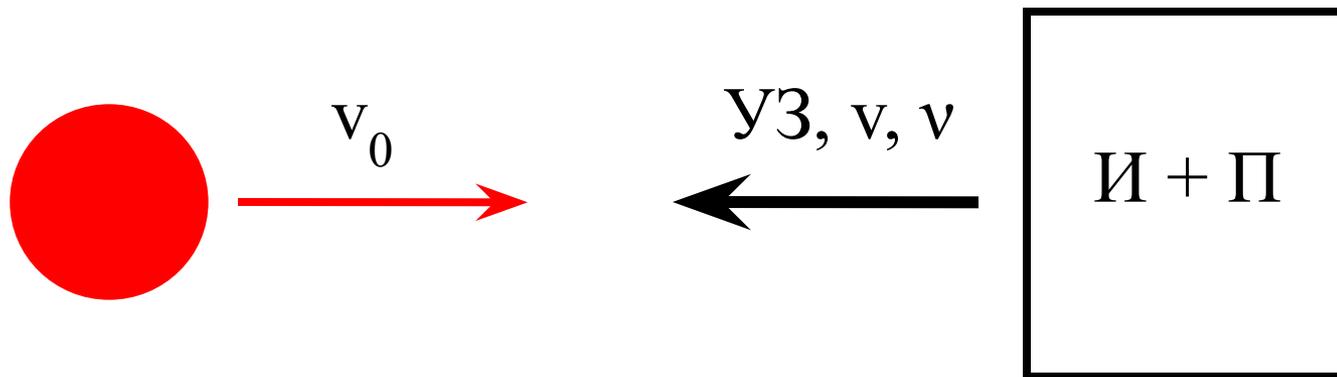
скорость волны относительно приемника

$$v'' = \frac{v}{\lambda''}$$

$$v'' = \frac{v}{\frac{v - v_s}{v}} = \frac{v}{v - v_s} v$$

Эффект Доплера – изменение частоты волн, регистрируемых приемником, вследствие относительного движения источника и приемника

$$\nu_P = \frac{\nu \pm v_{\Pi}}{\nu \mp v_S} \nu$$



$$v_{\text{ИП}} = \frac{v + v_0}{v - v_0} v$$

Общие выводы к введению:

1. «Движущей силой» течения любой жидкости является перепад давления

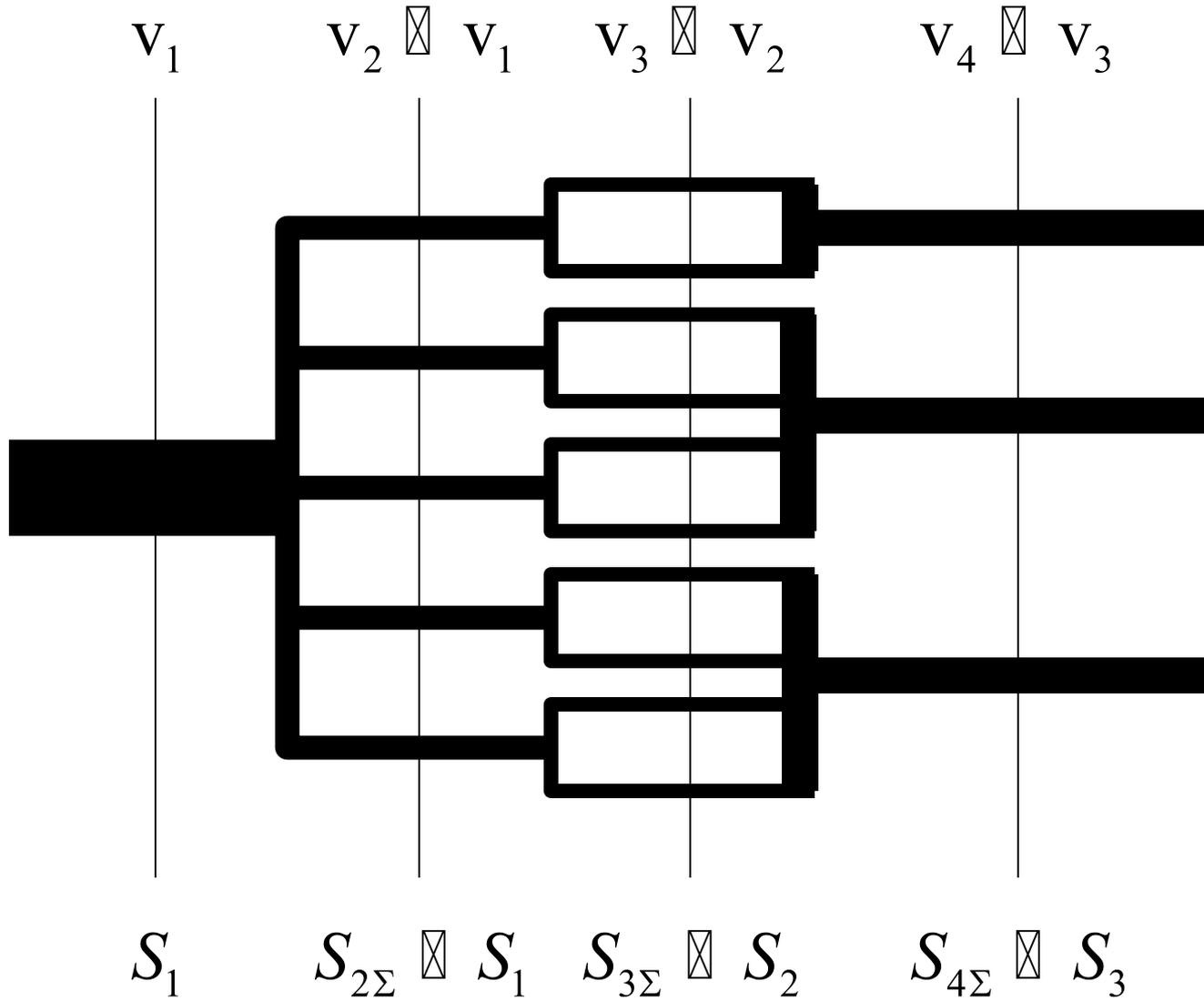
2. Для любых жидкостей справедливо уравнение неразрывности :

$$Q_V = Sv = \text{const}$$

$$Q_m = \rho Sv = \text{const}$$

Для разветвленных трубопроводов:

$$Q_V = Sv = \text{const}$$



3. Уравнение Бернулли для реальных жидкостей имеет качественный (неколичественный) характер:

$$\rho gh_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 \neq \rho gh_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + p_1$$

Причина – потери давления на вязкое трение и на «геометрию» канала течения

4. Уравнение Пуазейля для реальных жидкостей имеет качественный (неколичественный) характер:

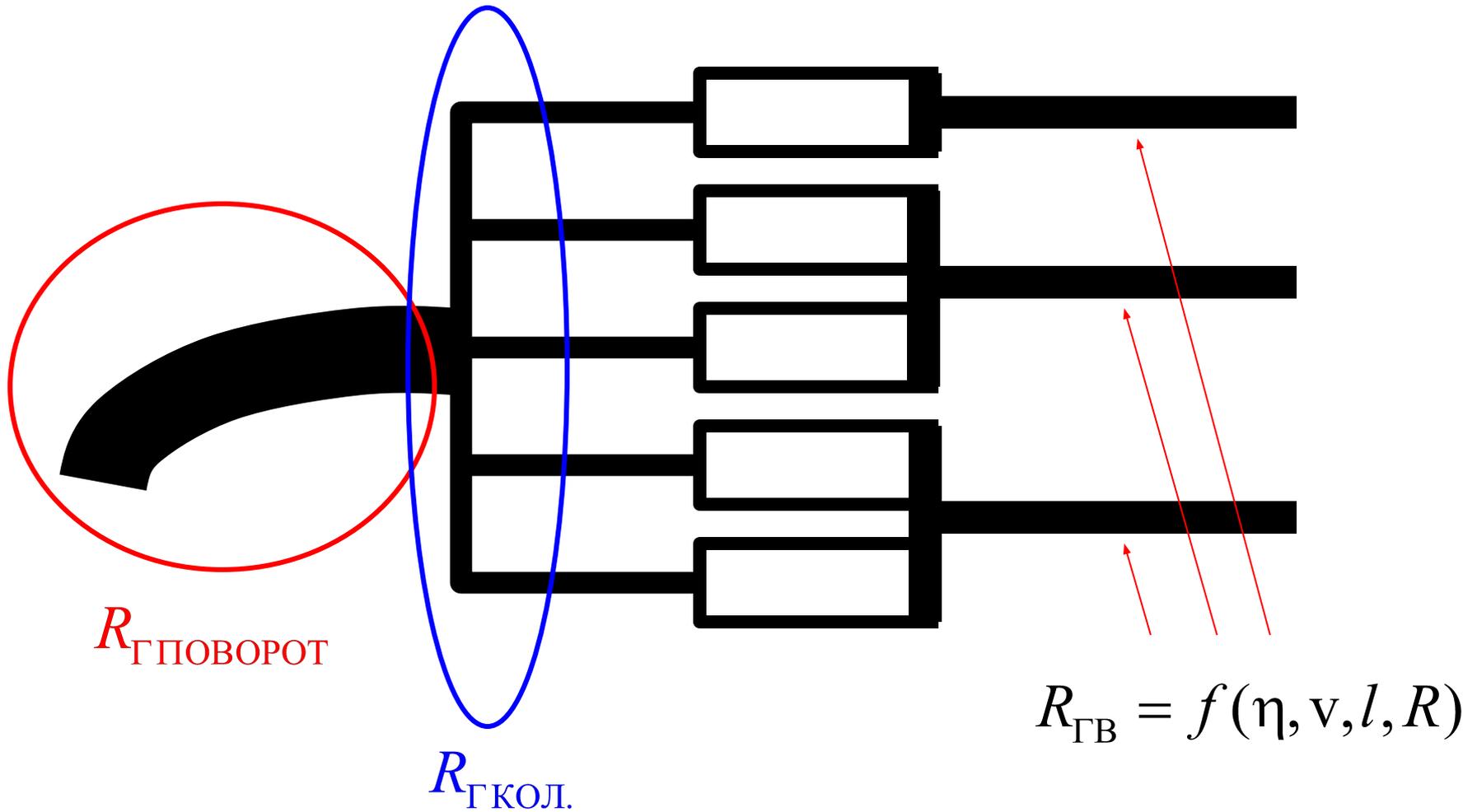
$$Q = \pi \rho \frac{P_1 - P_2}{8 \eta l} R^4$$

$$R_{\Gamma} \propto \frac{8 \eta l}{\pi \rho R^4}$$

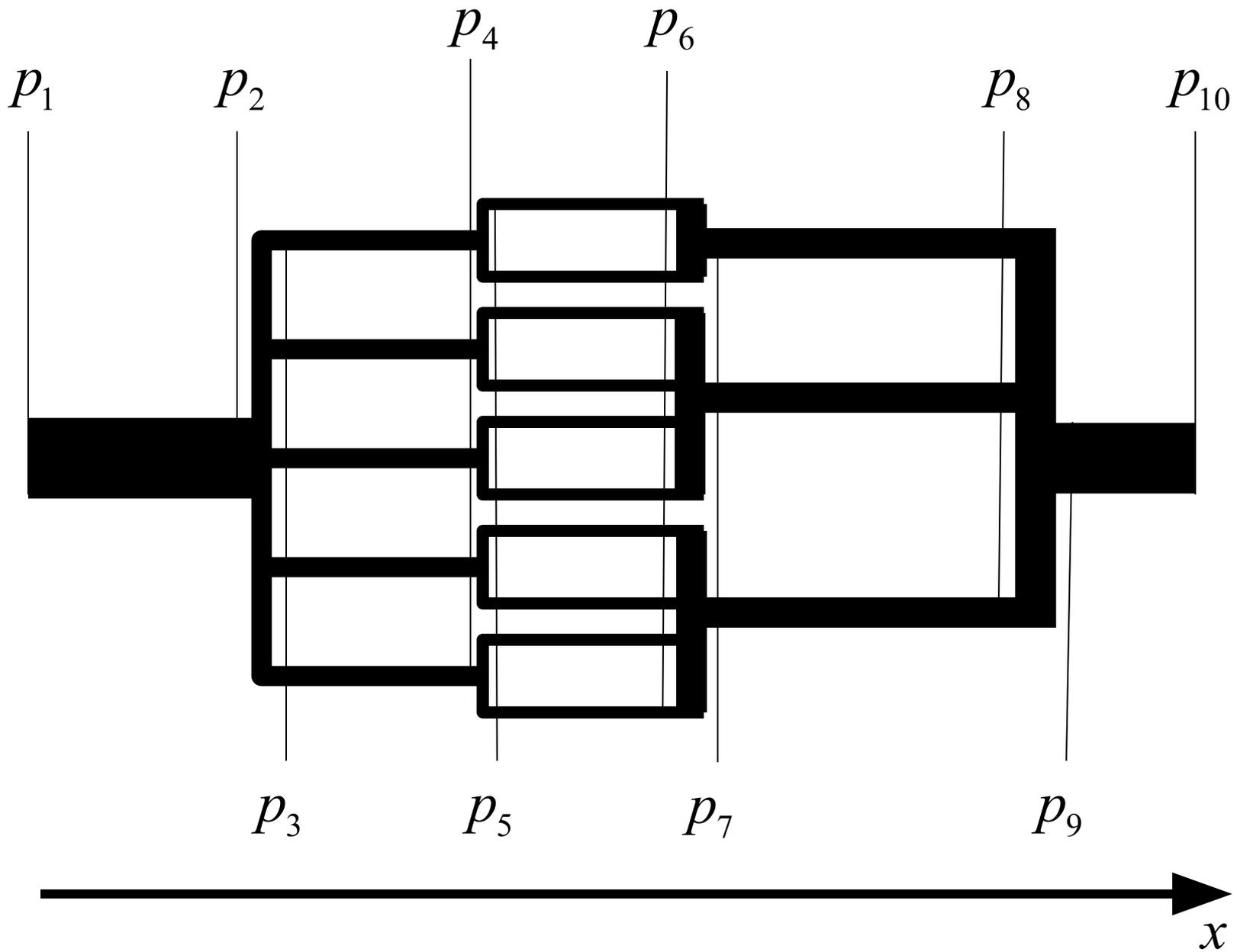
$$R_{\Gamma B} = f(\eta, \nu, l, R)$$

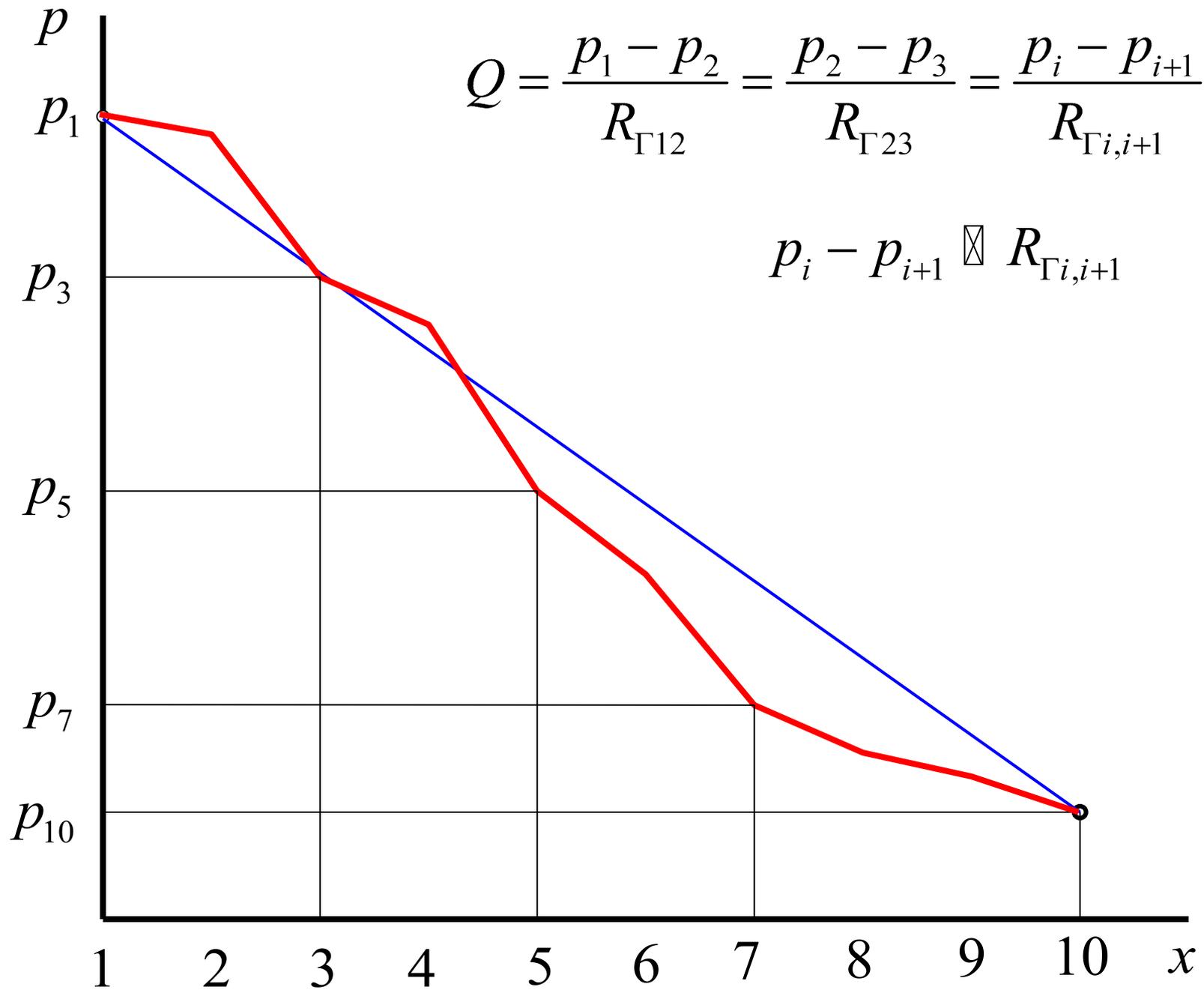
$$Q = \frac{P_1 - P_2}{R_{\Gamma}}$$

Геометрия канала определяет
гидравлические сопротивления:



5. Перепад давления в системе в целом складывается из перепадов давлений на отдельных участках:





Конец введения