



# ЭЛЕКТРОСТАТИКА.

## ПОЛЕ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

# План лекции

1. Электрическое поле диполя
2. Общая проблема описания поля в веществе
3. Поляризация диэлектриков
4. Поведение диполя во внешнем электрическом поле
5. Вектор поляризованности. Поле в диэлектрики в модели связанных зарядов. Относительная диэлектрическая проницаемость.
6. Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения
7. Основные теоремы для поля в диэлектрике
8. Условия на границе раздела двух диэлектриков

# Ослабление поля в конденсаторе

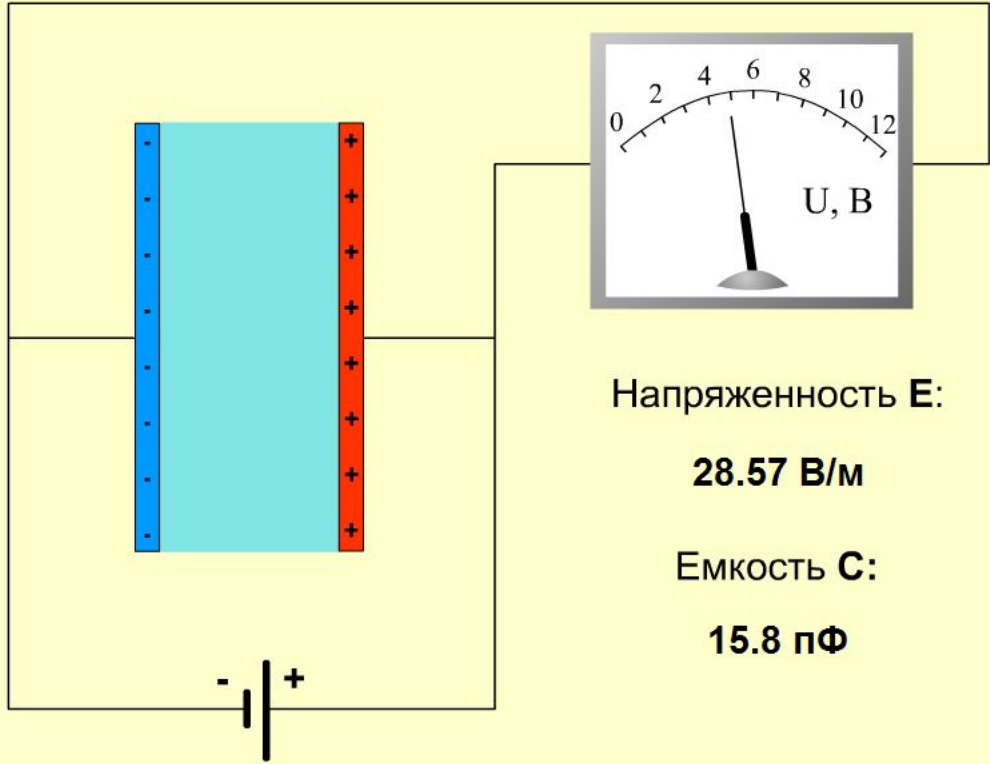
## Таблица констант

Для плоского конденсатора:

$$U = \epsilon E h,$$

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}, \text{ где}$$

**d** - расстояние между пластинами



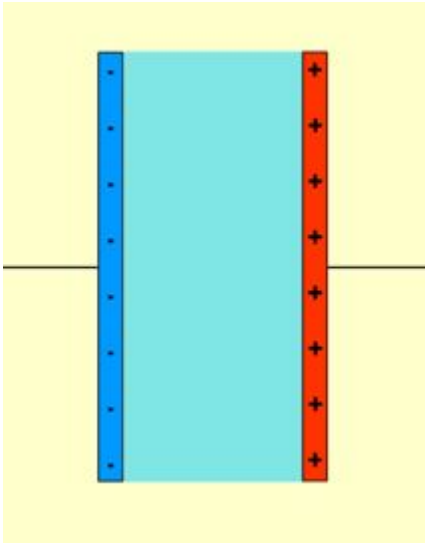
Напряженность **E**:

**28.57 В/м**

Емкость **C**:

**15.8 пФ**

<p>Расстояние между пластинами:</p> <p><b>d: 3.5 мм</b></p>	<p>Площадь обкладок:</p> <p><b>S: 125 см<sup>2</sup></b></p>	<p>Диэлектрическая проницаемость:</p> <p><b>ε: 50</b></p>	<p>Напряжение:</p> <p><b>U: 5 В</b></p>
---	--	---	---



$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^*$$

$$|\vec{E}| < |\vec{E}_0| \Rightarrow E = E_0 - E^* \quad \rightarrow$$

$$\frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0} \qquad \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E^* = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left( \frac{\epsilon - 1}{\epsilon} \right)$$

???? Чем обусловлено  $\vec{E}^*$

# заряды

**Сторонние** (не  
входят в состав  
вещества)

$$\vec{E}_{\text{стор}}$$

Входящие в состав  
вещества (атомов  
или молекул)

$$\vec{E}_{\text{мол}}$$

$$\vec{E}_{\text{микро}} = \vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E}_{\text{мол}}$$

**микроскопическое  
поле внутри вещества**

$$\vec{E}_{\text{микро}} = \vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E}_{\text{мол}}$$



*усредняя по объему и по времени*

$$\vec{E} = \langle \vec{E}_{\text{микро}} \rangle = \langle \vec{E}_{\text{стор}} \rangle + \langle \vec{E}_{\text{мол}} \rangle$$



$$\vec{E}_0$$



$$\vec{E}^*$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^* \quad \text{- макроскопическое поле внутри вещества}$$

**Проблема:**  $\vec{E}^*$  **зависит от**  $\vec{E}$  **, т.е.**

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^*(\vec{E})$$

# Решение проблемы зависит от электрических свойств вещества

## заряды

**Свободные** (могут перемещаться внутри вещества на расстояния превышающие межатомные)

**Вещества - проводники**

**Связанные** (остаются в пределах собственных атомов или молекул)

**Вещества - диэлектрики**

# Диэлектрики

**Неполярные.** У молекул центр тяжести положительных и отрицательных зарядов совпадают.

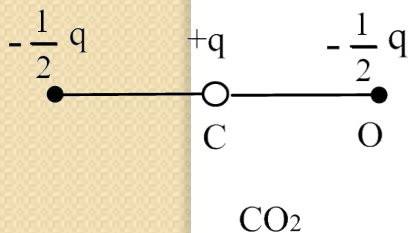
Относятся прежде всего одноатомные молекулы ( инертные газы, пары металлов и др.) и многоатомные, имеющие симметричное строение ( жидкие диэлектрики – бензол, толуол, ксилол и др., твердые диэлектрики – фторопласт, полистирол и др.)

**Полярные.** Асимметричное строения молекул, приводящее к несовпадению центров тяжести положительных и отрицательных зарядов.

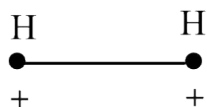
Относятся: газы – CO, пары воды, пары этилового спирта; жидкости – вода, нитробензол, ацетон, HCl и др., твердые тела – органические полимеры.



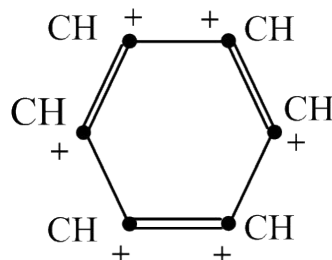
## неполярные



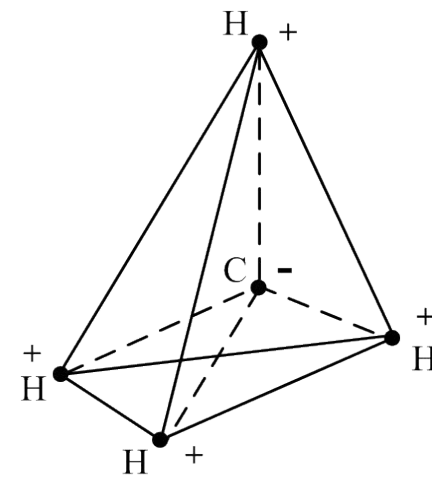
$\text{CO}_2$



$\text{H}_2$   
(молекула  
водорода)

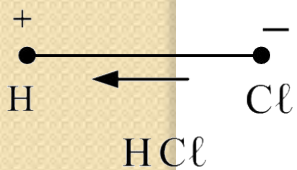


$\text{C}_6\text{H}_6$   
(бензол)

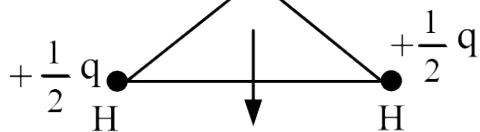


$\text{CH}_4$   
(метан)

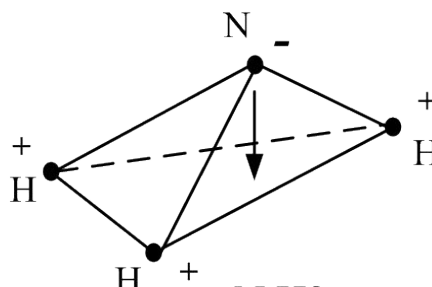
## полярные



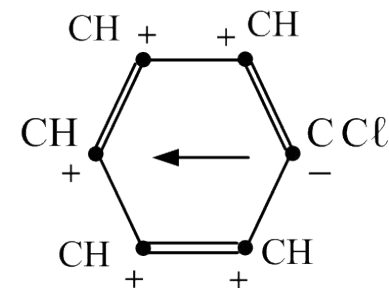
$\text{HCl}$



$\text{H}_2\text{O}$



$\text{NH}_3$   
(аммиак)



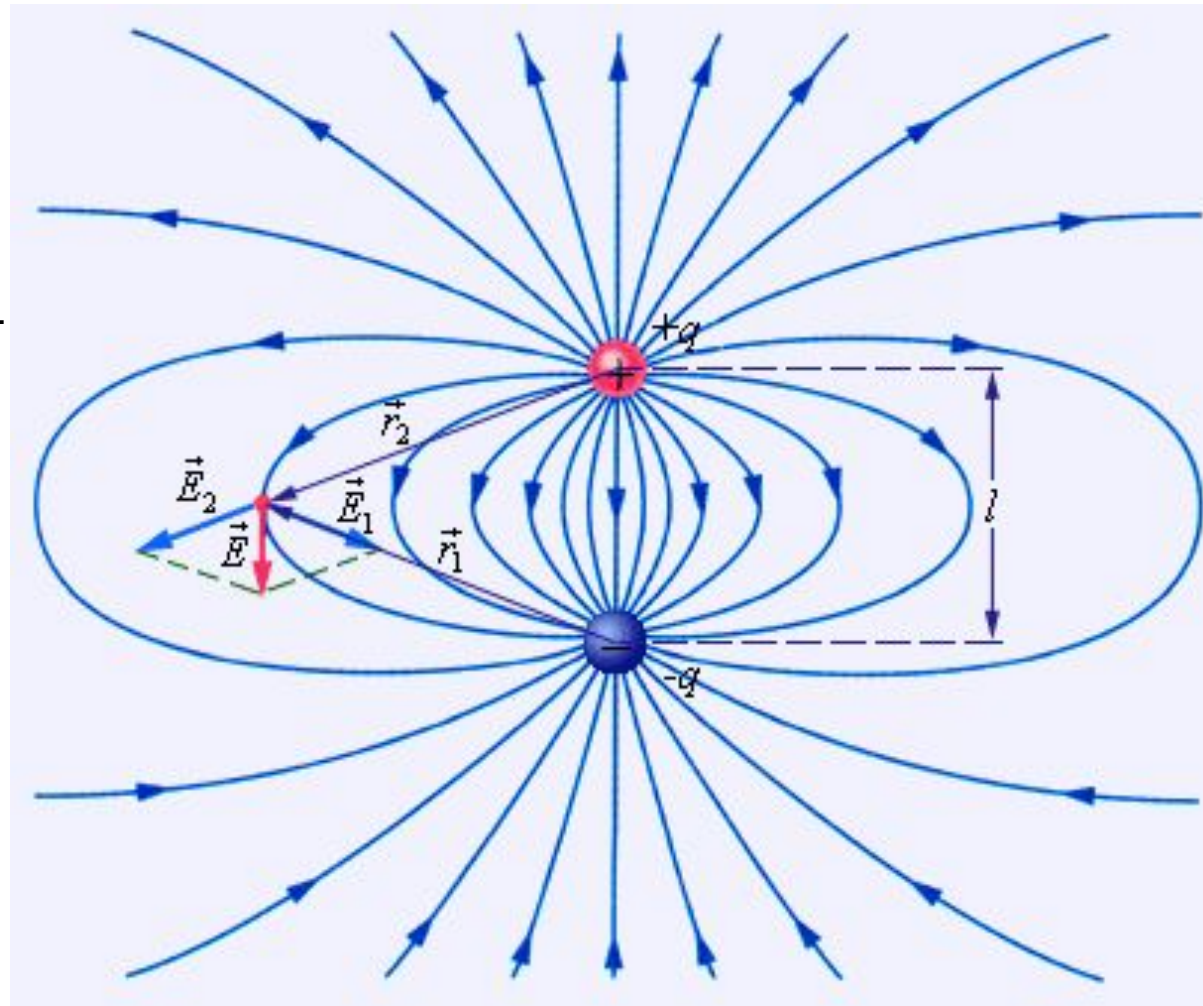
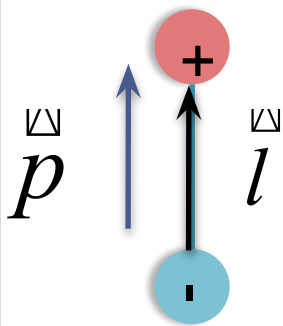
$\text{C}_6\text{H}_5\text{Cl}$   
(хлорбензол)

# Диполь – модель связанного заряда

$$\vec{p} = ql$$

- электрический  
(дипольный) момент

$l$  - плечо диполя



## диэлектрики

***Неполярные .*** Не имеют собственного дипольного момента.

***Полярные.*** Молекулы имеют дипольный момент в отсутствие электрического поля.

## Потенциал диполя

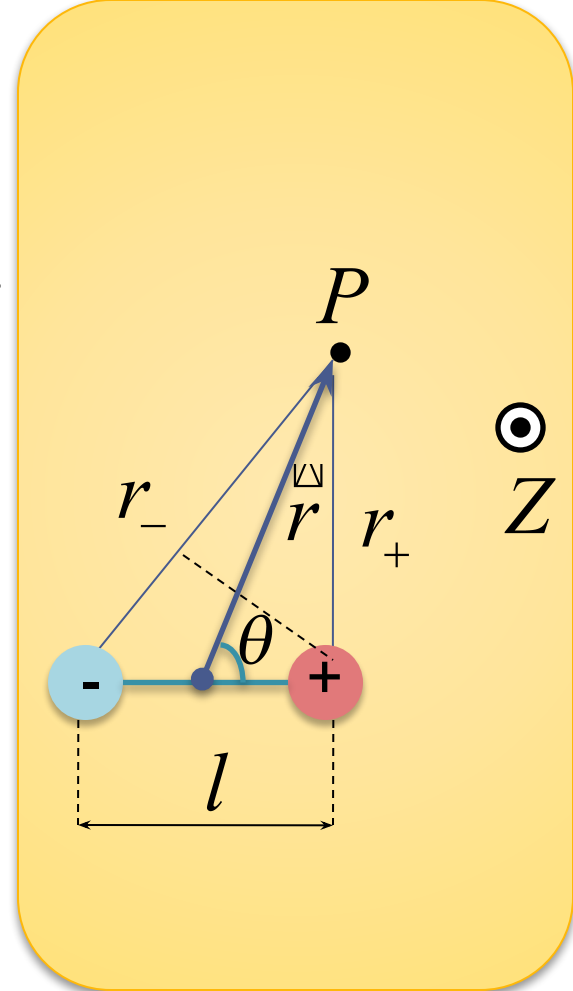
$$\varphi(r) = kq \left( \frac{1}{r_+} + \frac{1}{r_-} \right) = kq \frac{r_- - r_+}{r_- r_+}$$

$$r \gg l$$

$$r_- - r_+ \approx l \cos \theta$$

$$r_- r_+ \approx r^2$$

$$\varphi(r) = kq \frac{l \cos \theta}{r^2} = k \frac{p \cos \theta}{r^2}$$



Напряженность  $\vec{E} = \vec{E}_r + \vec{E}_\theta$

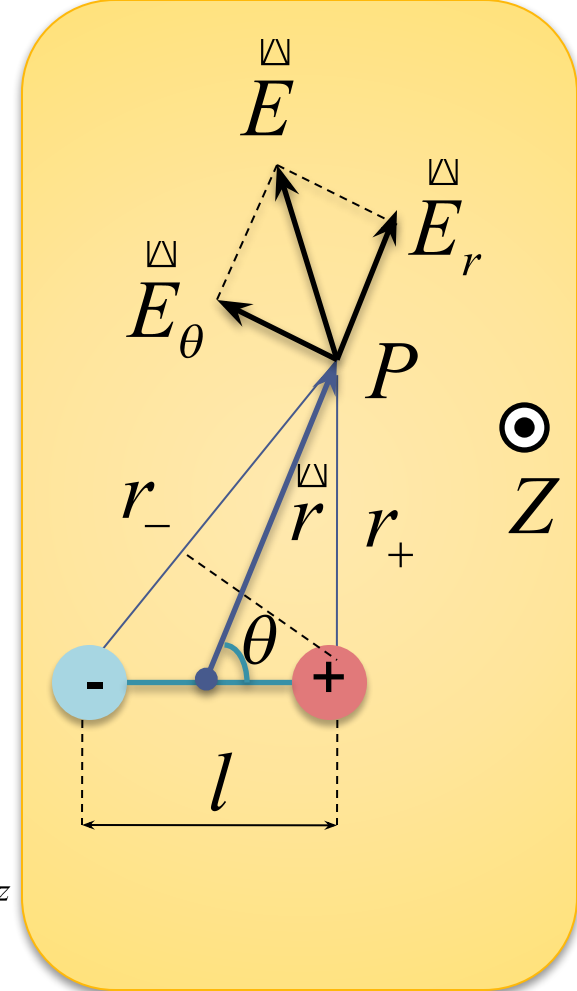
$$\left\{ \begin{array}{l} E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = k \frac{2p \cos \theta}{r^3} \\ E_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} = k \frac{p \sin \theta}{r^3} \\ E_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z} \end{array} \right.$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \vec{e}_z$$

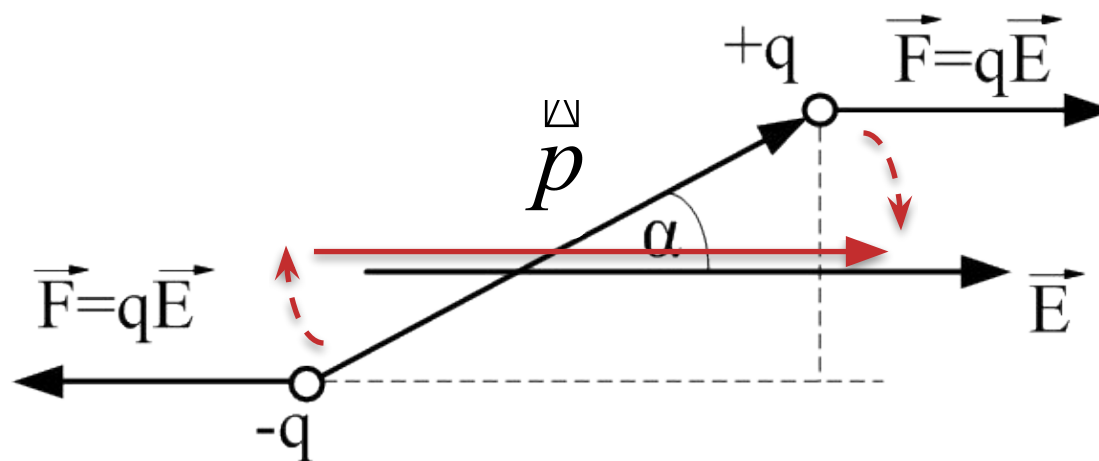
$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{kp}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \theta}$$

**Вывод:** поле диполя обладает осевой симметрией.

Величина напряженности и потенциала убывает с ростом расстояния быстрее чем у точечного заряда.



# ПОВЕДЕНИЕ ДИПОЛЯ ВО ВНЕШНЕМ ОДНОРОДНОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ



Результирующая сила равна нулю. Пара сил создает вращательный момент:

$$M = F \cdot \sin \alpha = qE \cdot \sin \alpha = pE \sin \alpha$$

$$\vec{M} = [\vec{p}\vec{E}].$$

**Таким образом**, в однородном электрическом поле на диполь действует **момент сил**, стремящийся повернуть диполь так, чтобы его электрический момент совпал с направлением электрического поля.

# Поляризация диэлектриков

**Поляризация** – это состояние диэлектрика, характеризующееся наличием электрического дипольного момента у любого элемента его объема, направленного вдоль электрического поля.

## Способы

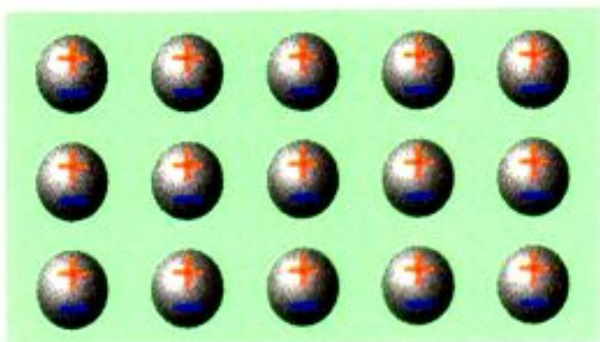
**Деформацией (электронная)** неполярных молекул со смещением их разноименных зарядов и образованием (индуцированием) дипольных моментов

**Ориентацией** полярных молекул-диполей под действием электрического поля

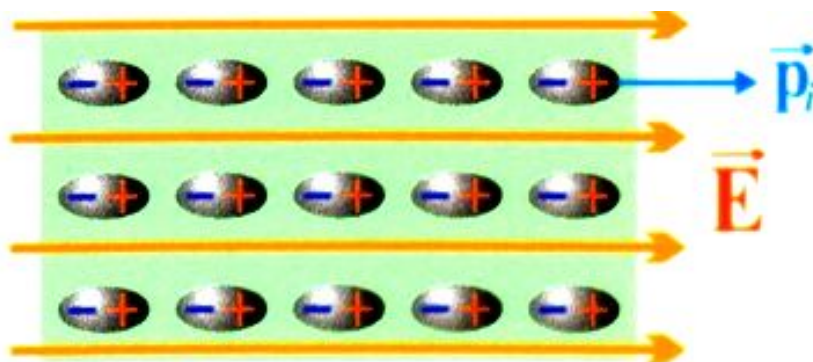
**Ионная** обусловлена упругим смещением ионов разного знака от их положений равновесия



# деформационная (электронная) П



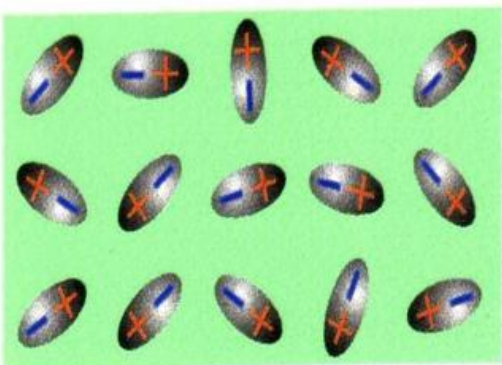
$$\vec{E} = 0 \quad \sum \vec{p}_i = 0$$



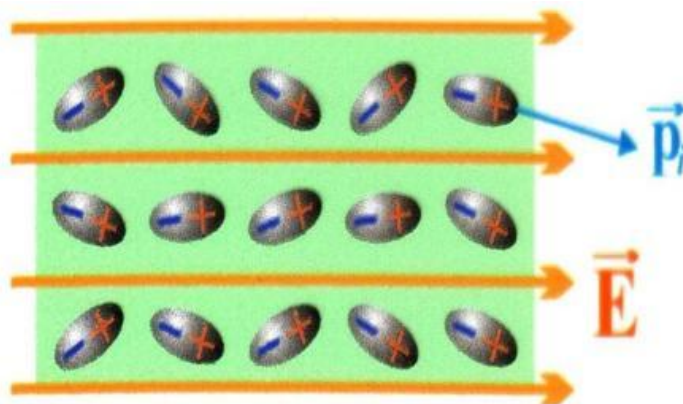
$$\vec{E} \neq 0 \quad \sum \vec{p}_i \neq 0$$

# ориентационная П

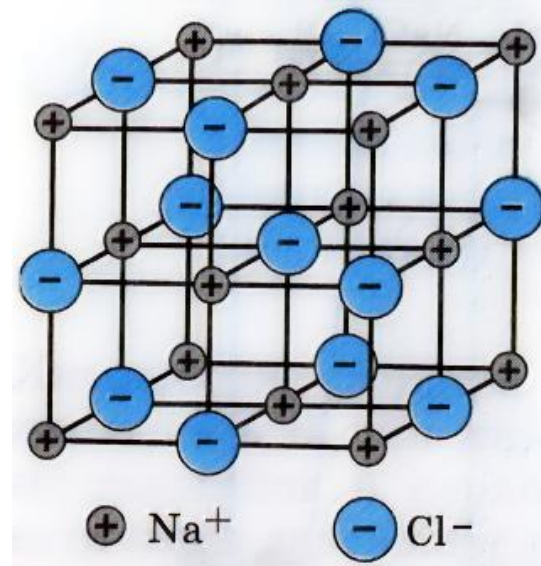
# ионная П



$$\vec{E} = 0 \quad \sum \vec{p}_i = 0$$



$$\vec{E} \neq 0 \quad \sum \vec{p}_i \neq 0$$





**Вектор поляризованности  $\vec{P}$**  -  
 количественная характеристика поляризации,  
 определяется

$$\vec{P} = \lim_{\Delta V \rightarrow A} \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V} \quad [P] = \text{Кл/м}^2$$

$$\sum_i \vec{p}_i$$

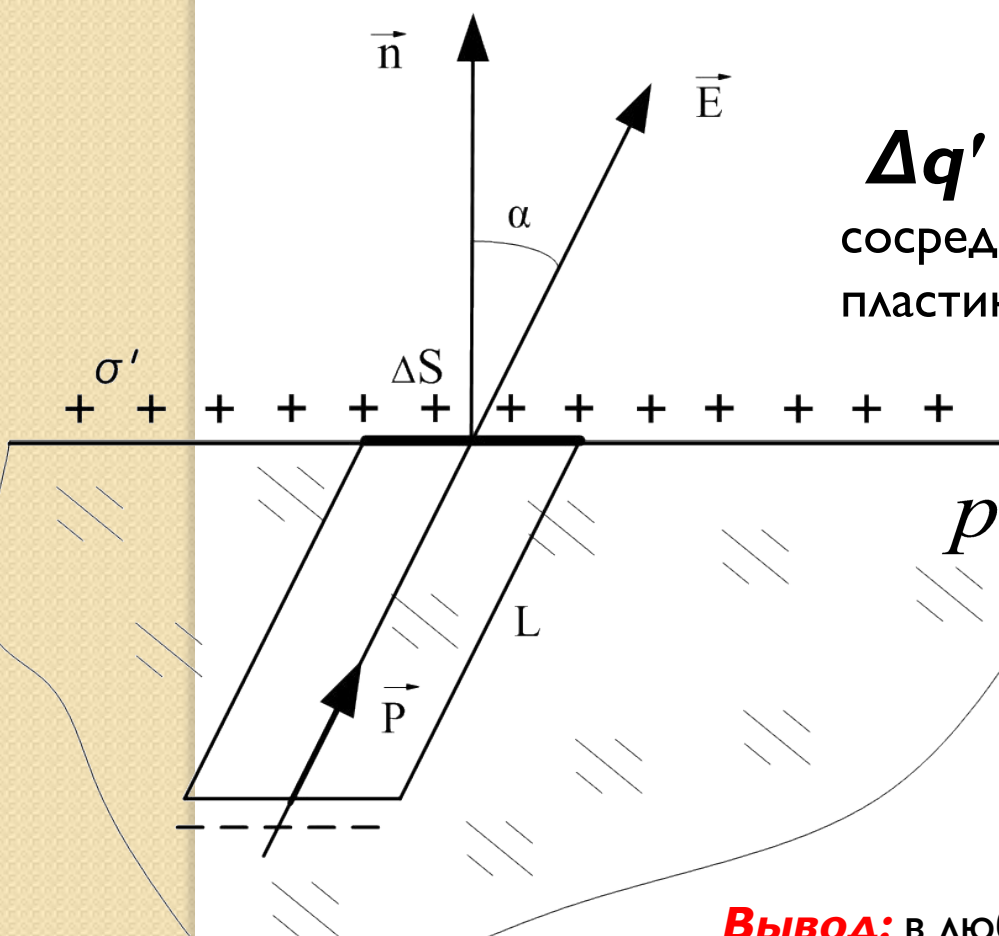
- Суммарный электрический дипольный момент элемента объема вещества

***Связь между поляризованностью и напряженностью электрического поля (для изотропных диэлектриков в слабых электрических полях).***

$$\vec{P} = \chi \varepsilon_0 \vec{E}$$

$\chi$  – диэлектрическая восприимчивость, зависит от свойств диэлектрика (безразмерная величина, составляет несколько единиц).

Связь поверхностной плотности связанных зарядов  $\sigma'$  с вектором поляризации  $P$ .



$$p = \Delta q' \cdot l = \sigma' \Delta S \cdot l,$$

$\Delta q'$  – величина связанного заряда, сосредоточенного на участке поверхности пластины  $\Delta S$ .

$$p = P \Delta V = P l \Delta S \cos \alpha,$$

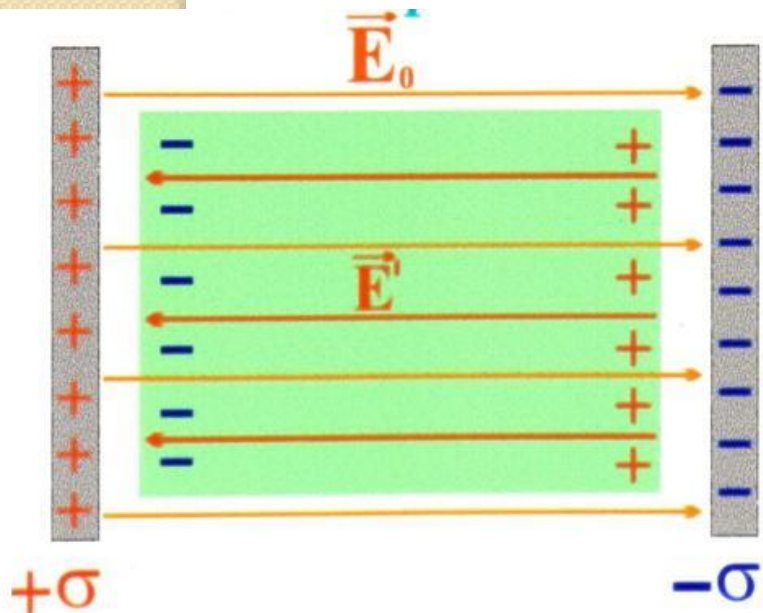
$$\sigma' \Delta S l = P l \Delta S \cos \alpha,$$

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n$$

$$\Delta V = l \Delta S \cos \alpha$$

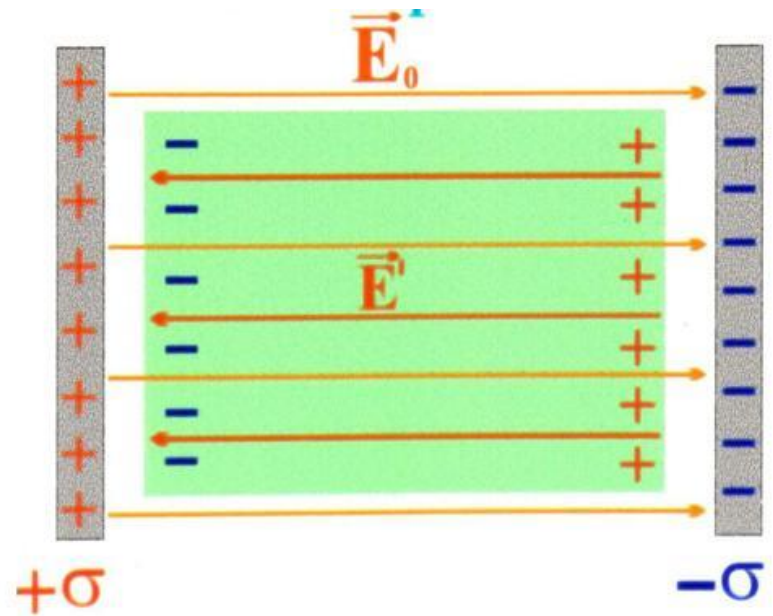
**Вывод:** в любой точке поверхности поляризованного диэлектрика нормальная составляющая вектора поляризации равна поверхностной плотности связанных (поляризованных) зарядов

# Поле в диэлектрике в модели связанных зарядов



Напряжённость электрического поля  
внутри диэлектрика

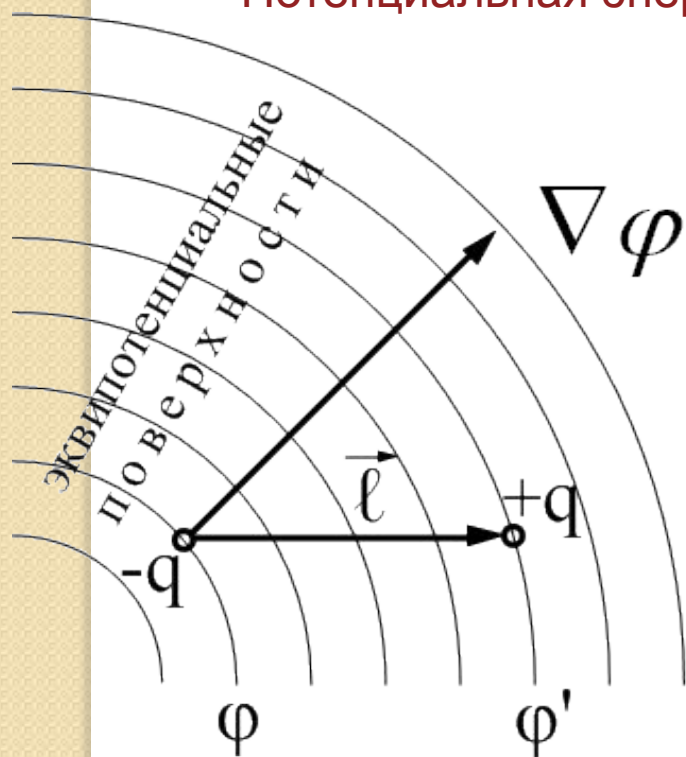
$$E' = \frac{\sigma'}{\epsilon_0}.$$



$$\epsilon = E_0 / E$$

**Диэлектрическая проницаемость среды**  
показывает во сколько раз электростатическое поле  
ослабляется диэлектриком, характеризует свойство  
диэлектрика поляризоваться в электрическом поле.

## Потенциальная энергия диполя во внешнем электрическом поле



**Вывод:** потенциальная энергия диполя минимальна в случае когда  $\alpha = 0$ . Это соответствует положению **устойчивого равновесия диполя**. При всех других значениях угла  $\alpha$  положение диполя будет **неустойчивым**.

Записав производную по напряженности, как сумму частных производных по координатам, получим

очевидно, что  $x$  - компонента силы действующей на диполь

(\*)

где  $\alpha$  - угол между электрическим моментом  $p$  и осью  $x$ , проходящей через центр диполя и, в данном случае совпадающей с направлением поля  $E$ . Аналогично можно записать компоненты  $F_x$  и  $F_y$

Таким образом, в неоднородном электрическом поле действующие силы создают вращательный момент и заставляют диполь перемещаться поступательно. Согласно (\*) при  $F_x > 0$  сила  $F_x$  т.е. с  $F_x$  авлена с электрическим полем. В этом случае сила  $F_x$  втягивает диполь в область более сильного поля. При  $F_x < 0$  действующая сила  $F_x$  зает диполь в область слабого поля (при этом положение диполя будет неустойчивым).

Таким образом, силы, действующие на диполь в неоднородном электрическом поле, заставляют его ориентироваться по полю и втягиваться в область более сильного поля.

В неоднородном электрическом поле на заряды диполя в общем случае действуют разные по величине и по направлению силы  $F_1$  и  $F_2$ , где  $F_1$  и  $F_2$  — силы на заряды диполя в точках расположения зарядов диполя

Результирующая сила

так как

то

1. К пластинам плоского воздушного конденсатора с расстоянием между пластинами  $d = 5$  мм приложена разность потенциал  $\Delta\phi = 300$  В. Не отключая конденсатор от источника напряжения, пространство между пластинами заполнили диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью, равной 3. Какова поверхностная плотность сторонних  $\sigma$  и связанных  $\sigma'$  зарядов?



2. К пластинам плоского воздушного конденсатора с расстоянием между пластинами  $d = 5$  мм приложена разность потенциал  $\Delta\phi = 300$  В. После отключения конденсатора от источника напряжения, все пространство между пластинами заполнили диэлектриком с относительной диэлектрической проницаемостью, равной 2,6. Какова поверхностная плотность сторонних  $\sigma$  и связанных  $\sigma'$  зарядов?