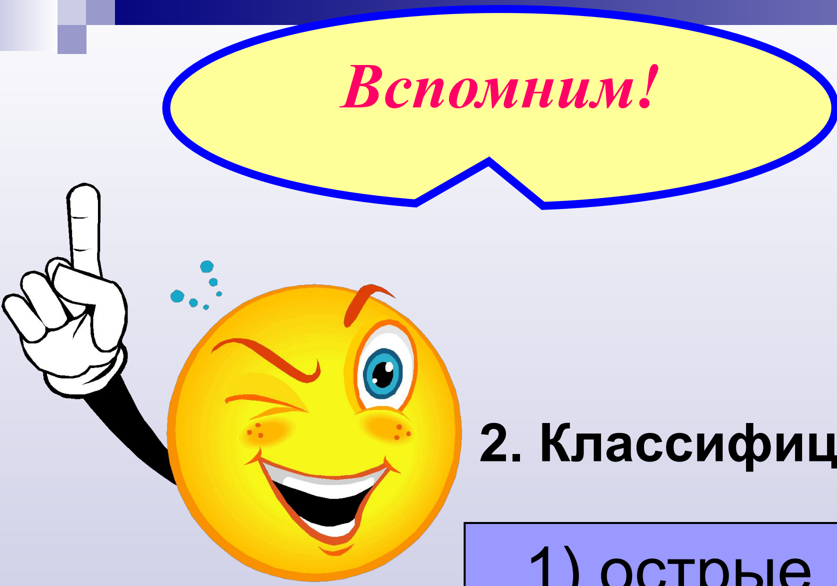
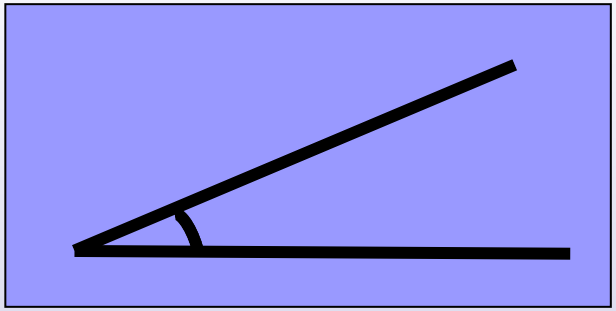
ДВУГРАННЫЕ УГЛЫ

ЦЕЛИ УРОКА:

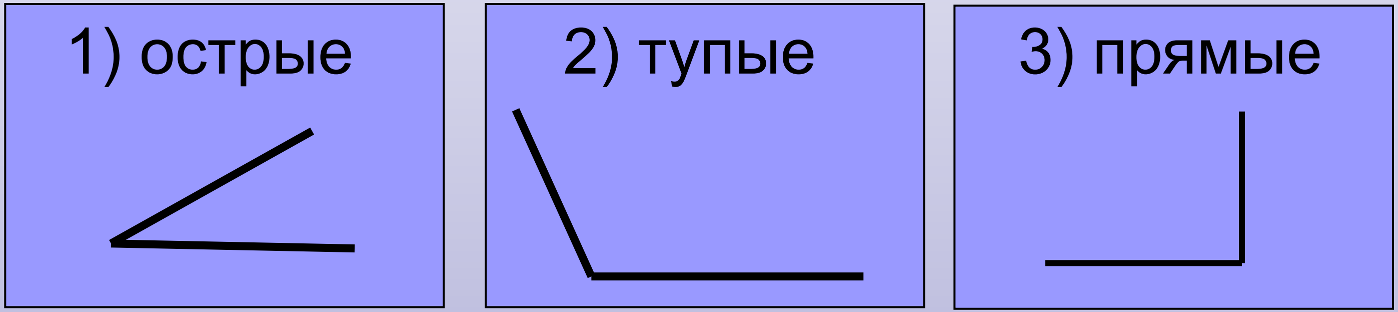
- ВВЕСТИ ПОНЯТИЕ ДВУГРАННОГО УГЛА И ЕГО ЛИНЕЙНОГО УГЛА;
- РАССМОТРЕТЬ ЗАДАЧИ НА ПРИМЕНЕНИЕ ЭТИХ ПОНЯТИЙ;
- СФОРМИРОВАТЬ КОНСТРУКТИВНЫЙ НАВЫК НАХОЖДЕНИЯ УГЛА МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ.



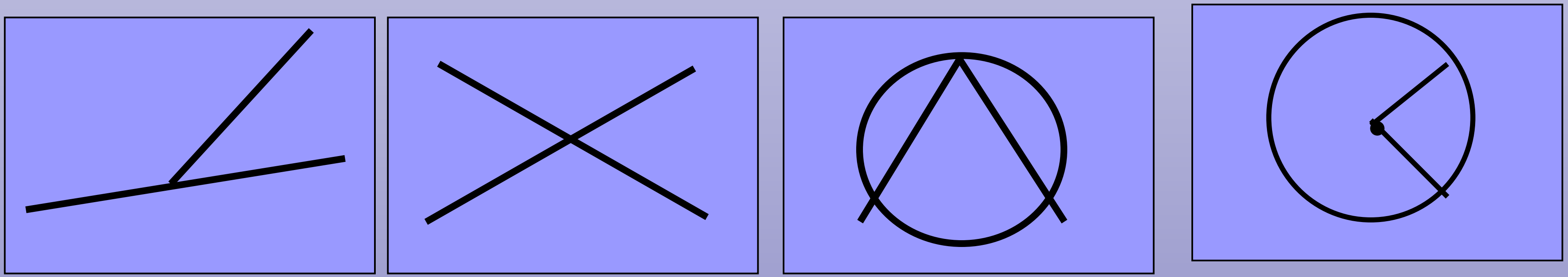
1.Что называют углом?



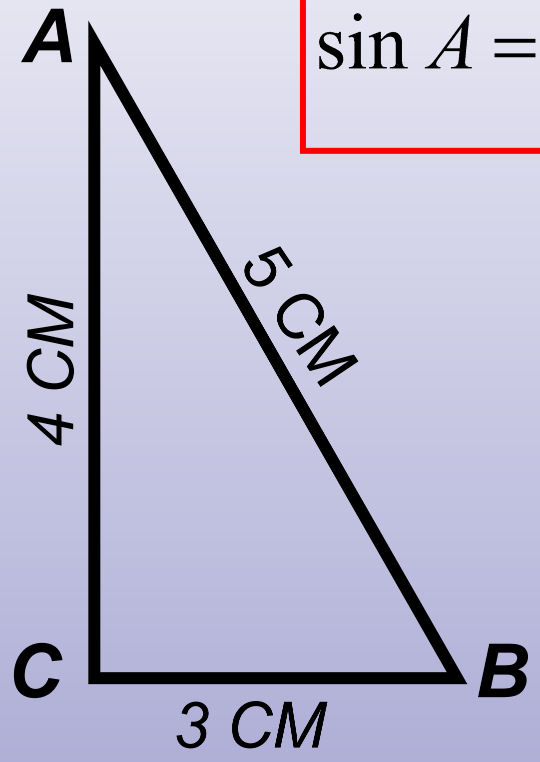
2. Классифицируйте углы по градусной мере.



3. Как называются углы, на рисунках?



4. Что называют синусом, косинусом, тангенсом острого угла прямоугольного треугольника?



$$\sin A = \frac{CB}{AB}$$

$$tgA = \frac{CB}{AC}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

5.Найдите:

$$\cos B = 0{,}6$$

$$\sin B = 0{,}8$$

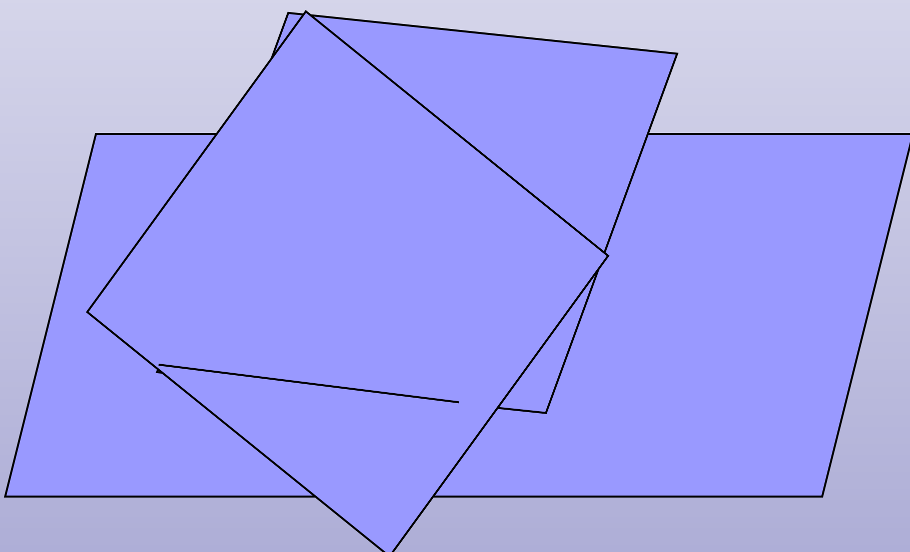
$$tgB = 4/3$$

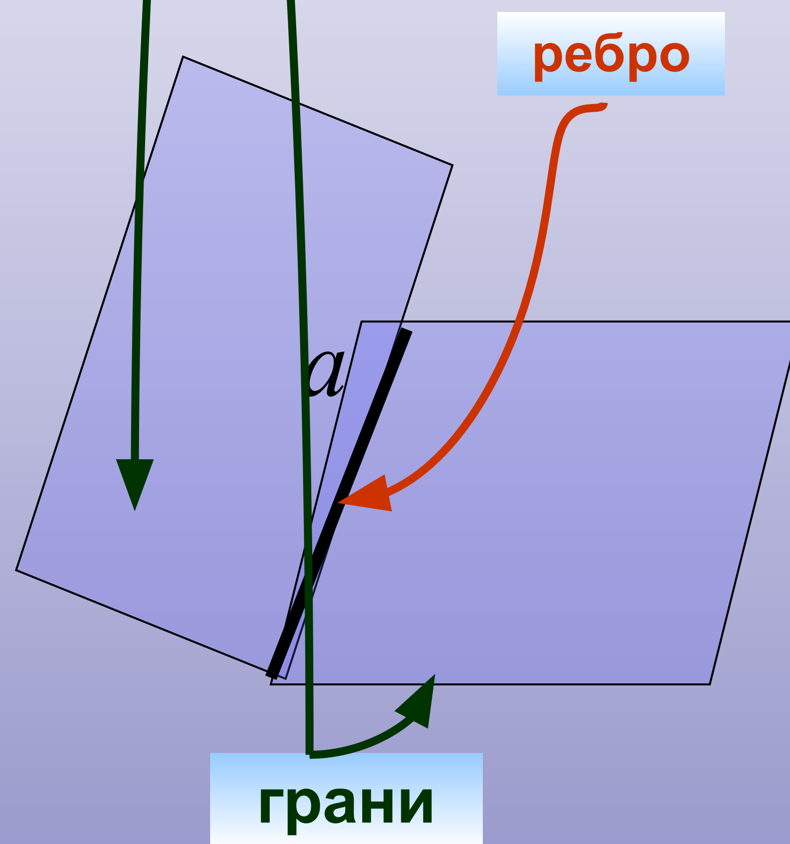
Определение двугранного угла

Двугранным углом *называется фигура, образованная двумя не принадлежащим одной плоскости полуплоскостями, имеющими общую границу – прямую* a.

Полуплоскости, образующие двугранный угол, называются его гранями.

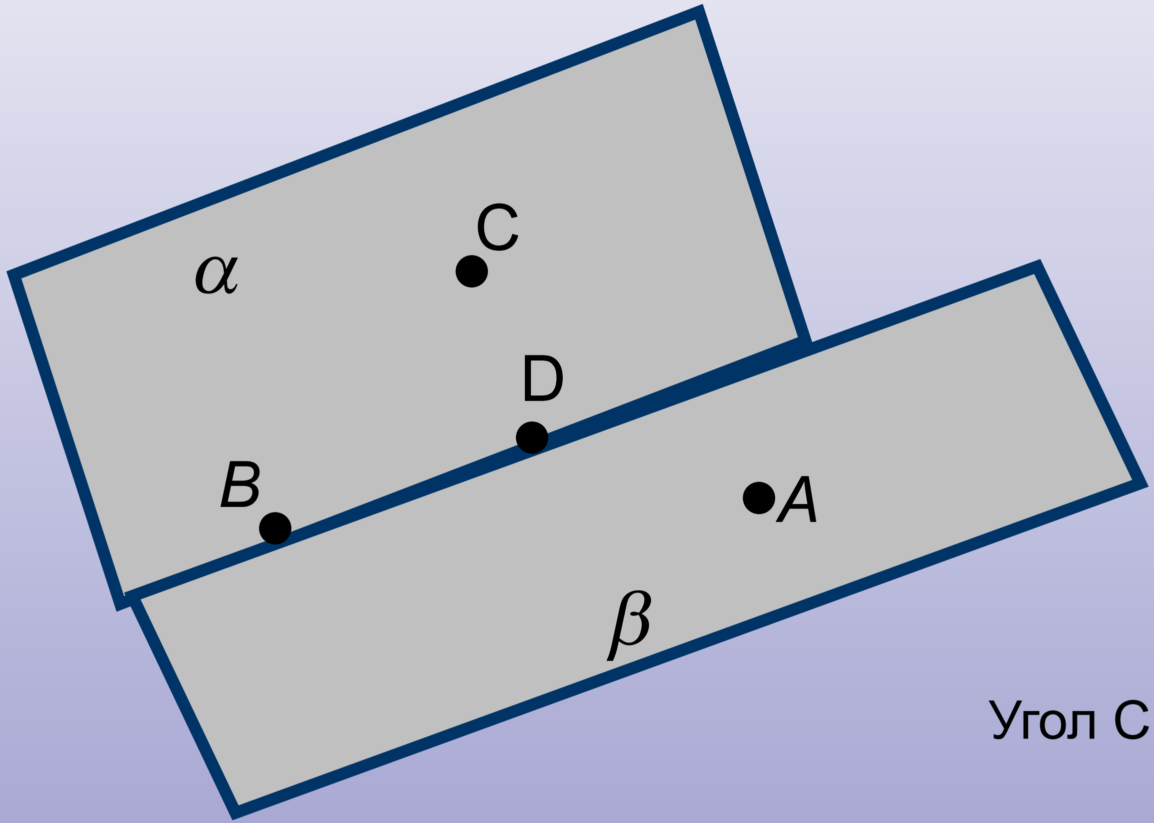
Общая граница этих полуплоскостей – ребром двугранного угла.





В обыденной жизни, форму двугранного угла имеют

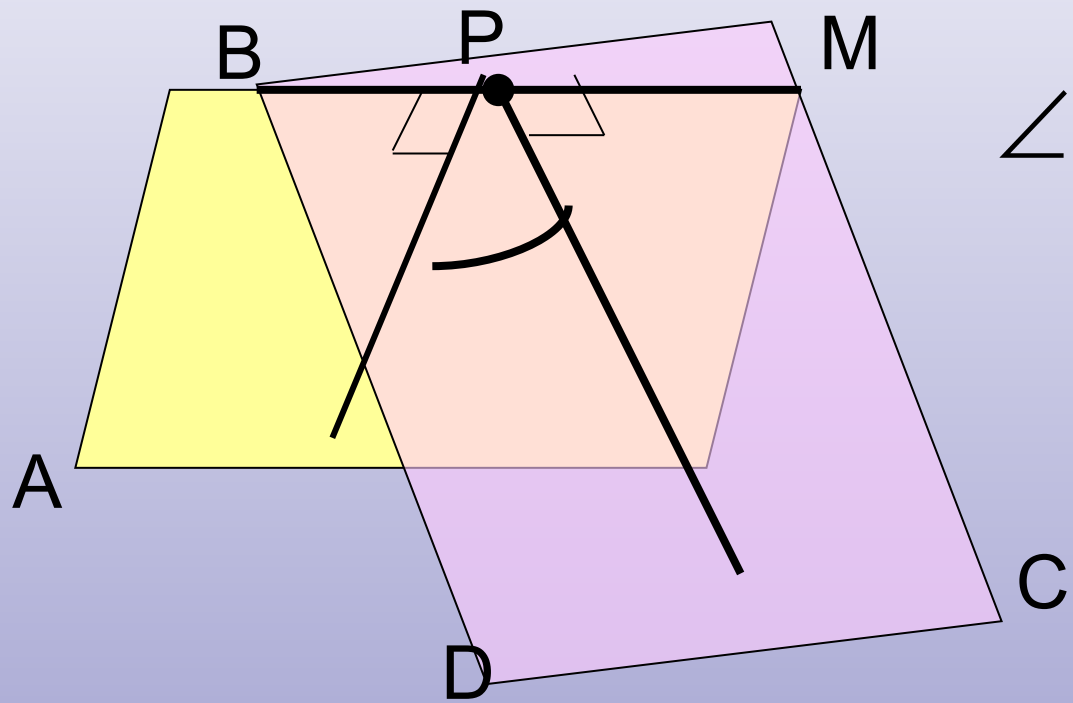
Обозначение двугранного угла.



Угол CBDA

Измерение двугранных углов. Линейный угол.

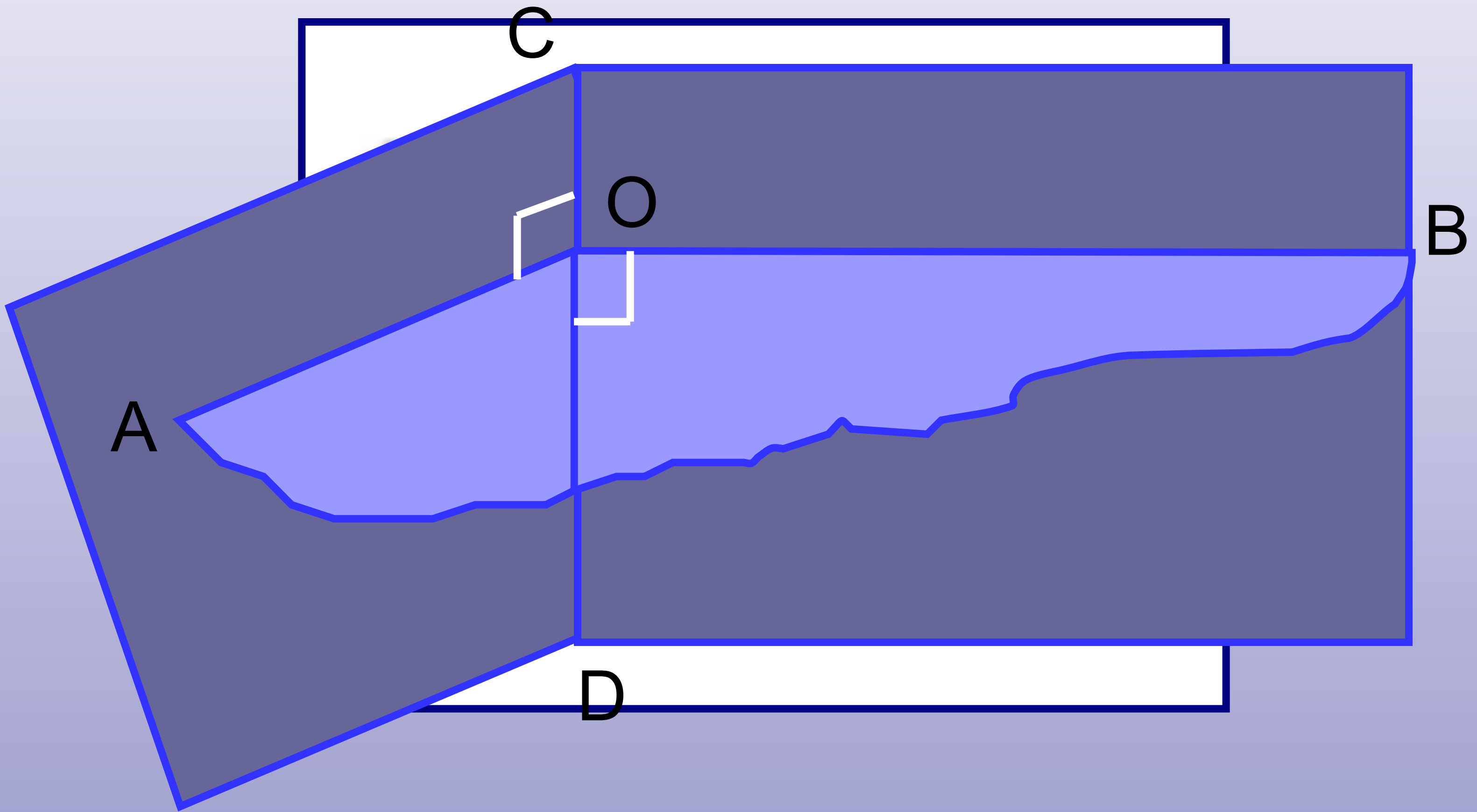
Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.



$\angle$ABMC = $\angle$ P

Угол P – линейный угол двугранного угла ABMC

Линейным углом двугранного угла *называется сечение двугранного угла плоскостью, перпендикулярной ребру.*



Способ нахождения (построения) линейного угла.

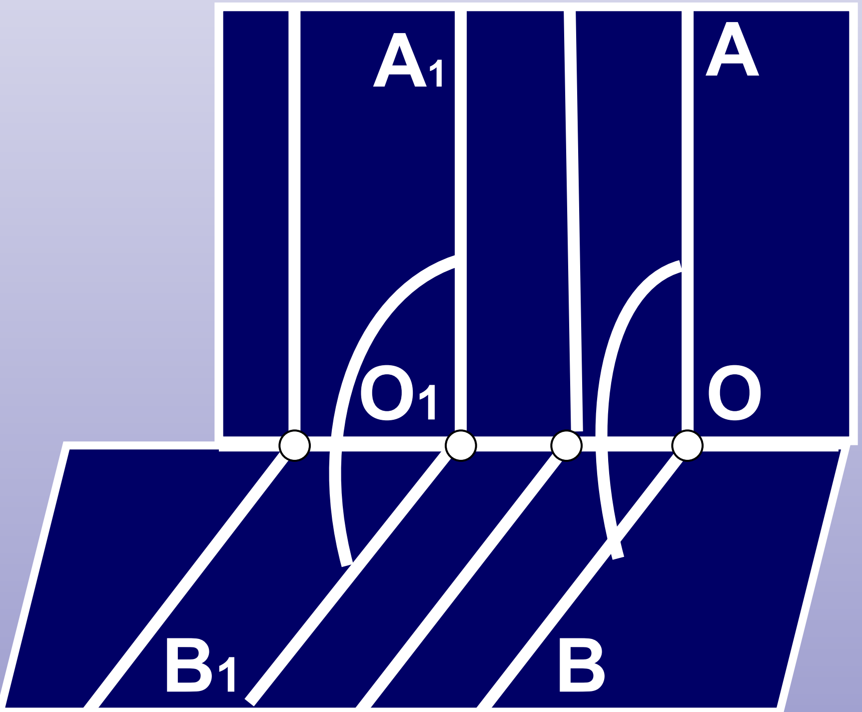
1. Найти (увидеть) ребро и грани двугранного угла

*2. **В гранях** найти направления (прямые) перпендикулярные ребру*

3. (при необходимости) заменить выбранные направления параллельными им лучами с общим началом на ребре двугранного угла

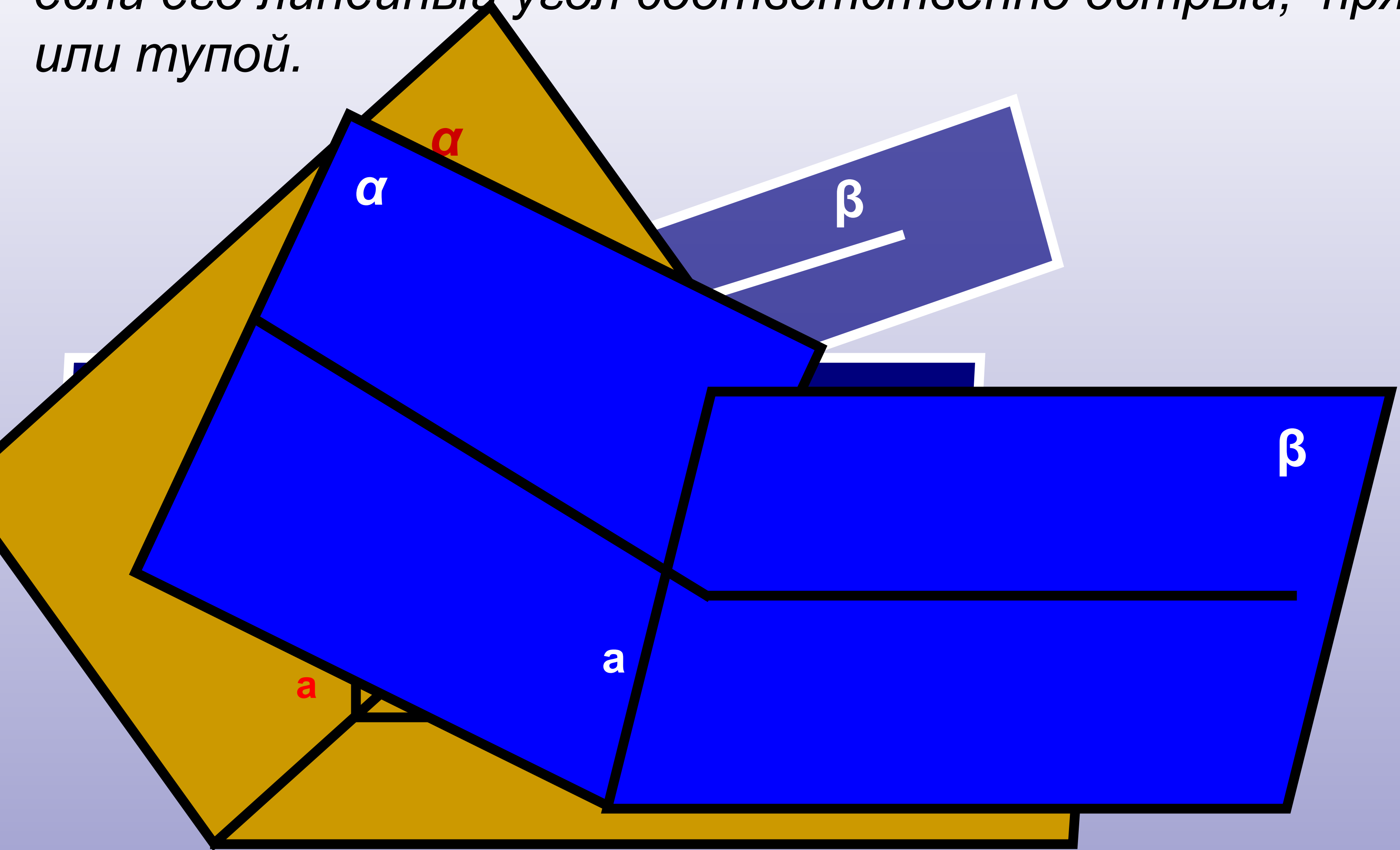
При изображении сохраняется параллельность и отношение длин параллельных отрезков

Величина линейного угла не зависит от выбора его вершины на ребре двугранного угла.

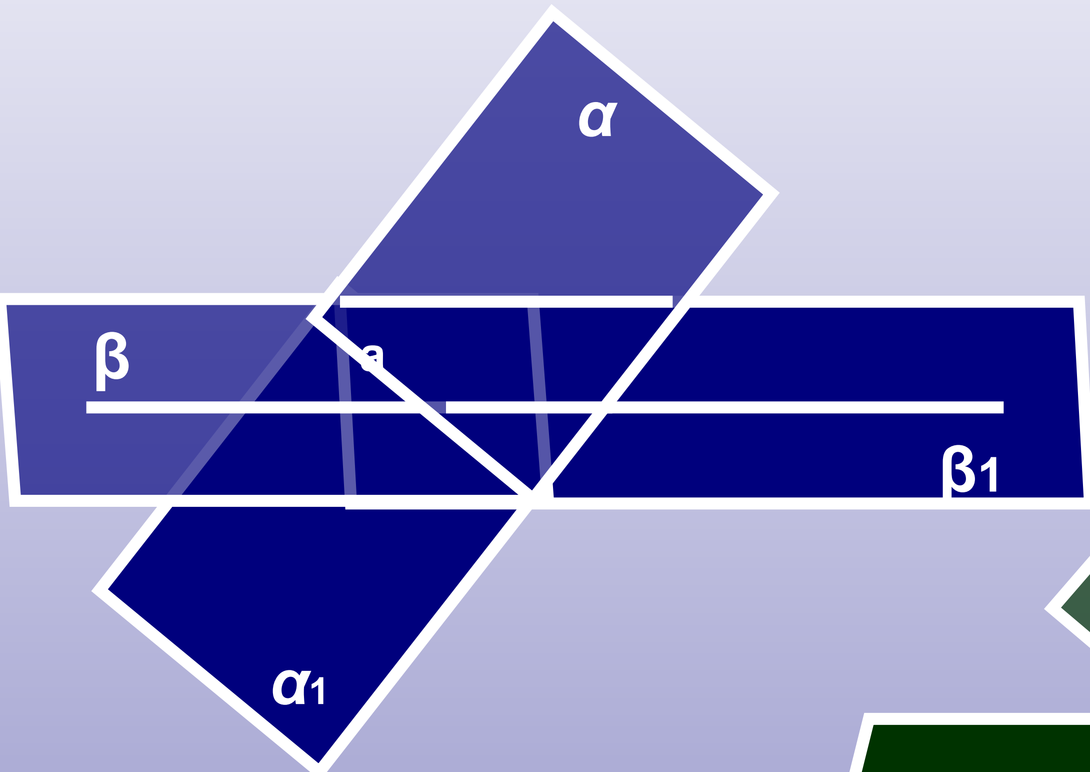


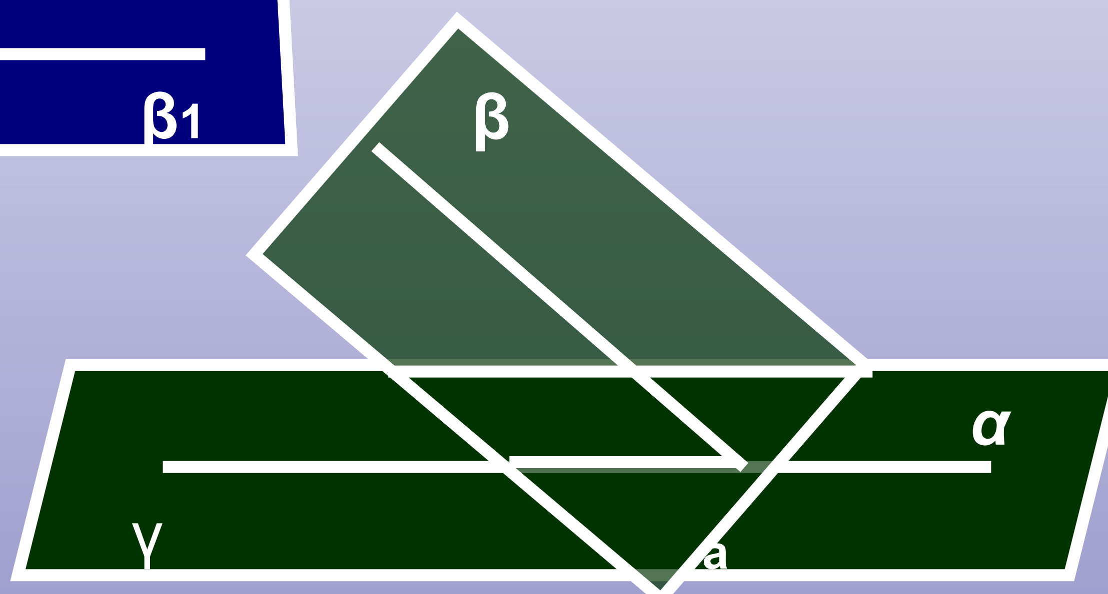
Двугранный угол является острым , прямым или тупым,

если его линейный угол соответственно острый, прямой или тупой.



Аналогично тому , как и на плоскости , в пространстве определяются смежные и вертикальные двугранные углы.



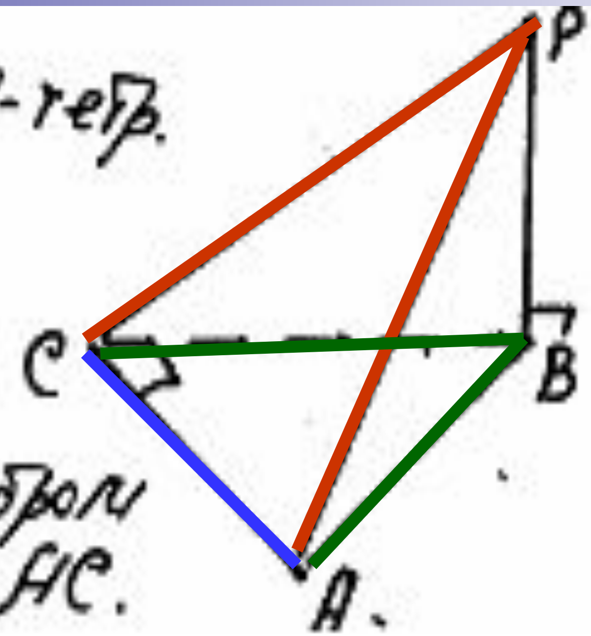


Задача 1 Дано: PABC - тетр.

$\angle ACB = 90^\circ$

$PB \perp ABC$.

Указать: лин. $\angle$ для двугранного с ребром AC.



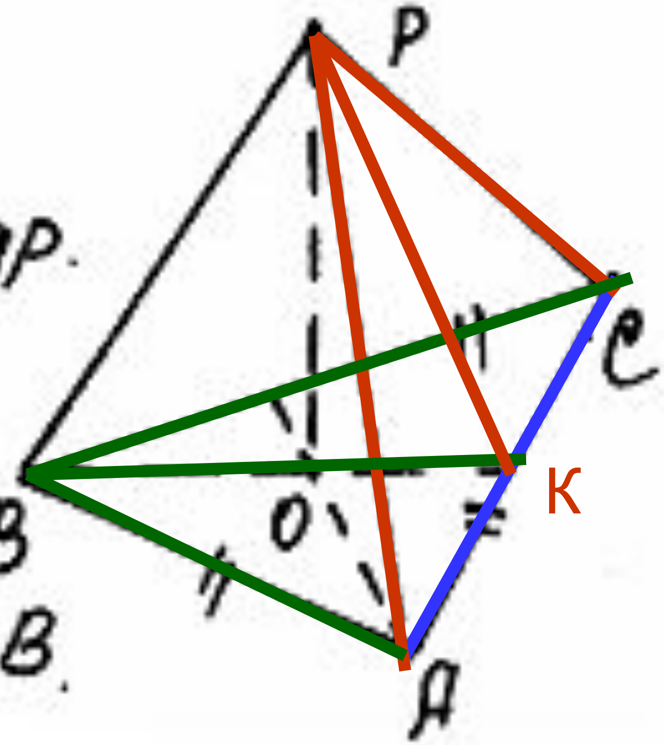
Решение

Ребро ***AC*** ...., грани ***ACP*** .... и ***ACB***

1. В грани *ACB* *прямая CB перпендикулярна ребру CA (по условию)*
2. В грани *ACP* ... *прямая CP перпендикулярна ребру CA (по теореме о трех перпендикулярах)*

Значит, угол ***PCB*** *- линейный для двугранного угла с ребром AC*

Задача 2. Дано $PABC$ - тетраэдр.
$\triangle ABC$ - правильный;
O - центр $\triangle ABC$.
$PO \perp ABC$.
Указать: лин. $\angle$ для $\angle PCAB$.



Решение

Ребро **AC**..........., грани........ **ACP** и **ACB**

1. В грани ACB *прямая BO перпендикулярна ребру CA*
(по свойству равностороннего треугольника)

2. В грани ACP *прямая PK перпендикулярна ребру CA*
(по теореме о трех перпендикулярах)

Значит, Угол **PKB** *- линейный для двугранного угла с PCAB*

Задача №3

Дано:

КМРТ – тетраэдр

$\angle TMK = 90^0$

МК=МТ

$PT \perp MKT$

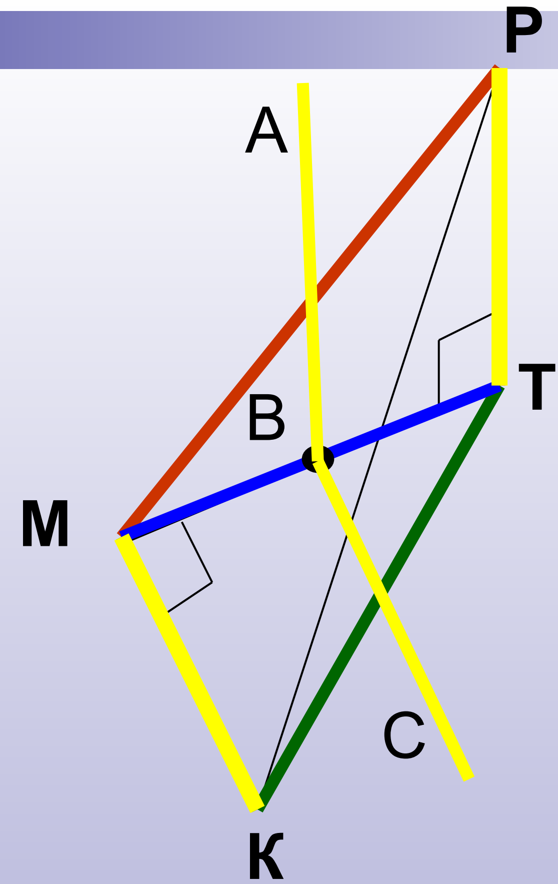
Указать:

линейные углы для двугранных углов

а). РТМК,

б). РМКТ,

в). РКТМ



А) Двугранный угол **РТМК**:

(1) ребро ***МТ****, грани МТР и МТК*

(2) В грани МТР*прямая ТР перпендикулярна ребру МТ*

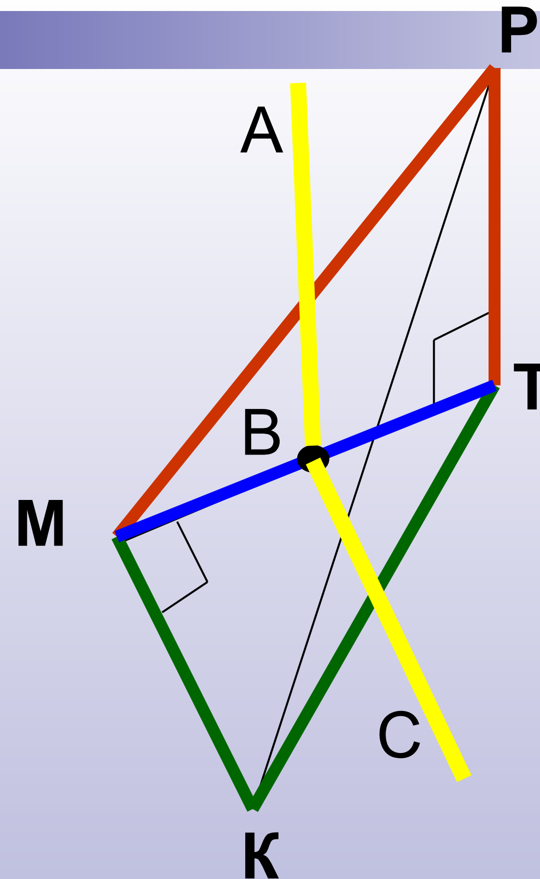
(по определению прямой, перпендикулярной плоскости)

В грани МТК *прямая МК перпендикулярна ребру МТ*

(по условию)

Задача №3

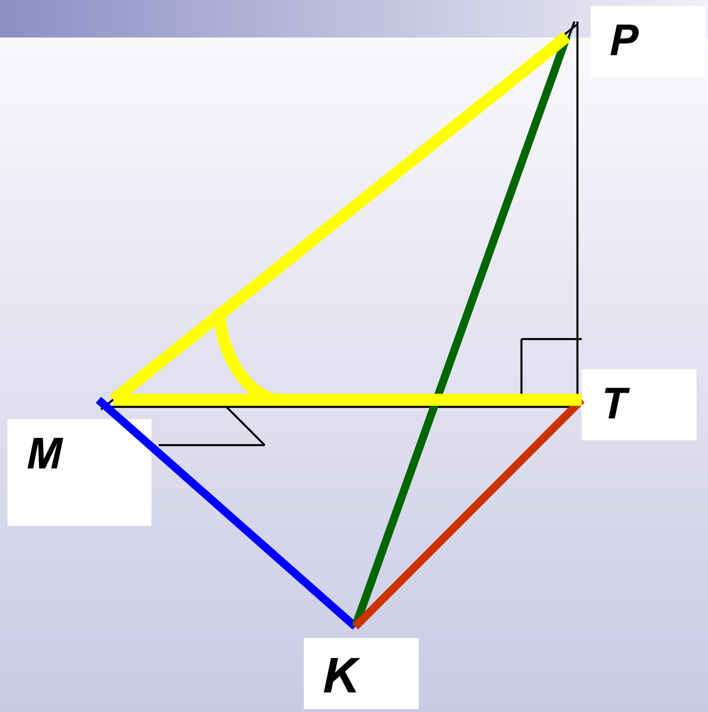
Дано:
КМРТ – тетраэдр
$\angle TMK = 90^0$
$MK = MT$
$PT \perp MKT$
Указать:
линейные углы для двугранных углов.
а). РТМК,
б). РМКТ,
в). РКТМ



АВ параллельна РТ *(по построению),* а так как РТ перпендикулярна ребру МТ *(по доказанному)*, то АВ перпендикулярна ребру МТ *(по лемме о связи параллельности и перпендикулярности) Аналогично ВС перпендикулярна ребру МТ. Значит, угол <u>АВС – искомый</u>*

Задача №3

Дано:
КМРТ – тетраэдр
$\angle TMK = 90^0$
MK=MT
$PT \perp MKT$
Указать:
линейные углы для двугранных углов
а). PTMK,
б). PMKT,
в). PKTM



б) Двугранный угол **РМКТ**:

(1) ребро **МК**, грани МКР и МКТ

(2) В грани МТК прямая МТ перпендикулярна ребру МК
(по условию)

В грани МКР прямая МР перпендикулярна ребру МК
(по теореме о трех перпендикулярах)

Ответ. Угол ***РМТ*** *- линейный для двугранного угла с РМКТ*

Задача №3

Дано:

KMPT – тетраэдр

$\angle TMK = 90^0$

MK=MT

$PT \perp MKT$

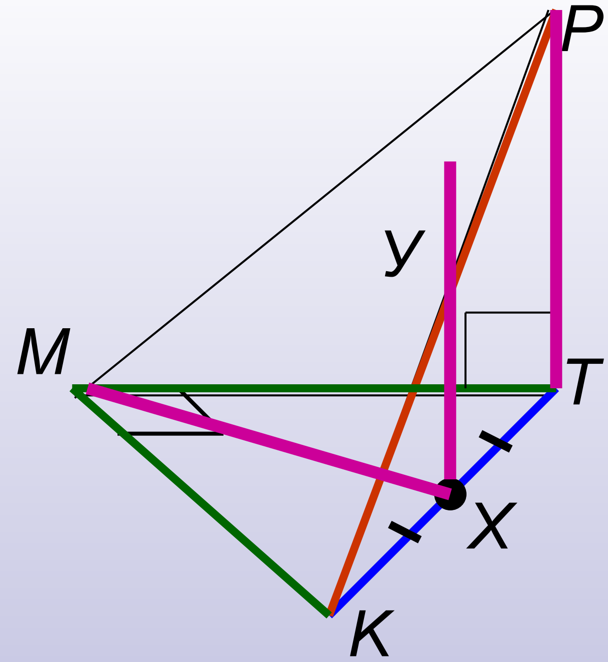
Указать:

линейные углы для двугранных углов

а). PTMK,

б). PMKT,

в). PKTM



в) Двугранный угол ***PTKM****:*

(1) ребро ***TK****, грани TKM и TKP*

(2) В грани *MTK прямая* ***MX****,* **где X – середина KT,**

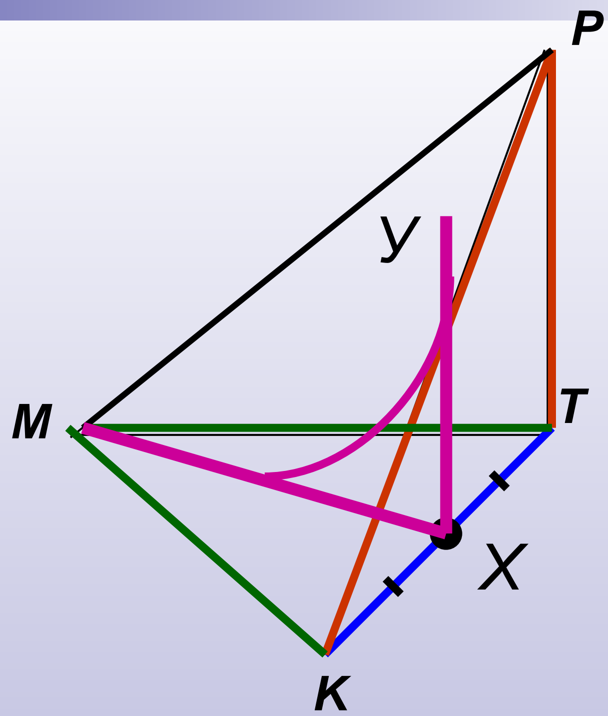
перпендикулярна ребру KT (по свойству равнобедренного треугольника)

В грани ***KPT*** *прямая* ***PT*** *перпендикулярна ребру KT*

(по определению прямой перпендикулярной плоскости)

Задача №3

Дано:
КМРТ – тетраэдр
$\angle TMK = 90^0$
МК=МТ
$PT \perp MKT$
Указать:
линейные углы для двугранных углов
а). РТМК,
б). РМКТ,
в). РКТМ

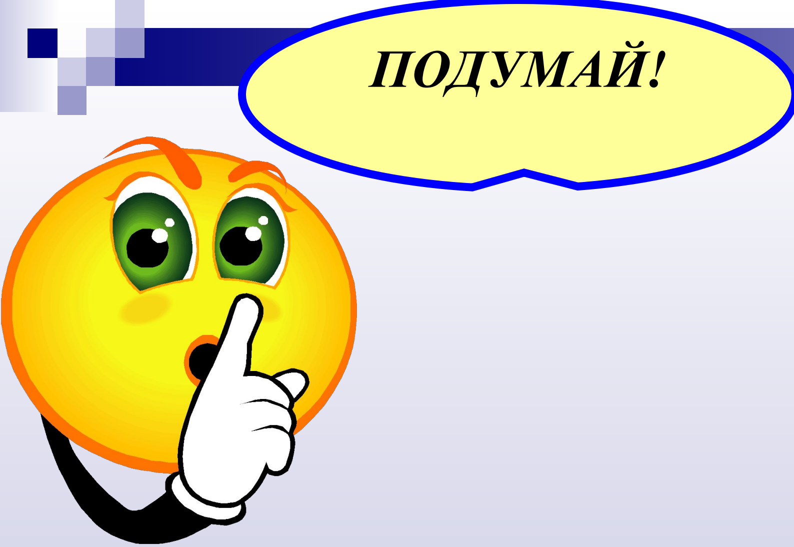


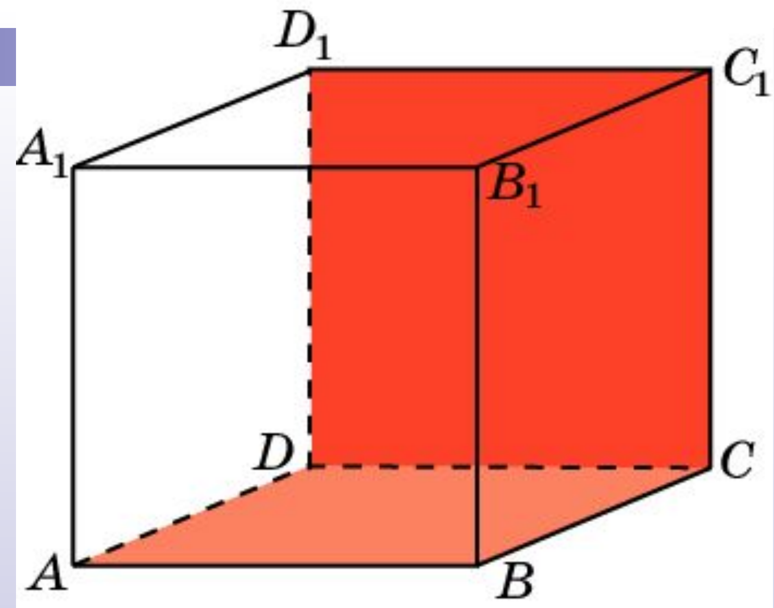
в) Двугранный угол **РТКМ**:

3) Построим прямую **УХ** параллельно прямой РТ , она будет лежать в плоскости РКТ (почему?) получим , что прямая ХУ перпендикулярно ребру КТ

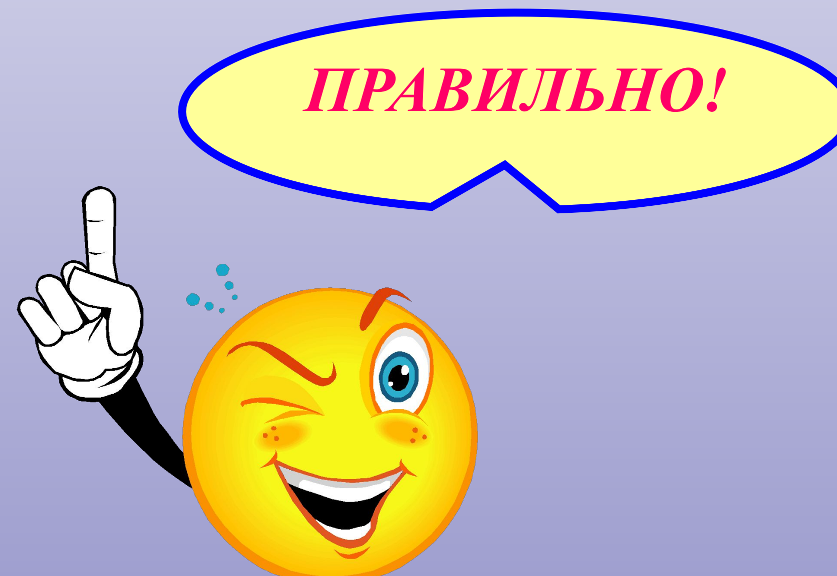
(по лемме о связи параллельности и перпендикулярности)

Значит, искомый угол **УХМ**



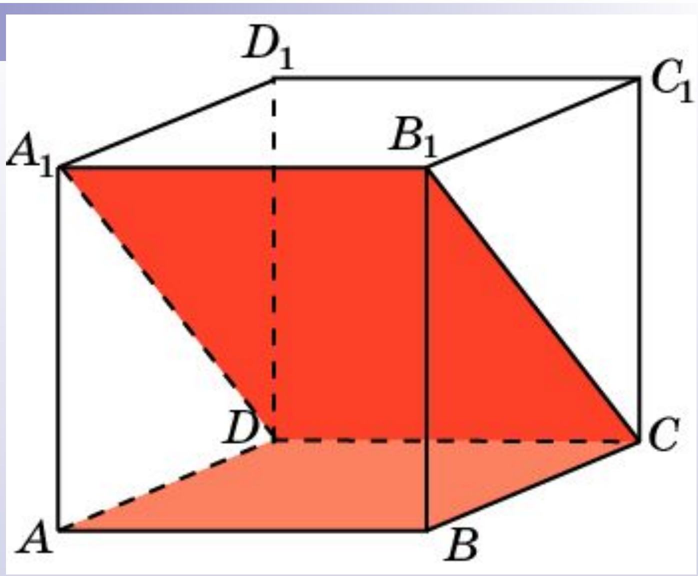


1. В кубе A…D1 найдите угол между плоскостями ABC и CDD1.



Ответ: 90°

ПОДУМАЙ!

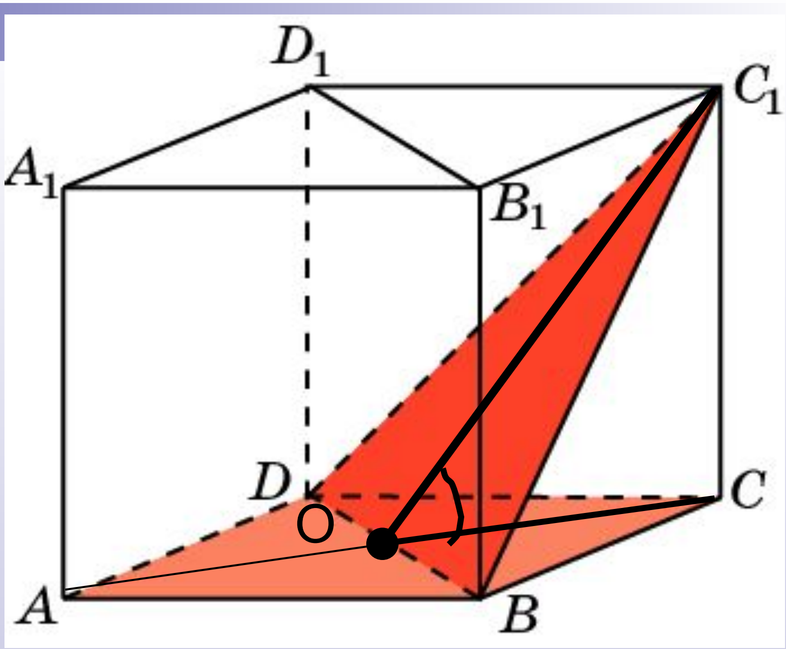


2.В кубе *A*…*D*1 найдите угол между плоскостями *ABC* и *CDA*1.

ПРАВИЛЬНО!

Ответ: 45°

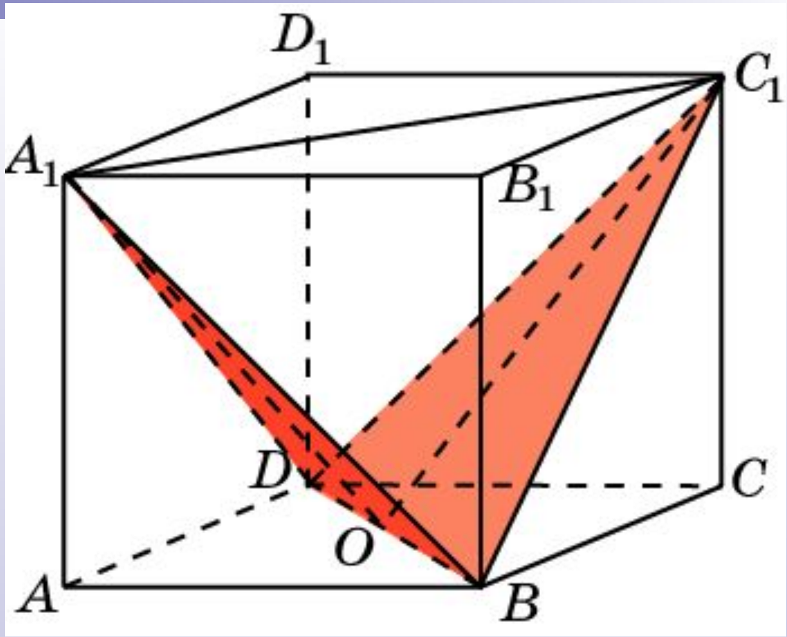
ПОДУМАЙ!



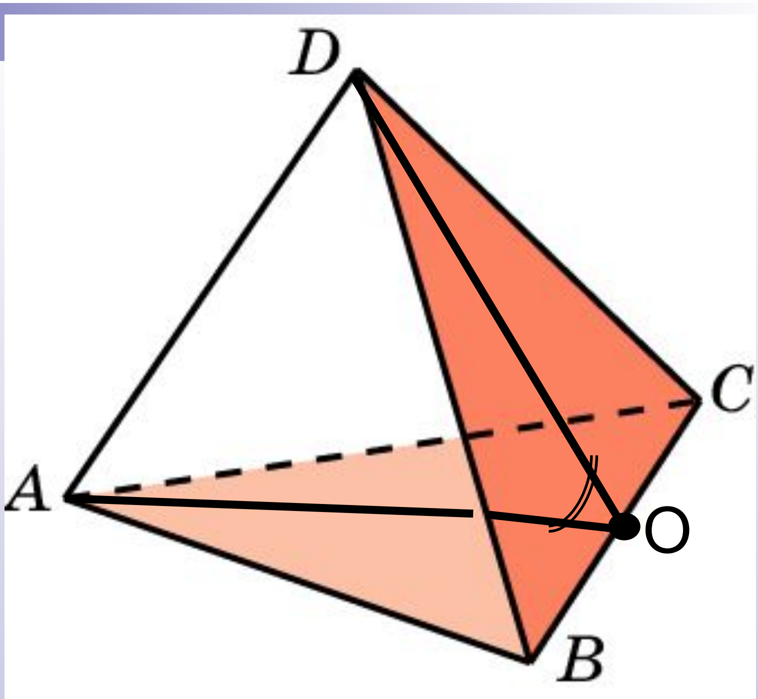
3.В кубе A…D1 найдите угол между плоскостями ABC и BC1D.

Ответ: $tg\,\varphi = \sqrt{2}.$

4. В кубе A…D1 найдите угол между плоскостями BC1D и BA1D.



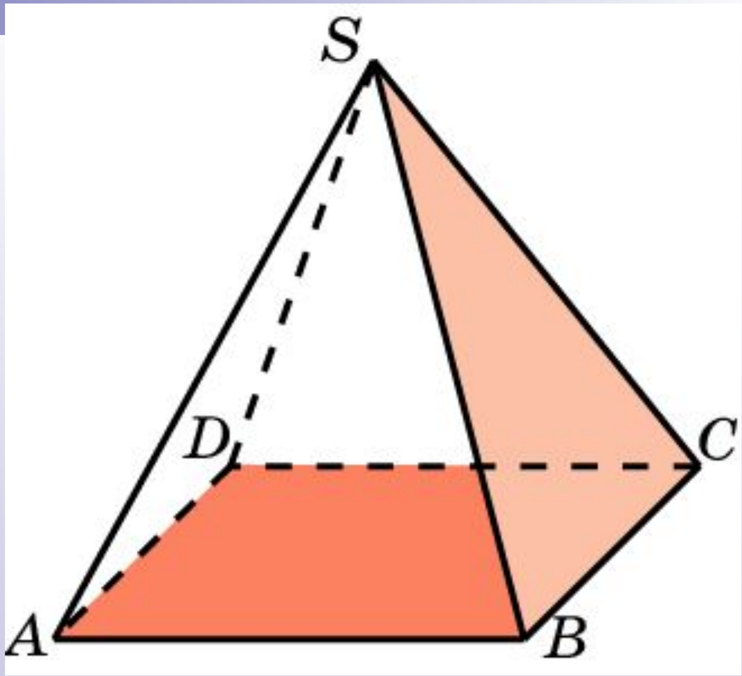
Ответ: $\cos\varphi = \frac{1}{3}.$



В тетраэдре ABCD, ребра которого равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BCD.

Ответ: $\cos\varphi = \frac{1}{3}.$

ПОДУМАЙ!



В правильной пирамиде *SABCD*, все ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями *SBC* и *ABC*.