

Формы мышления

Логика — это наука о формах и способах мышления

Мышление

Умозаключение

- это форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений (посылок) может быть получено новое суждение (заключение)

Понятие

- это форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта

Высказывание

- это форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними

Понятие

Понятие выделяет существенные признаки объекта, которые отличают его от других объектов

Объекты, объединенные некоторым множеством признаков, образуют

Содержани

Объе

е

М

Содержание понятия составляет совокупность существенных признаков объекта

Объем понятия определяется совокупностью предметов, на которую оно распространяется



Высказывание

Высказывание строится на основе понятий и по форме является повествовательным предложением

Высказывания могут быть выражены с помощью не только естественных языков, но и формальных

Истинны

Ложны

М

М

Высказывание не может быть выражено повелительным или вопросительным предложением, так как оценка их истинности или ложности невозможна

Составное

высказывание

Алгебра высказываний



Умозаключение

Умозаключения позволяют на основе известных фактов, выраженных в форме суждений (высказываний), получать заключение, то есть новое знание

Посылками умозаключения по правилам формальной логики могут быть только истинные суждения. В противном случае можно прийти к ложному умозаключению

Вопросы для размышления

1. Какие существуют основные формы мышления?
2. В чем состоит разница между содержанием и объемом понятия?
3. Может ли быть высказывание выражено в форме вопросительного предложения?
4. Как определяется истинность или ложность простого высказывания? Составного высказывания?

Домашняя работа

Приведите примеры понятий, суждений, умозаключений и доказательств из различных наук: математики; информатики; физики и химии.

Алгебра высказываний

В алгебре высказываний суждениям (простым высказываниям) ставятся в соответствие *логические переменные*, обозначаемые прописными буквами латинского алфавита

$A = \text{«Два умножить на два равно четырем»}$ $A = 1$
 $B = \text{«Два умножить на два равно пяти»}$ $B = 0$

В алгебре высказываний **высказывания** обозначаются именами логических переменных, которые могут принимать лишь два значения: «истина» (1) и «ложь» (0)

«И», «ИЛИ», «НЕ»

Логическое умножение (конъюнкция)

Объединение двух (или нескольких) высказываний в одно с помощью союза «и» называется *операцией логического умножения* или *конъюнкцией*

Составное высказывание, образованное в результате **операции логического умножения (конъюнкции)**, истинно тогда и только тогда, когда истинны все входящие в него простые высказывания

(1) « $2 \cdot 2 = 5$ И $3 \cdot 3 = 10$ »,

(2) « $2 \cdot 2 = 5$ И $3 \cdot 3 = 9$ »,

(3) « $2 \cdot 2 = 4$ И $3 \cdot 3 = 10$ »,

(4) « $2 \cdot 2 = 4$ И $3 \cdot 3 = 9$ ».

Операцию логического умножения (конъюнкцию) принято обозначать значком «&» либо «^». образуем составное высказывание F :

$$F = A \wedge B$$

Таблица 1. Таблица истинности функции логического умножения

A	B	$F = A \wedge B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(3) « $2 \cdot 2 = 4$ И $3 \cdot 3 = 10$ »,

(4) « $2 \cdot 2 = 4$ И $3 \cdot 3 = 9$ ».

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>F</i> = <i>A</i> ^ <i>B</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое сложение (дизъюнкция)

Объединение двух (или нескольких) высказываний с помощью союза «или» называется *операцией логического сложения* или *дизъюнкцией*

Составное высказывание, образованное в результате **логического сложения (дизъюнкции)**, истинно тогда, когда истинно хотя бы одно из входящих в него простых высказываний

(1) « $2 \cdot 2 = 5$ или $3 \cdot 3 = 10$ »,

(2) « $2 \cdot 2 = 5$ или $3 \cdot 3 = 9$ »,

(3) « $2 \cdot 2 = 4$ или $3 \cdot 3 = 10$ »,

(4) « $2 \cdot 2 = 4$ или $3 \cdot 3 = 9$ ».

Операцию логического сложения (дизъюнкцию) принято обозначать значком «+» либо « \vee ». Образует составное высказывание F :

$$F = A \vee B$$

Таблица 2. Таблица истинности функции логического сложения

A	B	$F = A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(1) « $2 \cdot 2 = 5$ или $3 \cdot 3 = 10$ »,

(3) « $2 \cdot 2 = 4$ или $3 \cdot 3 = 10$ ».

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>F = A ∨ B</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Логическое отрицание (инверсия)

Присоединение частицы «не» к высказыванию называется *операцией логического отрицания* или *инверсией*

Логическое отрицание (инверсия)
делает истинное высказывание ложным
и, наоборот, ложное – истинным

Операцию логического отрицания (инверсию) принято обозначать значком « \neg » либо « \overline{A} ». Образует составное высказывание F :

$$F = \neg A$$

Таблица 3. Таблица истинности функции логического отрицания

A	$F = \neg A$
0	1
1	0

Задания

Составить составное высказывание, содержащее операции логического умножения, сложения и отрицания. Определить его истинность.

Логические выражения и таблицы истинности

Каждое составное высказывание можно выразить в виде формулы (логического выражения), в которую входят *логические переменные*, обозначающие высказывания, и *знаки логических операций*, обозначающие логические функции

« $(2 \cdot 2 = 5 \text{ или } 2 \cdot 2 = 4)$ и $(2 \cdot 2 \neq 5 \text{ или } 2 \cdot 2 \neq 4)$ »

$$A = \langle 2 \cdot 2 = 5 \rangle$$

$$B = \langle 2 \cdot 2 = 4 \rangle$$

Составное высказывание: « $(A \text{ или } B)$ и $(\bar{A} \text{ или } \bar{B})$ ».

При выполнении логических операций определен следующий порядок их выполнения:

- инверсия (логическое отрицание, \bar{A} , «не»),
- конъюнкция (логическое умножение, \wedge , «и»),
- дизъюнкция (логическое сложение, \vee , «или»).

Для изменения указанного порядка могут использоваться скобки:

$$F = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$$

$$A=0, B=1$$

$$F = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B}) =$$

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>F = A ^ B</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>F = A \vee B</i>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Таблицы истинности

Для каждого составного
высказывания
(логического выражения)
можно построить таблицу
истинности

При построении таблиц истинности целесообразно руководствоваться последовательностью действий

$$E = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$$

- Во-первых, необходимо определить количество строк в таблице,
количество строк = 2^n , где n - количество логических переменных
- Во-вторых, необходимо определить количество столбцов в таблице истинности, которое равно количеству логических переменных плюс количество логических операций.
- В-третьих, необходимо построить таблицу истинности с указанным количеством строк и столбцов, обозначить столбцы и внести в таблицу возможные наборы значений исходных логических переменных.
- В-четвертых, необходимо заполнить таблицу истинности по столбцам, выполняя базовые логические операции в необходимой последовательности

Таблица 4. Таблица истинности логической функции $F = (A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$

A	B	$A \vee B$	\bar{A}	\bar{B}	$\bar{A} \vee \bar{B}$	$(A \vee B) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B})$

Равносильные логические выражения

Логические выражения, у которых последние столбцы таблиц истинности совпадают, называются *равносильными*. Для обозначения равносильных логических выражений используется знак «= \Rightarrow ».

Докажем, что логические выражения $\bar{A} \wedge \bar{B}$ и $\overline{A \vee B}$ равносильны

Построим сначала таблицу истинности
логического выражения $\overline{A} \wedge \overline{B}$

A	B	\overline{A}	\overline{B}	$\overline{A} \wedge \overline{B}$

A	B	$A \vee B$	$\overline{A \vee B}$

Теперь построим таблицу истинности логического
выражения $\overline{A \vee B}$

Домашние задания

1. Записать составное высказывание

« $(2 \cdot 2 = 4 \text{ и } 3 \cdot 3 = 9)$ или $(2 \cdot 2 \neq 4 \text{ и } 3 \cdot 3 \neq 9)$ »

в форме логического выражения.

Построить таблицу истинности.

2. Доказать, используя таблицы истинности, что

логические выражения $\overline{A \vee B}$ и $A \wedge B$ равносильны.

Вопросы для размышления

1. Что содержат таблицы истинности и каков порядок их построения?
2. Какие логические выражения называются равносильными?

Логические функции

Любое составное высказывание можно рассматривать как логическую функцию $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Логическая функция двух аргументов имеет 4 возможных набора значений аргументов. Поэтому, число функций:

$$N = 2^4 = 16$$

В обыденной и научной речи кроме базовых логических связок «и», «или», «не» используются и некоторые другие:

«если... то...»,

«... тогда и только тогда, когда...» и др.

Некоторые из них имеют свое название и свой символ, и им соответствуют определенные логические функции

Логическое следование (импликация)

- Логическое следование (импликация) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «если..., то...».
- Логическая операция импликации «если A , то B », обозначается $A \rightarrow B$ и выражается с помощью логической функции F_{14} , которая задается соответствующей таблицей истинности (табл.8).

Таблица 8. Таблица истинности логической функции «ИМПЛИКАЦИЯ»

A	B	$F_{14} = A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

**Составное высказывание,
образованное с помощью
операции логического
следования (импликации),
ложно тогда и только тогда, когда
из истинной предпосылки
(первого высказывания) следует
ложный вывод (второе
высказывание).**

- Высказывание «Если число делится на 10, то оно делится на 5» истинно, так как истинны и первое высказывание (предпосылка), и второе высказывание (вывод).
- Высказывание «Если число делится на 10, то оно делится на 3» ложно, так как из истинной предпосылки делается ложный вывод.
- Однако операция логического следования несколько отличается от обычного понимания слова «следует». Если первое высказывание (предпосылка) ложно, то вне зависимости от истинности или ложности второго высказывания (вывода) составное высказывание истинно. Это можно понимать таким образом, что из неверной предпосылки может следовать что угодно.

В алгебре высказываний все логические функции могут быть сведены путем логических преобразований к трем базовым: логическому умножению, логическому сложению и логическому отрицанию

Докажем методом сравнения таблиц истинности (табл. 8 и 9), что операция импликации $A \rightarrow B$ равносильна логическому выражению $\bar{A} \vee B$

Таблица 9. Таблица истинности логического выражения $\bar{A} \vee B$

A	B	\bar{A}	$\bar{A} \vee B$
0	0		
0	1		
1	0		
1	1		

Таблица 8. Таблица истинности логической функции «импликация»

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Логическое равенство (эквивалентность)

- Логическое равенство (эквивалентность) образуется соединением двух высказываний в одно с помощью оборота речи «... тогда и только тогда, когда ...».
- Логическая операция эквивалентности « A тогда и только тогда, когда B » обозначается $A \leftrightarrow B$ и выражается с помощью логической функции F_{10} , которая задается соответствующей таблицей истинности (табл. 10).

Таблица 10. Таблица истинности логической функции эквивалентности

A	B	$F_{10} = A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

**Составное высказывание,
образованное с помощью
логической операции
эквивалентности истинно
тогда и только тогда, когда оба
высказывания одновременно
либо ложны, либо истинны**

- Рассмотрим, например, два высказывания:

A = «Компьютер может производить вычисления» и
 B = «Компьютер включен». Составное высказывание, полученное с помощью операции эквивалентности, истинно, когда оба высказывания либо истинны, либо ложны:

- «Компьютер может производить вычисления тогда и только тогда, когда компьютер включен».
- «Компьютер не может производить вычисления тогда и только тогда, когда компьютер не включен».
- Составное высказывание, полученное с помощью операции эквивалентности, ложно, когда одно высказывание истинно, а другое – ложно:
- «Компьютер может производить вычисления тогда и только тогда, когда компьютер не включен».
- «Компьютер не может производить вычисления тогда и только тогда, когда компьютер включен».

Домашнее задание:

Доказать, используя таблицы истинности, что операция эквивалентности $A \leftrightarrow B$ равносильна логическому выражению: $(A \vee \bar{B}) \wedge (\bar{A} \vee B)$.

Вопросы для размышления:

1. Какое количество логических функций двух аргументов существует?
2. Какие логические функции двух аргументов имеют свои названия?
3. Какое существует количество логических функций трех аргументов?

правила преобразования логических выражений

Законы логики отражают наиболее
важные закономерности
логического мышления

Закон тождества

Всякое высказывание тождественно самому себе:

$$A = A$$

Закон непротиворечия

Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным. Если A истинно, то $\text{не } A$ должно быть ложным. Следовательно, логическое произведение высказывания и его отрицания должно быть ложно:

$$A \wedge \bar{A} = 0$$

Закон исключенного третьего

Высказывание может быть либо истинным, либо ложным, третьего не дано. Следовательно, результат логического сложения и его отрицания всегда «истина»:

$$A \vee \bar{A} = 1$$

Закон двойного отрицания

Если дважды отрицать некоторое высказывание, то в результате мы получим исходное высказывание

$$\bar{\bar{A}} = A$$

Законы де Моргана

$$\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$$

$$\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$$

Законы преобразований логических выражений

Закон коммутативности

Можно менять местами логические переменные при операциях \wedge и \vee :

Логическое умножение	Логическое сложение
$A \wedge B = B \wedge A$	$A \vee B = B \vee A$

Закон ассоциативности

Если используются только \wedge или только \vee , то можно пренебрегать скобками или произвольно их расставлять:

Логическое умножение	Логическое сложение
$(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$

Закон дистрибутивности

В отличие от обычной алгебры, где за скобки можно выносить только общие множители, в алгебре высказываний можно выносить за скобки как общие множители, так и общие слагаемые:

Дистрибутивность умножения относительно сложения	Дистрибутивность сложения относительно умножения
$ab + ac = a(b+c)$ – в алгебре $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) = A \wedge (B \vee C)$	$(A \vee B) \wedge (A \vee C) = A \vee (B \wedge C)$

Необходимо упростить логическое
выражение:

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}).$$

Домашнее задание:

1. Доказать справедливость первого $\overline{A \vee B} = \bar{A} \wedge \bar{B}$ и второго $\overline{A \wedge B} = \bar{A} \vee \bar{B}$ законов де Моргана, используя таблицы истинности.

2. Упростить логические выражения:

а) $(A \vee \bar{A}) \& B$;

б) $A \wedge (A \vee B) \wedge (B \vee \bar{B})$.

ОТВЕТЫ:

$$\text{а) } (A \vee \bar{A}) \& B = 1 \& \underline{\underline{B}} = B;$$

$$\text{б) } A \& (A \vee B) \& (B \& \bar{B}) = A \& (A \vee B) \& 0 = 0.$$

Дополнение:

1. Закон коммутативности (Переместительный закон)
2. Закон ассоциативности (Сочетательный закон)
3. Закон дистрибутивности (Распределительный закон)
4. Законы де Моргана (Законы инверсии)

Закон идемпотентности:

Для логического сложения

$$X \vee X = X$$

Для логического умножения

$$X \wedge X = X$$

Закон поглощения:

$$A \vee (A \wedge B) = A$$

$$A \wedge (A \vee B) = A$$

$$A \vee (\bar{A} \wedge B) = A \vee B$$

$$A \wedge (\bar{A} \vee B) = A \wedge B$$

Закон исключения

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B}) = A$$

$$(A \vee B) \wedge (A \vee \bar{B}) = A$$

Решение логических задач

Логические задачи формулируются на естественном языке. Их необходимо записать на языке алгебры высказываний. Логические выражения надо упростить и проанализировать. Иногда бывает необходимо построить таблицу истинности.

Условие задачи

В школе в каждой из двух аудиторий может находиться либо кабинет информатики, либо кабинет физики. На дверях аудиторий повесили шуточные таблички. На первой повесили табличку «По крайней мере, в одной из этих аудиторий размещается кабинет информатики», а на второй аудитории – табличку с надписью «Кабинет физики находится в другой аудитории». Проверяющему известно только, что надписи на табличках либо обе истинны, либо обе ложны. Помогите найти кабинет информатики.

Решение задачи

Так как в каждой из аудиторий может находиться кабинет информатики, то пусть:

A = «В первой аудитории находится кабинет информатики»;

B = «Во второй аудитории находится кабинет информатики».

Отрицания этих высказываний:

\bar{A} = «В первой аудитории находится кабинет физики»;

\bar{B} = «Во второй аудитории находится кабинет физики».

Высказывание, содержащееся на табличке на двери первой аудитории, соответствует логическому выражению:

$$X = A \vee B.$$

Высказывание, содержащееся на табличке на двери второй аудитории, соответствует логическому выражению:

$$Y = \bar{A}.$$

Надписи на табличках либо одновременно истинные, либо одновременно ложные в соответствии с законом исключенного третьего записывается следующим образом:

$$(X \wedge Y) \vee (\bar{X} \wedge \bar{Y}) = 1.$$

Подставим вместо X и Y формулы:

$$(X \wedge Y) \vee (\bar{X} \wedge \bar{Y}) = ((A \vee B) \wedge \bar{A}) \vee ((\overline{A \vee B}) \wedge \bar{A}).$$

Упростим сначала первое слагаемое. В соответствии с законом дистрибутивности умножения относительно сложения:

$$(A \vee B) \wedge \bar{A}$$

В соответствии с законом непротиворечия:

$$A \wedge \bar{A} \vee B \wedge \bar{A}$$

Упростим теперь второе слагаемое. В соответствии с первым законом де Моргана, двойного отрицания и ассоциативности:

$$\overline{(A \vee B)} \wedge \overline{\overline{A}}$$

В соответствии с законом непротиворечия:

$$\overline{A} \wedge A \wedge \overline{B}$$

В результате получаем:

$$(0 \vee B \wedge \overline{A}) \vee 0$$

Полученное логическое выражение оказалось простым и поэтому его можно проанализировать без построения таблицы истинности. Для того чтобы выполнялось равенство $B \wedge \bar{A} = 1$, B и \bar{A} должны быть равны 1, то есть соответствующие им высказывания истинны.

Ответ:

В первой аудитории находится кабинет физики, а во второй – кабинет информатики.

Домашнее задание:

Брауну, Джонсу и Смиту предъявлено обвинение в соучастии в ограблении банка. В ходе следствия Браун сказал, что преступники были на синем "Бьюике", Джонс сказал, что это был черный "Крайслер", Смит утверждал, что это был "Форд", но не синий. Каждый указал неправильно либо марку, либо цвет автомобиля.

(x = "машина – синяя", y = "машина – Бьюик",
 z = "машина – черная", k = "машина – Крайслер", f
= "машина – Форд").

Высказывание Брауна – $X \wedge Y$

высказывание Джонса – $Z \wedge K$

высказывание Смита – $\bar{X} \wedge F$

Так как одна из переменных принимает значение "истина", то истинны и дизъюнкции вида:

$$X \vee Y = 1, \quad Z \vee K = 1, \quad \bar{X} \vee F = 1$$

Чтобы определить машину, должно выполняться условие:

$$(X \vee Y) \wedge (Z \vee K) \wedge (\bar{X} \vee F) = 1$$

Упростим:

$$(X \vee Y) \wedge (Z \vee K) \wedge (\bar{X} \vee F) = 1$$

В результате, получаем:

$$Y \wedge Z \wedge \bar{X} = 1,$$

Так как *конъюнкция* истинна только тогда, когда

$$Y = 1, Z = 1, \bar{X} = 1,$$

то заключаем, что автомобиль был

черным "Бьюиком".



Задание:

Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $A \wedge \neg (\neg B \vee C)$?

1) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$

2) $A \wedge \neg B \wedge \neg C$

3) $A \wedge B \wedge \neg C$

4) $A \wedge \neg B \wedge C$

Построить таблицу истинности для
выражения $A \wedge (B \vee \bar{B} \wedge \bar{C})$



Операция логического умножения

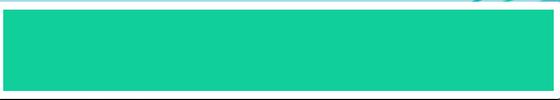
Обозначение либ .

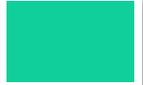
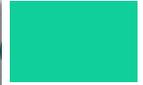
Составное высказывание F :

$F =$

Таблица истинности функции логического умножения

Операция логического сложения:



Обозначение  либ  .

Составное высказывание F :

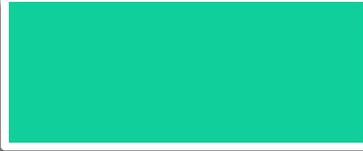
$$F = \text{$$

Таблица истинности функции логического умножения

Операция логического отрицания

Обозначение либ .

Составное высказывание F :

$F =$

Таблица истинности функции логического умножения

Логические основы устройства компьютера

Базовые логические элементы

Базовые логические элементы реализуют три основные логические операции:

логический элемент "И" - логическое умножение;

логический элемент "ИЛИ" - логическое сложение;

логический элемент "НЕ" - инверсию.



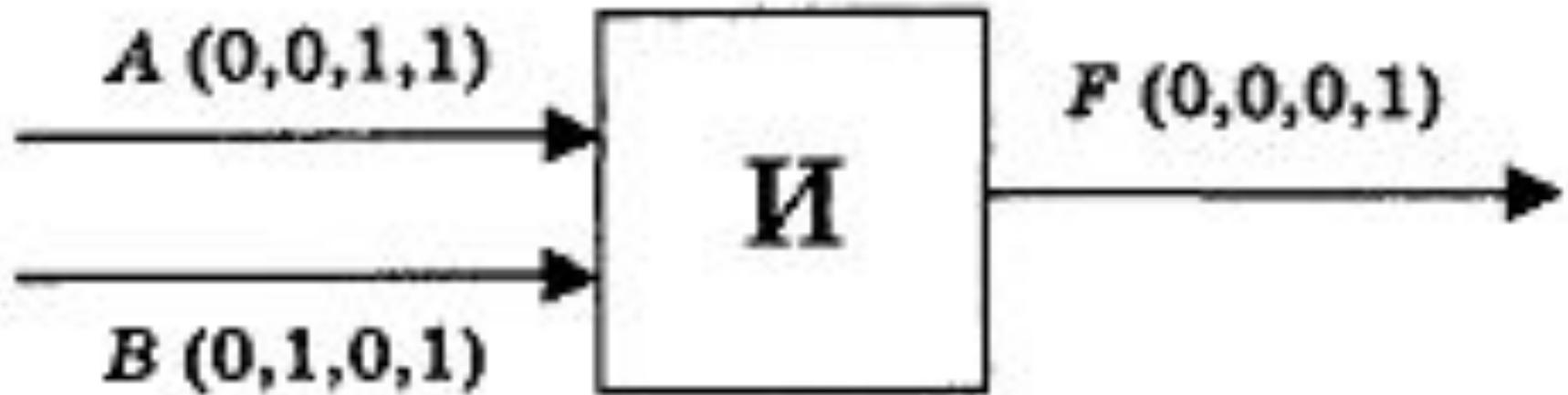
Любые устройства компьютера, производящие
обработку или хранение информации, могут быть
собраны из базовых логических элементов

Логические элементы компьютера оперируют с сигналами, представляющими собой электрические импульсы

Есть импульс - 1,
нет импульса - 0.

На входы логического элемента поступают сигналы-
значения аргументов, на выходе появляется сигнал-
значение функции.

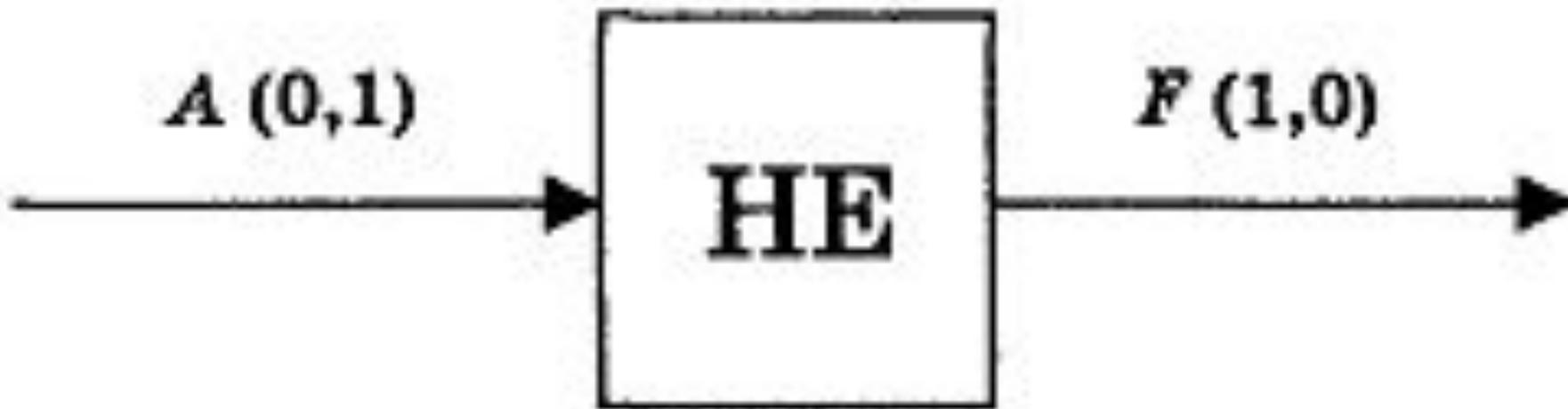
Логический элемент "И"



Логический элемент "ИЛИ"



Логический элемент "НЕ"



Сумматор двоичных чисел

В целях упрощения работы компьютера все операции в процессоре сводится к сложению двоичных чисел. Поэтому главной частью процессора являются сумматоры, которые обеспечивают такое сложение.



Полусумматор

Таблица сложения одноразрядных двоичных чисел с учетом переноса в старший разряд

Слагаемые		Перенос	Сумма
A	B	P	S
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

$$P = A \wedge B$$

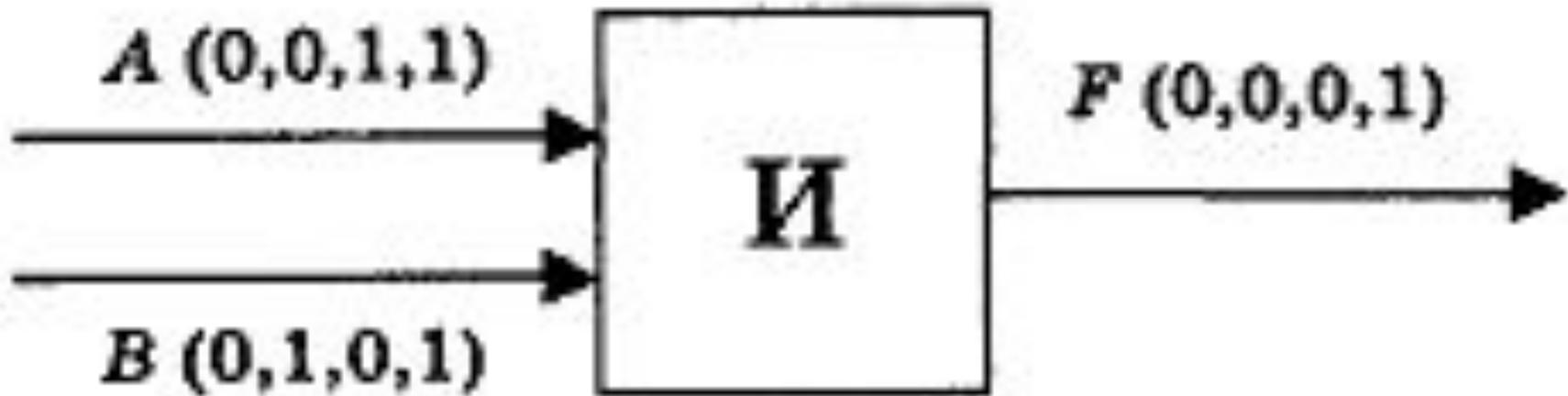
$$S = (A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$$

Таблица истинности логической функции

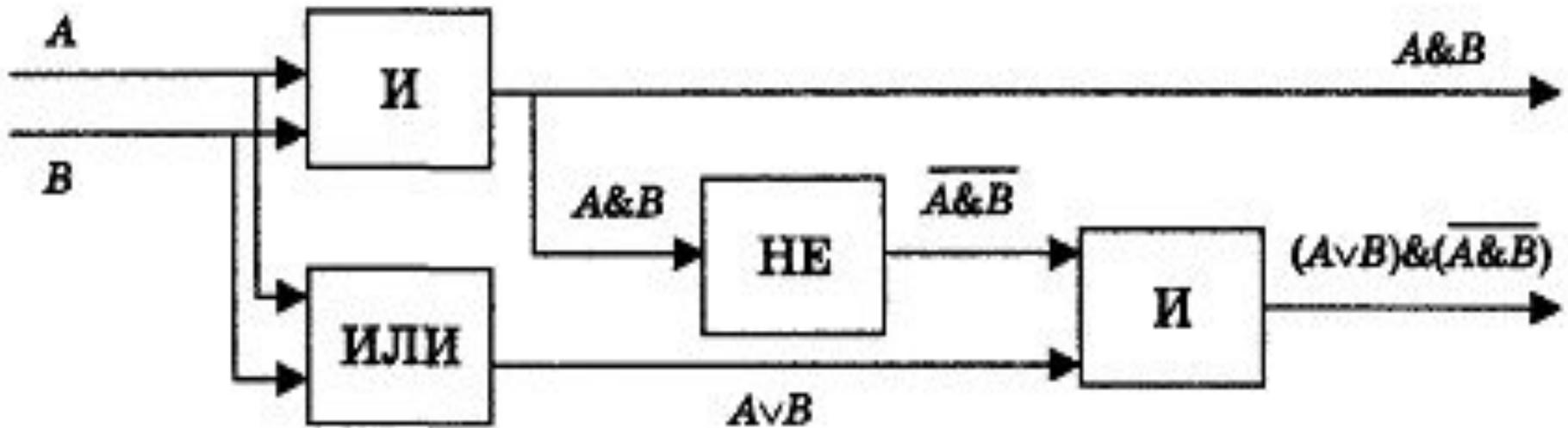
A	B	$A \vee B$	$A \wedge B$	$\overline{(A \wedge B)}$	$(A \vee B) \wedge \overline{(A \wedge B)}$

Построим из базовых логических элементов схему сложения одноразрядных двоичных чисел

Для получения переноса необходимо использовать
логический элемент "И"



$$S = (A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$$



Данная схема называется полусумматором, так как реализует суммирование одноразрядных двоичных чисел без учета переноса из младшего разряда

Слагаемые		Перенос из младшего разряда	Перенос	Сумма
A	B	P_0	P	S
0	0	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	1	1	0
1	1	1	1	1

$$P = (A \wedge B) \vee (A \wedge P_0) \vee (B \wedge P_0)$$

Для получения суммы:

Для полусумматора $S = (A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$

Аналогично, для полного
одноразрядного сумматора

$$S = (A \vee B \vee P_0) \wedge \overline{P}$$

Слагаемые		Перенос из младшего разряда	Перенос	Сумма
A	B	P_0	P	S
0	0	0	0	0
0	1	0	0	1
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0
0	0	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	1	1	0
1	1	1	1	1

$$P = (A \wedge B) \vee (A \wedge P_0) \vee (B \wedge P_0)$$

$$S = (A \vee B \vee P_0) \wedge \bar{P}$$

$$P = (A \wedge B) \vee (A \wedge P_0) \vee (B \wedge P_0)$$

$$S = (A \vee B \vee P_0) \wedge \bar{P}$$

Для получения правильного значения суммы необходимо сложить полученное выше S с результатом логического умножения входных переменных (A, B, P_0)

$$S = (A \vee B \vee P_0) \wedge \bar{P}_0 \vee (A \wedge B \wedge P_0)$$

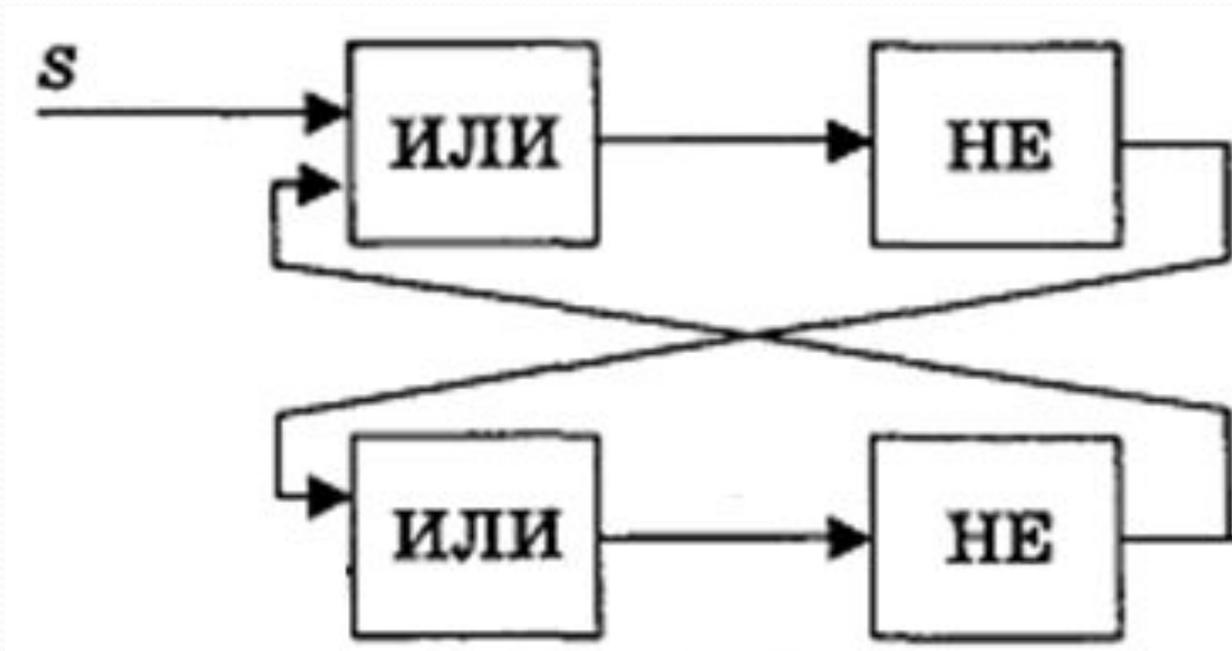
Многоразрядный сумматор

Состоит из полных одноразрядных сумматоров. На каждый разряд ставится одноразрядный сумматор, причем выход (перенос) сумматора младшего разряда подключается ко входу сумматора старшего разряда

Триггер

Важнейшей структурной единицей оперативной памяти компьютера, регистров процессора является **триггер**. Это устройство позволяет запоминать, хранить и считывать информацию (каждый триггер может хранить 1 бит информации)

Триггер можно построить из двух логических элементов "ИЛИ" и двух элементов "НЕ"



Домашняя работа:

1. Построить таблицы истинности для логических формул, по которым определяются перенос и сумма полного одноразрядного сумматора.
2. Построить схему полного сумматора одноразрядных двоичных чисел с учетом переноса из младшего разряда.
3. Проследить по логической схеме триггера, что происходит после поступления сигнала 1 на вход R (сброс).

Строгая дизъюнкция или Сложение по модулю «2»

Соответствует оборотам речи «или..., или...» или «либо..., либо...», и обозначается

$$A \oplus B$$

Выражение $A \oplus B$ истинно в том и только в том случае, когда исходные высказывания A и B не равны между собой

Таблица истинности функции логического сложения по модулю «2»

A	B	$F = A \oplus B$

Представление сложения по модулю «2» через конъюнкцию, дизъюнкцию и инверсию:

$$A \oplus B = A \wedge \bar{B} \vee \bar{A} \wedge B$$

Сравнив таблицы истинности операций эквивалентности и сложения по модулю «2», можно сделать вывод, что эти операции являются инверсией друг друга, то есть

$$A \leftrightarrow B = \overline{A \oplus B}$$

A	B	F = $A \oplus B$

A	B	F = $A \leftrightarrow B$

Свойства строгой дизъюнкции:

$$A \oplus A = 0$$

$$A \oplus \bar{A} = 1$$

$$A \oplus 0 = A$$

$$A \oplus 1 = \bar{A}$$

A	B	$F = A \oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Стрелка Пирса (символ Лукашевича)

Соответствует обороту речи «ни..., ни...»,
обозначается следующим образом:

$$A \downarrow B$$

Выражение $A \downarrow B$ истинно в том и только в
том случае, когда оба высказывания A и B
ложны

Таблица истинности функции стрелка Пирса

A	B	$F = A \downarrow B$

Представление стрелки Пирса через конъюнкцию, дизъюнкцию и инверсию:

$$\bar{A} = A \downarrow A$$

$$A \wedge B = (A \downarrow A) \downarrow (B \downarrow B)$$

$$A \vee B = (A \downarrow B) \downarrow (A \downarrow B)$$

Сравнив таблицы истинности операций дизъюнкции и стрелки Пирса, можно сделать вывод, что эти операции являются инверсией друг друга, то есть $A \vee B = \overline{A \downarrow B}$

A	B	F = A ∨ B

A	B	F = A ↓ B

Свойства Стрелки Пирса:

$$A \downarrow A = \bar{A}$$

$$A \downarrow \bar{A} = 0$$

$$A \downarrow 0 = \bar{A}$$

$$A \downarrow 1 = 0$$

A	B	$F = A \downarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Штрих Шеффера

Соответствует обороту речи «не... или не...»,
обозначается следующим образом

$$A|B$$

Выражение $A|B$ ложно в том и только в том
случае, когда оба высказывания A и B
ИСТИНЫ

Таблица истинности функции штриха Шеффера

A	B	$F = A B$

Представление штриха Шеффера через конъюнкцию, дизъюнкцию и инверсию:

$$\bar{A} = A | A$$

$$A \wedge B = (A | B) | (A | B)$$

$$A \vee B = (A | A) | (B | B)$$

Сравнив таблицы истинности операций конъюнкции и штриха Шеффера, можно сделать вывод, что эти операции являются инверсией друг друга, то есть

$$A \wedge B = \overline{A | B}$$

A	B	F = A ^ B

A	B	F = A B

Свойства Штриха Шеффера:

$$A|A = \bar{A}$$

$$A|\bar{A} = 1$$

$$A|0 = 1$$

$$A|1 = \bar{A}$$

A	B	F = A B
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Повторение пройденного материала

ФОРМЫ МЫШЛЕНИЯ

Логика

Форма мышления, с помощью которой из одного или нескольких суждений может быть получено новое суждение

Понятие

Наука, разработанная для того, чтобы можно было определять истинность или ложность составных высказываний, не вникая в их содержание

Умозаключение

Форма мышления, фиксирующая основные, существенные признаки объекта

Высказывание

Форма мышления, в которой что-либо утверждается или отрицается о свойствах реальных предметов и отношениях между ними

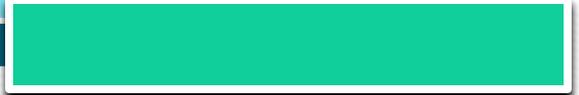
Алгебра

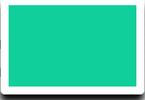
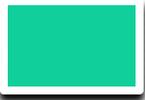
ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Наука о формах и способах мышления

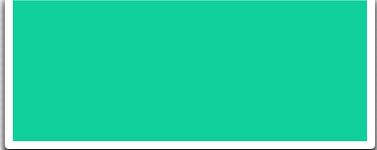
Логические операции

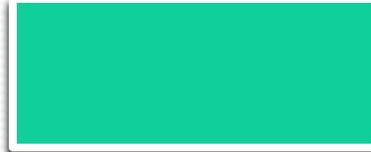
Операция логического умножения



Обозначение  либ  .

Составное высказывание F :

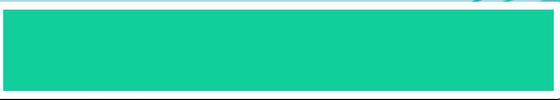
$$F = \text{$$



Логическая связка

Таблица истинности функции логического умножения

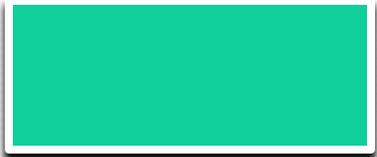
Операция логического сложения:



Обозначение  либ  .

Составное высказывание F :

$F =$



Логическая связка

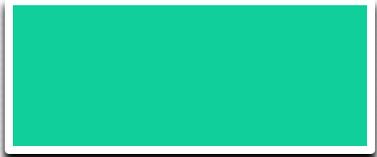
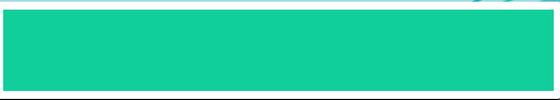
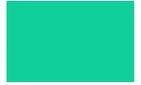
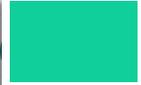


Таблица истинности функции логического умножения

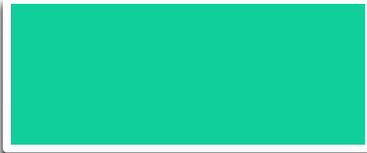
Операция логического отрицания



Обозначение  либ  .

Составное высказывание F :

$F =$



Логическая связка

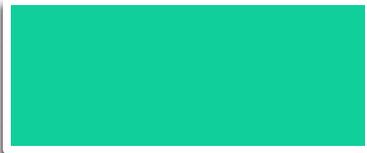
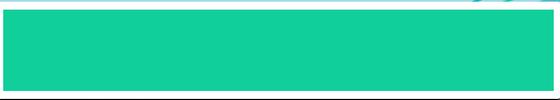


Таблица истинности функции логического умножения

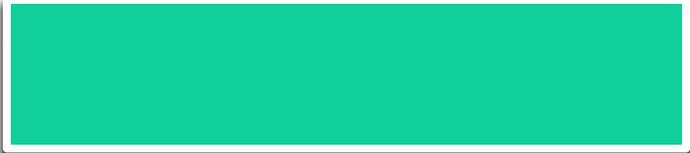
Операция логического следования



Обозначение  либ  .

Составное высказывание F :

$F =$



Логическая связка

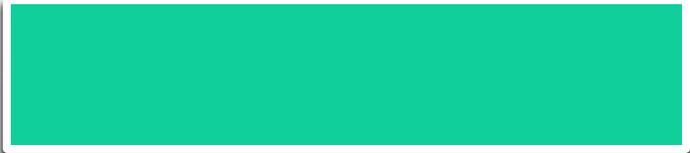
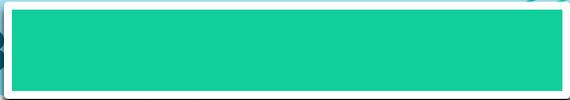


Таблица истинности функции логического умножения

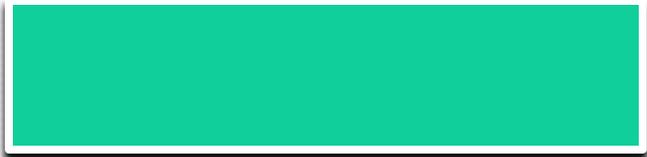
Операция логического равенства



Обозначение  либ  .

Составное высказывание F :

$F =$



Логическая связка

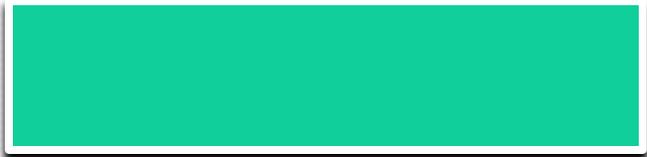


Таблица истинности функции логического умножения

Логические законы и правила преобразования логических выражений

Закон тождества

Закон непротиворечия

Закон исключенного третьего

Закон двойного отрицания

Законы де Моргана

Законы преобразований ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ

Закон коммутативности

Закон ассоциативности

Закон дистрибутивности

Упростите выражение

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \bar{B})$$

$$(A \vee \bar{A}) \wedge B$$

$$A \wedge (A \vee B) \wedge (B \wedge \bar{B})$$

$$A \wedge (\bar{A} \vee B)$$

$$A \vee (\bar{A} \wedge B)$$

$$(A \vee B) \wedge (\bar{B} \vee A) \wedge (\bar{C} \vee B)$$

Логические основы устройства компьютера

Конъюнктор

Дизъюнктор

Инвертор

Построить логические схемы

$$(A \vee B) \wedge (\overline{A \wedge B})$$

$$(\overline{A \wedge \overline{B}}) \vee (\overline{A} \wedge B) \vee (A \vee \overline{B})$$

Построить логические схемы

$$(A \vee B) \wedge (\bar{B} \vee A) \wedge (\bar{C} \vee B)$$

$$(A \vee B \vee C) \wedge \overline{(\bar{A} \vee B \vee \bar{C})}$$

Построить логические схемы

$$F(X, Y, Z) = ((X \vee \bar{Y}) \wedge Y) \vee (\bar{X} \wedge (Y \vee Z))$$

$$F(X, Y, Z) = ((\bar{X} \vee Y) \wedge Z) \vee (\bar{X} \wedge \bar{Y})$$