

2. Дифракция света

Дифракция – группа явлений, связанных с перераспределением интенсивности излучения, возникающих при распространении волн в средах с резкими неоднородностями и связанных с отклонением от законов геометрической оптики.

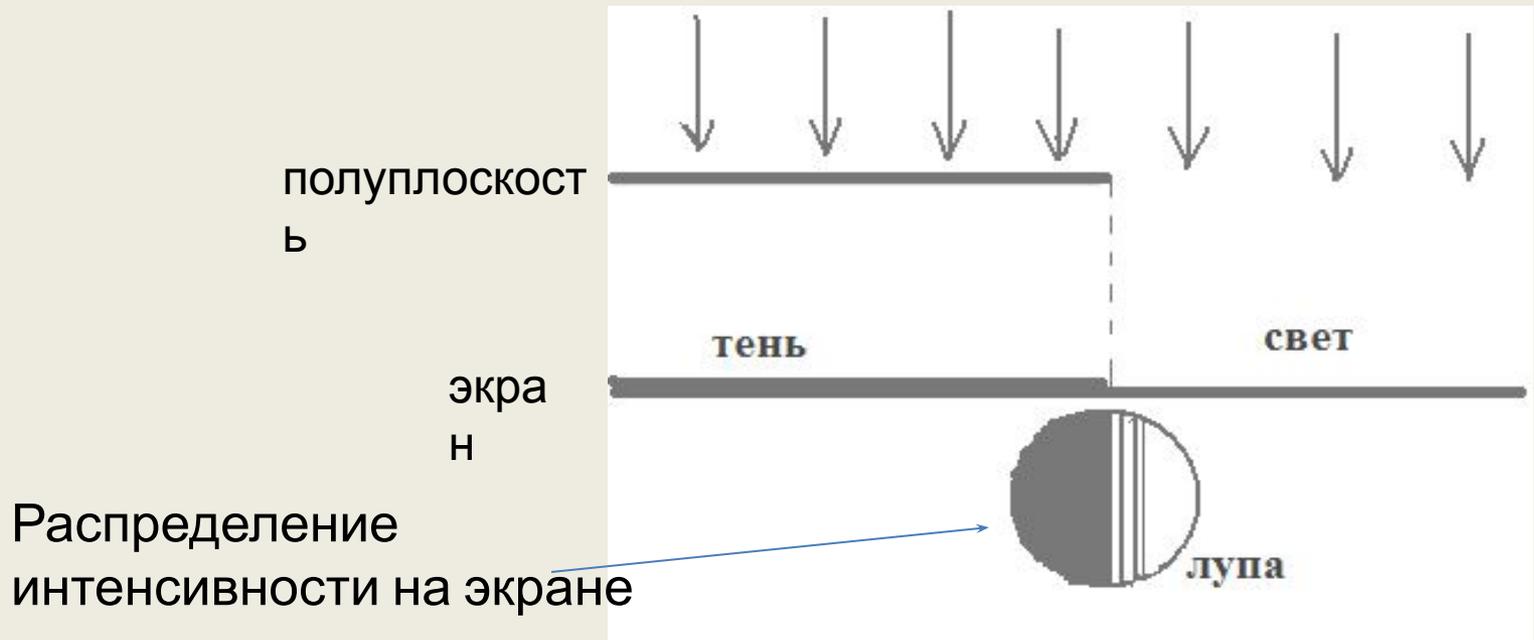
Наиболее отчетливо дифракция наблюдается, когда размеры неоднородностей соизмеримы с длиной волны

Дифракция приводит к огибанию волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени.



Дифракция присуща волнам любой природы.

Опыт по наблюдению дифракции света от края полуплоскости:

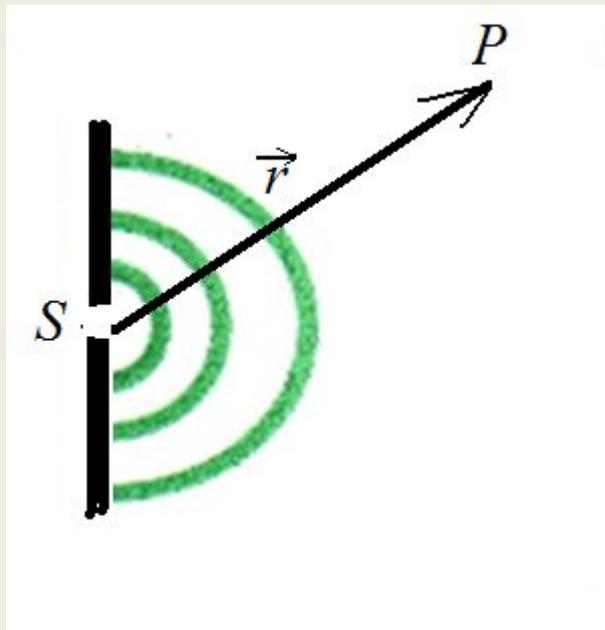


Физически **дифракция и интерференция** – одно и то же явление: устойчивое во времени перераспределение интенсивности света в пространстве.

Но при **интерференции** происходит наложение лучей от **дискретных когерентных источников**, а при **дифракции** встречаются лучи от **одного источника**.

Для расчета освещенности в дифракционной картине используется **принцип Гюйгенса – Френеля**, позволяющий свести явление дифракции к явлению многолучевой интерференции.

ВСПОМНИМ: ТОЧЕЧНЫЙ ИСТОЧНИК СВЕТА ИЗЛУЧАЕТ СФЕРИЧЕСКУЮ ВОЛНУ.

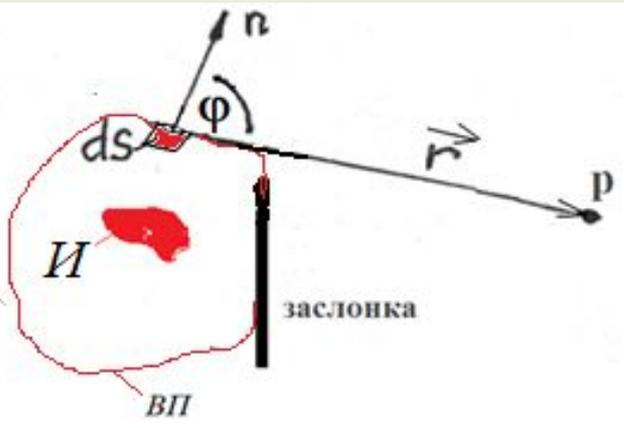


УРАВНЕНИЕ СФЕРИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ:

$$E(\vec{r}, t) = \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \alpha_0)$$

Принцип Гюйгенса - Френеля

Для расчета интенсивности света излучение реального источника И заменяют суммарным излучением элементов, непрерывно расположенных на волновой поверхности (ВП) площадь которой обозначим S .



Согласно принципу Гюйгенса-Френеля каждый элемент волновой поверхности dS служит источником вторичной сферической волны, амплитуда которой пропорциональна площади элемента и обратно пропорциональна расстоянию r до точки наблюдения P . Колебания светового вектора в т. P :

$$dE = K(\varphi) \frac{A_0}{r} dS \cos(\omega t - kr + \alpha_0).$$

Множитель $K(\varphi)$ зависит от угла φ между нормалью \vec{n} к площадке dS и направлением \vec{r} к точке наблюдения P .

Результирующее колебание в т. P определим по принципу суперпозиции полей

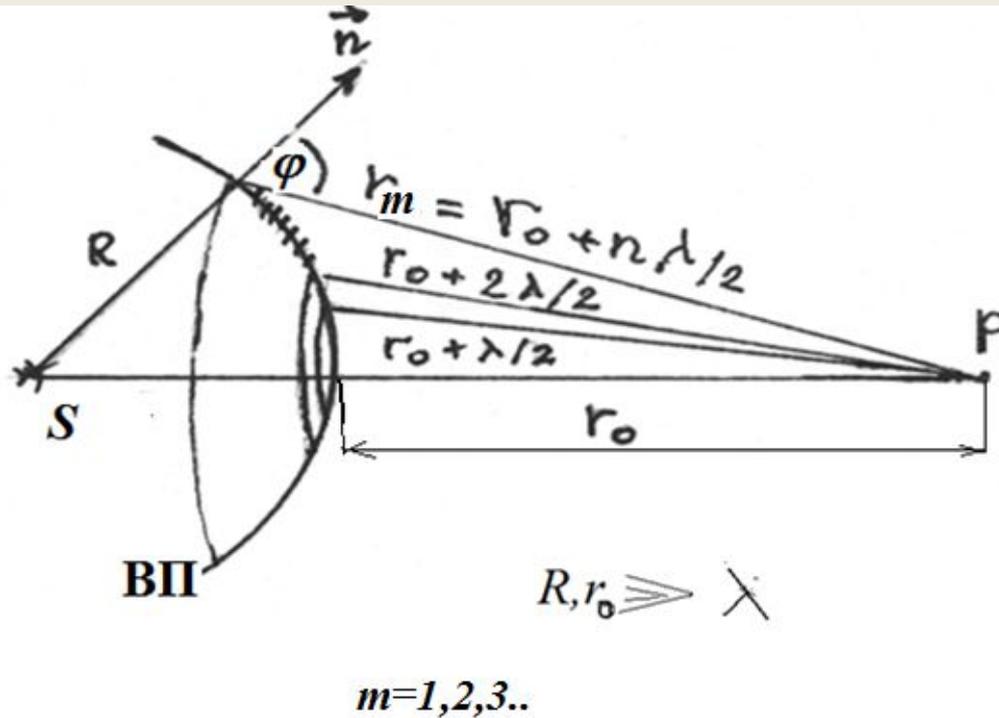
$$E = \int_s K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS. \quad (2.1)$$

$$E = \int_s K(\varphi) \frac{A_0}{r} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS.$$

- Это аналитическое выражение принципа Гюйгенса – Френеля.

Т. о. под дифракцией можно понимать интерференцию волн от множества когерентных точечных источников, испускающих сферические волны и непрерывно расположенных на волновой поверхности. Если в результате интерференции волны усиливают друг друга в т. Р – там J_{\max} .

Метод зон Френеля



Вычисление интеграла (2.1) является весьма трудоемкой задачей.

Однако, если волновая поверхность обладает простой симметрией, амплитуда результирующего поля может быть найдена простым алгебраическим суммированием.

Суть метода состоит в том, что волновая поверхность разбивается на участки (зоны) так, чтобы разность хода волн, приходящих в точку наблюдения от краев соседних зон, была бы равна $\lambda/2$.

Рассмотрим ВП сферической формы от точечного источника S.

Для нахождения амплитуды колебаний в точке наблюдения P разобьем на кольцевые зоны волновую поверхность $\lambda/2$, что расстояния от краев каждой

Основные свойства зон Френеля

Свет от соседних зон в точку наблюдения приходит в противофазе.

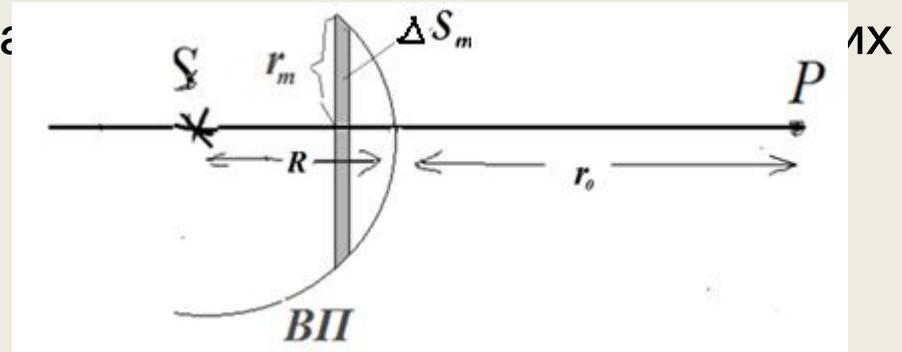
Следовательно,

колебания в точке наблюдения от соседних зон ослабляют друг друга.

Найдем площадь m -й зоны сегментов :

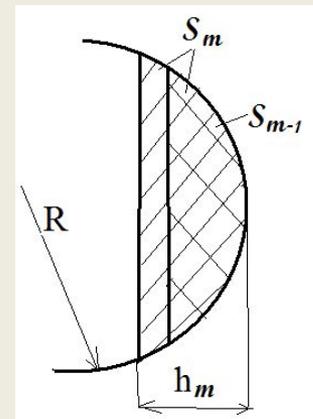
$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1}$$

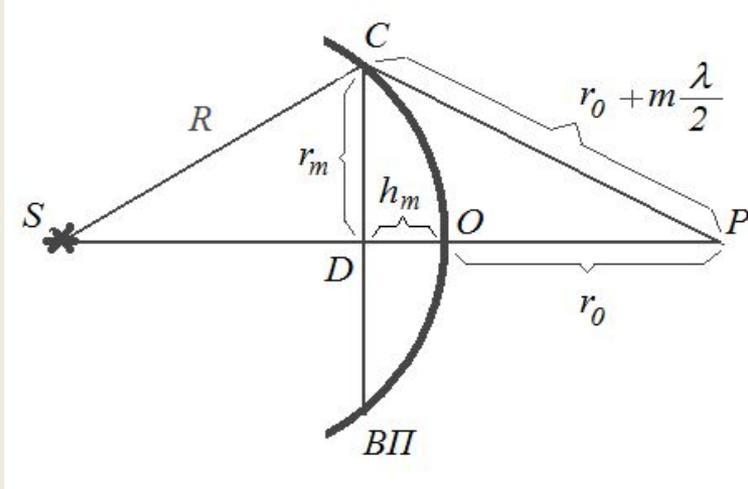
ка



Площадь сферического сегмента:

$$S_m = 2\pi R h_m$$





Из Δ

CSD:
$$r_m^2 = R^2 - (R - h_m)^2$$

Из Δ

CPD:
$$r_m^2 = \left(r_0 + m \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (r_0 + h_m)^2$$

$$2Rh_m - h_m^2 = r_0 m \lambda + \left(\frac{m\lambda}{2} \right)^2 - 2r_0 h_m - h_m^2 \quad (2.2)$$

Ввиду малости λ для не слишком больших m ($m \ll 10^7$)
можно

$$\left(\frac{m\lambda}{2} \right)^2 \approx 0.$$

Тогда из (2.2):
$$2(R + r_0)h_m = r_0 m \lambda \Rightarrow h_m = \frac{r_0 m \lambda}{2(R + r_0)}$$

$$\Delta S_m = 2\pi R(h_m - h_{m-1}) = 2\pi R \frac{r_0 \lambda}{2(R + r_0)} = \frac{\pi R r_0 \lambda}{R + r_0}$$

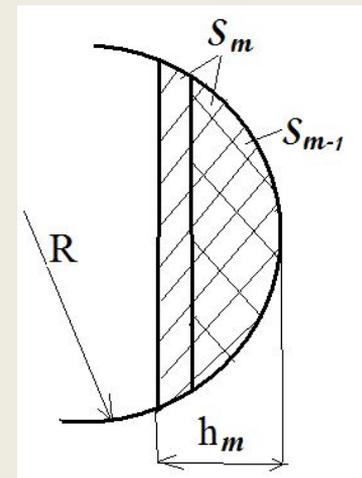
Ф
А
К
У
Л
Ь
Т
А
Т
И
В

2. Площади зон Френеля ~ одинаковы и не зависят от номера зоны для не слишком больших ($m \ll 10^7$).

При не слишком больших $h_m \ll R$

$$S_m = 2\pi R h_m \approx \pi r_m^2$$

$$r_m = \sqrt{2Rh_m} = \sqrt{\frac{Rr_0 m \lambda}{R + r_0}} \quad \text{- радиус } m\text{-й зоны Френеля.}$$



Из выражения

$$dE_m = K(\varphi) \frac{A_0}{A_m} \cos(\omega t - kr + \alpha_0) dS_m$$

A_m $=const$

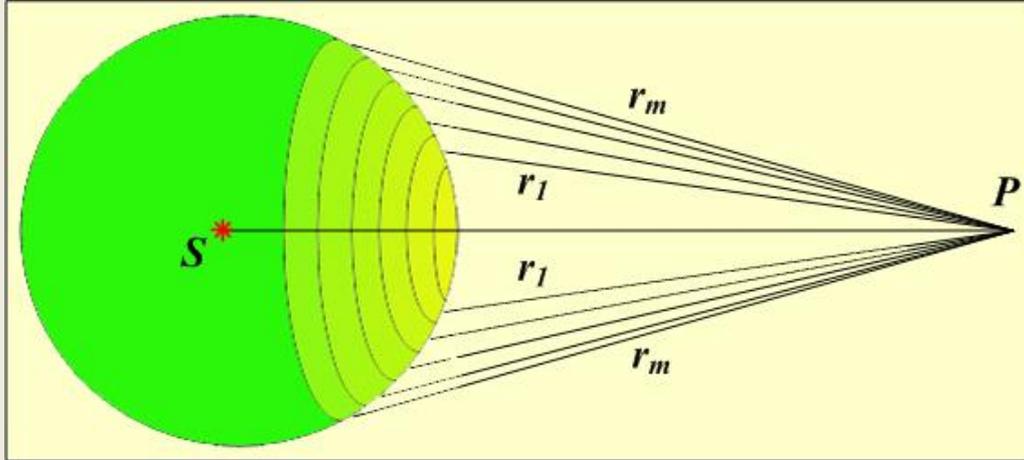
Следует, что $\uparrow m : r \uparrow, K(\varphi) \downarrow, A_m \downarrow$.

с

3. Амплитуда колебания, возбуждаемого в т. Р m – й зоной, монотонно падает с ростом m .

Теперь в (2.2) можно от $\int \Rightarrow \sum$ амплитуд колебаний с учетом разности фаз этих колебаний.

Рассмотрим ПОЛНОСТЬЮ ОТКРЫТУЮ ВОЛНОВУЮ ПОВЕРХНОСТЬ.



Фазы колебаний, от соседних зон Френеля отличаются на π . Поэтому для амплитуды A_0 результирующего колебания в т. Р будет справедливо выражение

$$A_0 = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots$$

Четные и нечетные амплитуды противоположны по знаку.

Представим выражение для результирующей амплитуды в виде

$$A_0 = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left(\frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m + \frac{A_{m+1}}{2} \right) + \dots$$

Вследствие монотонности убывания амплитуды с ростом номера зоны можно приближенно считать, что

$$A_m \approx \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2}$$

Полученный результат означает, что амплитуда, создаваемая в точке наблюдения всей сферической волновой поверхностью, **равна половине амплитуды, создаваемой лишь**

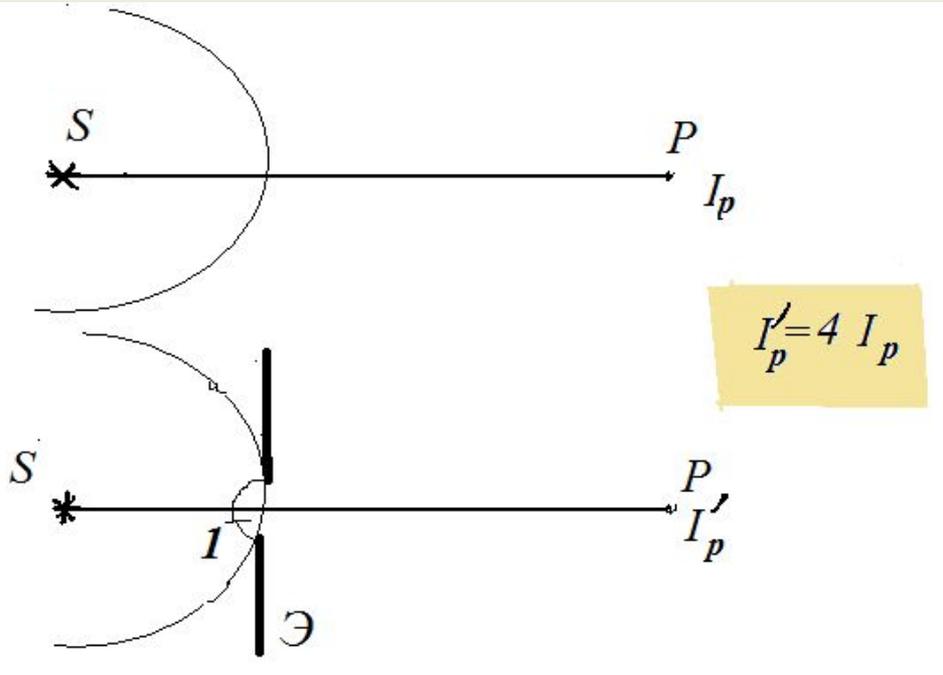
$$A_0 = \frac{A_1}{2}.$$

Интенсивность света в т. Р при открытом волновом фронте

$$I_p \approx \frac{A_1^2}{4} = \frac{I_1}{4}$$

Если закрыть все зоны, оставив только центральную, то

$$I'_p \approx A_1^2 = I_1$$

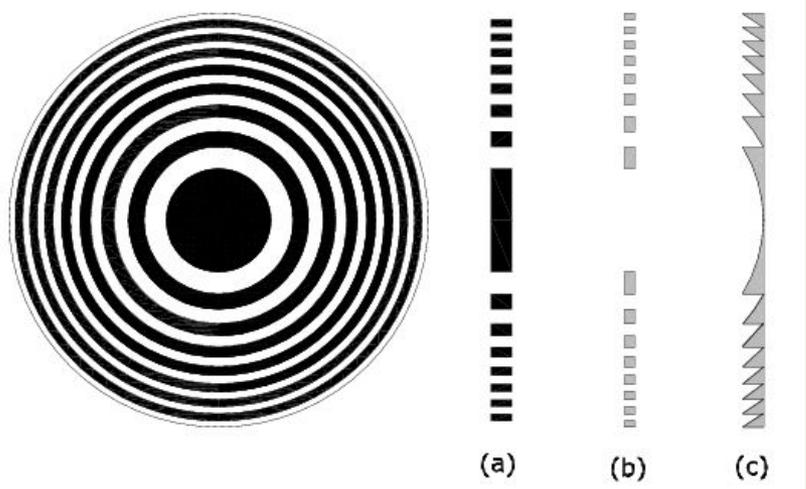


$$I'_p = 4I_p$$

Интенсивность света в т. Р, полученная от одной 1-й зоны Френеля, будет в 4 раза больше, чем при открытом волновом фронте.

ЗОННАЯ ПЛАСТИНКА

Колебания от четных и нечетных зон Френеля находятся в противофазе и, следовательно, взаимно ослабляют друг друга.



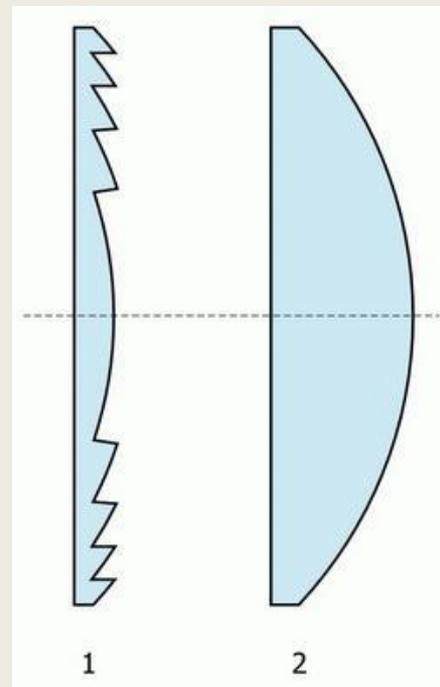
Если поставить на пути световой волны пластинку, которая перекрывала бы все нечетные (a) или четные (b) зоны, то интенсивность света резко вырастет. Такая пластинка, называемая зонной, действует как собирающая линза.

Еще большего эффекта можно достичь, если не перекрывать четные (или нечетные) зоны, а изменить фазу их колебаний на π .

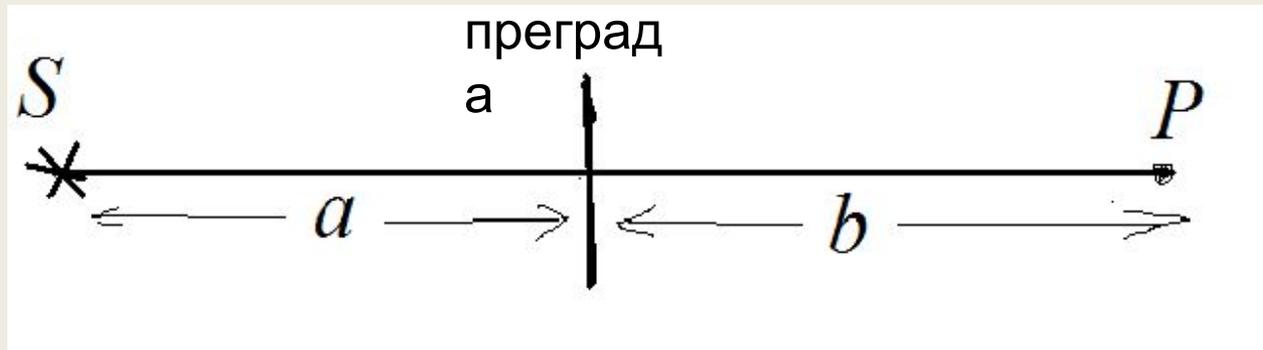
Это можно осуществить с помощью прозрачной пластинки, толщина которой в местах четных (c) или нечетных (1) зон изменена надлежащим образом.

Такая пластинка называется **фазовой зонной**

пластинкой или линзой Френеля

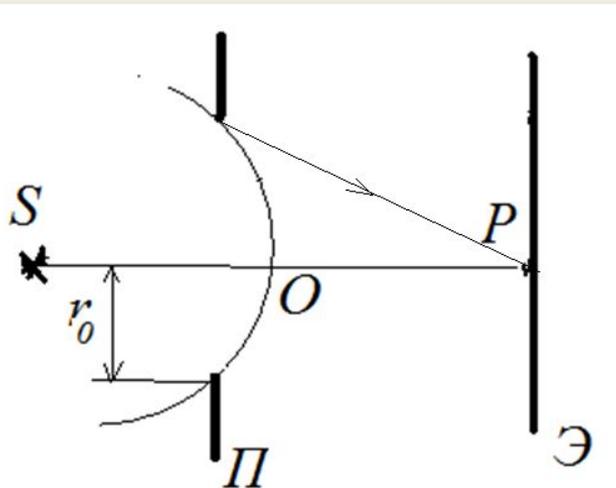


- Различают два вида дифракции. **Дифракцией Фраунгофера** называют дифракцию в **параллельных** лучах, когда источник S и точка наблюдения P расположены бесконечно далеко от преграды.
- **Дифракцию Френеля** наблюдают в **сходящихся лучах**, если источник S и точка P расположены на конечных расстояниях от преграды.

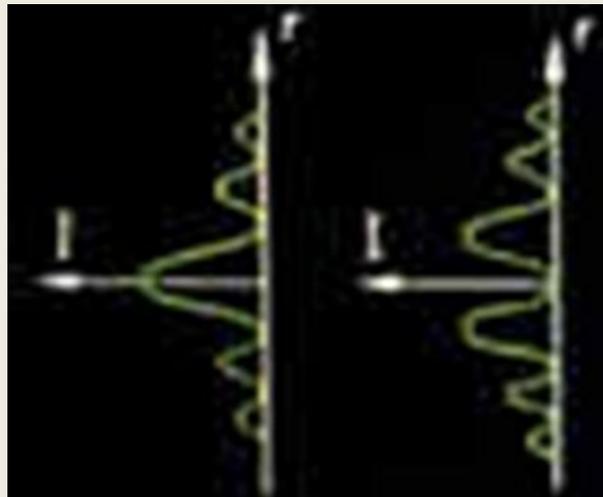


Рассмотрим дифракцию Френеля от простейших преград

1. ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ ОТ КРУГЛОГО ОТВЕРСТИЯ



а



б)

в)

Пусть в отверстии проходят m зон Френеля (рис. а):

$$r_0 = r_m$$

Найдем условия max и min интенсивности в т. Р.

Суммарная амплитуда в центре дифракционной картины будет

равна

$$A_0 = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{2k-1}}{2} - A_{2k} + \frac{A_{2k+1}}{2} \right) + \frac{A_{2k+1}}{2} + \dots \pm A_m.$$

Перед A_m берется знак плюс, если m – нечетное, и минус – если четное

Если m – нечетное то в центре будет наблюдаться максимум, а результирующая амплитуда примет вид

$$A_0 = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}.$$

Для **четного** числа зон амплитуда результирующего колебания **будет**

$$A_0 = \frac{A_1}{2} + \left(\frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots + \left(\frac{A_{m-1}}{2} - A_m \right) = \frac{A_1}{2} + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}.$$

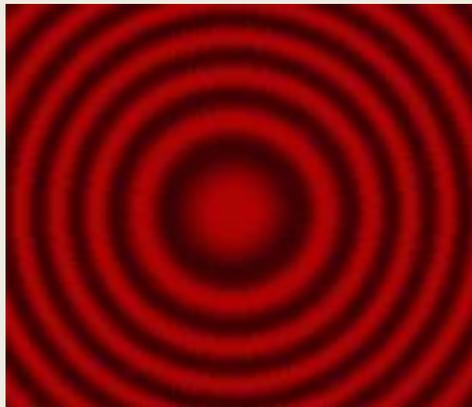
Объединяя оба выражения получим:

$$A_0 = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}.$$

Если m – нечет., знак **+** $A_p = \frac{A_1}{2} + \frac{A_m}{2}$ – максимум дифракционной картины (для малых A_m , $A_p \approx A_1$).

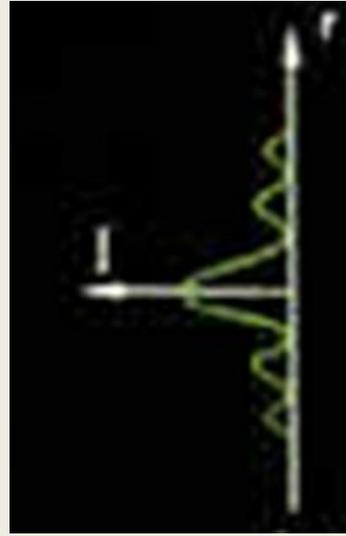
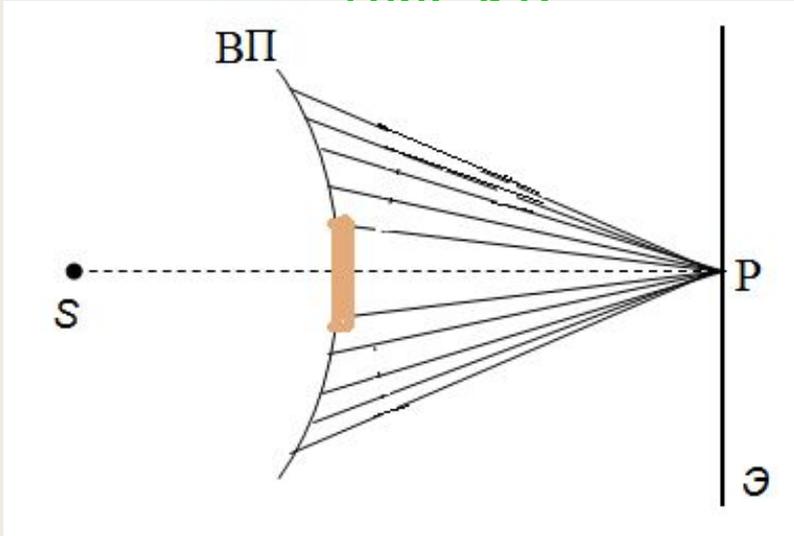
Если m – чет., знак **-** $A_p = \frac{A_1}{2} - \frac{A_m}{2}$ – минимум дифракционной картины (для малых m $A_1 \approx A_m$, $A_p \approx 0$).

Если отверстие открывает нечетное число зон Френеля, в центре наблюдается светлое пятно (усиление), если четное число зон – темное пятно (ослабление).



2. ДИФРАКЦИЯ ФРЕНЕЛЯ ОТ КРУГЛОГО

ПЛИСКА

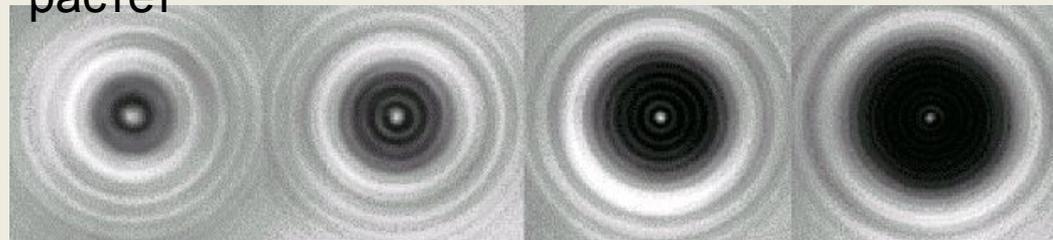


Поместим между источником света и точкой наблюдения преграду в виде непрозрачного диска малого радиуса. Если диск закрывает m первых зон, то амплитуда будет

$$A_0 = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left(\frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots = \frac{A_{m+1}}{2}.$$

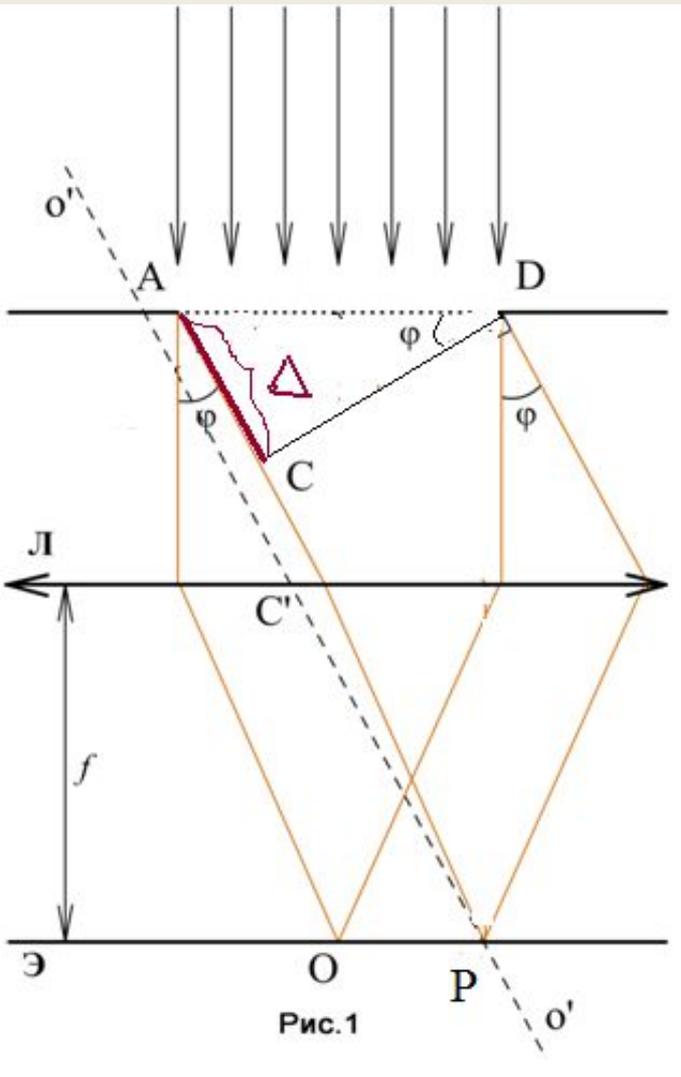
Полученный результат означает, что в центре геометрической тени будет светлое пятно, получившее название **пятна Пуассона**.

Радиус диска
растет



Рассмотрим примеры дифракции Фраунгофера.

1. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА ОТ ЩЕЛИ



$$AD = b$$

Пусть на длинную щель (длина много больше ширины щели AD) перпендикулярно к ней падает

плоская монохроматическая волна. Поместим за щель собирающую линзу, а в ее

фокальной плоскости экран. Плоскости щели,

линзы и экрана параллельны друг другу.

Согласно принципу Гюйгенса – Френеля, каждая т. волновой поверхности AD – источник вторичных сферических когерентных волн, т.е. свет после прохождения щели рассеивается.

В центре экрана – т. O – всегда наблюдается *max* интенсивности ($\varphi=0, \Delta=0$).

Лучи, отклонившиеся на угол φ , соберутся в т. P . $\Delta = b \sin \varphi$.

Ширину щели обозначим b , оптическое

Если разность хода от краев щели

$$\Delta = \pm k \frac{\lambda}{2}, \text{ то волновую}$$

поверхность, открываемую щелью, можно разбить на k равных по ширине зон – полосок, параллельных щели, причем разность хода от краев каждой зоны будет равна $\lambda/2$.

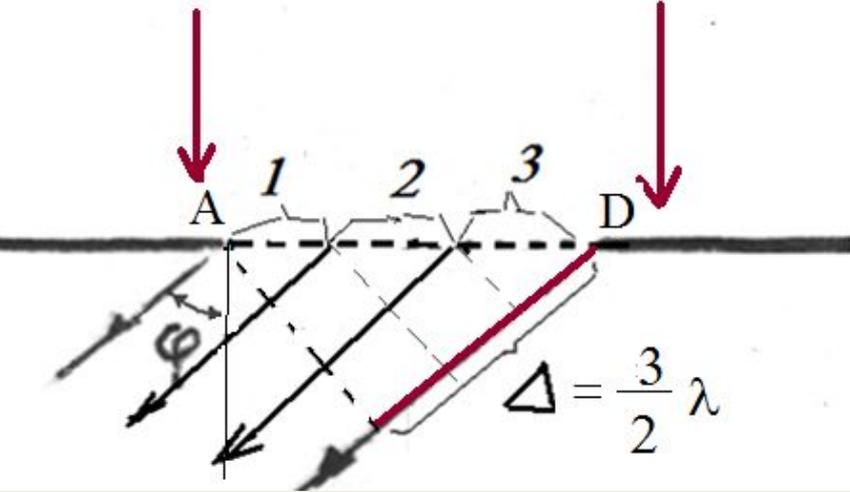


Рис.
2

Колебания от каждой пары соседних зон взаимно погашают друга, так $k = 2m$

что если $b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m \lambda$, то результирующая амплитуда равна нулю.
Условие min дифракции: $b \sin \varphi = \pm m \lambda$ $\Rightarrow \sin \varphi_{\min} = \pm m \frac{\lambda}{b}$

Если $k = 2m + 1$, действие одной из зон окажется нескомпенсированным и в т. Р наблюдается максимум интенсивности

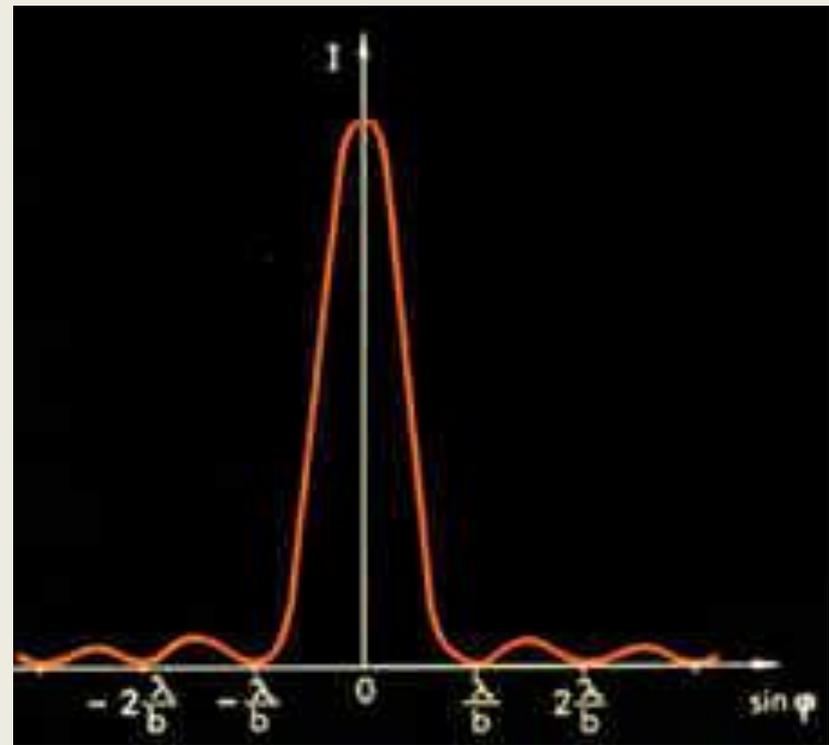
Условие max дифракции: $b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2} = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda \Rightarrow \sin \varphi_{\max} = \pm (m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{b}$

$$b \sin \varphi = \pm (m + \frac{1}{2}) \lambda \quad (m = 1, 2, 3 \dots)$$

На рис. дано распределение интенсивности на экране $I(\sin \varphi)$, построенное с учетом выражений

$$\sin \varphi_{\min} = \pm m \frac{\lambda}{b}$$

$$\sin \varphi_{\max} = \pm \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{b}$$

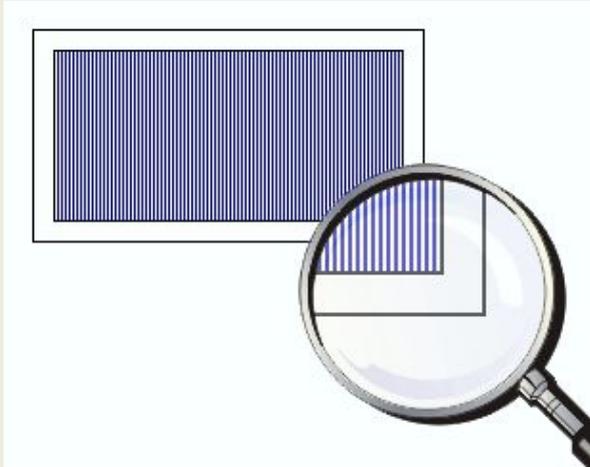


Изменение дифракционной картины с ростом ширины щели:



В белом свете все *max*, кроме центрального, размываются в спектр.

2. ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА



Периодом решетки $d = a + b$ называют расстояние между серединами соседних щелей.

Расположим параллельно решетке линзу, а в ее фокальной плоскости экран.

Пусть на решетку нормально падает плоская световая волна.

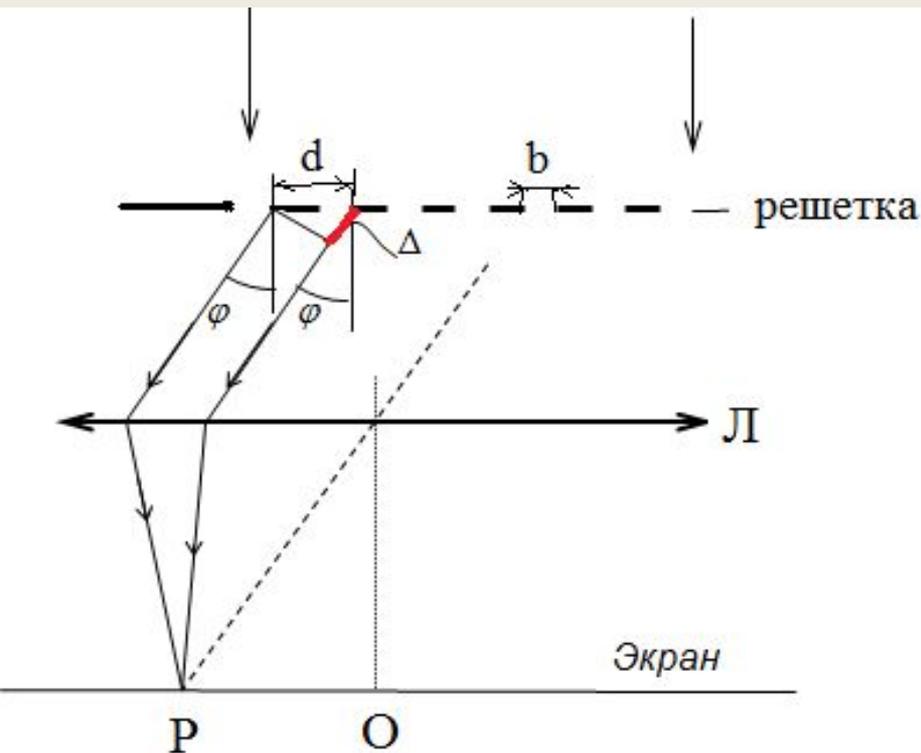
Определим характер дифракционной картины на экране.

При условии соблюдения когерентности происходит дифракция света на каждой щели и интерференция пучков света, приходящих на экран от всех щелей.

Все лучи, рассеянные под углом φ , собираются в т. Р на экране.

Разность хода лучей от соседних щелей:

$$\Delta = d \sin \varphi.$$



В направлениях, в которых отдельная щель не распространяет свет, он не будет распространяться и при нескольких щелях (каждая щель сама себя гасит) - это направление **ГЛАВНЫХ**

МИНИМУМОВ

Условие гл.

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 1, 2, 3 \dots$$

min:

Максимальное усиление лучей, пришедших в т. Р от разных щелей (явление многолучевой интерференции) происходит в направлении

ГЛАВНЫХ МАКСИМУМОВ

Условие гл.

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3 \dots$$

max:

По центру экрана всегда расположен 0-й главный максимум, образованный лучами, прошедшими решетку без отклонения ($\varphi=0$).

В направлениях, в которых колебания от отдельных щелей взаимно погашают друг друга, наблюдаются **ДОБАВОЧНЫЕ МИНИМУМЫ**.

Условие доб.

min:

$$d \sin \varphi = \pm \frac{m' \lambda}{N}, \quad m' = 1, 2, 3, \dots, N-1, N+1, \dots$$

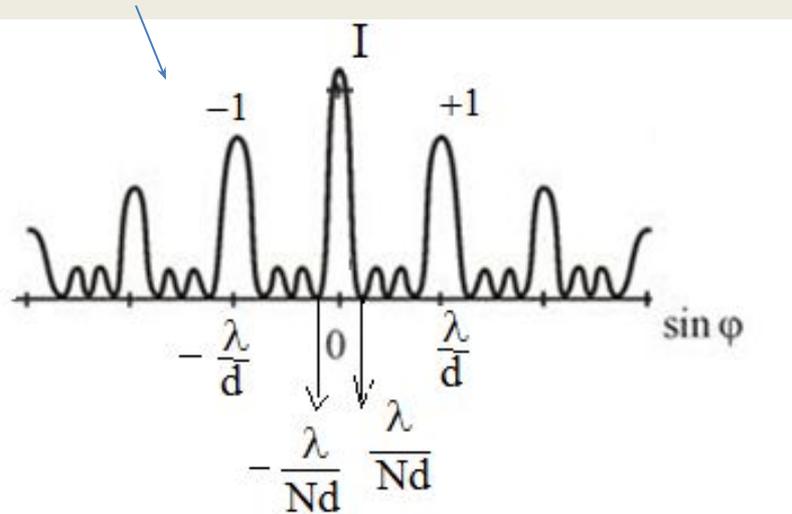
$$(m' \neq N, 2N, \dots)$$

N – число щелей

решетки

Интенсивность главных максимумов в N^2 раз больше интенсивности I_ϕ , создаваемой в направлении ϕ одной щелью.

На рис. дано распределение интенсивности на экране $I(\sin \varphi)$

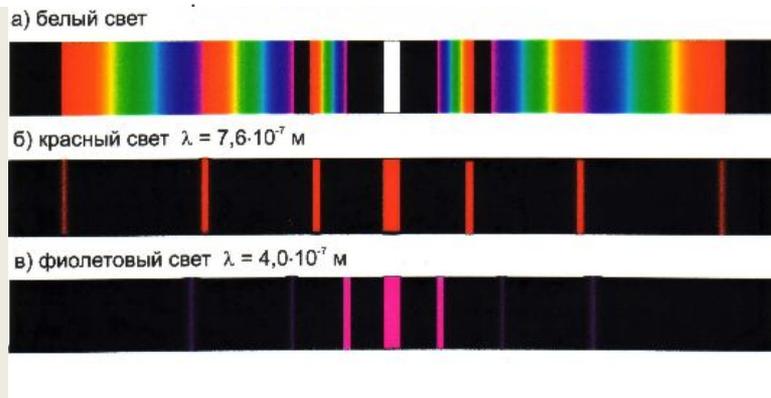


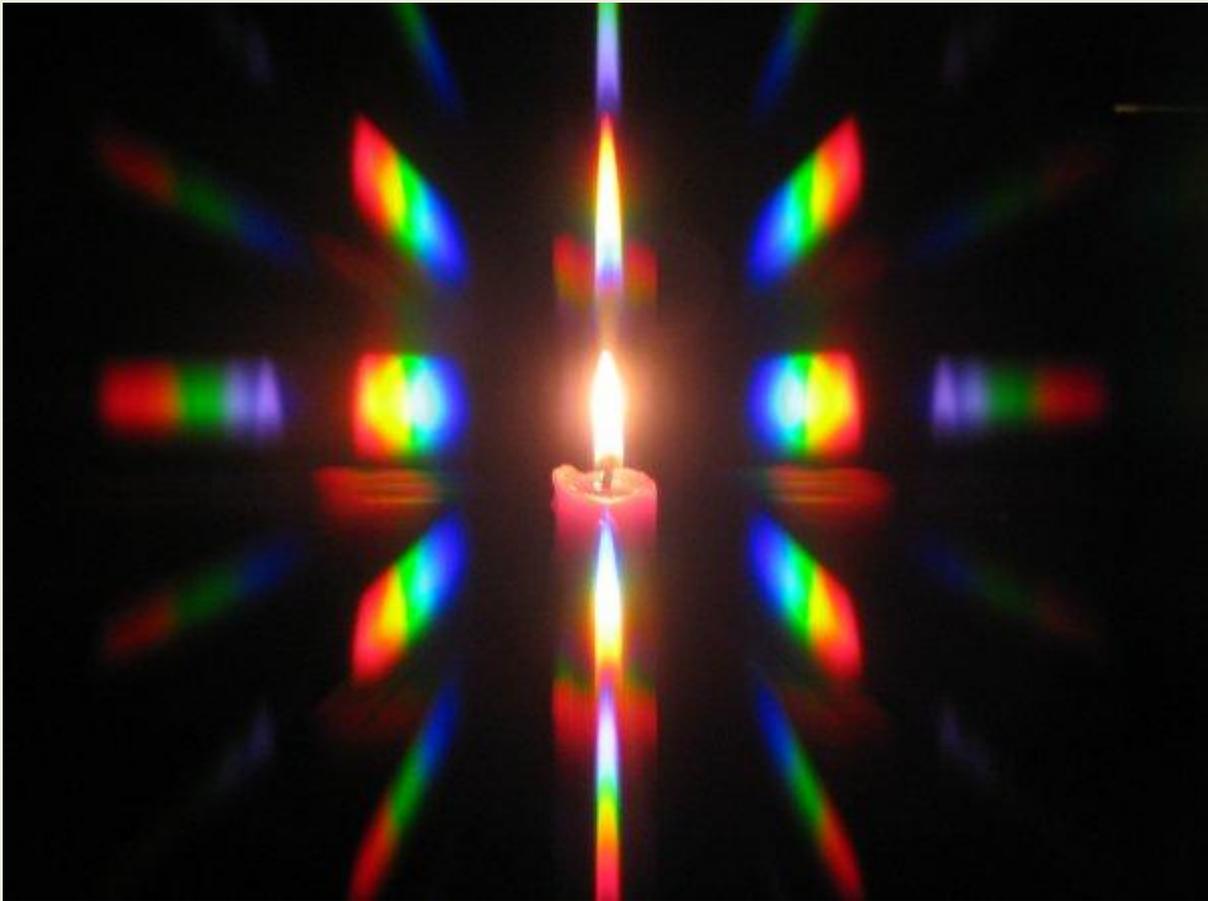
При увеличении числа щелей N решетки при прочих равных условиях главные максимумы становятся ярче и сужаются.

Положение главных максимумов зависит от длины волны $d \sin \varphi = \pm m \lambda$.

$m = 0, 1, 2, \dots$ Поэтому при пропускании через решетку белого света все максимумы, кроме центрального, будут разложены в спектр.

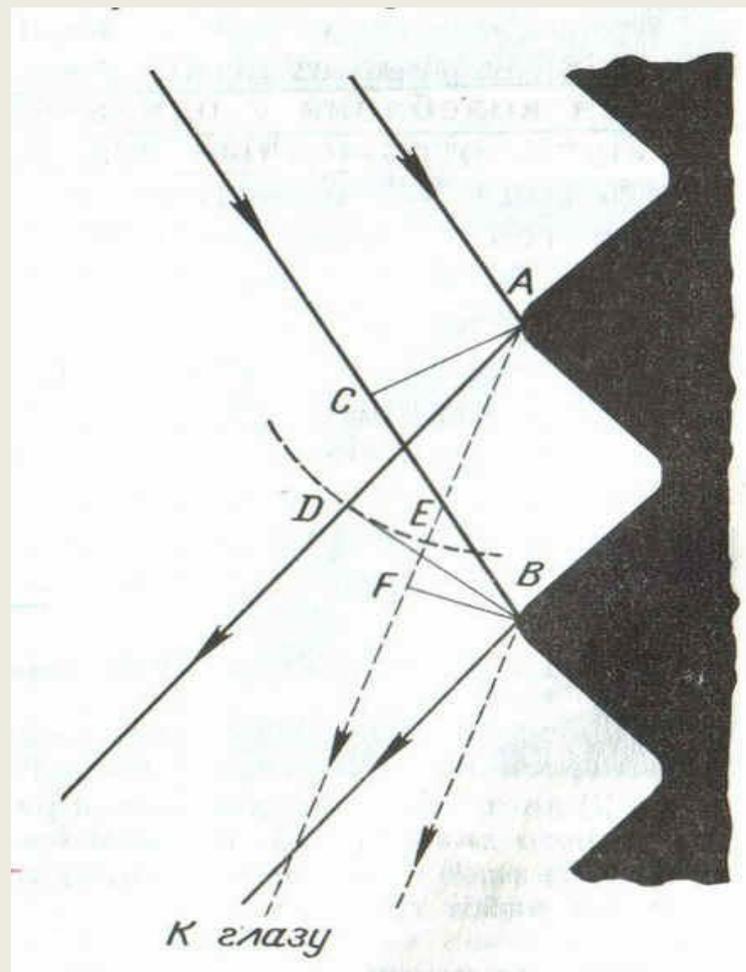
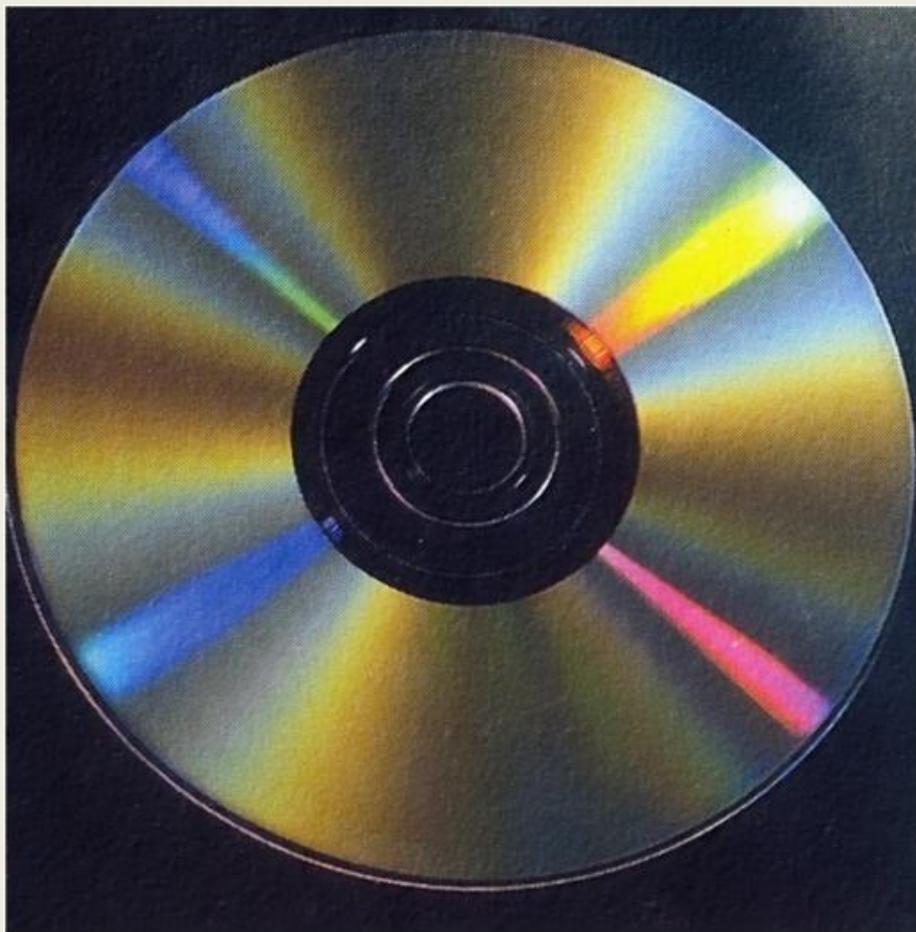
Фиолетовый конец этого спектра обращен к центру дифракционной картины, а красный – наружу.



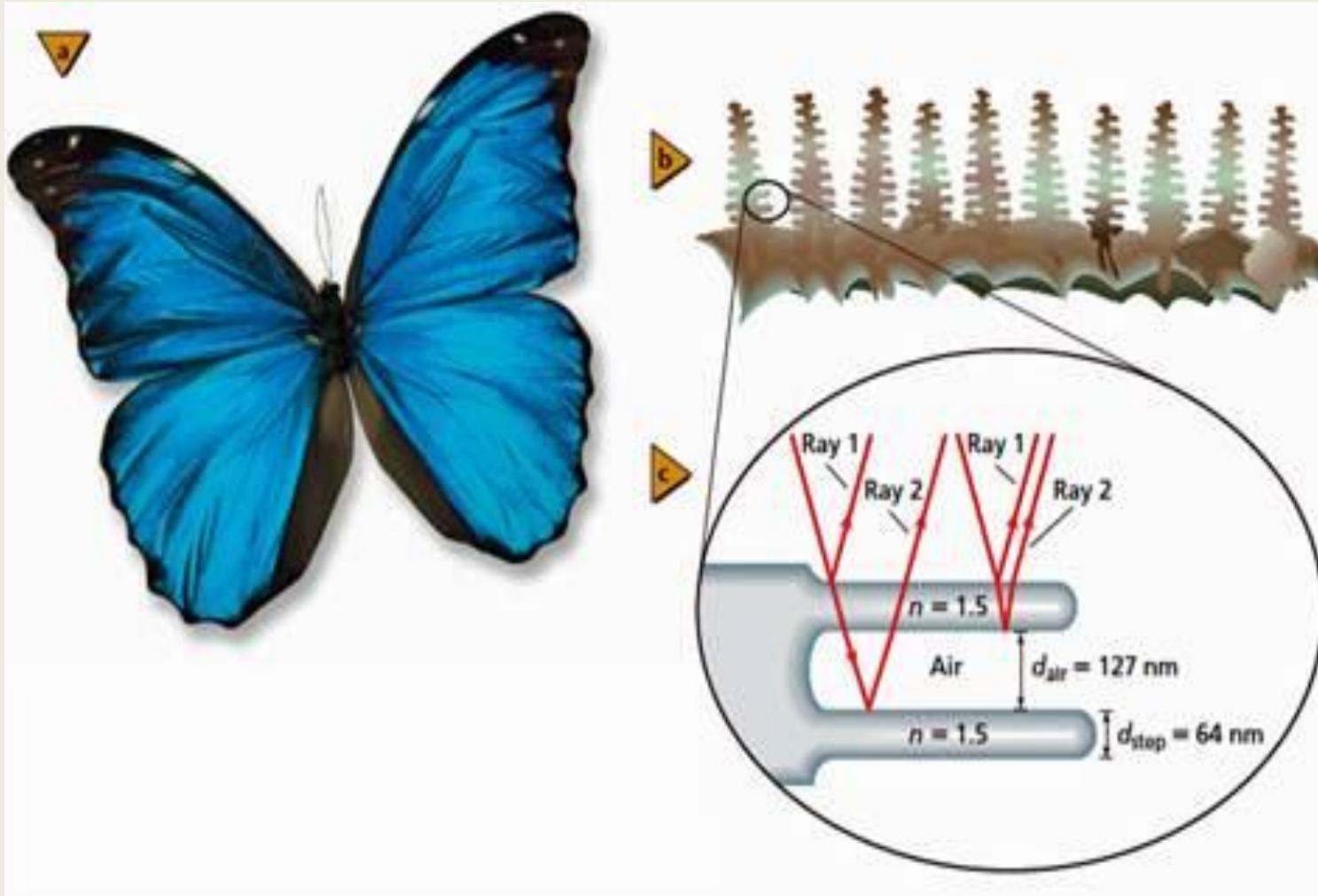


Дифракция при прохождении белого света через двухмерную решетку.

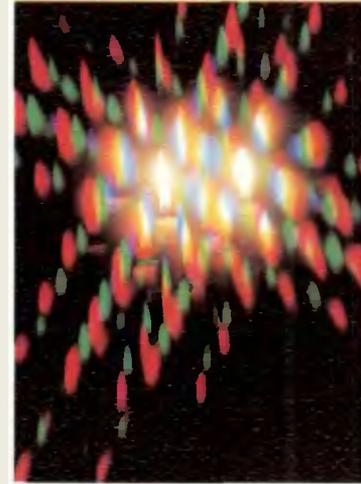
Поверхность компакт-диска представляет собой спиральную дорожку с шагом соизмеримым с длиной волны видимого света. На мелкоструктурной поверхности проявляются дифракционные и интерференционные явления. Блики компакт-дисков имеют радужную окраску.



Явления дифракции и интерференции света помогают Природе раскрашивать всё живое, не прибегая к использованию красителей.



ДИФРАКЦИОННЫЕ ОРЕОЛЫ ВОКРУГ ИСТОЧНИКОВ СВЕТА



Считается, что дифракцию света открыл итальянский монах Франческо Гримальди (1618-1663) из Болоньи. Дифракция проявляется, в частности, в том, что при освещении предмета-преграды небольшим источником света в теневой картине на экране вблизи границы тени предмета наблюдается кайма чередующихся светлых и темных полос. Светлые участки дифракционных полос бывают окрашенными, причем цвета следуют друг за другом в определенном порядке. Дифракционные полосы могут заходить в тень от преграды или находиться вне тени.

При определенном навыке дифракционные полосы можно в прямом смысле слова видеть невооруженным глазом — например, если смотреть на яркий уличный фонарь (обычно это ртутный или натриевый светильник) сильно сощурившись. Дифракционные полосы при этом ориентированы параллельно щели глазных век, и при повороте головы полосы тоже поворачиваются.

Наблюдаемая картина зависит как от свойств источника света, так и от самого объекта, на котором происходит дифракция света, и, конечно, от геометрии опыта. Особенно красивыми и контрастными дифракционные ореолы получаются, если яркий источник наблюдать на темном фоне, а в качестве предмета-преграды использовать систему одинаковых параллельных щелей — дифракционную решетку или любую другую регулярную структуру — мелкую сетку или ткань, систему параллельных проволочек и т. д.

В качестве иллюстрации к сказанному здесь приводятся фотографии дифракционных ореолов вокруг свечи

ДИФРАКЦИОННАЯ РЕШЕТКА МОЖЕТ ИСПОЛЬЗОВАТЬСЯ КАК СПЕКТРАЛЬНЫЙ ПРИБОР ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ЛИНЕЙЧАТЫХ СПЕКТРОВ.

Основными характеристиками спектрального прибора являются его **дисперсия и разрешающая способность**.

3. Дисперсия и разрешающая способность дифракционной решетки

1. **Дисперсия** – определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на

единицу.

Угловая дисперсия:

$D_\varphi = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}$, где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Найдем угловую дисперсию дифракционной решетки, продифференцировав условие m -го

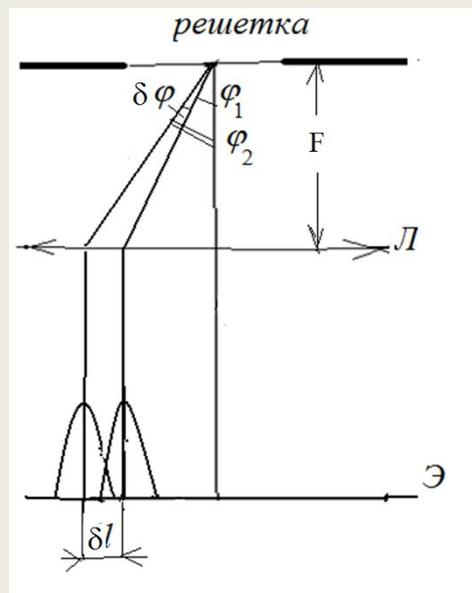
максимума по λ :

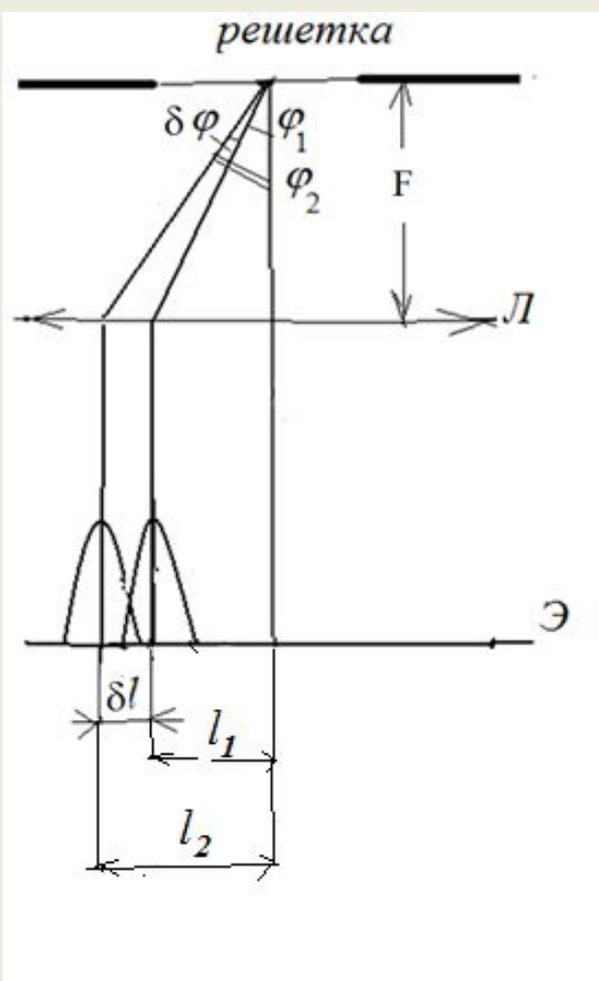
$$d \sin \varphi = m\lambda \quad d \cos \varphi \delta\varphi = m\delta\lambda \quad \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \varphi}$$

$$, \quad \cos \varphi \approx 1, \quad \underline{D_\varphi \approx \frac{m}{d}}$$

Т.е. чем выше порядок спектра и меньше постоянная решетки, тем больше угловое $\lambda, \lambda + \delta\lambda$.

Угловая дисперсия D_φ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу.





Линейной дисперсией называют величину:

$$D_l = \frac{\delta l}{\delta \lambda},$$

где δl – линейное расстояние на экране между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta \lambda$.

Угловая дисперсия D_φ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу.

Выразим линейную дисперсию через угловую, обозначив F – фокусное расстояние линзы, собирающей дифрагирующие лучи на экране.

$$\left. \begin{aligned} \frac{l_1}{F} &= \operatorname{tg} \varphi_1 \\ \frac{l_2}{F} &= \operatorname{tg} \varphi_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{l_2 - l_1}{F} = \operatorname{tg} \varphi_2 - \operatorname{tg} \varphi_1$$

При небольших углах $\operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$ и можно записать

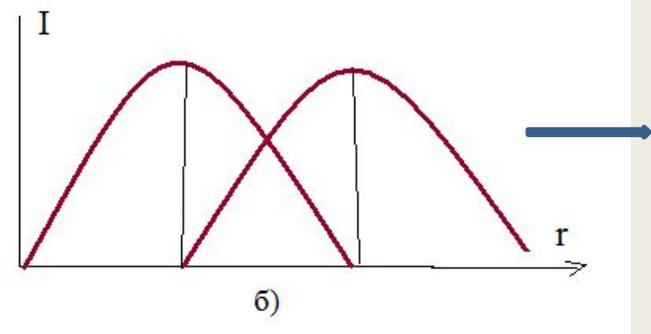
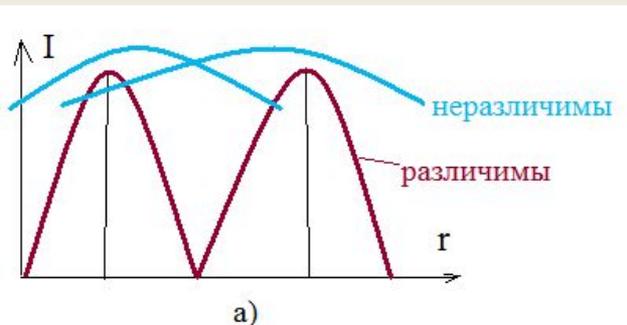
$$\longrightarrow \frac{\delta l}{\delta \lambda} = \frac{F \delta \varphi}{\delta \lambda} \longrightarrow D_l = F D_\varphi \longrightarrow \underline{D_l = F \frac{m}{d}}$$

$$\delta l = F \delta \varphi$$

Возможность раздельного восприятия близких спектральных линий зависит не только от расстояния между ними, но и от ширины этих линий. Возможность разрешения с учетом ширины спектральных линий определяется разрешающей силой спектрального прибора:

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

$\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий ($\lambda, \lambda + \delta\lambda$), при которой эти линии воспринимаются раздельно.



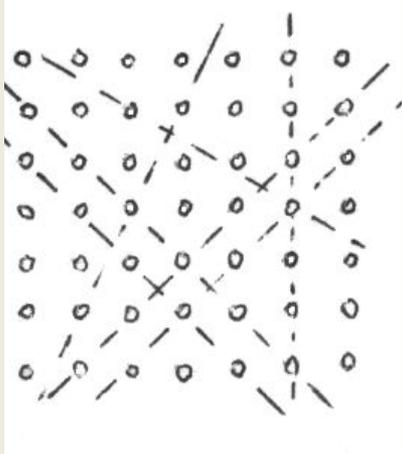
Критерий Рэлея: Два близких *max* воспринимаются еще раздельно, если середина одного из них совпадает с краем другого (рис. б)).

Разрешающая сила дифракционной решетки пропорциональна порядку спектра m и числу щелей N : $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = mN$.

Явления дифракции используются для анализа спектров излучения, в рентгеноструктурном анализе.

4. Дифракция рентгеновских лучей

ДЛЯ ВИДИМОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ($\lambda = 10^{-7}$ м) КРИСТАЛЛ – ОПТИЧЕСКИ ОДНОРОДНАЯ СРЕДА. Для рентгеновского излучения ($\lambda = 10^{-9}$ м) λ сравнима с периодом решетки d и кристалл является **трехмерной дифракционной решеткой**, образованной упорядоченно расположенными ионами. Ионы играют роль рассеивающих центров падающего излучения.



Кристалл можно представить в виде множества семейств параллельных плоскостей, проходящих через узлы решетки. Рассмотрим дифракцию при отражении от двух параллельных атомных плоскостей – период кристаллической решетки ($d \sim 10^{-10}$ м),

θ – угол скольжения,

$\lambda = 10^{-12} - 10^{-8}$ м – длина волны рентгеновских лучей.

$$\delta = \Delta + \Delta' = 2d \sin \theta$$

Δ – разность хода

лучей
Условие дифракционных

максимумов:

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad \text{– формула Вульфа –}$$

Брэгга

$$m = 1, 2, \dots$$

