

ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

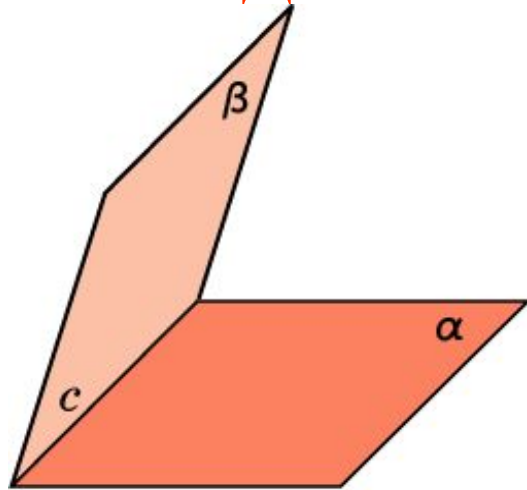


Рис. 1

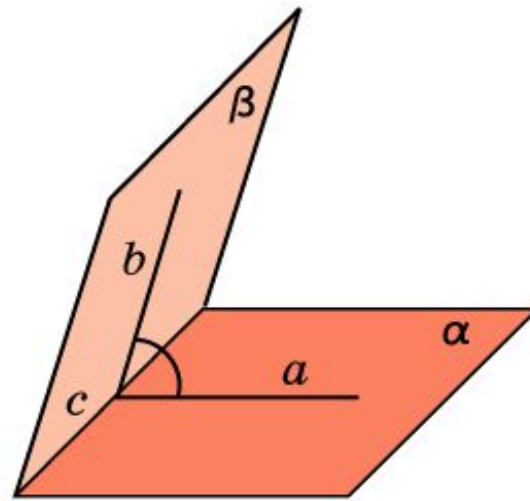


Рис. 2

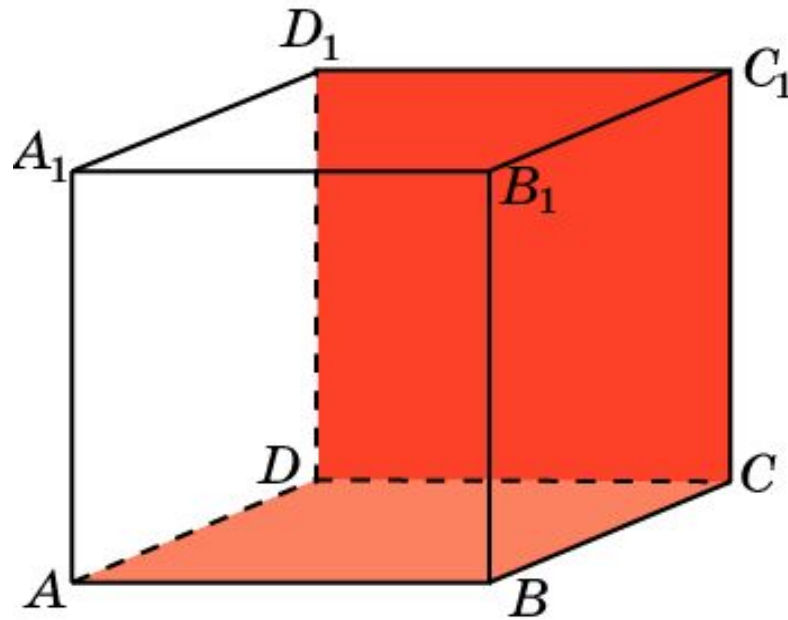
Двугранным углом называется фигура (рис. 1), образованная двумя полуплоскостями, с общей ограничивающей их прямой, и частью пространства, ограниченной этими полуплоскостями. Полуплоскости называются гранями двугранного угла, а их общая граничная прямая – ребром двугранного угла.

Линейным углом двугранного угла называется угол, полученный в результате пересечения данного двугранного угла и какой-нибудь плоскости, перпендикулярной его ребру (рис. 2).

Величиной двугранного угла называется величина его линейного угла.

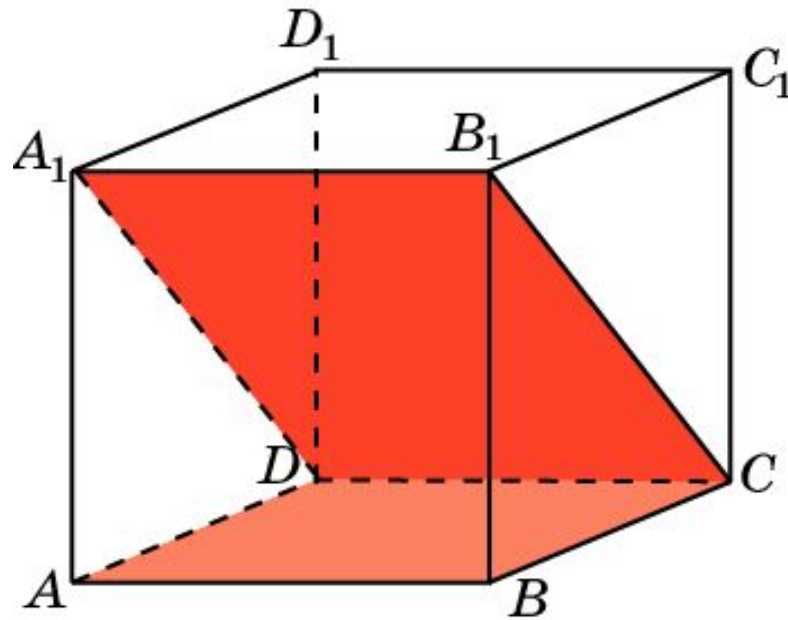
Куб 1

В кубе $A\dots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDD_1 .



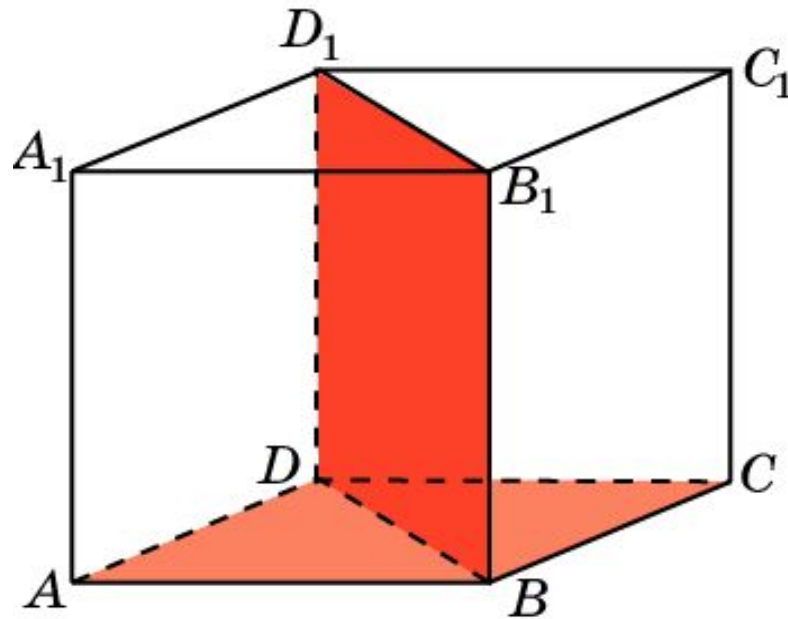
Куб 2

В кубе $A\dots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и CDA_1 .



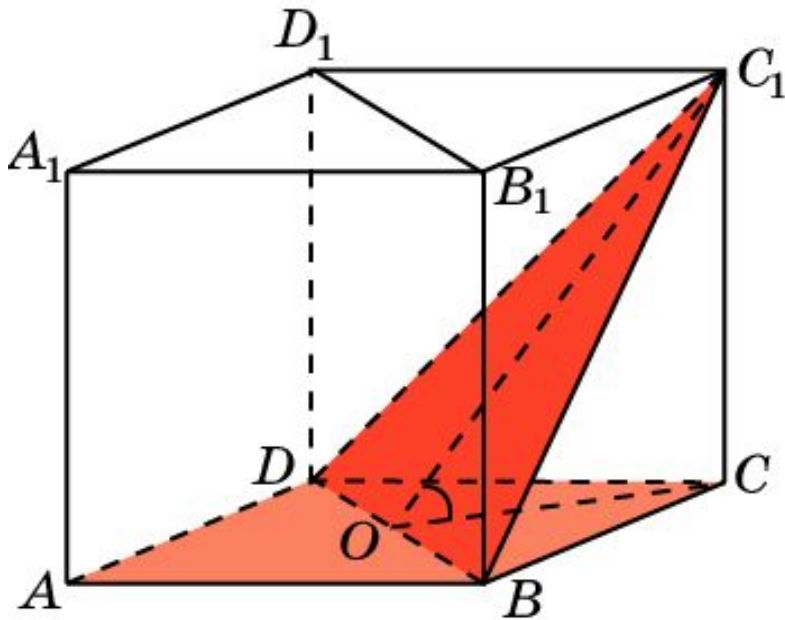
Куб 3

В кубе $A\dots D_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BDD_1 .



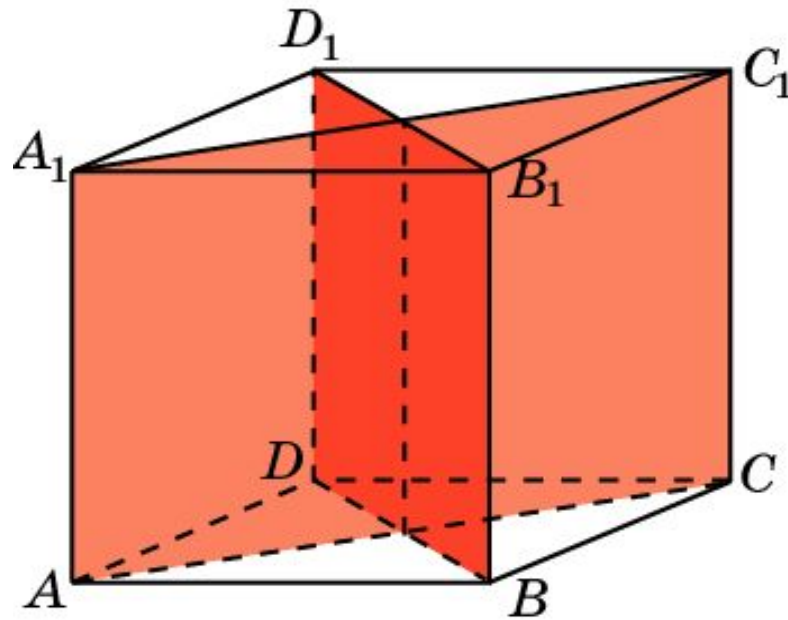
Куб 4

В кубе $A\dots D_1$ найдите тангенс угла между плоскостями ABC и BC_1D .



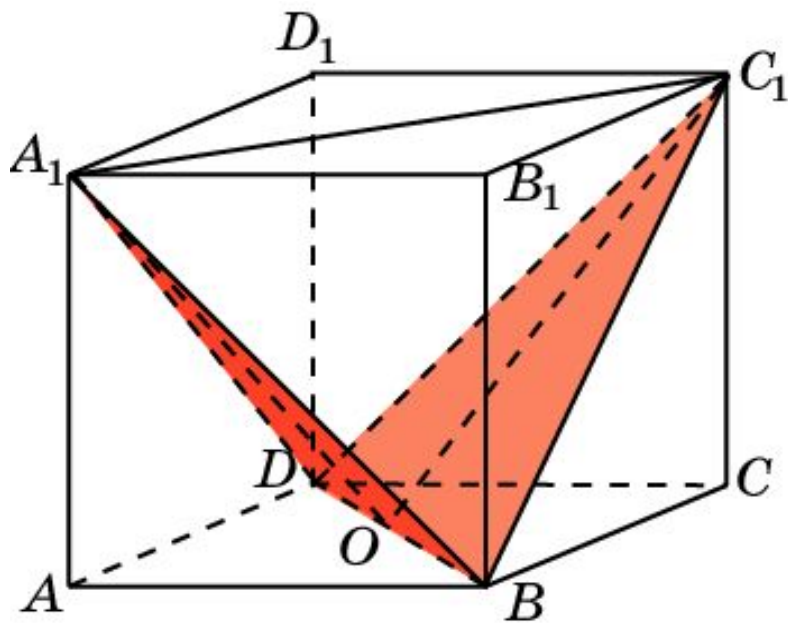
Куб 6

В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BDD_1 .



Куб 8

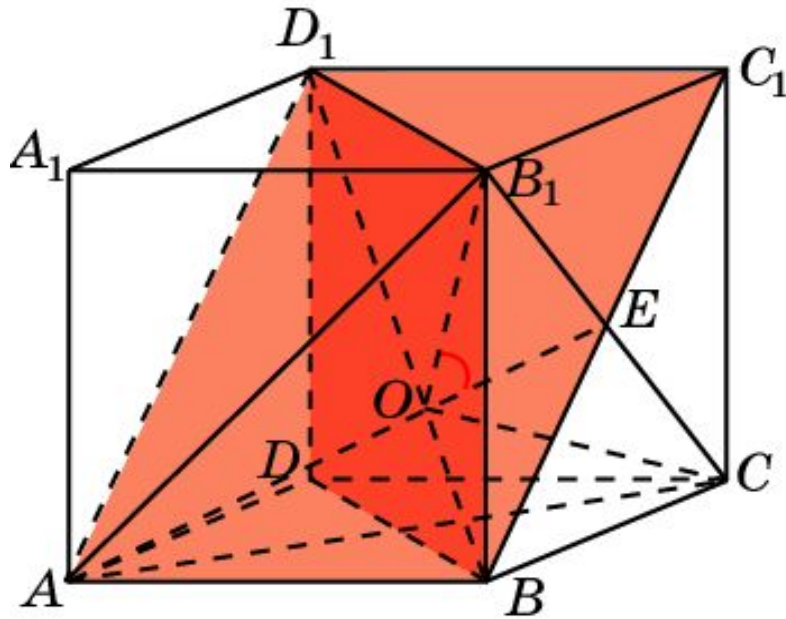
В кубе $A...D_1$ найдите косинус угла между плоскостями BC_1D и BA_1D .



Куб 10*

В кубе $A...D_1$ найдите угол между плоскостями

ABC_1 и BB_1D_1 .

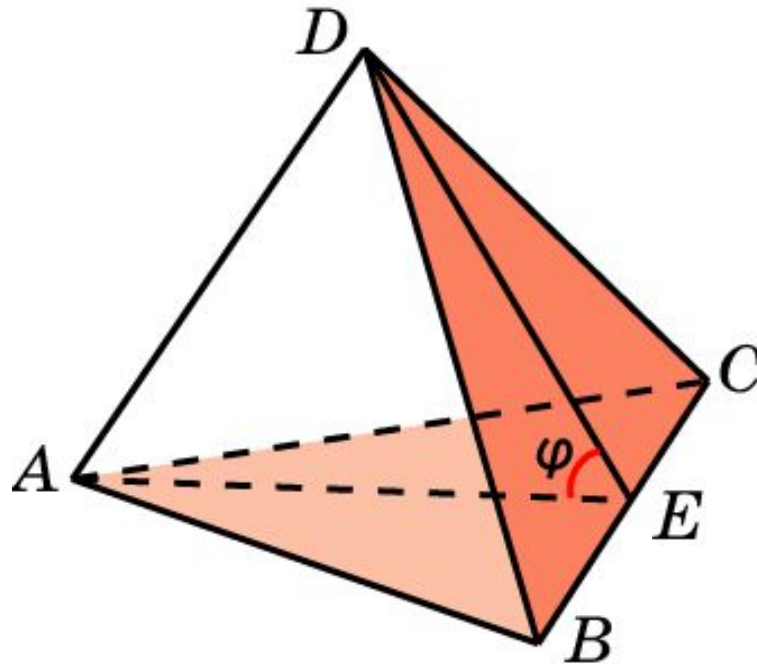


Решение: Заметим, что плоскость равностороннего треугольника ACB_1 перпендикулярна диагонали BD_1 , которая проходит через центр O этого треугольника. Искомым линейным углом будет угол B_1OE , который равен 60° .

Ответ: 60° .

Пирамида 1

В правильном тетраэдре $ABCD$ найдите косинус угла между плоскостями ABC и BCD .



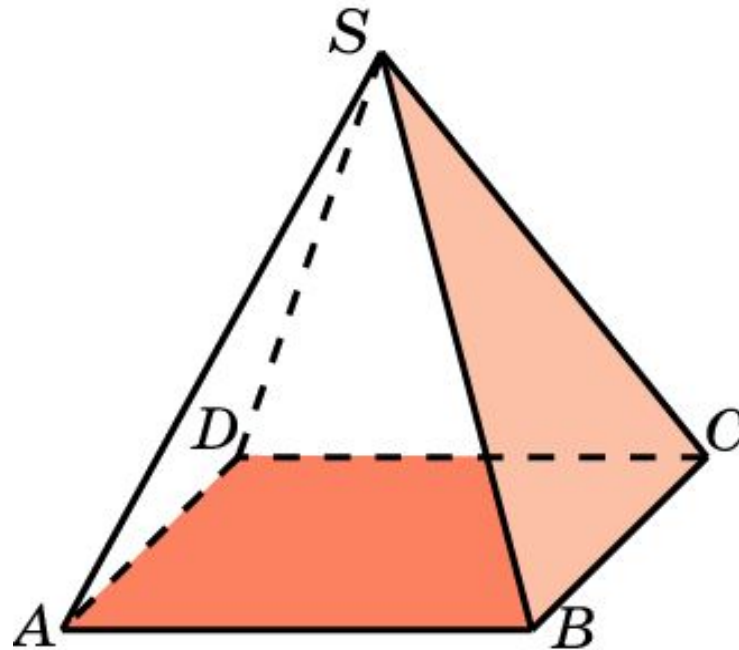
Решение: Пусть E – середина BC . Искомым линейным углом φ является угол AED . В треугольнике AED имеем:

$AD = 1, AE = DE = \frac{\sqrt{3}}{2}$. По теореме косинусов находим $\cos \varphi = \frac{1}{3}$.

Ответ: $\cos \varphi = \frac{1}{3}$.

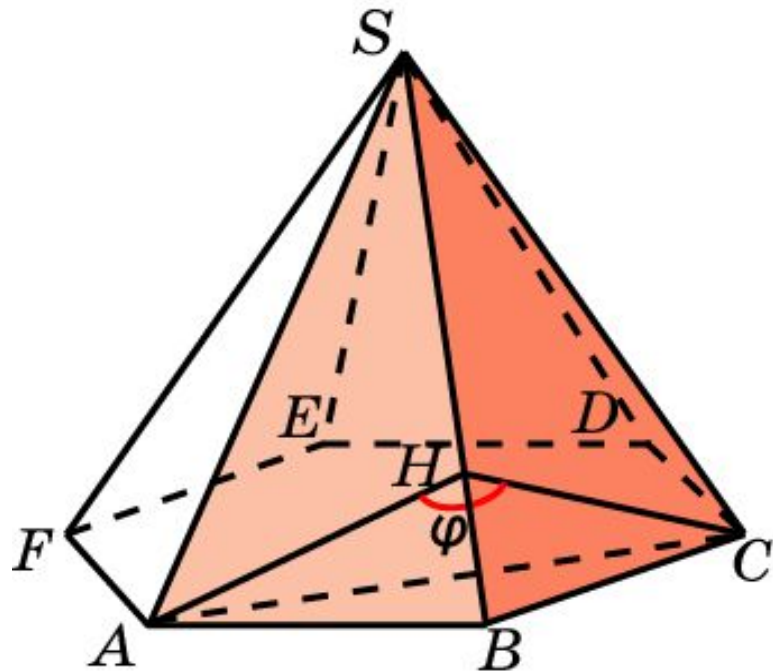
Пирамида 3

В правильной пирамиде $SABCD$, все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями SBC и ABC .



Пирамида 8

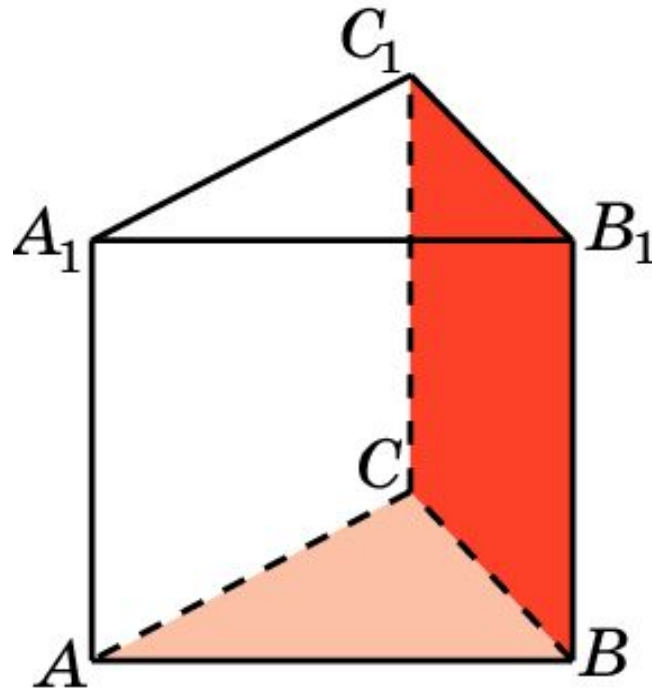
В правильной 6-ой пирамиде $SABCDEF$, боковые ребра которой равны 2, а стороны основания – 1, найдите косинус двугранного угла, образованного гранями SAB и SBC .



φ

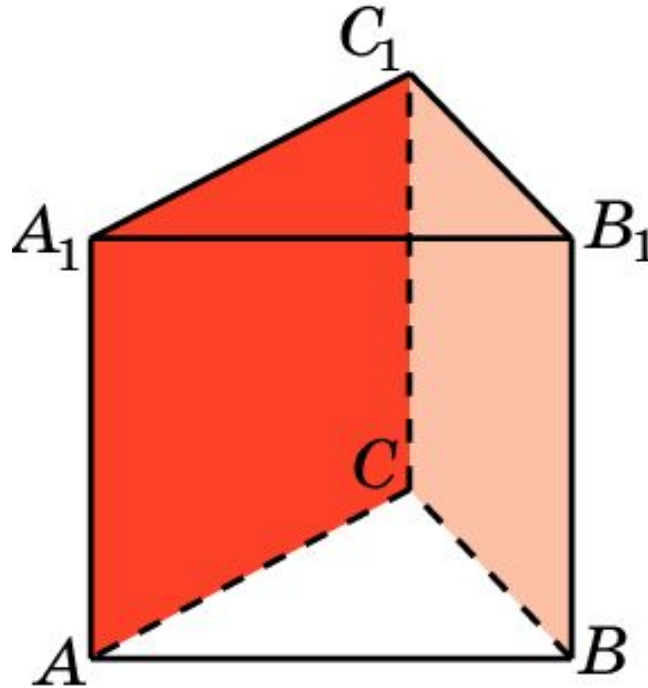
Призма 1

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ найдите угол между плоскостями ABC и BB_1C_1 .



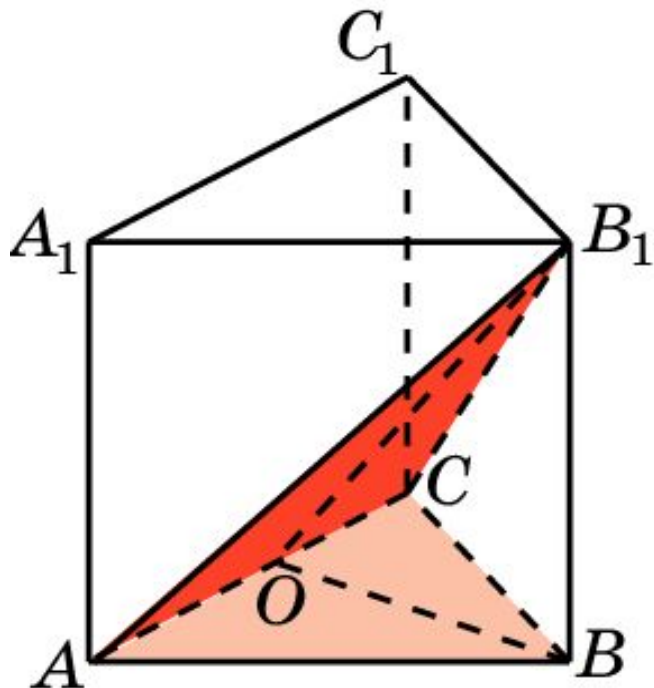
Призма 2

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ найдите угол между плоскостями ACC_1 и BCC_1 .



Призма 4

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$, все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и ACB_1 .



Решение: Обозначим O - середину ребра AC . Искомым линейным углом будет угол BOB_1 .

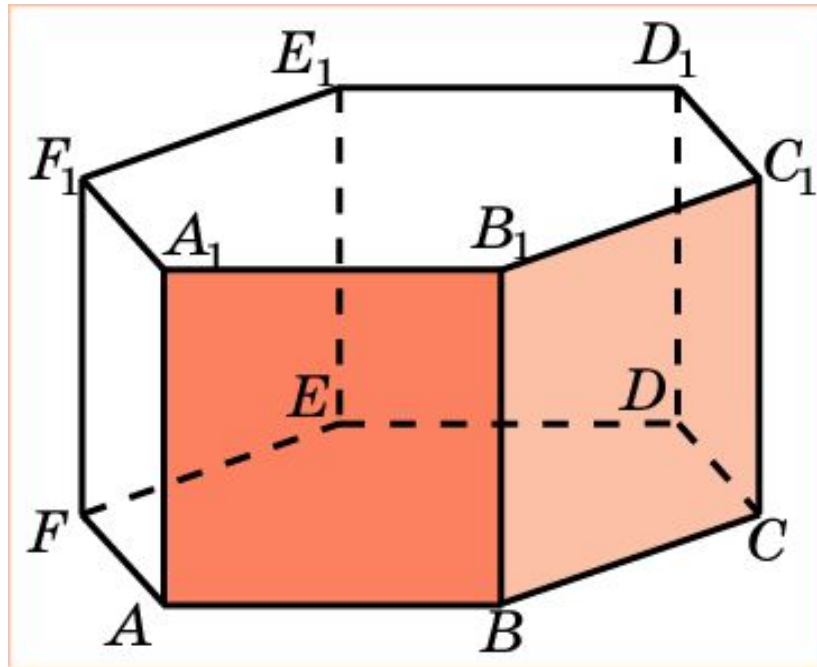
В прямоугольном треугольнике BOB_1 имеем

$$BB_1 = 1; BO = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Следовательно, $tg \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

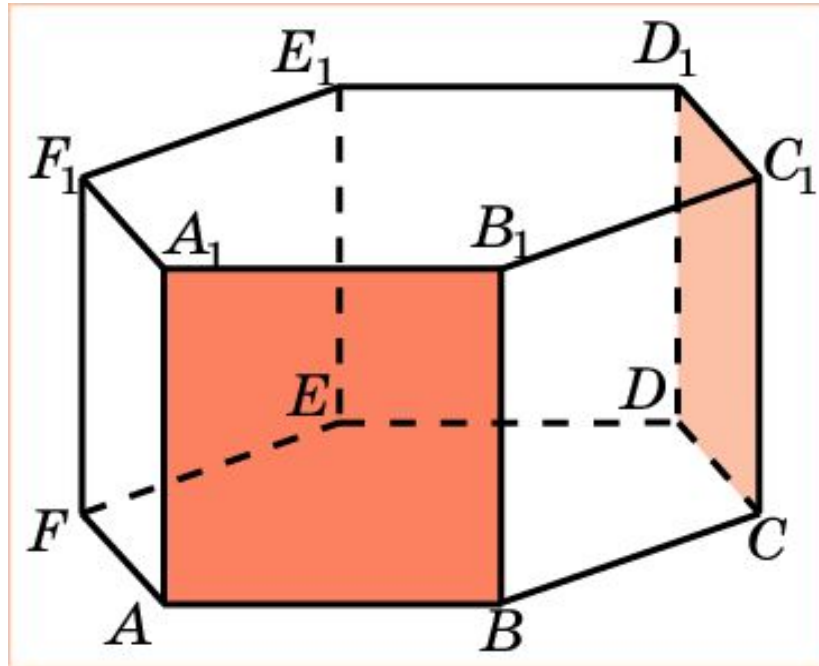
Призма 7

Найдите двугранный угол, образованный соседними боковыми гранями правильной 6-й призмы $A...F_1$.



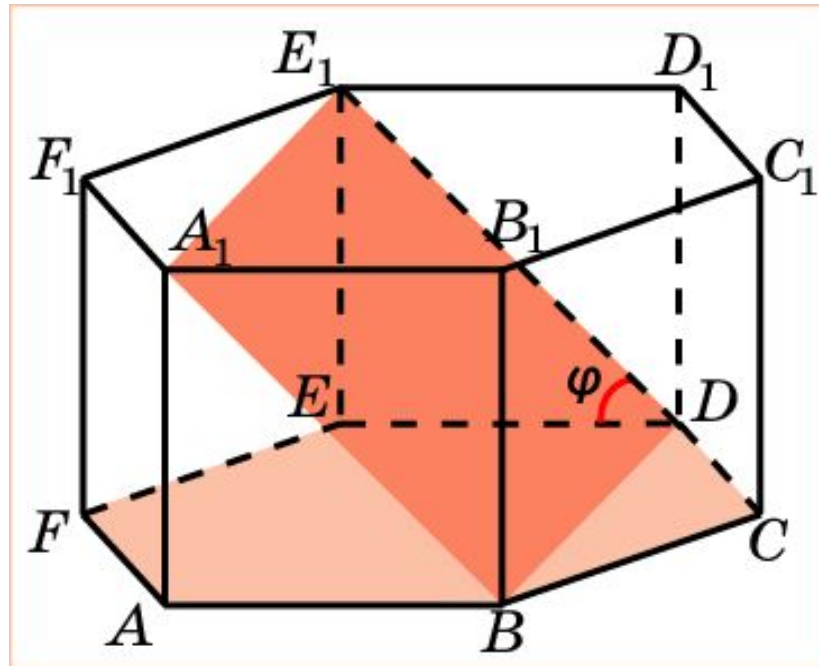
Призма 8

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$ найдите угол между плоскостями ABB_1 и CDD_1 .



Призма 14

В правильной 6-й призме $A\dots F_1$, ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями ABC и BDE_1 .



Призма 16

В правильной 6-й призме $A...F_1$, ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями ABC и ADE_1 .

