

# ДВУГРАННЫЙ УГОЛ

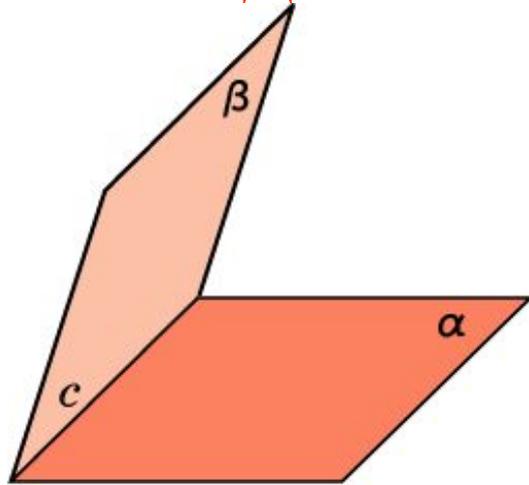


Рис. 1

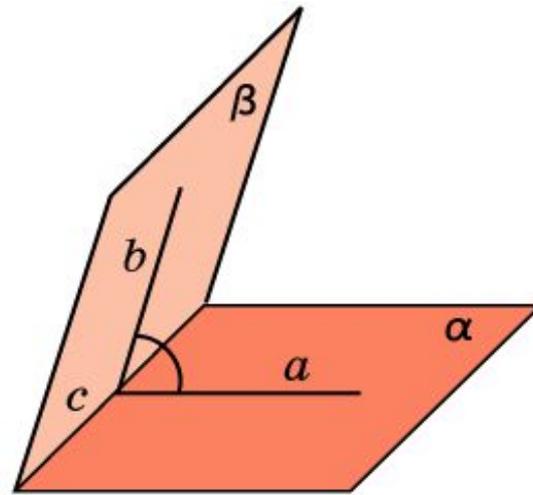


Рис. 2

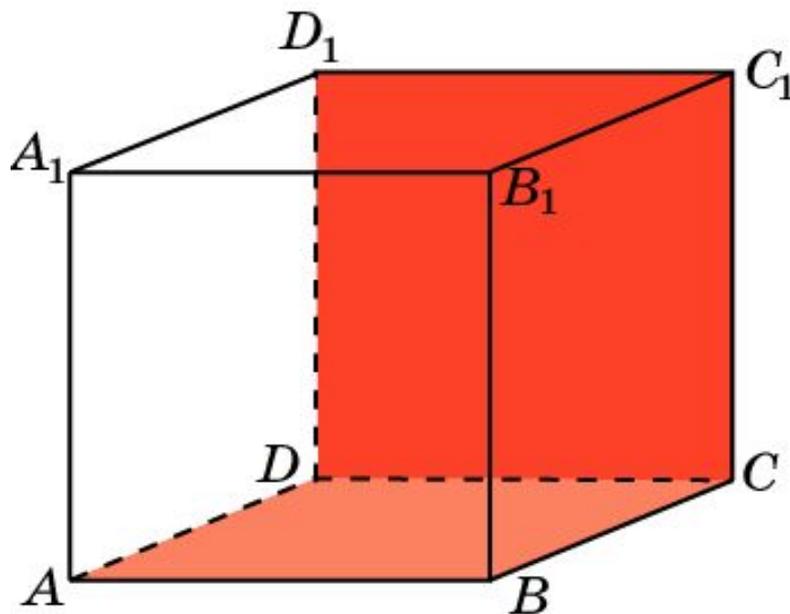
**Двугранным углом** называется фигура (рис. 1), образованная двумя полуплоскостями, с общей ограничивающей их прямой, и частью пространства, ограниченной этими полуплоскостями. Полуплоскости называются гранями двугранного угла, а их общая граничная прямая – ребром двугранного угла.

**Линейным углом** двугранного угла называется угол, полученный в результате пересечения данного двугранного угла и какой-нибудь плоскости, перпендикулярной его ребру (рис. 2).

**Величиной двугранного угла** называется величина его линейного угла.

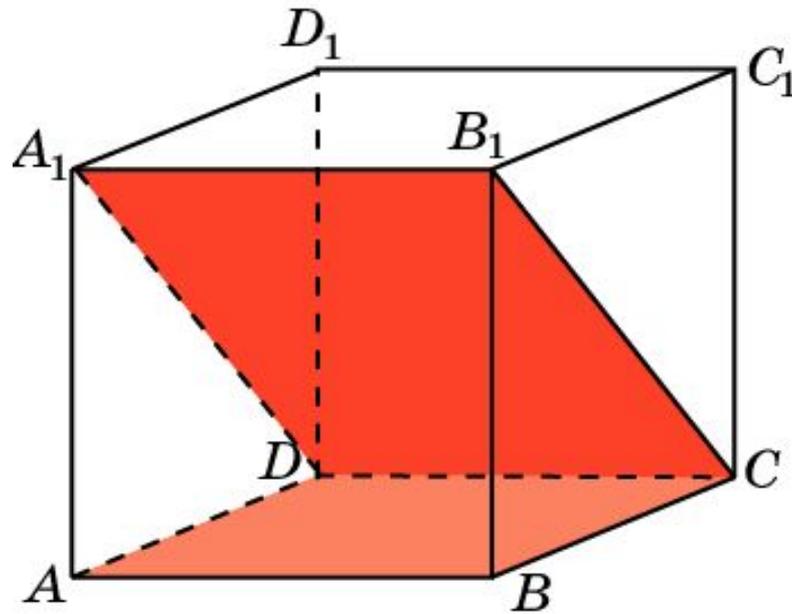
# Куб 1

В кубе  $A\dots D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDD_1$ .



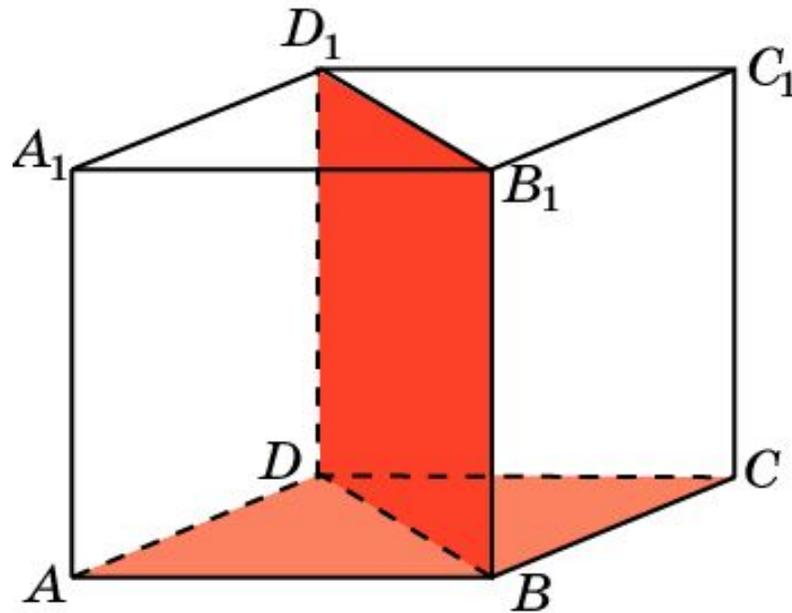
## Куб 2

В кубе  $A\dots D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $CDA_1$ .



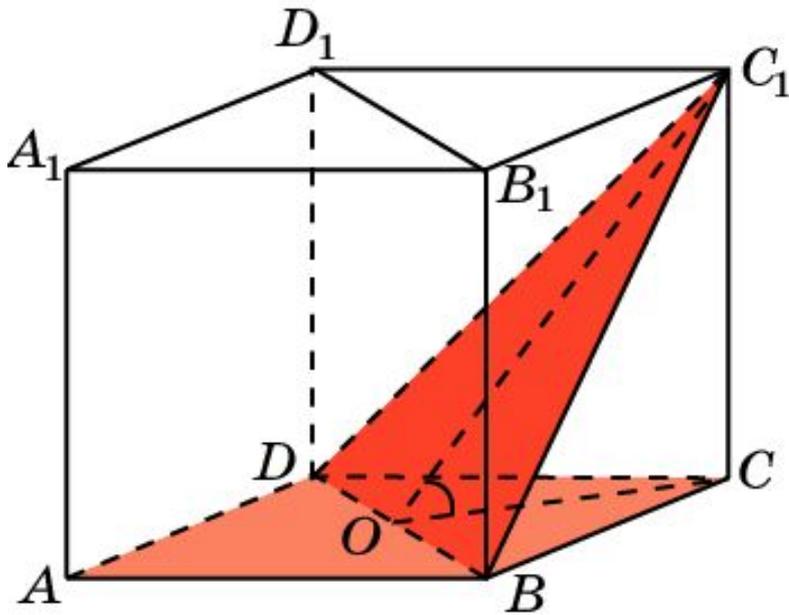
## Куб 3

В кубе  $A\dots D_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDD_1$ .



## Куб 4

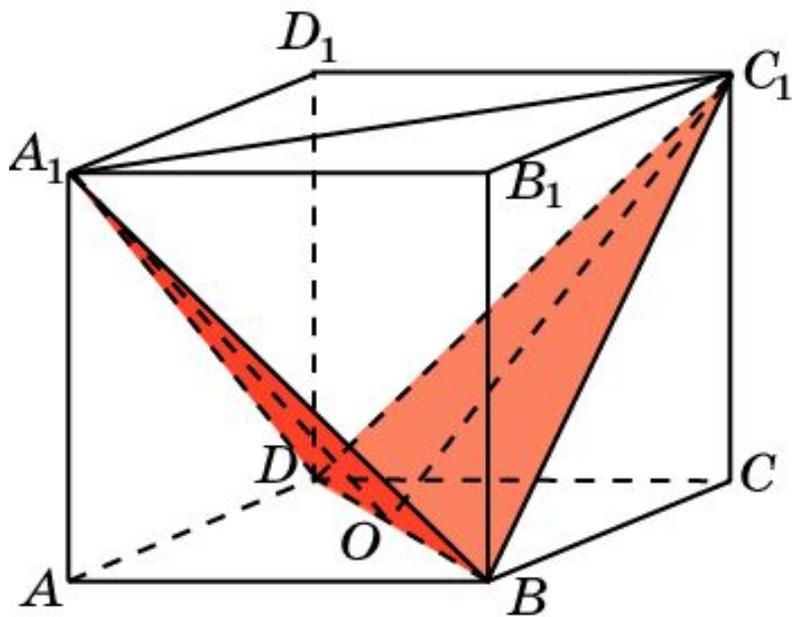
В кубе  $A\dots D_1$  найдите тангенс угла между плоскостями  $ABC$  и  $BC_1D$ .





## Куб 8

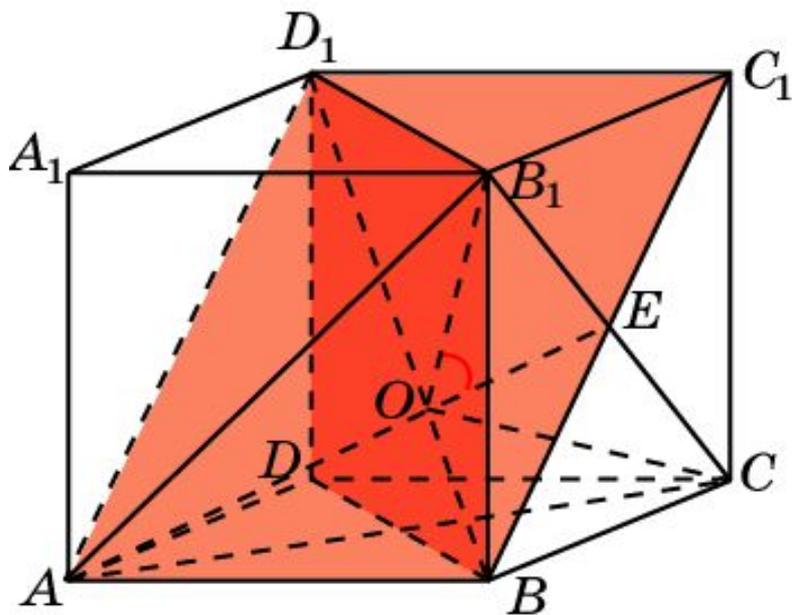
В кубе  $A...D_1$  найдите косинус угла между плоскостями  $BC_1D$  и  $BA_1D$ .



## Куб 10\*

В кубе  $A...D_1$  найдите угол между плоскостями

$ABC_1$  и  $BB_1D_1$ .

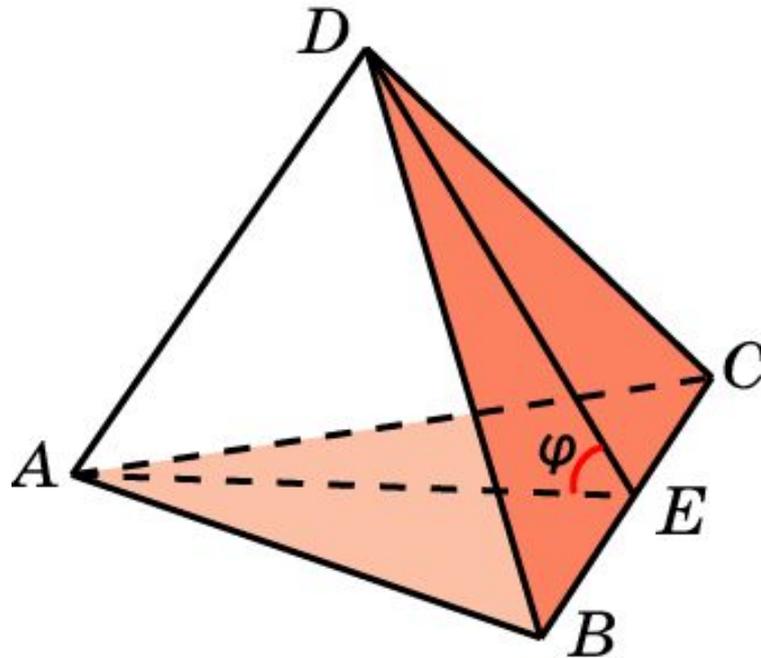


**Решение:** Заметим, что плоскость равностороннего треугольника  $ACB_1$  перпендикулярна диагонали  $BD_1$ , которая проходит через центр  $O$  этого треугольника. Искомым линейным углом будет угол  $B_1OE$ , который равен  $60^\circ$ .

Ответ:  $60^\circ$ .

# Пирамида 1

В правильном тетраэдре  $ABCD$  найдите косинус угла между плоскостями  $ABC$  и  $BCD$ .



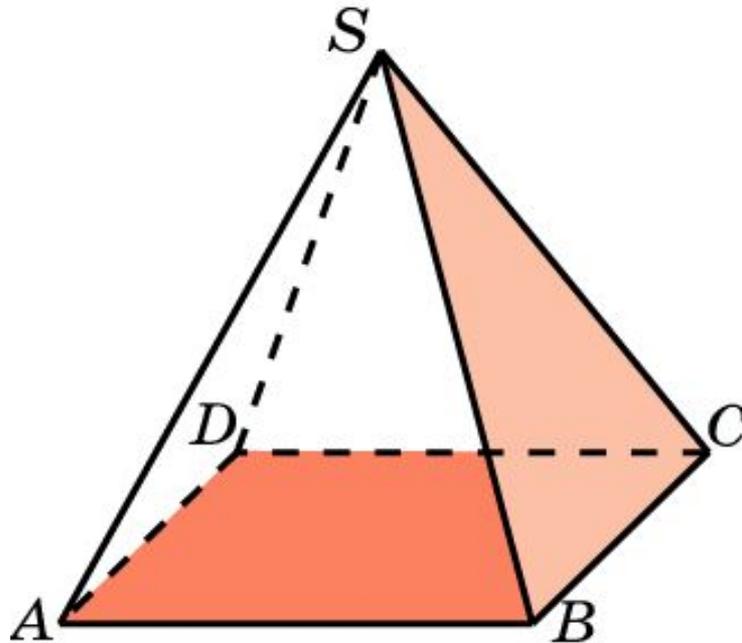
**Решение:** Пусть  $E$  – середина  $BC$ . Искомым линейным углом  $\varphi$  является угол  $AED$ . В треугольнике  $AED$  имеем:

$AD = 1, AE = DE = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . По теореме косинусов находим  $\cos \varphi = \frac{1}{3}$ .

**Ответ:**  $\cos \varphi = \frac{1}{3}$ .

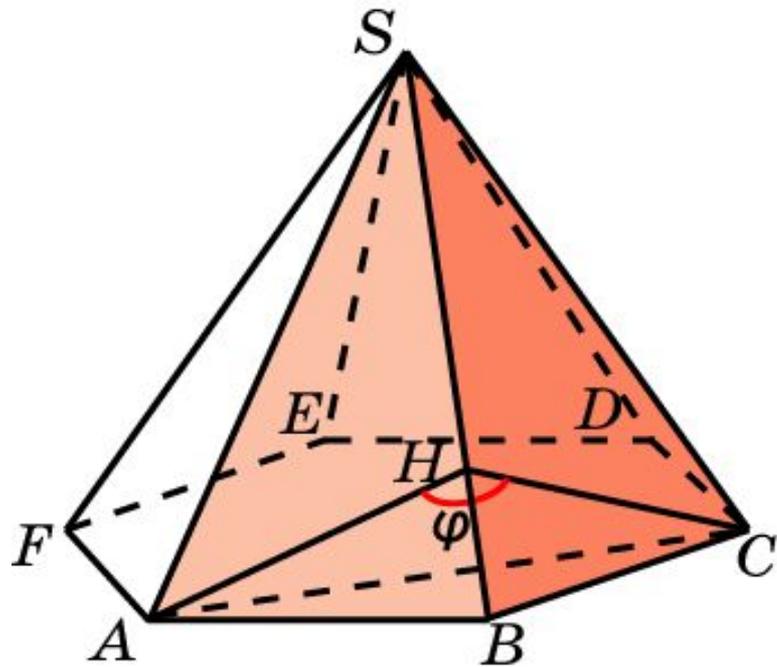
## Пирамида 3

В правильной пирамиде  $SABCD$ , все ребра которой равны 1, найдите косинус угла между плоскостями  $SBC$  и  $ABC$ .



## Пирамида 8

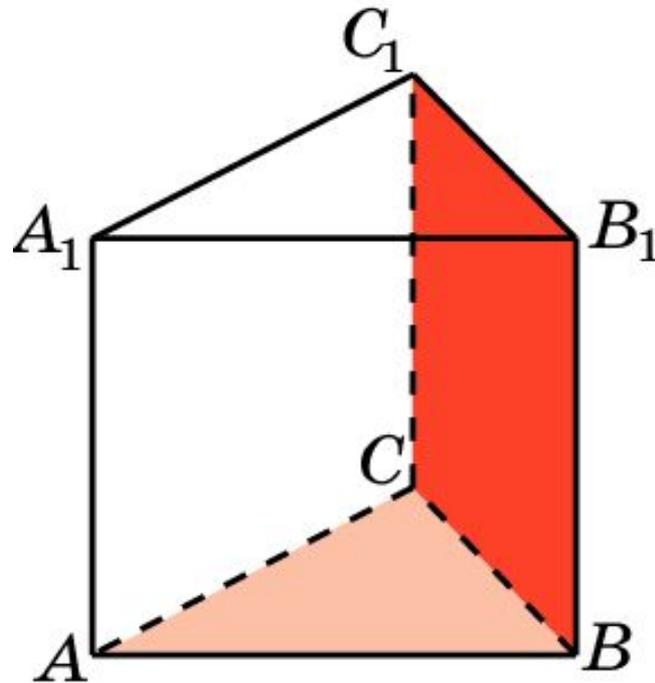
В правильной 6-ой пирамиде  $SABCDEF$ , боковые ребра которой равны 2, а стороны основания – 1, найдите косинус двугранного угла, образованного гранями  $SAB$  и  $SBC$ .



$\varphi$

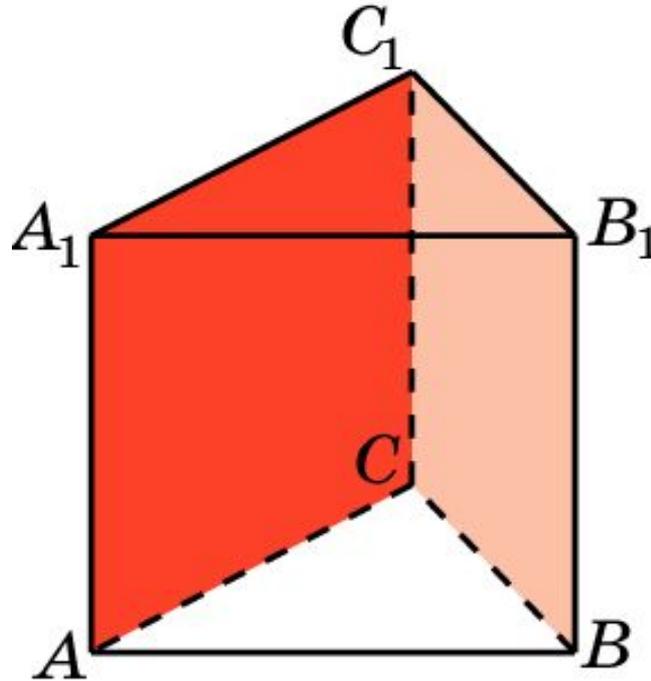
# Призма 1

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BB_1C_1$ .



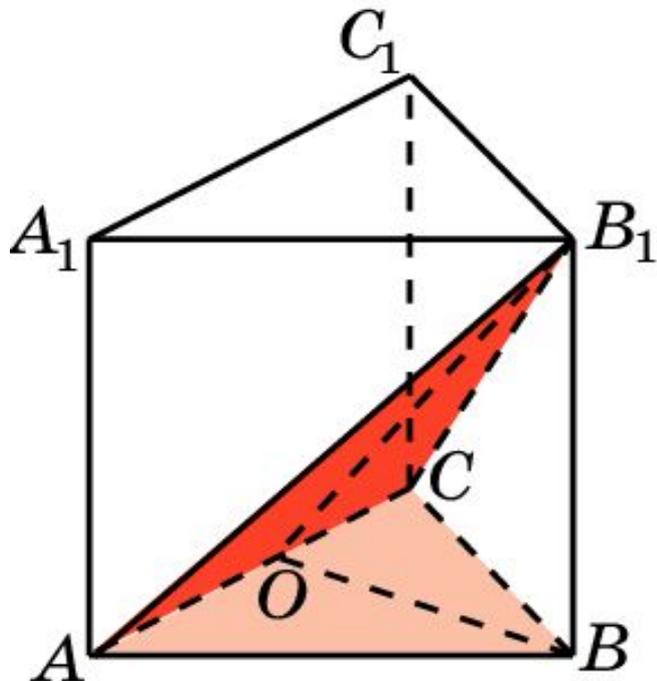
## Призма 2

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$  найдите угол между плоскостями  $ACC_1$  и  $BCC_1$ .



## Призма 4

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ , все ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями  $ABC$  и  $ACB_1$ .



**Решение:** Обозначим  $O$  - середину ребра  $AC$ . Искомым линейным углом будет угол  $BOB_1$ .

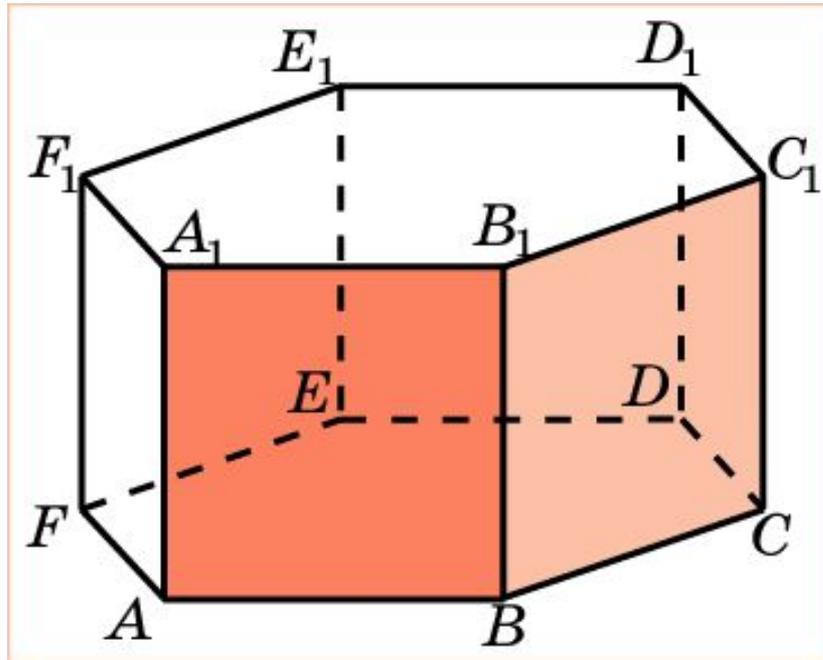
В прямоугольном треугольнике  $BOB_1$  имеем

$$BB_1 = 1; BO = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Следовательно,  $tg \varphi = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ .

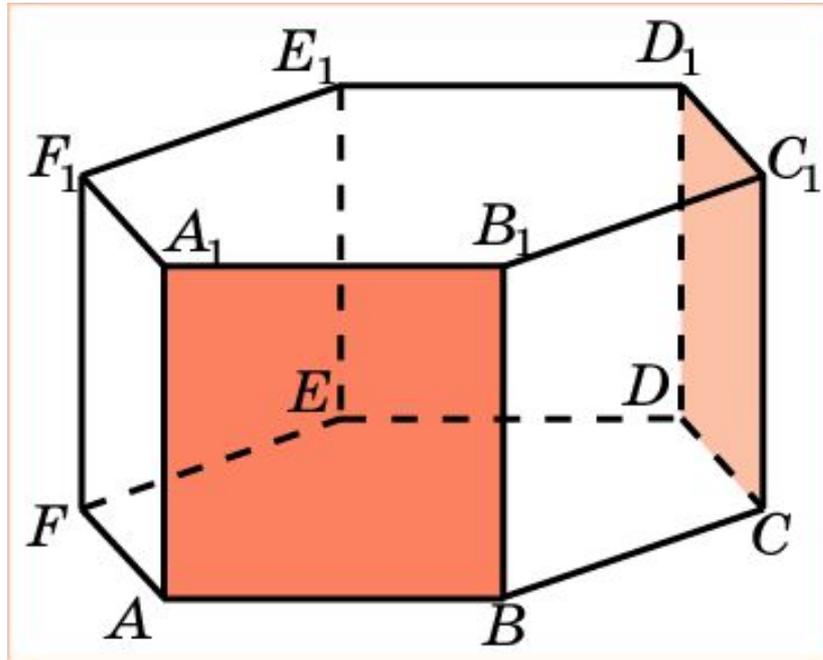
## Призма 7

Найдите двугранный угол, образованный соседними боковыми гранями правильной 6-й призмы  $A...F_1$ .



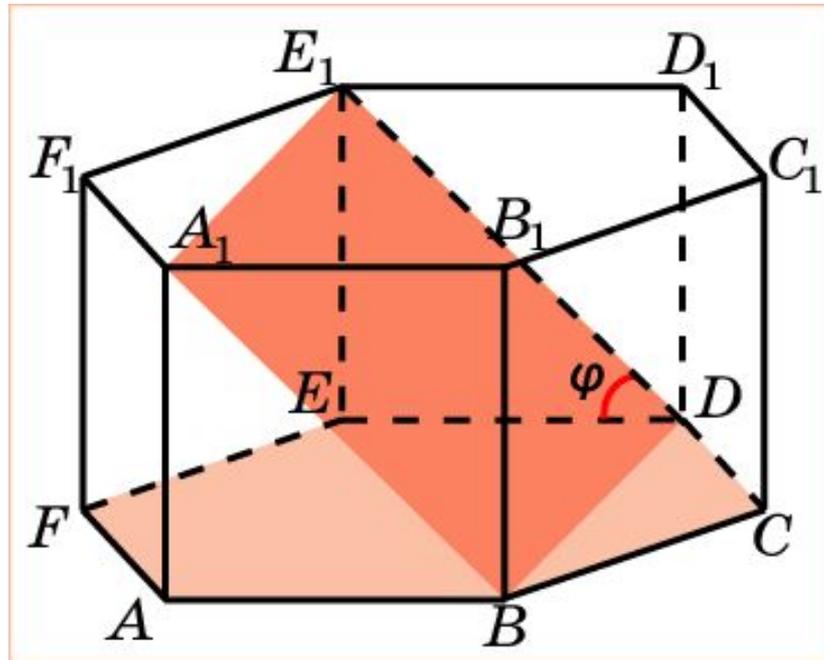
## Призма 8

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$  найдите угол между плоскостями  $ABB_1$  и  $CDD_1$ .



## Призма 14

В правильной 6-й призме  $A\dots F_1$ , ребра которой равны 1, найдите угол между плоскостями  $ABC$  и  $BDE_1$ .



## Призма 16

В правильной 6-й призме  $A...F_1$ , ребра которой равны 1, найдите тангенс угла между плоскостями  $ABC$  и  $ADE_1$ .

