

## *Тема* Принятие решений в условиях неопределенности

---

- Принятие решений в условиях неопределенности основано на том, что вероятности различных вариантов развития событий неизвестны. В этом случае субъект руководствуется, с одной стороны, своим рисковым предпочтением, а с другой — критерием выбора из всех альтернатив по составленной «матрице решений».

- 
- **Принятие решений в условиях риска основано на том, что каждой ситуации развития событий может быть задана вероятность его осуществления.**
  - **Это позволяет взвесить каждое из значений эффективности и выбрать для реализации ситуацию с наименьшим уровнем риска.**

## Гипотеза

Обоснование и выбор конкретных управленческих решений, связанных с рисками (финансовыми), базируется на концепции и методологии *теории принятия решений*.

Эта теория предполагает, что **решениям**, связанным с риском, всегда свойственны элементы неизвестности конкретного поведения исходных параметров, которые не позволяют четко детерминировать значения конечных результатов этих решений. В зависимости от степени неизвестности предстоящего поведения исходных параметров принятия решений различают **условия риска**, в которых вероятность наступления отдельных событий, влияющих на конечный результат, может быть установлена с той или иной степенью точности, и **условия неопределенности**, в которых из-за отсутствия необходимой информации такая вероятность не может быть установлена.

## Основные положения теории принятия решений в условиях риска и неопределенности:

---

- *Объект принятия решения четко детерминирован и по нему известны основные из возможных факторов риска (отдельная операция, деятельность и т.п.)*
- *По объекту принятия решения избран **показатель**, который наилучшим образом характеризует эффективность этого решения (по краткосрочным, по долгосрочным операциям)*
- *По объекту принятия решения избран **показатель**, характеризующий **уровень его риска** (обычно степень возможного отклонения ожидаемого показателя эффективности от средней или ожидаемой его величины)*

- *Имеется конечное количество альтернатив принятия решения*
- *Имеется конечное число ситуаций развития события под влиянием изменения факторов риска.*

---

*Число таких ситуаций должно быть детерминировано от крайне благоприятных до крайне неблагоприятных.*
- *По каждому сочетанию альтернатив принятия решений и ситуаций развития события может быть определен конечный показатель эффективности решения*
- *По каждой из рассматриваемой ситуации возможна или невозможна оценка вероятности ее реализации. (делят по степени «условия риска» или «условия неопределенности»)*
- *Выбор решения осуществляется по наилучшей из рассматриваемых альтернатив.*

## Методология принятия решения - «матрица решений»

Варианты альтернатив в принятии решений	Варианты ситуаций развития событий			
	$C_1$	$C_2$	...	$C_n$
$A_1$	$\mathcal{E}_{11}$	$\mathcal{E}_{12}$	...	$\mathcal{E}_{1n}$
$A_2$	$\mathcal{E}_{21}$	$\mathcal{E}_{22}$	...	$\mathcal{E}_{2n}$
...			...	
$A_n$	$\mathcal{E}_{n1}$	$\mathcal{E}_{n2}$	...	$\mathcal{E}_{nn}$

$A_1; A_2; \dots; A_n$  характеризуют каждый из вариантов альтернатив принятия решения;

$C_1; C_2; \dots; C_n$  — каждый из возможных вариантов ситуации развития событий;

$\mathcal{E}_{11}; \mathcal{E}_{12}; \mathcal{E}_{1n}; \mathcal{E}_{21}; \mathcal{E}_{22}; \mathcal{E}_{2n}; \mathcal{E}_{n1}; \mathcal{E}_{n2}; \dots; \mathcal{E}_{nn}$  — конкретный уровень эффективности решения, соответствующий определенной альтернативе при определенной ситуации.

## Принятие решений в условиях риска.

---

- Когда каждое из конкретных значений эффективности по отдельным альтернативам умножается на значение вероятности и **получают** интегральный показатель **уровня риска**, соответствующий каждой из альтернатив принятия решений.
- Оценка вероятности реализации отдельных ситуаций развития событий может быть получена экспертным путем.
- Далее **рассчитывается интегральный уровень риска по каждой из альтернатив принятия решений.**

# Принятие решений в условиях неопределенности

---

- Основные критерии, используемые в процессе принятия решений в условиях неопределенности:
  1. критерий Вальда (критерий «максимина»)
  2. критерий «максимакса»
  3. критерий Гурвица (критерий «оптимизма-пессимизма» или «альфа-критерий»)
  4. критерий Сэвиджа (критерий потерь от «минимакса»)

## Критерий Вальда (или критерий «максимина»)

---

- предполагает, что из всех возможных вариантов «матрицы решений» **выбирается та альтернатива**, которая из всех самых неблагоприятных ситуаций развития события (минимизирующих значение эффективности) имеет наибольшее из минимальных значений (т.е. значение эффективности, **лучшее из всех худших или максимальное из всех минимальных**).
- Критерием Вальда (критерием «максимина») **руководствуется** при выборе рискованных решений **в условиях неопределенности**, как правило, субъект, не склонный к риску или рассматривающий возможные ситуации **как пессимист**.

**Пример 9.4.1.** Некоторая фирма решает построить отель в одном из курортных мест. Необходимо определить наиболее целесообразное количество комнат в этом отеле. Для решения проблемы составляют смету расходов по строительству отеля с различным числом комнат  $d_i$ , а также рассчитывают прибыль  $h(d_i, s_j)$  в зависимости от количества мест, которые будут сняты ( $s_j$ ). Расчетные данные приведены в таблице.

Таблица доходов (матрица полезности)  $h(d_i, s_j)$  от строительства:

	$s_1 = 0$	$s_2 = 10$	$s_3 = 20$	$s_4 = 30$	$s_5 = 40$	$s_6 = 50$
$d_1 = 20$	-121	62	245	245	245	245
$d_2 = 30$	-168	14	198	380	380	380
$d_3 = 40$	-216	-33	150	332	515	515
$d_4 = 50$	-264	-81	101	284	468	650

- критерий Вальда («осторожного наблюдателя»):

$$\max_i \min_j h(d_i, s_j) = -121, d_0 = 20.$$

Вывод: поскольку прибыль отрицательная, строить отель не следует.

## Критерий «максимакса»

---

предполагает, что из всех возможных вариантов «матрицы решений» **выбирается та альтернатива**, которая из всех самых благоприятных ситуаций развития событий (максимизирующая значение эффективности) имеет наибольшее из максимальных значений (т.е. значение эффективности **лучшее из всех лучших или максимальное из максимальных**).

Критерий «максимакса» **используют** при выборе рискованных решений в условиях неопределенности, как правило, **субъекты, склонные к риску**, или рассматривающие возможные ситуации **как оптимисты**.

**Пример 9.4.1.** Некоторая фирма решает построить отель в одном из курортных мест. Необходимо определить наиболее целесообразное количество комнат в этом отеле. Для решения проблемы составляют смету расходов по строительству отеля с различным числом комнат  $d_i$ , а также рассчитывают прибыль  $h(d_i, s_j)$  в зависимости от количества мест, которые будут сняты ( $s_j$ ). Расчетные данные приведены в таблице.

Таблица доходов (матрица полезности)  $h(d_i, s_j)$  от строительства:

	$s_1 = 0$	$s_2 = 10$	$s_3 = 20$	$s_4 = 30$	$s_5 = 40$	$s_6 = 50$
$d_1 = 20$	-121	62	245	245	245	245
$d_2 = 30$	-168	14	198	380	380	380
$d_3 = 40$	-216	-33	150	332	515	515
$d_4 = 50$	-264	-81	101	284	468	650

- *максимаксный критерий («здорового оптимиста»):*

$$\max_i \max_j h(d_i, s_j) = 650, d_1 = 50.$$

Вывод: отель следует строить на максимальное количество комнат.

- *критерий Лапласа.*

Поскольку распределение вероятностей неизвестно, предполагается, что внешний фактор – случайная величина с равномерным распределением, т. е.:

$$p(s_1) = p(s_2) = \dots = p(s_n) = \frac{1}{n}.$$

Тогда ожидаемая полезность равна

$$H_L(d_i) = (1/n) \sum_{j=1}^n H(d_i, s_j),$$

$$H_L(d_L) = \max_j H_L(d_j),$$

$d_L$  – оптимальное решение по критерию Лапласа;

- *критерий Лапласа:*

$$\max_i (1/6) \sum_{j=1}^6 h(d_i, s_j) = \max\{153, 198, 210, 193\} = 210, d_L = 40.$$

Вывод: если считать вероятности всех состояний равными, то отель следует строить на 40 комнат.

20	-121	62	245	245	245	245	921	153,5
30	-168	14	198	380	380	380	1184	197,3333
40	-216	-33	150	332	515	515	1263	<b>210,5</b>
50	-264	-81	101	284	468	650	1158	193

# Критерий Гурвица (критерий «оптимизма-пессимизма» или «альфа-критерий»)

---

- позволяет руководствоваться при выборе рискованного решения в условиях неопределенности **некоторым средним результатом эффективности**, находящимся в поле между значениями по критериям «максимакса» и «максимина» (поле между этими значениями связано посредством выпуклой линейной функции).
- Критерий Гурвица используют при выборе рискованных решений в условиях неопределенности те **субъекты**, которые хотят максимально точно идентифицировать степень своих конкретных рисковых предпочтений путем задания значения **альфа-коэффициента**.

- *критерий Гурвица.*

Этот критерий охватывает ряд различных подходов к принятию решения от наиболее оптимистичного до наиболее пессимистичного (консервативного). При использовании этого критерия предполагается, что внешняя среда может находиться либо в наилучшем состоянии с вероятностью  $\alpha$ , либо в наихудшем с вероятностью  $1-\alpha$ . Тогда ожидаемая полезность исхода  $d_i$  при заданном уровне  $\alpha$  будет равна:

$$H_{\alpha}(d_i) = \alpha \max_{s_j} h(d_i, s_j) + (1-\alpha) \min_{s_j} h(d_i, s_j),$$

лучшим решением будет решение, максимизирующее ожидаемую полезность

$$H_{\alpha}(d_{\alpha}) = \max_{d_j} H_{\alpha}(d_j).$$

Решение  $d_{\alpha}$  называется *оптимальным по критерию Гурвица* при уровне субъективной вероятности  $\alpha$ .

Величину  $\alpha \in [0,1]$  можно интерпретировать, как *показатель оптимизма* или *субъективную вероятность*, например:

если  $\alpha = 1$ , то критерий оптимистичный («здорового оптимиста»),

если  $\alpha = 0$ , то критерий пессимистичный («осторожного наблюдателя»),

если  $\alpha = 0,5$ , у лица, принимающего решение, отсутствует выраженная склонность к оптимизму или пессимизму;

- критерий Гурвица:

$\alpha \in [0,1]$  – субъективная вероятность,

$$H_{\alpha}(d_i) = \alpha \max_{s_j} h(d_i, s_j) + (1 - \alpha) \min_{s_j} h(d_i, s_j).$$

При различных значениях параметра  $\alpha$ , получаем различные решения по критерию Гурвица

Решения	Вероятности $\alpha$			
	0,1	0,2	0,5	0,9
$d_1 = 20$	-84	-47	62	206
$d_2 = 30$	-114	-59	108	325
$d_3 = 40$	-143	-70	150	442
$d_4 = 50$	-172	-81	193	560
Оптимальное решение $d_{\alpha}$	20	20	50	50

Вывод: если у лица, принимающего решение, преобладает пессимистичное представление о влиянии внешней среды (например,  $\alpha = 0,1$  или  $\alpha = 0,2$ ), то строить отель нельзя, т.к. ожидаемая полезность при оптимальном решении отрицательна, если  $\alpha = 0,5$  (нет склонности к оптимизму или пессимизму) или  $\alpha = 0,9$  (оптимистичное представление о влиянии внешней среды), то строить отель нужно на максимальное количество комнат ( $d_4 = 50$ ).

# Критерий Сэвиджа (критерий потерь от «минимакса»)

---

- предполагает, что из всех возможных вариантов «матрицы решений» **выбирается та альтернатива, которая минимизирует размеры максимальных потерь** по каждому из возможных решений. При использовании этого критерия «матрица решения» преобразуется в «матрицу потерь» (один из вариантов «матрицы риска»), в которой вместо значений эффективности проставляются **размеры потерь** при различных вариантах развития событий.
- Критерий Сэвиджа **используется** при выборе рискованных решений в условиях неопределенности, как правило, субъектами, не склонными к риску.

- *критерий Сэвиджа.*

При помощи этого критерия можно «смягчить» консерватизм максиминного критерия путем замены матрицы полезности матрицей Сэвиджа, которая строится следующим образом:

1) выбирается наилучшее решение при любом состоянии среды

$$h(s_j) = \max_{d_i} h(d_i, s_j);$$

2) находится «сожаление» (матрица Сэвиджа) – элементы матрицы представляют собой величины, равные изменению полезности результата при данном состоянии среды относительно наилучшего возможного решения

$$H^c(d_i, s_j) = H(d_i, s_j) - h(s_j);$$

3) к матрице Сэвиджа применяется максиминный критерий

$$4) \max_{d_i} \min_{s_j} H^c(d_i, s_j) = \min_{s_j} H^c(d_c, s_j),$$

a.  $d_c$  – оптимальное решение по критерию Сэвиджа.

Этот критерий минимизирует возможные потери при условии, что состояние среды наихудшим образом отличается от предполагаемого.

- критерий Сэвиджа:  
матрица Сэвиджа

	$s_1 = 0$	$s_2 = 10$	$s_3 = 20$	$s_4 = 30$	$s_5 = 40$	$s_6 = 50$
$d_1 = 20$	0	0	0	-135	-270	-405
$d_2 = 30$	-47	-48	-47	0	-135	-270
$d_3 = 40$	-95	-95	-95	-48	0	-135
$d_4 = 50$	-143	-143	-144	-96	-47	0

$$\max_i \min_j h^c(s_i, d_j) = \max\{-405, -270, -135, -144\} = -135, d_c = 40.$$

Вывод: исходя из критерия Сэвиджа, следует выбирать решение  $d_3$  (строить отель на 40 комнат), этот выбор минимизирует возможное «сожаление».