

Тема 4. Электромагнитное поле

4.1 ЯВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ИНДУКЦИИ



Явление электромагнитной индукции состоит в том, что при изменении потока магнитной индукции через поверхность проводящего контура в нем возникает **ЭДС индукции**. Если контур замкнут, по нему протекает **индукционный ток**.

Майкл Фарадей
1791 – 1867
английский физик и химик

Закон Фарадея

ЭДС электромагнитной индукции в контуре равна скорости убывания магнитного потока сквозь поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\varepsilon(t) = -\frac{d\Phi}{dt}$$

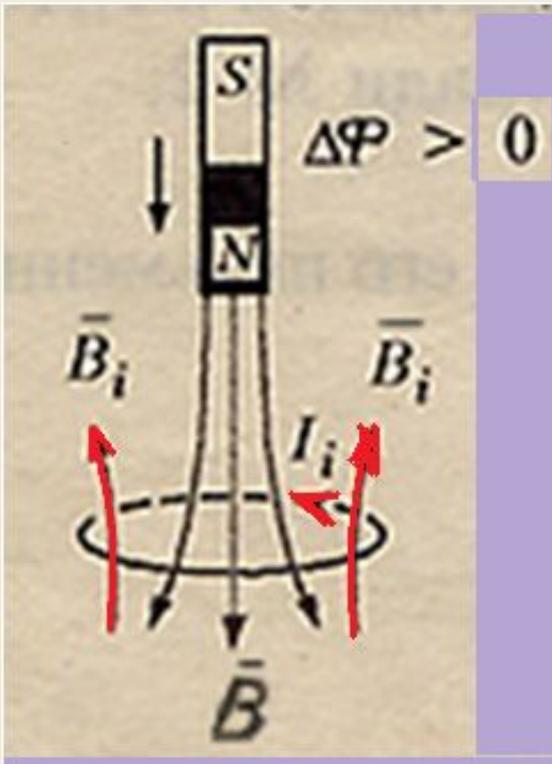
Величина ЭДС индукции не зависит от способа, которым производится изменение магнитного потока, пронизывающего контур, а определяется только **скоростью изменения этого потока**. Знак «-» является математическим выражением правила Ленца.

Направление индукционного тока определяется

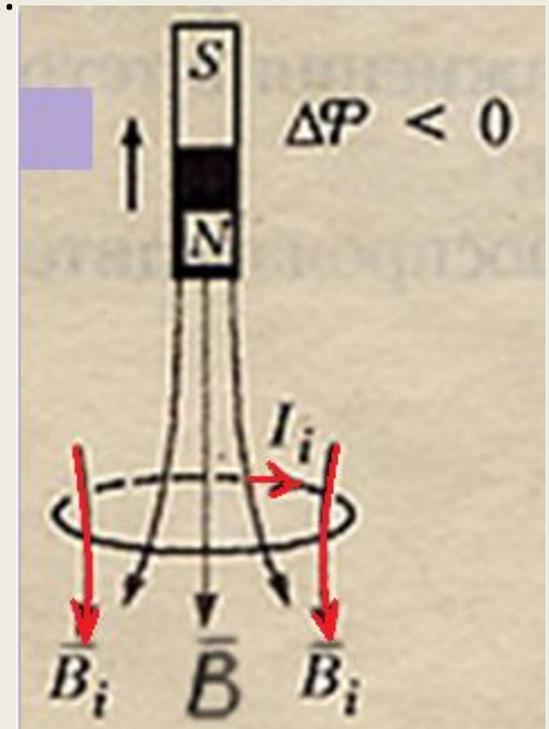
правилом Ленца:

Индукционный ток всегда направлен так, что своим магнитным полем препятствует причине, его вызывающей.

Направление индукционного тока I_i связано с направлением индукционного поля \vec{B}_i по правилу правого винта.



а



б)

4.2 Причины возникновения ЭДС

индукции

$$\varepsilon(t) = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Или
:

$$\varepsilon(t) = - \frac{d}{dt} \int_S B ds \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

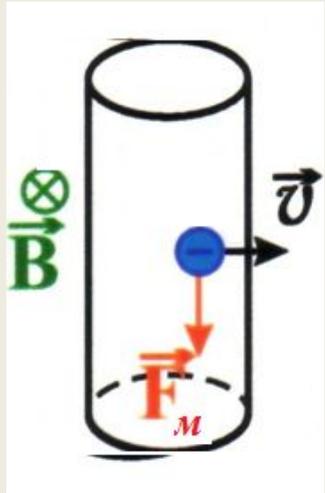
Из (1) следуют **формальные** причины изменения магнитного потока:

- 1) изменение B
- 2) деформация контура (изменение его площади)
- 3) изменение угла α , вращение контура.

Причины 2) и 3) можно объединить в одну: **2') движение проводника в магнитном поле**

Рассмотрим **физические** причины появления ЭДС индукции.

Причина возникновения ЭДС индукции в движущихся проводниках

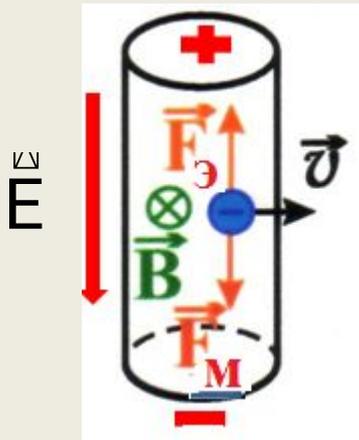


Пусть отрезок прямолинейного проводника движется с постоянной скоростью \vec{v} в однородном магнитном поле \vec{B}

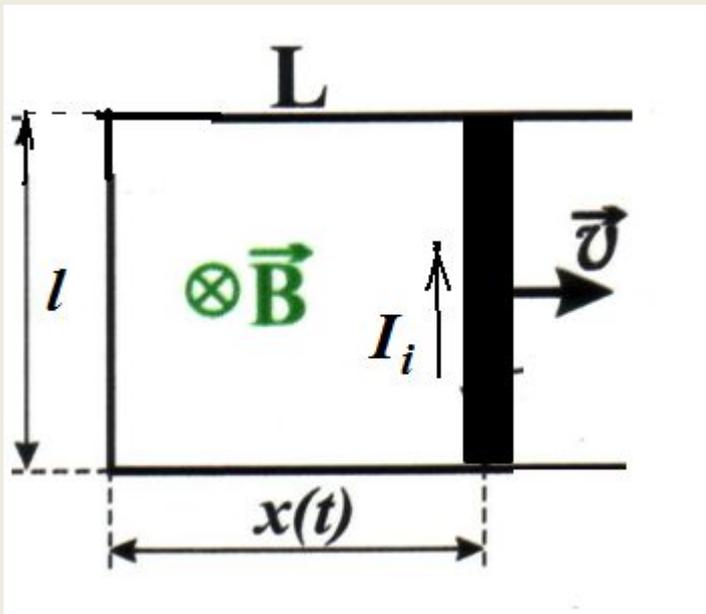
Вместе с проводником относительно магнитного поля перемещаются с той же скоростью и заряженные частицы, входящие в состав проводника, и на каждую из этих частиц действует магнитная сила

$$\vec{F}_M = q [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Свободные носители под действием этой силы смещаются вдоль проводника, создавая на его концах избыточные заряды. Внутри проводника возникает электрическое поле, препятствующее дальнейшему смещению свободных носителей.



$$\vec{F}_E = q\vec{E} \uparrow \downarrow \vec{F}_M$$



При замыкании контура, возникает упорядоченное движение свободных носителей под действием силы

$$\vec{F}_M = q [\vec{v} \times \vec{B}]$$

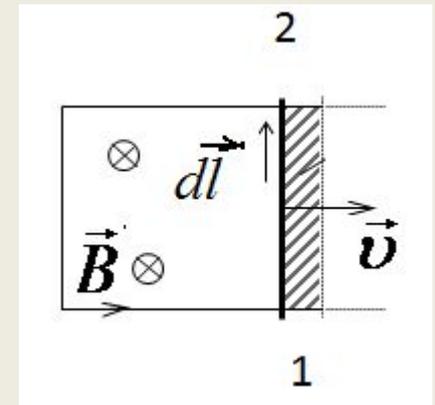
И возникает индукционный ток I_i . Он будет существовать до тех пор, пока проводник движется.

Этой силе можно сопоставить поле с напряженностью E^* :

$$\vec{E}^* = \frac{\vec{F}_M}{q} = [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Это поле неэлектростатическое, и циркуляция его напряженности по контуру L равна электродвижущей силе, действующей в этом контуре:

$$\mathcal{E}_i = \oint_L (\vec{E}^* \cdot d\vec{\ell}) = \int_1^2 ([\vec{v} \times \vec{B}] \cdot d\vec{\ell})$$



Т.о. роль сторонней силы, вызывающей появление ЭДС индукции при движении проводника в магнитном поле, играющая роль сторонней силы

$$\vec{F}_M = q [\vec{v} \times \vec{B}]$$

Еще одно доказательство того, что магнитная сила является сторонней силой: найдем ЭДС индукции, возникающую в контуре.

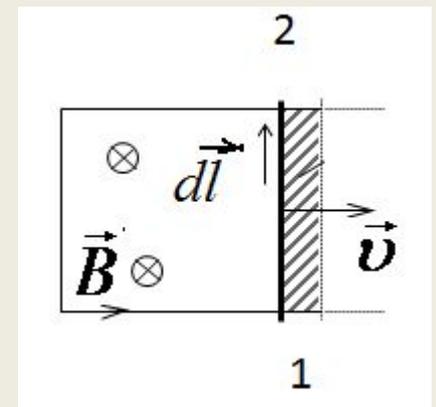
$$\mathcal{E}_i = \left(\left[\vec{v} \times \vec{B} \right] \int_1^2 d\vec{\ell} \right) = \left(\left[\vec{v} \times \vec{B} \right] \vec{\ell} \right) \quad ([\vec{a}\vec{b}]\vec{c}) = ([\vec{b}\vec{c}]\vec{a}) = ([\vec{c}\vec{a}]\vec{b})$$

$$\mathcal{E}_i = \left(B \left[\vec{\ell} \times \vec{v} \right] \right)$$

$$\left[\vec{\ell} \times \vec{v} dt \right] = \left[\vec{\ell} \times \vec{v} \right] dt = -dS n$$

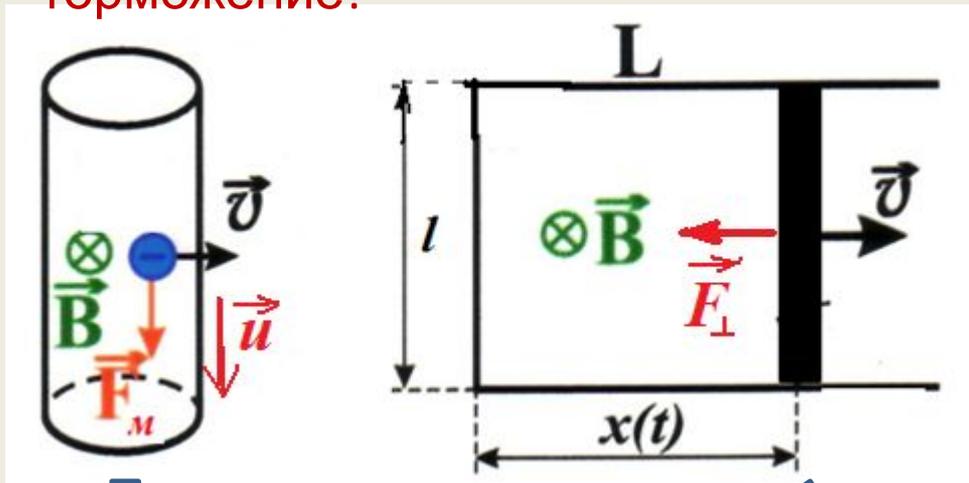
$$\left[\vec{\ell} \times \vec{v} \right] = -n \frac{dS}{dt}$$

$$\Phi = (B n dS) \quad \mathcal{E}_i = \left(B \left[\vec{\ell} \times \vec{v} \right] \right) = - \frac{(B n dS)}{dt} = - \frac{\Phi}{dt}$$



Т.о., считая магнитную силу сторонней силой, вывели закон Фарадея.

При движении проводника в магнитном поле он испытывает торможение!



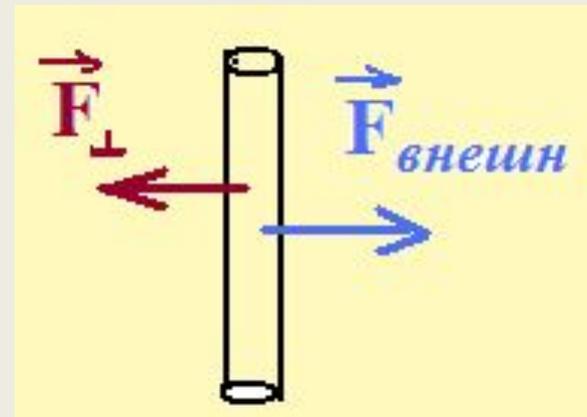
При движении проводника в магнитном поле появляется , помимо магнитной, еще одна сила - **тормозящая сила**

$$\vec{F}_{\perp} = q [\vec{u} \times \vec{B}]$$

, u – дрейфовая скорость электронов.

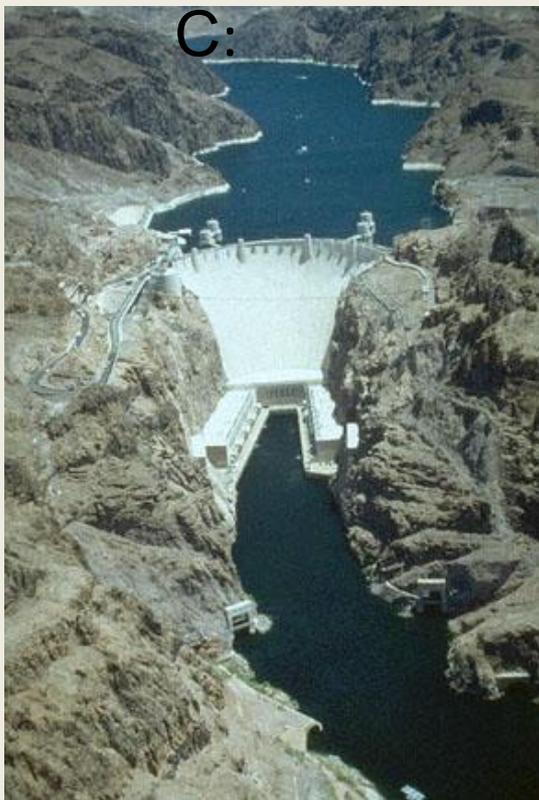
Для обеспечения равномерного движения проводника должно выполняться условие

$$\vec{F}_{\text{внешн}} = \vec{F}_{\perp}$$

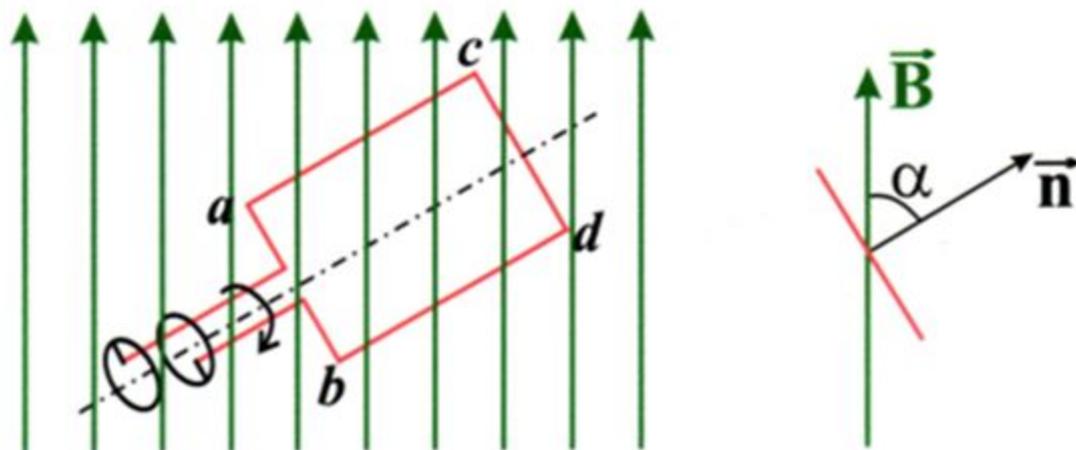


Итак, при механическом движении замкнутого проводника в магнитном поле в нем возникает индукционный ток. На этом основан принцип действия генератора переменного тока.

ГЭ
С:



Простейшая схема генератора переменного тока



$$\Phi = BS \cos \alpha, \quad \alpha = \omega t$$

(ω - угловая скорость вращения)

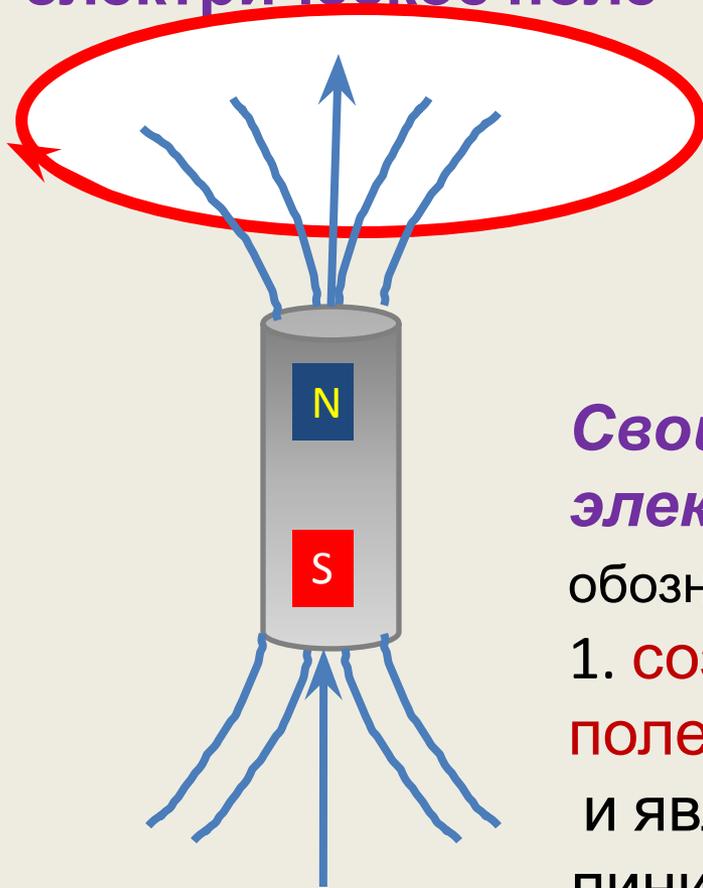
$$\Phi = BS \cos \omega t,$$

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} =$$

$$= BS \omega \sin \omega t = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$$

$$I_i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = \frac{BS\omega}{R} \sin \omega t = I_0 \sin \omega t$$

Причина возникновения ЭДС в неподвижном контуре при изменении магнитного поля – иная! ЭТО - индуцированное электрическое поле



Если к **неподвижному** проводящему контуру приближается полосковый магнит → в контуре появляется индукционный ток. Причина, вызывающая упорядоченное перемещение зарядов в переменном магнитном поле-индуцированное (наведенное) электрическое поле

Свойства индуцированного электрического поля (напряженность его обозначим E_i):

1. создается переменным магнитным полем,

$$\oint_S \vec{E}_B dS = 0$$

и является **вихревым**, т. к. его силовые линии замкнуты:

$$\varepsilon_i = \oint_L \vec{E}_B dl \neq 0.$$

2. **непотенциально:**

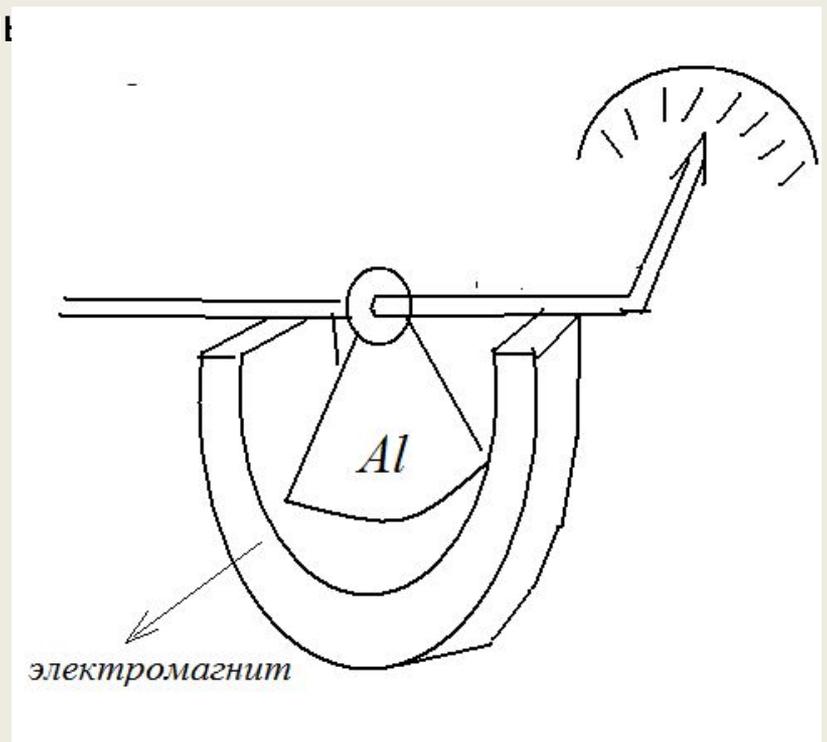
ТОКИ ФУКО

Индукционные токи, возбуждаемые в сплошных массивных проводниках, называют токами Фуко или вихревыми токами.

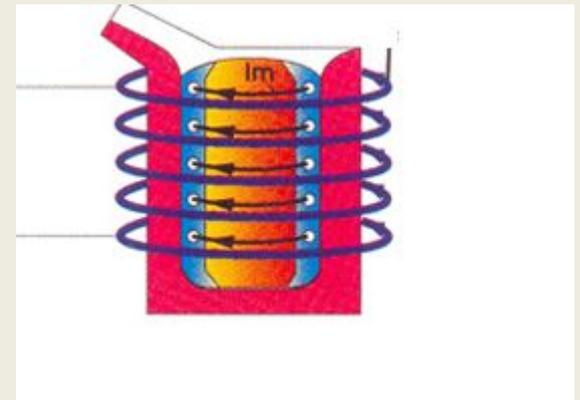
Электрическое сопротивление массивного проводника мало, поэтому токи Фуко могут достигать очень большой силы.

В соответствии с правилом Ленца токи Фуко

выбирают внутри проводника такие пути и направления, чтобы своим действием препятствовать причине их вызывающей. Поэтому движущиеся в магнитном поле хорошие проводники испытывают сильное торможение. Этим пользуются для **демпфирования** (успокоения) подвижных частей измерительных приборов (стрелок).



В **индукционных печах** используется тепловое действие токов Фуко. Печь – катушка, питаемая переменным током большой силы. Если внутрь катушки поместить проводящее тело, в нем возникают токи Фуко $Q = I^2 R t$ которые могут разогреть тело до плавления ()



Часто токи Фуко вредны и необходимо принимать меры для борьбы с ними.

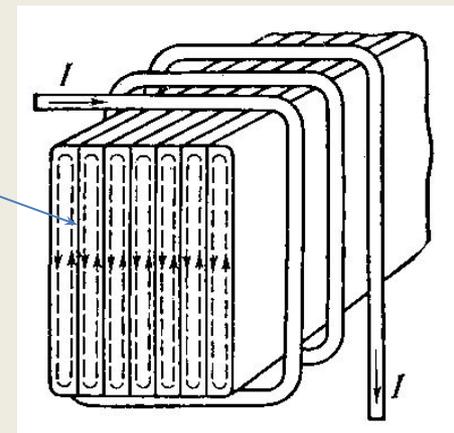
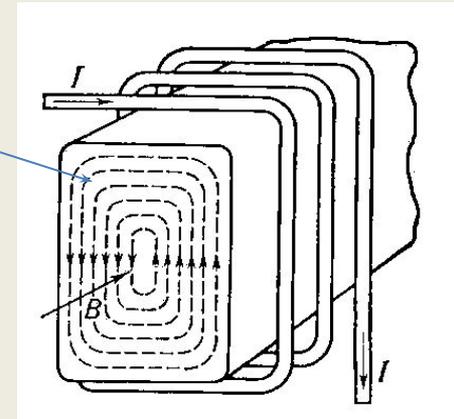
Например, для предотвращения потерь энергии на нагревание токами Фуко

сердечников

трансформаторов, эти сердечники набирают

из тонких изолированных пластин.

Пластины располагают так, чтобы



Потокосцеплен ие

Если контур состоит из N витков (например, соленоид), то т.к. витки соединены последовательно, то

$$\varepsilon_i = \sum_{k=1}^N \varepsilon_{ik}$$

Закон Фарадея для k -го витка : $\varepsilon_{ik} = -\frac{d\Phi_k}{dt}$; $\varepsilon_i = \sum_k \left(-\frac{d\Phi_k}{dt}\right) = -\frac{d}{dt} \sum_{k=1}^N \Phi_k$

$$\sum_{k=1}^N \Phi_k = \Psi$$

- полный магнитный поток через сложный контур называется **потокосцеплением**.

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Psi}{dt}$$

- закон Фарадея для сложного контура. Для бесконечно длинного соленоида:

$$\varepsilon_i = -\frac{d(N\Phi)}{dt} = -N \frac{d\Phi}{dt}$$

, где Φ – магнитный поток через один виток.



аналог:



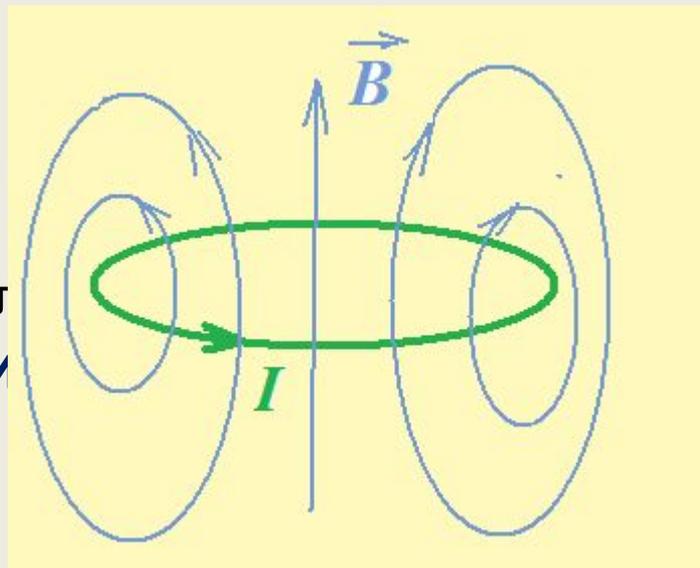
4.3 ЯВЛЕНИЕ САМОИНДУКЦИИ.

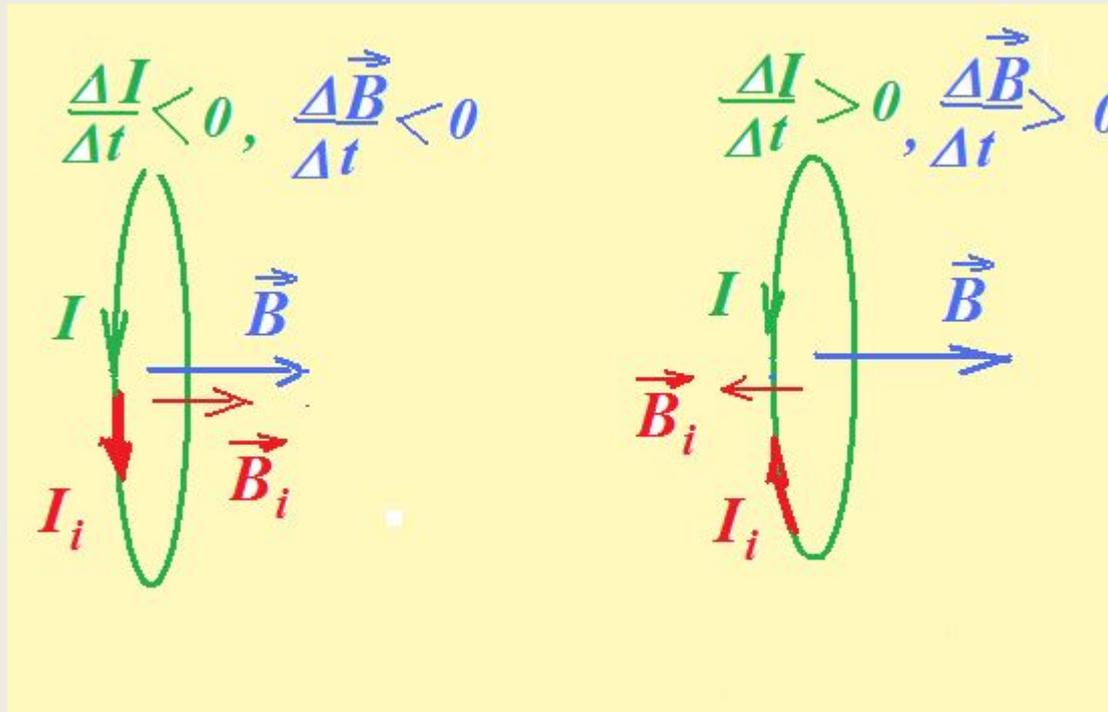
ИНДУКТИВНОСТЬ

Явление самоиндукции – частный случай явления электромагнитной индукции. Электрический ток, текущий в любом контуре, создает собственное магнитное поле; полный магнитный поток через контур (потокосцепление) – по-прежнему Ψ .

При изменении в контуре силы тока I изменяется также и потокосцепление Ψ , вследствие чего в контуре появляется электродвижущая сила индукции \mathcal{E}_i .

Возникновение в проводящем контуре электродвижущей силы (ЭДС) **при изменении силы тока в контуре** получило название **явления самоиндукции**.





а

б)

)
 По правилу Ленца ток самоиндукции направлен так, чтобы препятствовать изменению исходного поля.

Ток, текущий по контуру, создает магнитное поле с индукцией $B \sim I$

. Потокосцепление через контур $\psi \sim B$

Следовательно, $\psi \sim I$, или $\psi = LI$

Коэффициент пропорциональности L между силой тока и полным магнитным потоком называется **собственной**

индуктивностью контура. (Генри)

При изменении силы тока в контуре возникает электродвижущая сила самоиндукции, равная

Закон Фарадея для самоиндукции в общем виде

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Psi}{dt}; \quad \Psi = LI \Rightarrow$$

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d}{dt}(LI) = -\left(L \frac{dI}{dt} + I \frac{dL}{dt} \right).$$

Второе слагаемое для жесткого контура в отсутствие ферромагнетиков равно нулю, тогда $L \neq f(t)$

$$\frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow$$

$$\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$$

Закон Фарадея для самоиндукции в неферромагнитной среде и жесткого контура

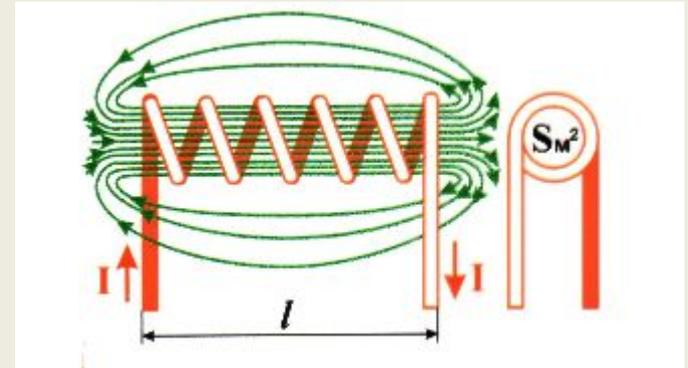
Индуктивность бесконечно длинного соленоида:

$$\psi = LI = NBS = NS\mu\mu_0 \frac{N}{l} I$$

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} S = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l^2} Sl = \mu\mu_0 n^2 V$$

V – объем
соленоида.

$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$



Если есть ферромагнитный сердечник, индуктивность соленоида зависит от силы тока в соленоиде.

4.4 ВЗАИМНАЯ ИНДУКЦИЯ

Взаимная индукция – явление возникновения ЭДС в контуре при изменении тока в другом контуре.

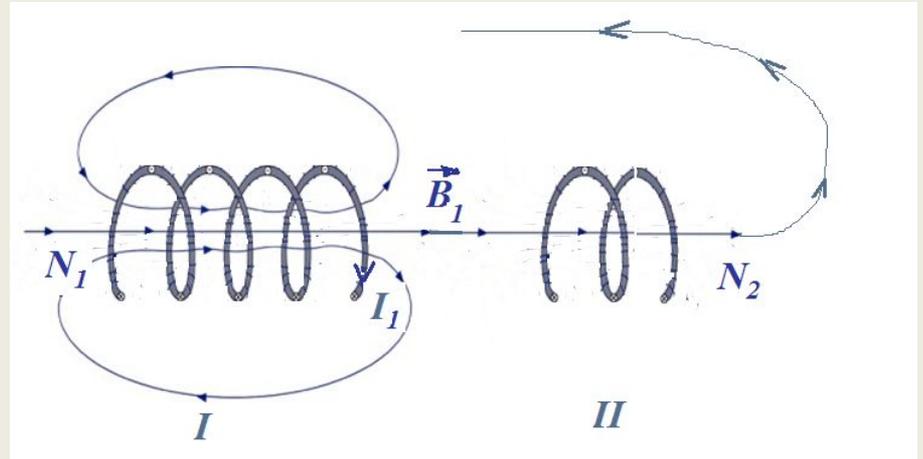
Пусть два соленоида без сердечников расположены вблизи друг друга в неферромагнитной среде.

$$I_1 \neq 0, \quad I_2 = 0.$$

Часть силовых линий поля соленоида *I* пронизывает соленоид *II*.

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= L_1 I_1 \\ \psi_2 &= L_{21} I_1 \end{aligned} \right\} \longrightarrow L_{21} = L_1 \frac{\psi_2}{\psi_1}$$

ψ_2 - потокосцепление во 2-м соленоиде, вызванное полем 1-го соленоида.



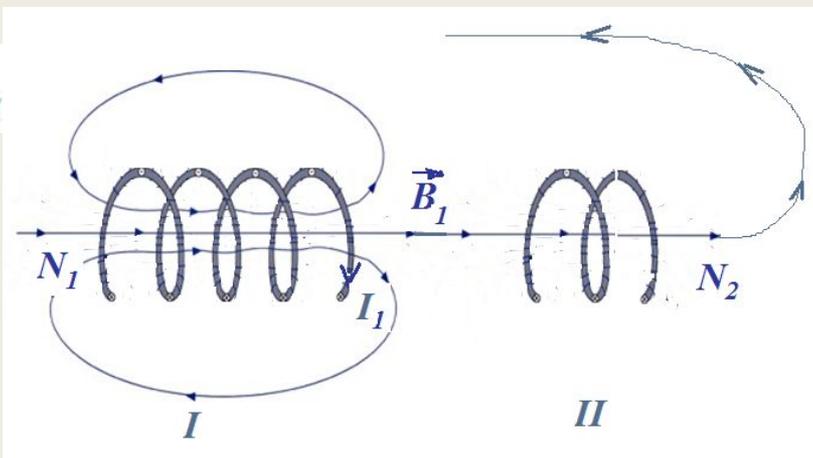
- взаимная индуктивность 2-й катушки относительно 1-й - показывает, какая доля силовых линий поля, созданного 1-й катушкой, пронизывает 2-ю катушку.

Изменение I_1 вызывает
 возникновение \mathcal{E}_i в I и во II
 катушке:

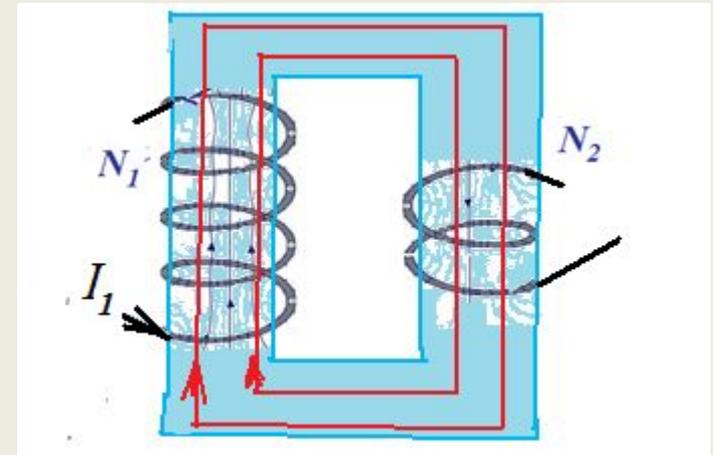
$$\mathcal{E}_{1s} = -\frac{d\psi_1}{dt} = -L_1 \frac{dI_1}{dt};$$

$$\mathcal{E}_{2i} = -\frac{d\psi_2}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt}$$

\mathcal{E}_s



Найдем взаимную индуктивность двух катушек, намотанных на общий замкнутый ферромагнитный сердечник. Линии магнитной индукции сосредоточены внутри сердечника, величина магнитной индукции одинакова во всех точках сердечника. Если первая обмотка имеет N_1 витков и по ней течет ток I_1 , то согласно теореме о циркуляции



$$Hl = N_1 I_1 \Rightarrow H = N_1 I_1 / l.$$

Магнитный поток через поперечное сечение сердечника равен

$$\Phi_1 = BS = \mu_0 \mu HS = \mu_0 \mu N_1 I_1 S/l \Rightarrow$$

$$\Psi_2 = \Phi_1 N_2 = \frac{S}{l} \mu_0 \mu_1 N_1 N_2 I_1 \Rightarrow L_{21} = \frac{\Psi_2}{I_1} = \frac{S}{l} \mu_0 \mu_1 N_1 N_2;$$

Если, наоборот, во второй обмотке с числом витков N_2 течет ток $I_1 = 0$, то, повторив предыдущие рассуждения, получим:

$$Hl = N_2 I_2 \Rightarrow H = \frac{N_2 I_2}{l} \Rightarrow \text{граф } B(H) \Rightarrow B_2 \Rightarrow \mu_2 = \frac{B_2}{\mu_0 H_2}$$

$$L_{12} = \frac{\Psi_1}{I_2} = \frac{S}{l} \mu_0 \mu_2 N_1 N_2;$$

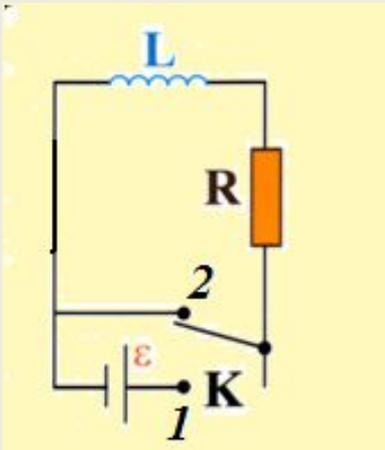
$\mu_1 \neq \mu_2 \Rightarrow L_{21} \neq L_{12}$. - в ферромагнитной среде.

В неферромагнитной среде

$$L_{21} = L_{12}$$

4.5 ТОКИ ПРИ РАЗМЫКАНИИ И ЗАМЫКАНИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЦЕПИ

По правилу Ленца **токи самоиндукции** всегда направлены так, чтобы противодействовать изменениям **силы тока** в электрической цепи. Это приводит к тому, например, что убывание тока при размыкании цепи происходит не мгновенно, а постепенно.



1. Найдем $I(t)$ при размыкании.

Пусть при $t=0$ положение ключа $K1$ $I = I_0$.

$k1 \rightarrow k2$: Возникает ЭДС самоиндукции. Закон Ома для замкнутой цепи:

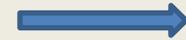
$$\epsilon_s = -L \frac{dI}{dt} = IR$$



$$\frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} dt$$

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\frac{R}{L} \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\frac{R}{L} t$$



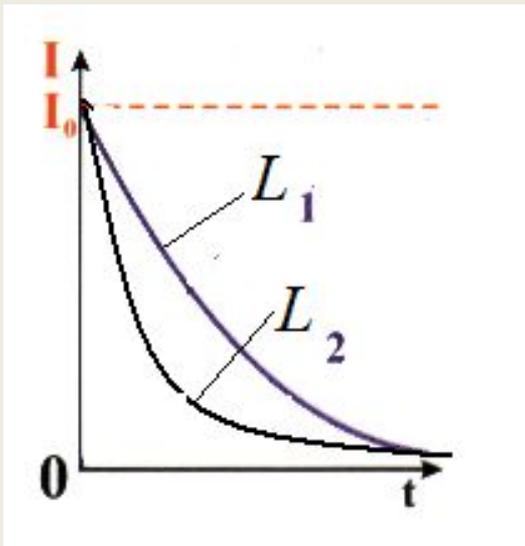
$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L} t\right)$$

- ток при размыкании цепи.

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right)$$

Ток спадает, т.к. $R \neq 0$. Если бы $R = 0$, $I_0 = const.$

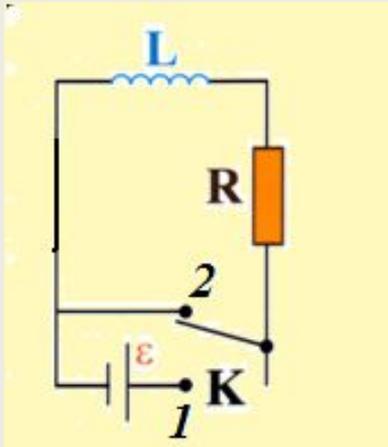
$R = const, L_1 > L_2$



Чем больше индуктивность контура, тем медленнее спадает ток в нем.

Т.о. индуктивность характеризует меру инертности переходных процессов в контуре.

4.6 ЭНЕРГИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ. ПЛОТНОСТЬ ЭНЕРГИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ.



$k1 \rightarrow k2$: Работа, совершаемая убывающим током за время $\delta A = \epsilon_s I dt$

Если $L = \text{const}$:

$$\delta A = -L \frac{dI}{dt} I dt = -L I dI$$

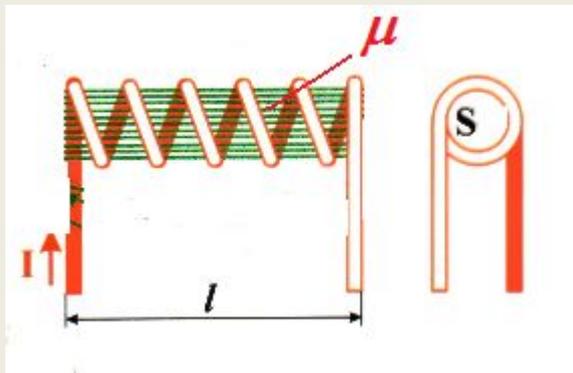
$$A = -\int_I^0 L I dI = \frac{L I^2}{2}$$

Работа эта идет на нагревание омического сопротивления $Q = I^2 R t$. Совершение этой работы сопровождается исчезновением магнитного поля, окружающего катушку индуктивности. Т.к. других изменений в окружающих электрическую цепь телах не происходит, можно заключить, что работа тока совершается за счет убыли энергии магнитного поля.

$$W = \frac{L I^2}{2}$$

- энергия магнитного поля проводника с током для неферромагнитной среды.

Т.к. магнитное поле может создаваться не только токами проводимости, но и вихревым электрическим полем, и микротоками среды, необходимо иметь более общее выражение для его энергии. Найдем энергию магнитного поля бесконечно длинного соленоида. Т.к.



$$L = \mu\mu_0 n^2 V$$

$$W = \frac{LI^2}{2} = \frac{\mu\mu_0 n^2 I^2}{2} V = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V = \frac{BH}{2} V$$

Поле соленоида однородно и сосредоточено все внутри его. Энергия поля в единице объёма

$$w = \frac{W}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

$$w = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}$$

(2)

- плотность энергии однородного магнитного поля.

В общем случае для неоднородного поля объемная плотность энергии

$$w = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta W}{\Delta V} = \frac{dW}{dV}$$

Выражение (2) оказалось справедливым для произвольного магнитного поля.

В самом общем случае **для произвольного поля в произвольной среде** (в том числе анизотропной, ферромагнитной) **объемная плотность энергии магнитного поля:**

$$w = \frac{(\vec{B}\vec{H})}{2}$$