Теория автоматов

Лекции

ЛЕКЦИЯ 1

1.1 Предмет

Предмет ТА

Важнейшие классические основные модели автоматов.

Концепции, методы и результаты теории конечных автоматов.

ТА – это абстрактное описание технических устройств, социально – экономических, биологических и других динамических устройств или описание программ, алгоритмов и вычислительных процессов.

ТА – это создание модели автомата, в основе таких моделей лежит предположение о том, что эти автоматы работают дискретным образом; т.е. находятся перед и после шага в определённом состоянии, и за каждый шаг воспринимают некий вход или некий выход.

- **Предмет ТЕОРИЯ АВТОМАТОВ введет в курс и даст начальные представления о:**
- **важнейших классических основных моделях автоматов;**
- **концепция, методах и результатах теории конечных автоматов.**

- ***Теория автоматов – это абстрактное описание* технических устройств, социально-экономических, биологических и других динамических устройств или описание программ алгоритмов и вычислительных процессов.**

- ***Теория автоматов – это создание модели автомата*. В основе таких моделей лежит предположение о том, что эти автоматы работают *дискретным образом*: находятся перед и после каждого шага в определенном состоянии и за *каждый шаг воспринимают некий вход* или *порождают некий выход*.**

- **Одним из главных понятий является понятие цифровых (дискретных) автоматов. В.М. Глушков дал определение: ЭВМ с программным управлением – распространенный тип преобразователей дискретной информации – называемых дискретными или цифровыми автоматами.**

- Термин <<автомат>> используется в двух аспектах:
- Автомат, как устройство, восполняющее все действия без участия человека.
- Автомат – как математическая модель, описывающая реальные технические автоматы устройства.
- Предполагается, что каждый ***автомат*** может иметь только ***одно из конечных множеств состояний*** и что его ***входы и выходы*** могут быть описаны ***символами из некоторого конечного алфавита***.
- Такие автоматы называют КОНЕЧНЫМИ автоматами.
- То что происходит с автоматами за каждый шаг будет описываться с помощью отображений или состояний. Таким образом нам понадобятся сведения о множествах, отображениях, соответствиях (многозначных отображениях), отношениях и графах.
- При проектировании устройств возникает необходимость решения логических задач. Если поведение устройства, как правило, легко описывается с помощью дискретных переменных, главным образом булевых, т.е. принимающих значение 0 и 1, то такое устройство входит в класс конечных (дискретных) автоматов.
- Для понимания некоторых проблем необходимо, чтобы студенты имели познания в области программирования, алгоритмах и проблемах вычислимости.

1.2 Задачи курса

- Из выступлений на семинаре «SoftWare 2000».
- Brun Randell:
- Я помню Дуга Росса из компании Softech много лет назад говорившего, что 80 % чел. даже 90 % информатики будет в будущем основываться на Теории конечных Автоматов.
- Herbe Gallaire – Я знаю людей из «Боинга», занимающихся чистой теорией автоматов. Даже трудно себе представить, что им удалось сделать с помощью этой теории.
- Задачей курса является углубленное изучение информационных, логических и алгоритмических *основ работы цифровых (дискретных) автоматов*. Освоение принципов выполнения арифметических и логических операций методом синтеза комбинационных и последовательностных схем.

- Курс состоит из 17 лекций и практических занятий (17 часов на одну группу).

- ЛЕКЦИЯ 1 – дает представление о задачах теории автоматов. ЭВМ – как цифровой автомат. Архитектурные принципы и структурные схемы ЭВМ различных поколений.

- **ЛЕКЦИИ 2 и 3** – изучаются информационные основы работы и представления информации в цифровых автоматах. Выбор систем счисления и перевод числовой информации из одной системы в другую.

- **ЛЕКЦИИ 4-6** – излагают основные принципы и методы сложения, умножения и деления чисел с фиксированной и плавающей запятой. Операции извлечения квадратного корня.

- **ЛЕКЦИЯ 7** – посвящается изучению методов задания конечного автомата. Автоматы Мили и Мура.

- **ЛЕКЦИИ 8-11** – посвящаются изучению декомпозиции вычислительного устройства на операционный и управляющий блоки. Излагаются понятия одномерном автомате Неймана и его применении, о методе и реализации Хаффмана и представлении событий в конечных автоматах.

- **ЛЕКЦИЯ 12** – описание и примеры машин Поста и Тьюринга.

- **ЛЕКЦИИ 13-15** – посвящаются алгоритмическим и логическим основам работы цифровых автоматов.

- ЛЕКЦИИ 16-17 – посвящаются изучению основ логического проектирования и контролю работы цифрового автомата.

- Практические занятия рассчитаны на 18 часов.
- Задания предназначены для упражнений и более глубокого изучения материала. Они являются важнейшей составной частью курса. Практические задания включают в себя представление числовой информации, операции сложения, умножения и деления чисел на сумматорах различных типов. Логическое проектирование комбинаторных и последовательных узлов.
- Теория конечных автоматов имеет многочисленное приложение в технической и практической информатике и составляет существенную часть теоретической информатики. Это знание основ теории автоматов необходимо каждому специалисту по информатике.

- Мы будем рассматривать конечные автоматы, как абстрактные модели простейших устройств, обрабатывающих данные, обращая в основном внимание на входно-выходное поведение, т. е. на определяемое автоматом отображение или соответствие между входным и выходным множеством слов.

1.3 Два вида информации

- ЭВМ – решают самые разнообразные задачи.
- Для этого нужно с помощью программы «научить» ЭВМ алгоритму решения той или иной задачи и ввести в неё исходные данные. Программа записывается на языке Ассемблер, Бэйсик и т.д.
- Однако ЭВМ не понимают не только естественного языка, но и алгоритмического.
- ЭВМ – это техническое устройство, в котором информация об исходных данных, алгоритме решения задачи должна задаваться в виде изменения каких либо физических величин:
- - углов поворота или перемещений для «передачи информации» телевизору – об уменьшении громкости или яркости.
- - намагниченности материала для воспроизведения мелодии с помощью магнитофона.
- - освещенности экрана монитора и т.д.
- В прошлые века человечество не знало электричества и пользовалось доступной и удобной механической формой представления информации. В арифмометрах операции над числами выполнялись с помощью колёс, которые при добавлении 1, поворачивались на 36°.

- **В ЭВМ в качестве основной формы представления информации служат электрические сигналы (напряжение постоянного тока), нужны провода и полупроводниковые схемы для преобразования электрических сигналов.**

- **Для использования в качестве носителя информации напряжения постоянного тока существует 2 формы представления численного значения переменных Х:**
- **1) – в виде одного сигнала – напряжение постоянного тока, которое сравнимо с величиной переменной Х.**
- **Например: При х = 1845 единиц на вход вычислительного устройства можно подать напряжение 1,845 В (Масштаб представления 0,001 В/ед.) или 9,225 В (Масштаб представления 0,005 В/ед.);**
- **2) – в виде нескольких сигналов – т.е. нескольких напряжений постоянного тока, которые, например сравнимы с числом единиц в Х, числом десятков в Х, сотен в Х и т.д.**

- В первом случае представление информации называется аналоговой или непрерывной (Сходной с величиной аналога Х). Величины могут принимать любое значения в каком-то диапазоне. Они могут быть близки друг к другу, малоразличимы. Количество значений, которое может принимать такая величина бесконечно велико, например: в диапазоне 0- 2000; или 0- 0,0001. Отсюда название – непрерывная величина или непрерывная информация. Слово «непрерывность» четко определяет отсутствие разрывов, промежутков между значениями, которые может принимать данная аналоговая величина.
- Вторая форма называется цифровой (дискретной). С помощью набора напряжений, каждое из которых соответствует одной из цифр представляемой величины. Такие величины принимающие не все возможные, а лишь вполне определённые значения, называются ДИСКРЕТНЫМИ (Прерывистыми). В отличие от непрерывной величины количество значений дискретной величины всегда конечное.
- Существуют два различных подхода к изучению явлений с информационной точки зрения:
- ***непрерывный***;
- ***дискретный***.

Вид информации

Непрерывный вид информации

Сообщение, как физическая величина (Эл. напряжение, ток)

Непрерывное - аналоговое сообщение представляется:
Физическая величина, передающая непрерывное сообщение, принимает в определенном интервале любые значения и изменяется в произвольные промежутки времени

Дискретный вид информации

Сообщение принимает дискретные ряды значений

Для дискретных сообщений характерно:
Фиксированный набор элементов, из которых в некоторые моменты времени формируют различные последовательности.
Число значений конечно Квантование информации непрерывного сообщения по уровню и времени. Алфавит - Элемент дискретного сообщения - это символы (буквы)

- Сравнивая непрерывную и дискретную форму представления информации можно сказать, что при использовании непрерывной формы, создателю ЭВМ потребуется меньше число устройств, (каждая величина представляется одним, а не несколькими сигналами), но эти устройства будет сложнее, т.к. они должны различать значительно большее число состояний сигнала, они могут интегрировать сигнал и выполнять любое его функциональное преобразование. Имеют высокое быстродействие.
- Сложная реализация таких устройств для логических операций с непрерывными сигналами, их хранения и точного измерения позволяет использовать только в аналоговых ЭВМ. Они решают задачи, описываемые дифф. – управлениями, исследование поведения подвижных объектов – машин, роботов, судов, летат. Аппаратов и др. моделирование ядерных реакторов, газовых сетей и др.
- Цифровые ЭВМ – хранение и обработку большого объема инф.
- При ***непрерывном*** подходе все изучаемые явления рассматриваются, как переменные векторного поля. Конкретная физическая природа таких векторных полей, а также их количественные, пространственные и временные масштабы считаются при этом не существенными.

- ***Непрерывное (аналоговое) сообщение*** представляется некоторой физической величиной (электрическим напряжением, током и др.), изменение которой во времени отображает протекание рассматриваемого процесса, например изменение температуры в нагревательной печи. Физическая величина, передающая непрерывное сообщение, может в определенном интервале принимать любые значения и изменяться в произвольные промежутки времени.

- ***Задание информации*** состоит в ***выборе*** какого-нибудь ***определенного (переменного) поля из фиксированной заранее совокупности таких полей***. Величина представляется в виде одного сигнала.
- ***Характерным для непрерывного*** подхода является то, что все описывающие явления ***величины*** (компоненты векторов, пространственные и временные координаты) ***являются вещественными числами и могут изменяться непрерывно***.

- При ***дискретном подходе*** также имеют дело с переменными векторными полями. Однако, в отличие от предыдущего случая, ***компоненты векторов, а также пространственные и временные координаты принимают дискретные ряды значений***.
- Для ***дискретных сообщений*** характерно наличие фиксированного набора элементов, из которых в некоторые моменты времени формируются различные последовательности. Важным является не физическая природа элементов, а то обстоятельство, что выбор элементов конечен и поэтому любое ***дискретное сообщение конечной длины*** и передает конечное число значений конечной величины.
- ***Число значений***, принимаемых компонентами векторов и пространственными координатами – ***конечно*** (поле задано в конечном числе точек). Что же касается временной координаты, то её область значений при дискретном подходе отождествляется обычно с множеством целых чисел (положительных отрицательных и нуля). Нулевой момент времени считается начальным, а остальные моменты времени получают названия в соответствии с их номерами: первый, второй, минус второй и т.д. При этом чаще всего ограничиваются рассмотрением конечных временных промежутков, начиная либо с нулевого, либо с первого момента времени.
- Элементы из которых состоит дискретное сообщение, называют ***буквами*** или ***символами***. Набор этих букв образует ***алфавит***. Здесь под буквами в отличие от обычного представления понимаются любые знаки (обычные буквы, цифры, знаки препинания, математические и прочие знаки), используемые для дискретных сообщений.

- **Передача и преобразование дискретной информации любой формы (например, обычного текста, содержащего обычные буквы и цифры) могут быть сведены к эквивалентным передаче и преобразованиям цифровой информации. Более того можно с любой необходимой степенью точности непрерывные сообщения заменять цифровым путем квантования непрерывного сообщения по уровню и времени. Таким образом любое сообщение может быть представлено в цифровой форме.**
- **Принципиально возможен процесс сведения непрерывной информации к дискретной. Дискретный способ задания информации является наиболее универсальным. Этим способом можно осуществить представление любой информации.**
- **Роль дискретных методов задания информации особенно возросла после того, как появились мощные автоматы для преобразования дискретной информации – электронные цифровые машины с программным управлением.**
- **Компьютеры являются преобразователями информации. В них исходные данные задачи преобразуются в результат решения. В соответствии с используемой формой представления информации машины делятся на два класса:**
- **непрерывного действия – аналоговые;**
- **дискретного действия – цифровые.**

- В силу уникальности цифровой формы представления информации цифровые электронные вычислительные машины представляют собой наиболее универсальный тип устройства обработки информации.
- Характерными особенностями цифровых вычислительных машин являются:
- дискретность множества входных и выходных сигналов;
- дискретность множества внутренних состояний;
- скачкообразность перехода из одного состояния в другое через фиксированный интервал времени D*t*>*0*. Такие устройства называются цифровыми автоматами.
- Автоматы, в которых последовательность сигналов, вырабатываемых на его выходах, однозначно определяются входными последовательностями, называется детерминированными, в отличие от вероятностных автоматов, которые вырабатывают случайные последовательности выходных сигналов. Детерминированные автоматы, в свою очередь, можно разделить на три типа, отличающиеся друг от друга в функциональном отношении.

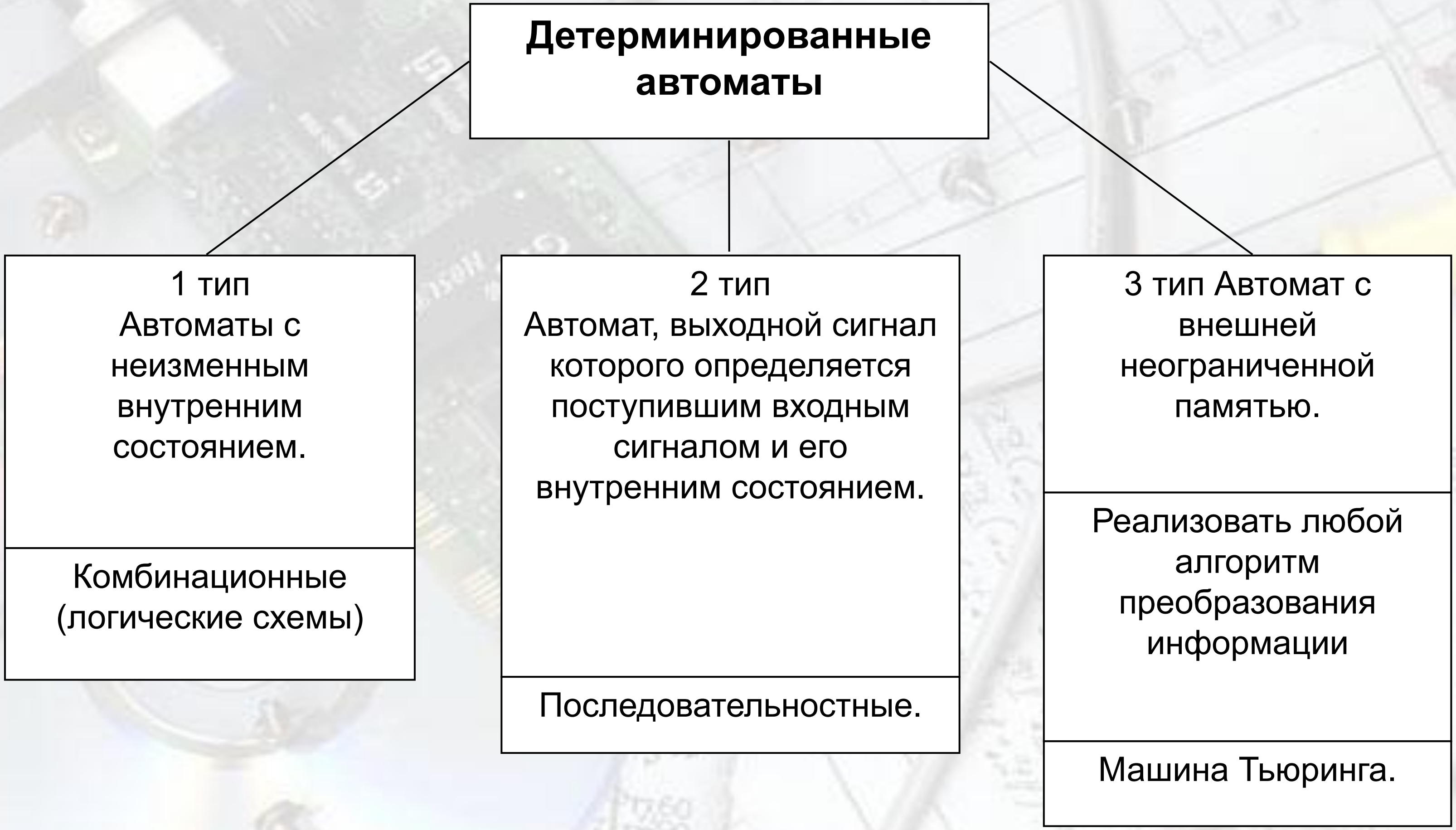

Детерминированные автоматы
1 тип Автоматы с неизменным внутренним состоянием.
Комбинационные (логические схемы)
2 тип Автомат, выходной сигнал которого определяется поступившим входным сигналом и его внутренним состоянием.
Последовательностные.
3 тип Автомат с внешней неограниченной памятью.
Реализовать любой алгоритм преобразования информации
Машина Тьюринга.

Рисунок 1.2

- **В автоматах 1 ТИПА выходной сигнал в момент времени *t*+d*t* (где d*t* – запаздывание, обусловленное физическими свойствами элемента) зависит только от входного сигнала в момент времени t и не зависит от сигналов, поступивших на входы автомата в предшествующие моменты времени. Такое однозначное и неизменное во времени соответствие между входными и выходными сигналами обусловлено с неизменностью внутреннего состояния автомата. Автоматы с *неизменным внутренним состоянием* называются *автоматами без памяти или логическими схемами* (комбинационными).**
- **В автоматах 2 ТИПА выходной сигнал, вырабатываемый в некоторый момент времени, зависит не только от входных сигналов, поступивших в тот же момент, но и от сигналов, поступивших в предшествующие моменты времени. Предшествующие входные сигналы фиксируются в автомате путем изменения его внутреннего состояния. Выходной сигнал такого автомата однозначно определяется поступившим входным сигналом и его внутренним состоянием в данный момент времени. Этими же факторами определяется и то состояние в которое автомат переходит.**
- **Так как всякое физически реализуемое устройство может быть построено лишь из конечного числа элементов, то *оно может находиться* только в *конечном числе функционально различимых состояний*, называемых объемом памяти.**

- Таким образом приходим к понятию конечного автомата, как устройства имеющего конечное число внутренних состояний и конечное число входов и выходов.
- Если конечный автомат снабдить внешней неограниченной памятью, то получим автомат ТРЕТЬЕГО ТИПА, называемый машиной ТЬЮРИНГА. С помощью машины Тьюринга можно реализовать любой алгоритм преобразования информации.

ЛЕКЦИЯ 2

- Модель автомата

1.4 Автоматы. Состав и основные определения

- Модель автомата включает в себя:

- функциональную модель автомата;
- структурную модель автомата.

Модель автомата

Функциональная модель

Информация, как автомат работает

Структурная модель

Информация, как устроен автомат

Отображает схему реального устройства

Анализ дискретного автомата

Получение функциональной модели по заданной структурной модели

Синтез дискретного автомата

Этап абстрактного синтеза

Этап структурного синтеза

Нахождение структурной модели по заданной функциональной модели

Нахождение структурной модели по заданной функциональной модели

- ***Функциональная модель*** **автомата содержит информацию о том, как автомат работает.** ***Структурная модель*** **автомата должна показывать, как автомат устроен, т.е. из каких элементов он состоит и как эти элементы связаны между собой. Структурная модель автомата отражает** ***схему реального устройства*****.**

- **Основное содержание ТЕОРИИ АВТОМАТОВ составляет исследование** ***отношений между функциональными и структурными моделями*****.**
- **В основе таких моделей лежит предположение о том, что эти автоматы работают дискретным образом. Находятся перед и после каждого шага в совершенно определенном состоянии и за каждый шаг воспринимают некий вход или порождают некий выход.**

- ***СИНТЕЗ схем*** **автоматов делится на два этапа:**
- ***этап абстрактного синтеза в процессе которого выявляется взаимодействие элементов и объем памяти автомата*****. Первоначально алгоритм функционирования автомата задается в содержательной (словесной) форме. На этапе абстрактного синтеза осуществляется переход от содержательной формы записи алгоритма функционирования автомата к одной из стандартных форм;**

Абстрактный автомат задаётся как совокупность шести объектов

X – конечное множество входных сигналов называется входным алфавитом

Y – конечное множество выходных сигналов называется выходным алфавитом

U – произвольное множество состояний автомата U = {a_0, a_1, a_2 …} называется множеством состояний автомата

a_0 – элемента из множества U, называемого начальным состоянием автомата

δ(a,x) – функция перехода автомата

λ(a,x) – функция выходов автомата

- Абстрактный автомат А задаётся как совокупность шести объектов:
- 1) – конечного множества X входных сигналов, называемого входным алфавитом;
- 2) – конечного множества выходных сигналов λ, называемого выходным алфавитом;
- 3) – произвольное множество U, называемого множеством состояний автомата;
- 4) – элемента a0 из множества U, называемого начальным состоянием автомата;
- 5) – и двух функций δ(a,x) и λ(a,x) (см. ниже - «6)») – задающих однозначное отображение множества пар (a,x), где aЄU и xЄλ в множестве U и λ. Функция δ – называется функцией переходов автомата.
- 6) - λ(a,x) – называется функцией выходов автомата.

- **Абстрактный автомат функционирует в дискретном времени, t = 0,1,2… . В каждый момент t этого времени он находится в определённом состоянии a(t) из множества U состояний автомата, причём в начальный момент времени t = 0 автомат находится всегда в своём начальном состоянии a0, т.е. a(0) = a0. В каждый момент времени отличный от начального, автомат способен принимать входной сигнал x(t) – произвольную букву входного алфавита X и выдавать соответствующий выходной сигнал λ(t) – некоторую букву выходного алфавита λ. Закон функционирования:**

- ***этап структурного синтеза в процессе которого разрабатывается структурная схема автомата с учетом использования конкретных элементов*.**

1.5 Интерпретация автоматов

- **Абстрактный автомат – смысл состоит в реализации некоторого отображения множества слов входного алфавита в множестве слов выходного алфавита.**
- **Известно, что конечный автомат представляет собой хотя и абстрактную, но с функциональной точки зрения довольно точную модель дискретного (цифрового) вычислительного или управляющего устройства. *Входная буква* – это входной сигнал (точнее комбинация сигналов на всех входах устройства), *входное слово* – последовательность входных сигналов, поступающих в автомат в дискретные моменты времени (такты) t=1,2,3,…; *выходное слово* – последовательность выходных сигналов, выдаваемых автоматом, *состояние автомата* – это комбинация состояний запоминающих элементов устройства.**
- **Такая интерпретация, безусловно, верна, и именно она довольно долго служила основным стимулом развития и источником задач теории автоматов. *Однако обращаем Ваше внимание на то*, что во всем предшествующем изложении не понадобились ни устройства, ни сигналы ни даже моменты времени. Все, что действительно *существенно в абстрактной* (т.е. не исследующей структуру) *теории автоматов* – *это работа со словами* при наличии конечной памяти; именно поэтому не навязывается конкретная интерпретация с самого начала.**

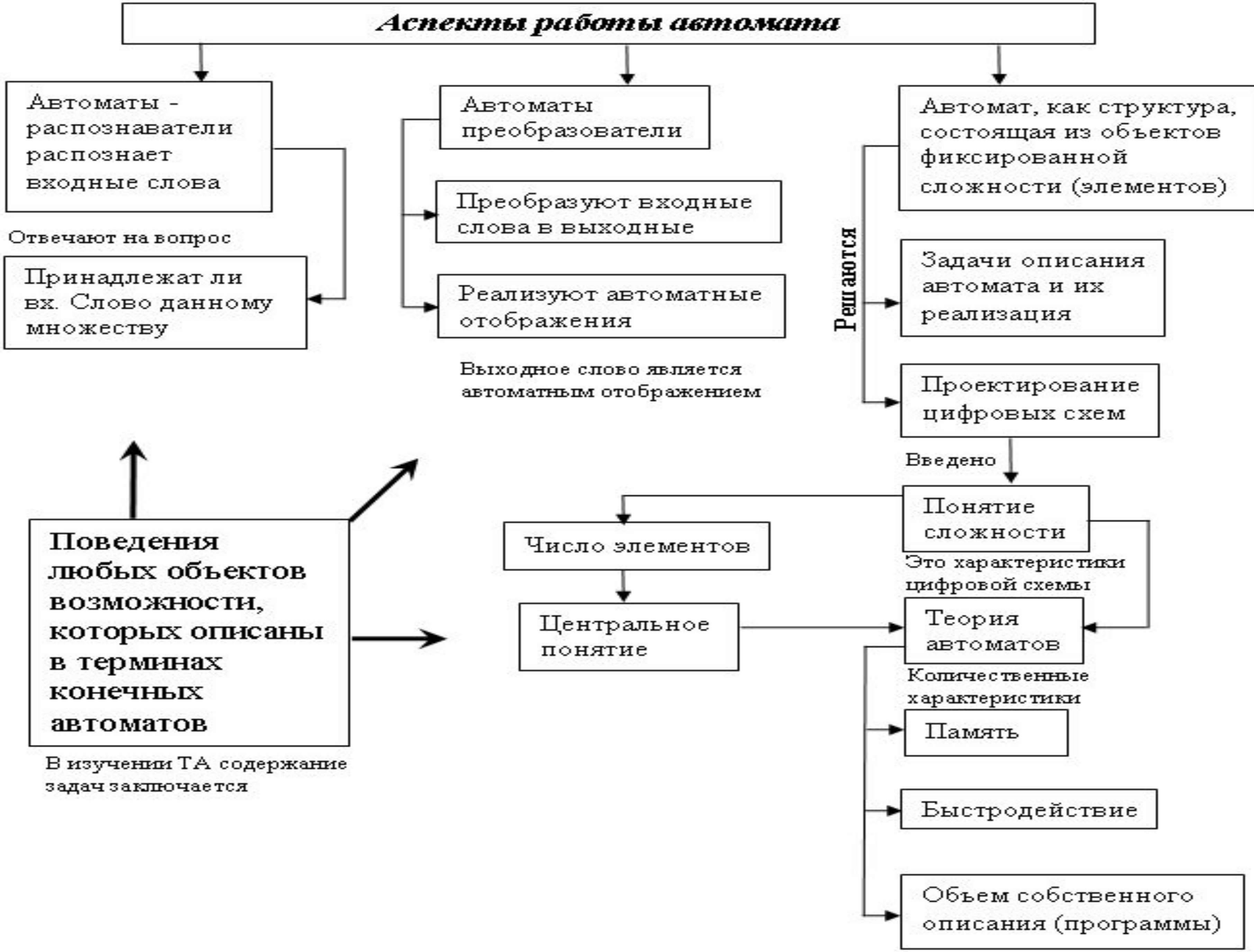
- **Даже с прикладной точки зрения интерпретация автомата как устройства не является универсальной. Хорошо известно, что всякое вычисление или управление можно реализовать, как аппаратурно (в виде устройства), так и программно (в виде программы ЭВМ).**
- **Это приводит к более общему истолкованию автоматов как алгоритмов с конечной памятью, многие свойства которых можно исследовать безотносительно к способу их реализации. Поэтому целесообразно рассматривать автоматы в основном с алгоритмической точки зрения.**
- **При подходе к теории автоматов, как к части теории алгоритмов центральной проблемой является изучение возможности автомата в терминах множеств слов, с которыми работают автоматы.**
- **Дискретным автоматом принято называть устройство, служащее для преобразования дискретной информации.**
- **Понятие о дискретном (цифровом) автомате. (ДА)**

- В дискретных автоматах принято обычно отождествлять буквы используемого стандартного алфавита с цифрами той или иной системы исчисления (чаще двоичной или десятичной). Поэтому дискретные автоматы принято называть ЦИФРОВЫМИ АВТОМАТАМИ.

- 1) Основным качеством ДА являются наличие дискретного множества внутренних состояний и свойства перехода из одного состояния в другое.

- 2) После перехода А в произвольное состояние → переход в следующее состояние оказывается возможным только не ранее, чем через некоторый фиксированный для данного А промежуток времени t >0.

- Центральной проблемой теории автоматов является изучение возможностей автомата в терминах слов, с которыми работают автоматы.


Аспекты работы автомата
Автоматы - распознаватели распознает входные слова
Отвечают на вопрос
Принадлежат ли вх. Слово данному множеству
Автоматы преобразователи
Преобразуют входные слова в выходные
Реализуют автоматные отображения
Выходное слово является автоматным отображением
Автомат, как структура, состоящая из объектов фиксированной сложности (элементов)
Решаются
Задачи описания автомата и их реализация
Проектирование цифровых схем
Введено
Понятие сложности
Это характеристики цифровой схемы
Число элементов
Центральное понятие
Теория автоматов
Количественные характеристики
Память
Быстродействие
Обьем собственного описания (программы)
Поведения любых обьектов возможности, которых описаны в терминах конечных автоматов
В изучении ТА содержание задач заключается

- **Автоматы → удобный язык для описывания законов взаимодействия сложных систем → метаязык кибернетики.**
- **Можно выделить два основных аспекта «работы» автомата:**
- **а) *автоматы распознают входные слова*, т.е. отвечают на вопрос, принадлежит ли поданное на вход слово данному множеству (*это автоматы распознаватели*);**
- **б) автоматы *преобразуют входные слова в выходные, т.е. реализуют автоматные отображения (это автоматы преобразователи).***
- **Тем не менее, понятия и проблемы, важные при первом аспекте, оказываются либо несущественными, либо сильно видоизмененными во втором; поэтому указанные два взгляда на автомат имеет смысл рассматривать раздельно.**
- **С проблемой возможности автоматов связан и другой круг задач, традиционных для теории автоматов – распознавание различных свойств автоматов, которые являются алгоритмически распознаваемыми.**

- **Наконец, третий круг задач теории автоматов – это задачи описания автоматов и их реализации, т.е. представление автомата как структуры, состоящей из объектов фиксированной сложности (элементов). Помимо важного прикладного значения таких задач для проектирования цифровых схем их исследования стало наиболее существенным вкладом теории автоматов в дискретную математику. Поскольку в его ходе впервые было введено и досконально изучено понятие СЛОЖНОСТИ. Это понятие, возникнув, как обобщение естественной характеристики цифровой схемы – числа ее элементов, постепенно становится одним из центральных понятий теории алгоритмов вообще; многие количественные характеристики алгоритма – память, быстродействие, объем собственного описания (программы) – являются различными аспектами его сложности. В этом отношении теория автоматов оказалась наиболее продвинутой ветвью теории алгоритмов.**
- **Заканчивая разговор о проблематике и интерпретациях теории автоматов, упомянем еще об одной интерпретации автоматов. Фон Нейман рассматривал *<u>автоматы, как удобный язык для описания основных законов взаимодействия сложных систем</u>*, т.е. по существу как *<u>метаязык</u>* кибернетики. Этот *<u>взгляд</u>* на автоматы, как на *<u>язык</u>*, т.е. как концептуальное средство (основу некоторой системы понятий) был подробно разработан Цетлиным М. Л. и его учениками при исследовании задач целесообразного поведения взаимодействующих объектов, которые формулировались, как задачи коллективного поведения автоматов.**

- Очевидно, что содержательный интерес таких задач не во взаимодействии цифровых схем, а в поведении любых объектов (быть может живых существ), возможности которых описаны в терминах конечных автоматов.

ЛЕКЦИЯ 3

- **Функциональные модели автоматов**

  .

1.6 Функциональные модели автоматов

- Для представления функционирования модели автомата необходимо представить модель вх/вых переменных.
- Поведение любого технического устройства описывается, как правило, в терминах некоторых физических переменных, примерами которых могут служить координата некоторой перемещающейся части, напряжение на заданном участке электрической цепи, угол поворота вала, освещенность некоторой поверхности и т.д.

- Особую роль играют две группы переменных, а именно:

- входные переменные;

- выходные переменные.

- **<u>ВХОДНЫМИ</u> называются те переменные, значения которых задаются извне и не определяются самим устройством, а напротив влияют на его поведение.**

- **<u>ВЫХОДНЫМИ</u> являются те переменные для выработки которых, и построено, по существу рассматриваемое устройство. Эти значения <u>определяются, как некоторые функции входных переменных, реализуемые устройством</u>.**

- **Те физические переменные, которые не являются ни входными, ни выходными, но тем не менее, <u>оказываются существенным при описании поведения устройства</u>, называются <u>ВНУТРЕННИМИ</u>. Они играют вспомогательную роль, подчиненную задаче реализации заданной функциональной зависимости между входными и выходными переменными.**
- **В современной технике получили распространение устройства, у которых значения существенных переменных являются, грубо говоря, прокватованными. Из области значений каждой существенной физической переменной можно выделить несколько взаимно непересекающихся интервалов, причем таким образом, что можно будет с достаточной полнотой изучать поведение устройства, не интересуюсь при этом точными значениями физических переменных, а учитывая эти значения лишь с точностью до интервалов, к которым они принадлежат в рассматриваемый момент времени. Иначе говоря, можно пренебречь различиями между значениями, принадлежащими одному и тому же интервалу, считая их не существенными.**

- **Можно отказаться также от рассмотрения «промежуточных» значений, не принадлежащих ни одному из выделенных интервалов «пробегаемых» физической переменной при переходе от одного интервала к другому. Здесь существенным является лишь результат такого перехода, т.е. достаточно знать, в какой интервал переходит значение переменной.**
- **Устройства, при изучении, которых допустим такой упрощенный подход, называются *устройствами дискретного действия*. Область их применения весьма широка, а арсенал физических явлений, положенных в основу их действия, отличается большим разнообразием. Тем не менее отмеченные особенности таких устройств позволяют изучать их с единой точки зрения, заменяя их непосредственное рассмотрение анализом *абстрактной модели*, называемой *дискретным автоматом*.**
- **Переход от *реального устройства* к его *абстрактной модели* – *дискретному автомату* - совершается путем *замены* каждой *физической переменной* с бесконечным числом значений на *дискретную переменную*, число значений которой конечно и равно числу выделенных интервалов в области значений, рассматриваемой физической переменной.**

- При этом считается, что если *физическая переменная* устройства принимает *значение в некотором интервале, то дискретная переменная принимает значение соответствующее данному интервалу*.
- Далее мы ограничимся исследованием того важнейшего как с теоретической, так и с практической точки зрения случая, когда *число интервалов*, выделяемых в области значения каждой физической переменной *равно двум*.
- Это значит, что каждой *физической переменной* мы *ставим* в соответствие некоторое *элементарное событие*, считая, что оно наступает, если физическая переменная принимает значение из одного интервала, и не наступает ,если значение данной переменной принадлежит другому интервалу. Для предоставления такого события естественно использовать ЛОГИЧЕСКУЮ (двоичную) ПЕРЕМЕННУЮ, принимающее значение 0 или 1 в зависимости от того к какому из интервалов принадлежит значение соответствующей ей физической переменной.
- НАПРИМЕР, в некотором устройстве одной из существенных физических переменных может служить напряжение между некоторыми двумя точками электрической схемы, допустим, что оно может принимать значение из двух интервалов, показанных на рисунке 1.1. В этом случае можно условиться, что соответствующая *логическая переменная* принимает значение 0, если напряжение не выходит из интервала от 0 до 2 вольт, и принимает значение 1, если значение напряжения находится в пределах от 5 до 7 вольт.

Рисунок 1.1

- **Можно рассмотреть отношение с другой стороны, говоря о *физическом представлении* или о *физической реализации* логических переменных. Так в данном случае значение 0 логической переменной, реализуется выбором напряжения в интервале от 0 до 2 вольт, в то время, как значение 1 реализуется напряжением от 5 до 7 вольт.**
- **Если для реализации различных логических переменных используются однородные физические переменные с одинаковым образом выбираемыми интервалами их значений, то такую реализацию будем называть *однородной*.**
- **Например, с таким случаем мы сталкиваемся при представлении различных логических переменных, т.е. – напряжениями на различных участках электрической схемы, если на каждом из этих участков значение 0 логической переменной будет представлено интервалом от 0 до 2 вольт, а значение 1 – от 5 до 7 вольт.**
- **Логические переменные дискретного автомата, соответствующие входным и выходным физическим переменным мы будем называть также входными и выходными и каждый из этих входов может находиться в одном из двух состояний 0 или 1.**
- **Рассмотрим основные функциональные модели автомата.**
- **Комбинационный автомат, так называемый дискретный автомат, удовлетворяющий следующему условию:**
- ***каждой комбинации состояний входных полюсов автомата должна соответствовать некоторая вполне определенная комбинация состояний выходных полюсов*.**

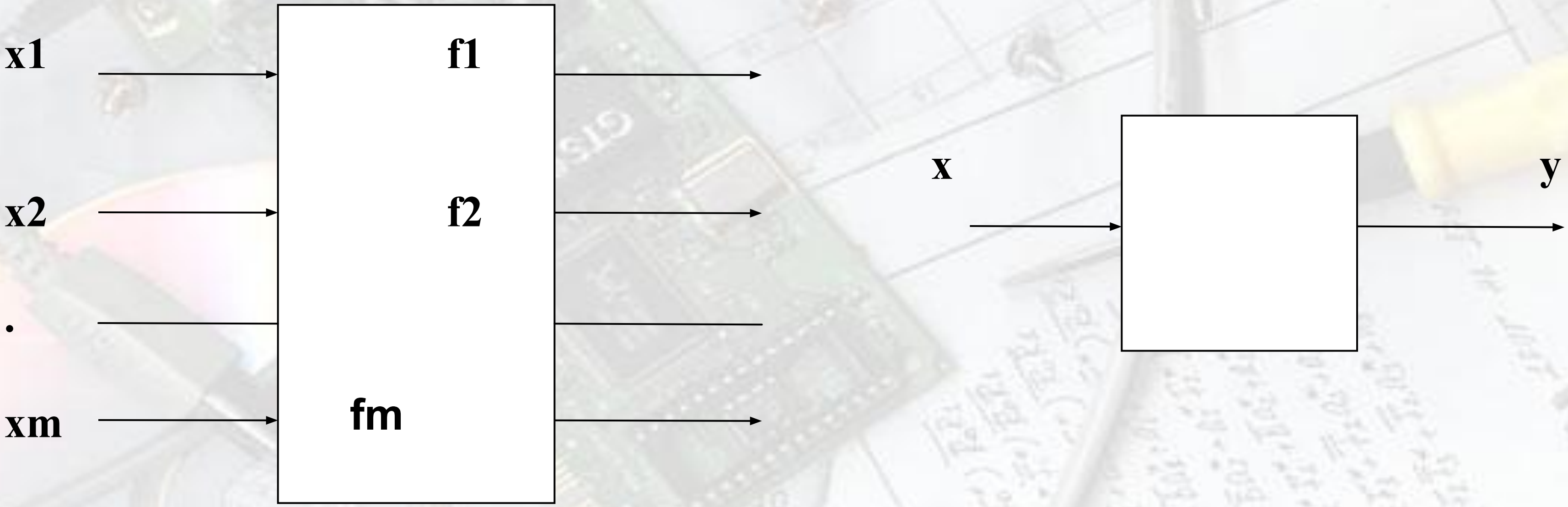


Рисунок 1.2

- Отсюда непосредственно следует, что каждая двоичная переменная ,представляющая состояния некоторого выходного полюса комбинационного автомата, является булевой функцией двоичных переменных, представляющих состояние входных полюсов. Другими словами комбинационный автомат реализует некоторую систему булевых функций.

$$
\begin{aligned}
&Y1 = f1(x1, x1, \ldots Xn),\\
&Y2 = f2(x1, x2, \ldots xn),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&Ym = fm(x1, x2, \ldots xn),
\end{aligned}
$$

- где символами x1, x2, … xn представлены входные логические переменные, а символами y1, y2, … ym – выходные логические переменные. Рассматривая упорядоченные совокупности этих переменных, как булевы векторы-переменные x и y, данную систему булевых функций можно выразить в более компактной векторной форме:

$$y = F(x)$$

- Соответствующие этим формам графические представления комбинационных автоматов показано на рисунке 1.2.

- Реализуемая комбинационным автоматом система булевых функций представляет функциональные свойства автомата и может рассматриваться, как его ***функциональная модель*** (или функциональное описание).
- Разумеется, пользуясь этой моделью, мы допускаем некоторую идеализацию реальных устройств. В самом деле такие устройства обладают инерционностью, исходя из того что изменение устройства обладают инертностью, исходя из того что изменение комбинации состояний входных полюсов автомата не приводит к мгновенному образованию соответствующих комбинаций состояний выходных полюсов, так как для этого требуется некоторое время.
- Однако во многих практически важных случаях можно пренебречь учитывать это явление, считая что это устройство безинерционно.

- Рассмотрим понятия: что такое *входной/выходной* полюс автомата, *вход/выход* автомата, *входное/выходное состояние* автомата, *входные/выходные* переменные.
- *Входной/выходной* полюс автомата – это фиксированный *вход/выход* автомата, на которой *подается/снимается* физическое или логическое значение сигнала.
- Совокупность входных полюсов комбинационного автомата будем называть в дальнейшем *входом автомата*, совокупность выходных полюсов – его выходом.

- **Легко подсчитать, что существует 2n различных состояний входа *или входных состояний* (здесь n- число входных полюсов автомата) и 2m *выходных состояний* (здесь m- хчисло выходных полюсов автомата). Эти состояния представляются соответствующими комбинациями значений входных переменных x1, x2, …, xn и выходных переменных y1, y2, …, ym.**
- **Следует заметить, что для заданного комбинационного автомата некоторые выходные состояния (может так случиться, что большинство из них) могут оказаться нереализуемыми ни при каком из входных состояний.**

- ***Элементарные преобразователи.***

- **Пусть некоторому устройству соответствует комбинационный автомат, который обладает одним входным и одним выходным полюсом и функционирует таким образом, что значения двоичных переменных, представляющих состояния полюсов будут всегда совпадать, т.е. на входном и выходном одинаковые значение.**
- ***Назовем такое устройство элементарным преобразователем*.**

- Назначением *элементарных преобразователей*, *является преобразование* физического представления логических переменных. В частности к числу элементарных преобразователей можно отнести широко используемые в технике *датчики* и *исполнительные механизмы*.
- Как правило, *датчики* используются для получения такой физической реализации логических переменных, которая является удобной для последующей автоматической обработки информации некоторым техническим устройством.
- *Исполнительные механизмы* обеспечивают приведение получаемых при этой обработке результатов к требуемой физической форме.
- Можно сказать, что каждый *элементарный преобразователь* обеспечивает связь между двумя *элементарными событиями*, т. е. такими, которые мы уже не разлагаем на более простые в каком-то смысле события и не представляем их как некоторую комбинацию этих более простых событий.
- Например, *элементарным преобразователем* является электрический звонок. Событие, заключающееся в появлении напряжения на обмотке звонка, автоматически влечет за собой другое событие – раздается звонок.

- ***Конъюнкция элементарных событий и связь между ними.***
- **Пусть двоичные переменные x1, x2, …, xn образующие множество X, представляют некоторые элементарные события:**
- **будем считать, что переменная xi принимает значение 1 при наступлении соответствующего события и принимает значение 0 в противном случае.**
- ***Конъюнкцией элементарных событий*, образующих некоторое подмножество Xj из X, назовем событие наступающее только в том случае, когда наступает каждое из элементарных событий, принадлежащих множеству Xj и не наступает ни одно из элементарных событий, принадлежащих множеству X \ Xj.**
- **Очевидно, что множество всех конъюнкций элементарных событий из X образует булево пространство M(X) из X и состоит из 2n элементов, которые мы будем также называть событиями из M(X).**
- **Аналогичным образом построим пространство M(Y) над некоторым другим множеством Y элементарных событий y1, y2, …, ym.**

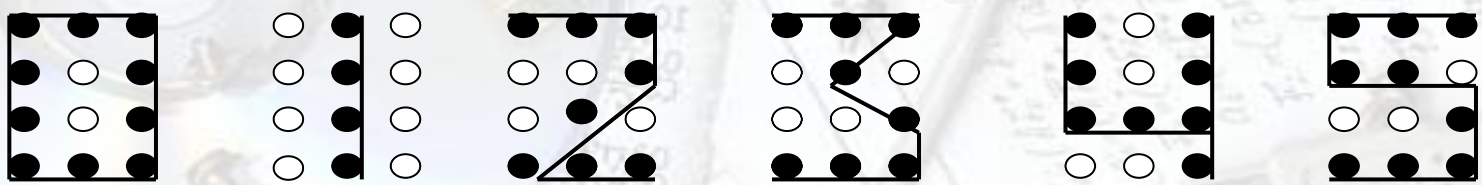
- Допустим, что теперь требуется реализовать связанную каким-то образом связь между событиями в этих пространствах, обеспечив для каждого события из M(X) наступление некоторого вполне определенного события из M(Y). Нетрудно видеть, что такая связь может быть реализована автоматически с помощью соответствующего комбинационного автомата, а также серии элементарных преобразователей.

- Действительно в чем бы не заключались элементарные события, представленные двоичными переменными x1, x2, …, xn их можно отобразить состояниями входных полюсов некоторого комбинационного автомата, использовав для этого соответствующие датчики. Комбинационный автомат должен реализовывать ту систему булевых функций, которая характеризует требуемую связь между интересующими нас событиями. Состояния выходных полюсов автомата должны быть автоматически связаны с событиями из множества Y, для чего следует применить некоторые исполнительные механизмы.
- Обратимся к конкретному примеру.
- Пример. Пусть в нашем расположении имеется 3 кнопки и 12 электрических лампочек, расположенных в форме матрицы размером 4 на 3, как показано на рисунке 1.3.

Рисунок 1.3

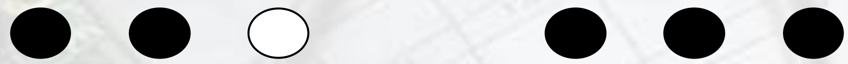
- Представим состояние кнопок двоичными переменными a, b, c (значения 1 соответствует нажатию кнопки), а состояния лампочек двоичным переменным y1, y2, …, y12 (значение 1 здесь поставим в соответствие светящейся лампочке). Сформулируем следующую задачу:
- Пусть между событиями в множествах M(X) и M(Y) , (где X={a, b, c}) требуется реализовать такую связь, чтобы комбинация светящихся лампочек всегда образовывала цифру, двоичный код, который задан состояниями кнопок. Эта связь на рисунке 1.3, на котором зачеркнуты нажатые кнопки и светящиеся лампочки.

СОСТОЯНИЕ КНОПОК

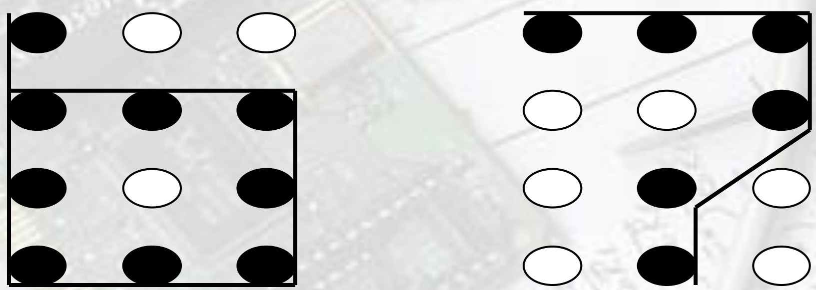


СОСТОЯНИЕ ЛАМПОЧЕК

Рисунок 1.4



СОСТОЯНИЕ КНОПОК



СОСТОЯНИЕ ЛАМПОЧЕК

Рисунок 1.4 (продолжение.)

- Представим систему булевых функций, связывающих эти переменные. Предварительно представим в виде следующей таблицы.

№ п-п	a	b	c	y1	y2	y3	y4	y5	y6	y7	y8	y9	y10	y11	y12
0	0	0	0	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0
2	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1
3	0	1	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	1
4	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1
5	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	1	1	1
6	1	1	0	1	0	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	0	1	1	0

- Представляя эту систему в алгебраической форме и по возможности минимизируя ее, получим:

$$y1 = a \vee b \vee \overline{c}$$

$$y2 = \overline{a} \vee c$$

$$y3 = \overline{a} \cdot b \vee a \cdot c \vee \overline{b} \cdot \overline{c}$$

$$y4 = a \cdot \overline{b} \vee a \cdot \overline{c} \vee \overline{b} \cdot \overline{c}$$

$$y5 = \overline{a} \cdot c \vee \overline{b} \cdot c \vee a \cdot b \cdot \overline{c}$$

$$y6 = \overline{c} \vee a \cdot b$$

$$y7 = a \cdot \overline{c} \vee \overline{b} \cdot \overline{c}$$

$$y8 = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c \vee a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \vee \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \vee a \cdot b \cdot c$$

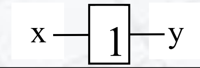
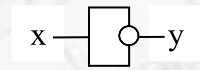
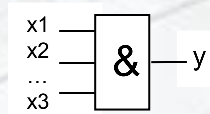
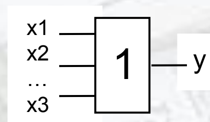
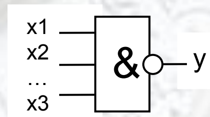
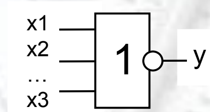
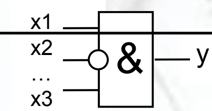
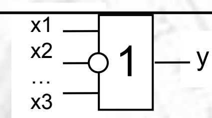
$$y9 = a \cdot \overline{c} \vee a \cdot \overline{b} \vee \overline{b} \cdot c \vee \overline{a} \cdot b \cdot c$$

$$y10 = \overline{a} \cdot b \vee \overline{a} \cdot \overline{c} \vee b \cdot \overline{c} \vee a \cdot \overline{b} \cdot c$$

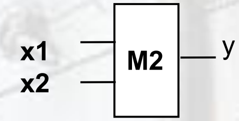
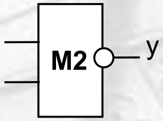
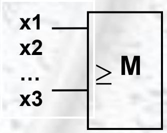
$$y11 = \overline{a} \vee b \vee c$$

$$y12 = \overline{c} \vee \overline{a} \cdot b \vee a \cdot \overline{b}$$

- Именно эта система булевых функций должна быть реализована выбираемым нами комбинационным автоматом. Необходимо договориться о способе физической реализации рассматриваемых логических переменных на входных и выходных полюсах автомата, а также снабдить этот автомат системой элементарных преобразователей, согласующих эту реализацию с заданной системой элементарных событий.
- Например, удобным способом представления двоичных переменных в данном случае является использование проводимости отдельных цепей электрической схемы:
- если цепь замкнута, т.е. обладает высокой проводимостью, то можно считать, что она находится в состоянии 1, если же она разомкнута, т.е. ее проводимость достаточно мала, то цепь находится в состоянии 0.
- При таком выборе роль датчика может играть сама кнопка, преобразующая нажатие в замыкание некоторой цепи – входного полюса комбинационного автомата, а роль исполнительного механизма играет лампочка, загорающаяся при замыкании другой цепи – выходного полюса автомата.
- От внутренний структуры автомата мы пока абстрагируемся.

Название реализации функции	Реализуемая функция	Условное обозначение	Начертание в схемах	Значения
Повторные	$y = x$	П		0 = 0 1 = 1
Отрицание (инверсия)	$y = \overline{x}$	НЕ		0 = 1 1 = 0
Конъюнкция (умножение)	$y = x_1 * x_2,..., x_n$	И		0 * 0 * 0 = 0 0 * 1 * 0 = 0 1 * 1 * 1 = 1 Доминир.
Дизъюнкция (сложение)	$y = x_1 \vee x_2 \vee ... \vee x_n$	ИЛИ		$0 \vee 0 ... \vee 0 = 0$ $0 \vee 1 ... \vee 0 = 0$ $1 \vee 1 ... \vee 1 = 1$ Доминир.
Отрицание конъюнкции (штрих Шеффера)	$y = \overline{x_1 * x_2,..., x_n}$	И-НЕ		$\overline{0 * 0 * ... 0} = 1$ $\overline{0 * 1 * ... 0} = 1$ $\overline{1 * 1 * ... 1} = 0$
Отрицание дизъюнкции (Стрелка Пирса)	$y = \overline{x_1 \vee x_2 \vee ... \vee x_n}$	ИЛИ-НЕ		$\overline{0 \vee 0 \vee ... 0} = 1$ $\overline{0 \vee 1 \vee ... 0} = 0$ $\overline{1 \vee 1 \vee ... 1} = 0$
Конъюнкция с запретом	$y = x_1 * \overline{x_2},..., x_n$			$1 * \overline{0} * 1 = 1$
Дизъюнкция с запретом	$y = x_1 \vee \overline{x_2} \vee ... \vee x_n$			$0 \vee \overline{0} \vee 0 = 1$

■ Продолжение таблицы

Неравнозначность (сумма по mmod2)	$y = \overline{x_1} * x_2 \vee x_1 * \overline{x_2}$			00=0 01=1 10=1 11=0
Равнозначность	$y = x_1 * x_2 \vee \overline{x_1} * \overline{x_2}$			00=1 01=0 10=0 11=1
мажориторная	$y = x_1 * x_2 \vee x_1 x_3 \vee x_2 x_3$			000=0 001=0 010=0 011=1 100=0 101=1 110=1 111=1

ЛЕКЦИЯ 4

Последовательностные автоматы

- Изменение во времени состояния входа комбинационного автомата, мы можем получить некоторую последовательность входных состояний,   которую можно представить соответствующей последовательностью значений вектора X. На выходе автомата образуется в этом случае последовательность выходных состояний представляемых соответствующими значениями вектора Y. При этом каждый член входной последовательности будет однозначно определять каждый член входной последовательности. Например, если значение 1001 вектора X соответствует значение 001 вектора Y, то это соответствие будет реализовываться комбинационным автоматом всегда вне зависимости от предшествующего значения вектора X. Именно это свойство комбинационных автоматов имеют в виду, называя их ***автоматами без памяти***: поведение таких автоматов не зависит от прошлого, а полностью определяется текущим входным состоянием.
- Итак, можно сказать, что комбинационный автомат реализует некоторое однозначное отображение множества входных состояний во множество выходных состояний.

- Принципиально по другому ведет себя автомат с памятью или последовательностный автомат. Само это название говорит о том что, он реализует функциональную связь уже не между отдельными состояниями, а между их последовательностями, точнее между входной и выходной последовательностью.
- Последовательностный автомат может по разному реагировать на одинаковые выходные состояния, ставя им в соответствие различные выходные состояния . Его реакция зависит, вообще говоря, от всей последовательности входных состояний, реализованной к текущему моменту времени, и выражается выдачей некоторой последовательности выходных состояний.
- Такое поведение последовательностного автомата становится понятным, если учесть, что он обладает некоторым множеством внутренних состояний, в каждом из которых он ведет себя подобно некоторому комбинационному автомату, т.е. реализует однозначную функциональную связь между входными и выходными состояниями.
- Однако наряду с этим его реакция на очередное входное состояние может выразиться также в смене внутреннего состояния, т.е. в переходе в другое внутреннее состояние, в котором автомат уже по иному будет реагировать на следующее входное состояние.

- **Заметим, что множество всевозможных значений булева вектора x, используемых для представления входных состояний автомата, принято называть структурным входным алфавитом, а множество значений вектора y- структурным выходным алфавитом. Такая терминология оправдана, т.к. значение векторов X и Y задают входные и выходные состояния автомата, как некоторые комбинации состояний его полюсов, т.е. действительно показывают внутреннюю структуру состояний автомата.**
- **Между тем при рассмотрении ряда задач удобно абстрагироваться от структуры входных и выходных состояний автомата и представлять их довольно произвольными символами, беспокоясь лишь о том, чтобы разные состояния оказались представленными различными символами. Будем считать, что эти символы выбираются из некоторого множества и , называемых соответственно абстрактным входным и абстрактным выходным алфавитом. Допустимо также называть эти множества – множествами входных и выходных состояний (заданных в абстрактных алфавитах).**
- **Вводя в рассмотрение множество внутренних состояний автомата, будем пока считать, что эти состояния заданы также в абстрактном алфавите.**

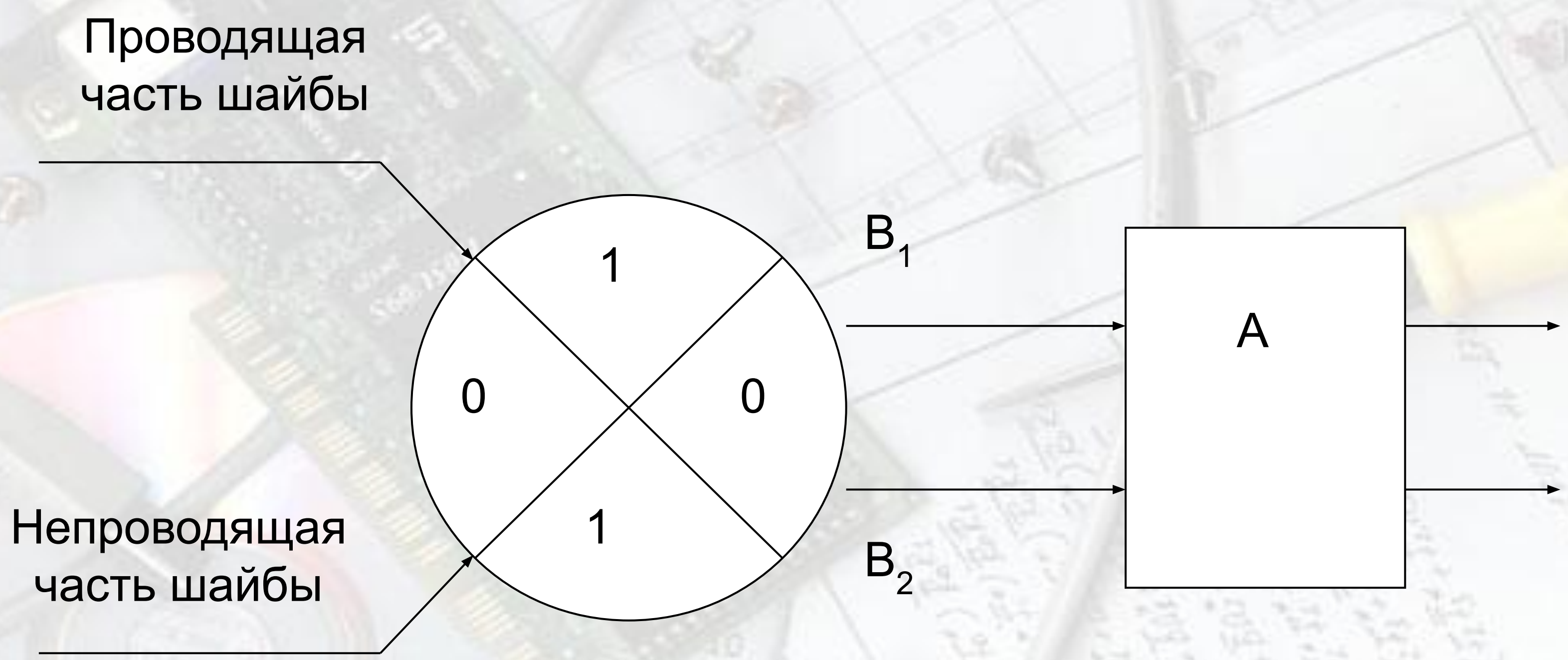
Синхронный автомат

- Наиболее известной разновидностью последовательностный автоматов является синхронный и асинхронный автоматы.
- Синхронный способ заключается в следующем. Вводится шкала времени, которая делится на отрезки одинаковой длины (такты); границы тактов называются моментами автоматного времени и нумеруются натуральными числами, начиная с нуля. Длина такта принимается за единицу времени. Входное слово (последовательность букв) рассматривается как временная последовательность сигналов или импульсов (каждый сигнал соответствует букве); интервал между соседними импульсами равен в точности длине такта. При такой интерпретации импульс является точечным. Можно считать, что сигнал длится на протяжении всего такта. Следовательно, слово длины k занимает во времени ровно k тактов, его буквы можно считать функциями от времени:
- - буква, появившаяся на входе в момент .

- **Поведение синхронного автомата рассматривается в дискретном времени , представляющем собою последовательность моментов ,обозначаемых через 1, 2, 3, … и т.д. Такое рассмотрение связывается с наличием некоторых тактовых генераторов в технических реализациях автомата. Поведение автомата определяется реализуемым им отношением между входными и выходными последовательностями. При этом считается, что члены входной последовательности представляют собой входные состояния автомата в следующие друг за другом моменты дискретного времени. Аналогично определяется выходная последовательность.**
- **Поведением синхронного автомата является следующая пара функций, называемых соответственно функцией переходов и функцией выходов .**

Пример последовательностного автомата

- Как можно упростить решение задачи?
- В силовой установке необходимо постоянно контролировать направления вращения вала с помощью автономно работающего прибора. Прибор в определенные моменты времени должен выдавать сигнал, который соответствует направлению вращения вала, который далее может использоваться в других узлах системы.
- Допустим, что в качестве датчика используется шайба, которая закреплена на конце вала. Шайба разделена на четыре сектора. Из которых одна пара противоположных секторов сделана проводящей, а другая не проводящей (рисунок 2.1). B1 и B2 скользящие контакты. Они касаются края шайбы и могут пробегать при вращении выделенные секторы один за другим, и могут одновременно находится в пределах наименьшего из секторов.



Проводящая
часть шайбы
Непроводящая
часть шайбы
1
0
0
1
B1
B2
A

Рисунок 2.1.

- B1 и B2 – являются входами конструируемого автомата A и принимают значения 0 и 1.
- В качестве выхода автомата можно использовать =1, если шайба вращается по часовой стрелке и =0, если шайба вращается против часовой стрелки.
- Есть датчик тактов времени, в которые автомат A воспринимает входы и вырабатывает соответствующий выход.
- Рассуждаем:
- Имеется 4 варианта входных воздействий автомата A: , где пара i,j означает, что к контакту B1 приложено напряжение i, а к контакту B2 – напряжение j .
- Очевидно, что по отдельному входу автомата направление вращения не может быть определено. Для этого автомат должен в некотором смысле суммировать входы в предшествующие моменты времени и запоминать каким-либо способом состояние системы в данный момент времени для использования этой информации в дальнейшем.
- В качестве состояний системы будем рассматривать 8 пар. Первая компонента которых – последний по времени вход, а вторая – выход (0 или 1).

Состояния

$Z_1 = (a,1)$ $Z_2 = (b,1)$ $Z_3 = (c,1)$

$Z_4 = (d,1)$ $Z_5 = (d,0)$ $Z_6 = (c,0)$

$Z_7 = (b,0)$ $Z_8 = (a,0)$

- **По состоянию и (новому) входу например ,по (Z1 и a), или по (Z1 и b), или по (Z1 и d) и т.д. непосредственно может быть определенно направление вращения выход**
- **при Z1 и a =1,**
- **при Z1 и b =1,**
- **при Z1 и d =0 и т.д.**
- **Некоторые комбинации состояний и выходов недопустимы:**

$$\begin{Bmatrix} Z_1 \to c \\ Z_8 \to c \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} Z_2 \to d \\ Z_7 \to d \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} Z_3 \to a \\ Z_6 \to a \end{Bmatrix} \quad \begin{Bmatrix} Z_4 \to b \\ Z_5 \to b \end{Bmatrix}$$

- Следует предполагать, что произошла ошибка и автомат должен порождать выход 1, сигнализирующий об этом. Мы будем считать, что ошибочный вход прекращается в тот момент, когда в автомат А поступает сигнал отличный от ошибочного.
- Итак, автомат имеет 2 выхода (выходных информаций): один – для указания направления вращения вала, другой – для сигнализации об ошибке (0 – если ошибки не было).
- Автомат имеет четыре выходных комбинации:
- $p=(00);q=(10);r=(1,1);s=(0,1),$
- где первая компонента каждой пары означает направления движения вращения вала.
- Теперь можно описать функционирование автомата А таблицей, в которой новое состояние и соответствующий выход ставятся в соответствие старому состоянию и полученному входу (при этом вместо Z_i мы пишем просто i).

- **Таблица**

Вход/состояние	a	b	c	d
Z_1 1 a,1	Z_1/q	2/q	1/r	5/p
Z_2 2 b,1	Z_8/p	2/q	3/q	2/r
Z_3 3 c,1	Z_3/r	7/p	3/q	4/q
Z_4 4 d,1	Z_1/q	4/r	6/p	4/q
Z_5 5 d,0	Z_1/q	5/s	6/p	5/p
Z_6 6 c,0	Z_6/p	7/p	6/p	4/q
Z_7 7 b,0	Z_8/p	7/p	3/q	7/s
Z_8 8 a,0	Z_8/p	2/q	8/s	5/p

- Функционирование этого автомата (зависимость изменения состояний и выходов от входов) будет задаваться таблицей, т.е. двумя функциями:

$$f : Z \times X \rightarrow Z \qquad\qquad q : Z \times X \rightarrow Y$$

- состояния выходы

- Автомат может быть удобно описан графом. Рисунок 2.2.