

Рейтинговая система 2-ой семестр

Максимальный рейтинг составляет 122 балла.

По рейтингу без экзамена можно получить только "хорошо" и "отлично".

"Хорошо" – это 80 – 99 баллов.

"Отлично" – это 100 – 122 баллов.

Если рейтинг менее 80 баллов сдача экзамена является обязательной.

Основная литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики: учебное пособие для втузов: В 3 т. – 7-е изд., стереотип. – СПб.: Лань, 2007.

Т. 2: Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. – 496 с.

2. Сивухин Д.В. Общий курс физики: учебное пособие для вузов в 5 т. – М.: Физматлит, 2005-2006.

Т. 3: Электричество. – 5-е изд., стереотип. – М.: Физматлит, 2006. – 654 с.

3. Зисман Г.А., Тодес О.М. Курс общей физики. В 3-х тт. [Электронный ресурс] – СПб.: Лань, 2007.

Т. 2: Электричество и магнетизм. – 7-е изд. – 352 с.

Распределение **максимального** рейтинга по элементам контроля.

Посещение лекций и практик – 1 балл за занятие – 18 баллов.

(По плану 9 лекций и 9 практик)

Контрольные задания на практиках – $4 \times 6 = 24$ балла. Всего 4 индивидуальных задания по 6-7 задач в каждом. Одна правильно решенная задача – 3 балла. На зачет 2 решенные задачи.

Теоретические коллоквиумы – $2 \times 24 = 48$ баллов.

2 письменных коллоквиума. Теоретическая и практическая часть.

Защита лабораторных работ – $4 \times 5 = 20$ баллов.

Решение тестов на практиках – $4 \times 3 = 12$ баллов.

ИТОГО: 122 балла + баллы за активность на практиках и лекциях

Допуск к экзамену – выполнение всех индивидуальных заданий + защита лабораторных работ.

Электростатика

Электростатика - раздел учения об электричестве, в котором изучаются взаимодействия и свойства систем электрических зарядов, неподвижных относительно выбранной инерциальной системы отсчёта.

Электростатическое поле - частная форма электромагнитного поля, представляющая собой вид материи, посредством которой взаимодействуют неподвижные электрические заряды.

Электрический заряд - это скалярная физическая величина, определяющая интенсивность электромагнитного взаимодействия.

Электрический заряд **инвариантен** по отношению к различным системам отсчета. **Во всех системах отсчета** заряд тела или частицы **имеет одно и то же значение**;

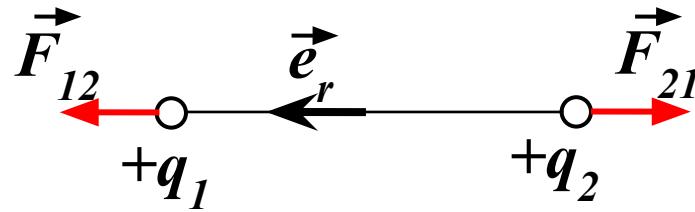
- электрический заряд – величина **аддитивная**. Заряд любой системы равен сумме зарядов составляющих эту систему тел (частиц).

Закон сохранения электрического заряда - суммарный заряд электрически изолированной системы не может изменяться.

Закон Кулона - сила электрического взаимодействия между двумя неподвижными заряженными частицами в вакууме прямо пропорциональна произведению их зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними.

$$\boxed{F_{12} = k \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} e_r}$$

e_r – единичный вектор.



Закон Кулона справедлив при расстояниях от 10^{-15} м до нескольких км.

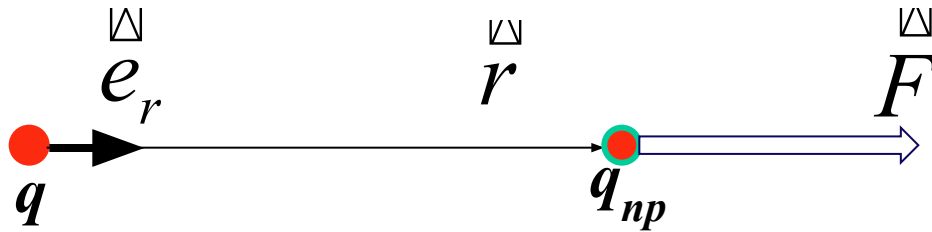
$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8,99 \cdot 10^9 \approx 9 \cdot 10^9 \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$$

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

Напряжённость электростатического поля

Основное свойство электрического поля заключается в том, что на всякий заряд, помещённый в это поле, действует сила.

Возьмём пробный электрический заряд $q_{пр}$ и поместим его в электрическое поле, которое создаёт заряд q



Величина
$$E = \frac{F}{q_{пр}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} e_r$$

не зависит от $q_{пр}$

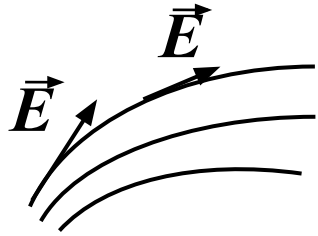
и определяется лишь зарядом q , а потому служит характеристикой поля.

Вектор напряжённости электростатического поля численно равен силе, действующей в данной точке на помещённый в неё пробный единичный положительный заряд.

$$[E] = \text{Н/Кл} = \text{В/м}$$

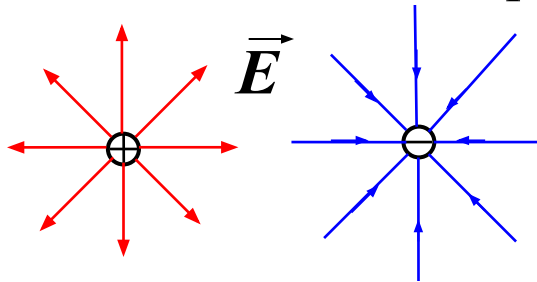
Силовые линии электростатического поля

Силовая линия, это линия, для которой направление касательной совпадает с направлением вектора напряжённости.



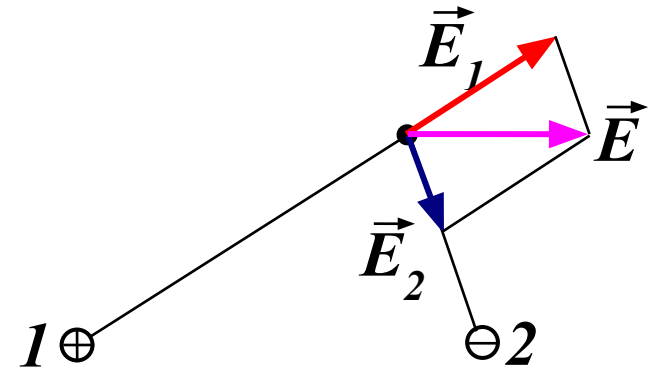
Силовые линии нигде не пересекаются

Линии напряженности начинаются на положительных зарядах и заканчиваются на отрицательных зарядах



Опыт показывает, что для электрического поля справедлив принцип суперпозиции

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \dots + \vec{E}_i = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$



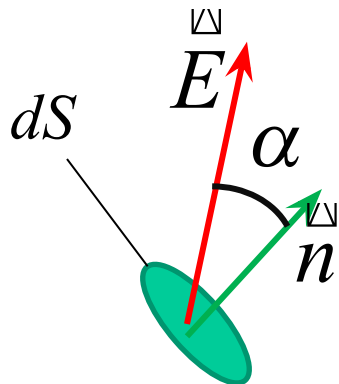
Теорема Остроградского-Гаусса для вектора напряжённости электрического поля

В некоторой области пространства существует электрическое поле

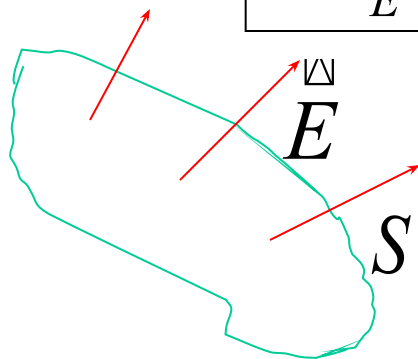
Поток вектора \vec{E} через площадку dS есть:

$$d\Phi_E = E \cdot dS \cdot \cos \alpha$$

Площадке сопоставляют вектор $d\vec{S} \parallel \vec{n}$



Тогда: $d\Phi_E = \vec{E} \cdot d\vec{S}$ - Скалярное произведение векторов



Поток вектора \vec{E} через поверхность S:

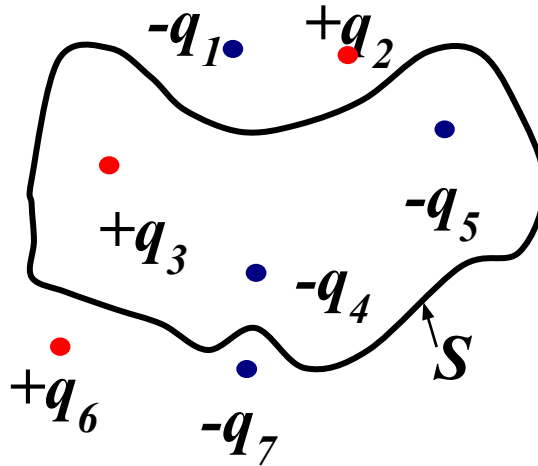
$$\Phi_E = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{S}$$

$$[\Phi_E] = B \cdot M$$

Теорема Остроградского-Гаусса

Теорема Остроградского-Гаусса - поток вектора \vec{E} из замкнутой поверхности S равен суммарному заряду внутри поверхности, деленному на ϵ_0

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum_i q_i}{\epsilon_0}$$



$$\Phi_E = \frac{1}{\epsilon_0} (q_3 - q_4 - q_5).$$

Для заряда, распределенного непрерывно:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

V – объем внутри поверхности S

$$\rho = \frac{dq}{dV} \text{ - объемная плотность заряда}$$

Теорема Остроградского-Гаусса есть **интегральная формулировка закона Кулона**

Дифференциальная формулировка закона Кулона

В математике доказывается теорема Остроградского-Гаусса:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \int_V \operatorname{div} \vec{E} dV \quad \operatorname{div} \vec{E} - \text{дивергенция вектора } \vec{E}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

Таким образом, с учетом

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

получим:

$$\int_V \operatorname{div} \vec{E} dV = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV \quad \text{или}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

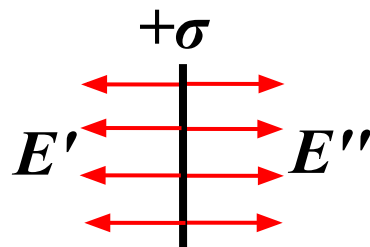
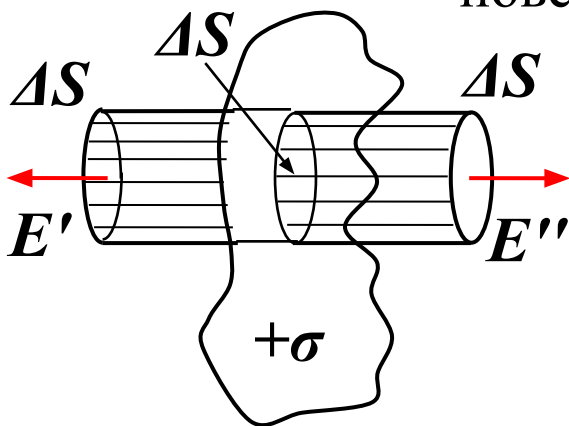
Дифференциальная формулировка закона Кулона

Применение теоремы Остроградского-Гаусса к расчёту электростатических полей

1. Поле бесконечной однородно заряженной плоскости.

$$\sigma = \frac{dq}{dS}$$

σ – поверхностная плотность заряда,
 dq – заряд сосредоточенный на площади dS ,
 dS – физически бесконечно малый участок поверхности.



$$E' = E'' = E.$$

Поток вектора напряжённости через боковую поверхность цилиндров равен нулю, так как $E_n = 0$. Для основания цилиндров $E_n = E$

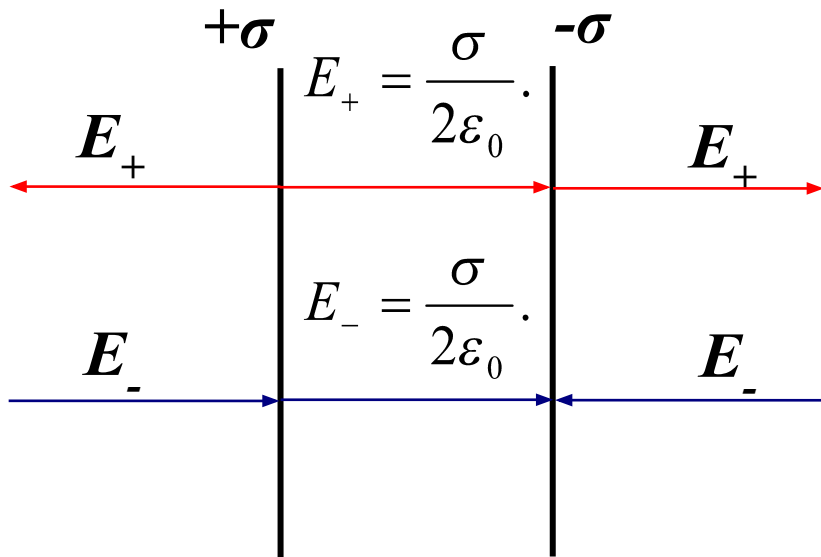
$$\Phi_E = \oint_S E dS = 2E \cdot \Delta S$$

$$q = \sigma \cdot \Delta S \quad \Phi_E = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} \quad \cancel{2\Delta S} \cdot E = \sigma \cdot \cancel{\Delta S} \frac{1}{\varepsilon_0}.$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

Полученный результат не зависит от расстояния. Это означает, что на любом расстоянии от плоскости напряженность поля одинакова. $E = \text{const}$

2. Поле двух разноименно заряженных плоскостей.



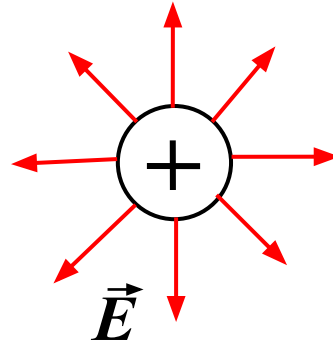
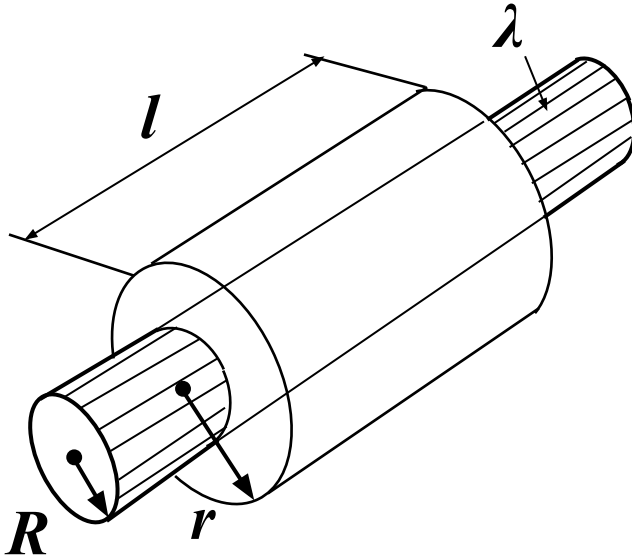
$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}.$$

Вне пластин: $E = E_+ - E_- = 0$.

3. Поле бесконечного заряженного цилиндра.

$$\lambda = \frac{dq}{dl}$$

λ – линейная плотность заряда,
 dq – заряд, сосредоточенный на отрезке
цилиндра длиной dl .



Представим вокруг
заряженного полого
цилиндра (нити)
коаксиальную
замкнутую поверхность
(цилиндр) радиуса r и
длиной l .

Для основания цилиндра $E_n = 0$, а для боковой поверхности
 $E_n = E(r)$, т.е. зависит от расстояния r

$$\Phi_E = E(r) \cdot 2\pi r \cdot l$$

При $r > R$ внутри поверхности имеется
заряд $q = \lambda \cdot l$.

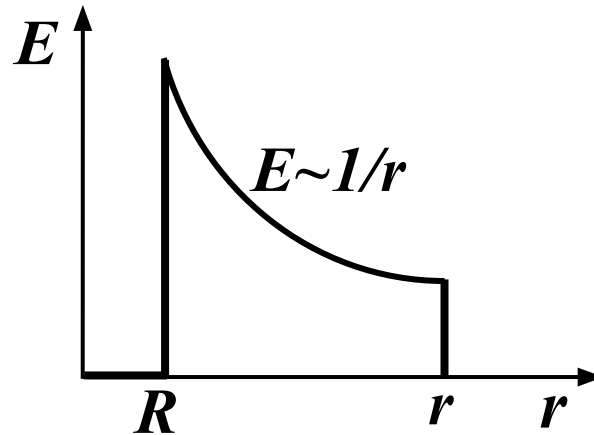
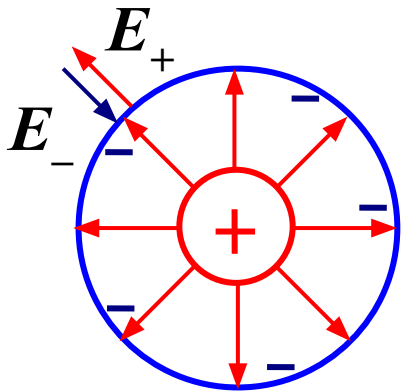
$$E(r) \cdot 2\pi r \cdot \cancel{l} = \frac{\lambda \cdot \cancel{l}}{\epsilon_0}.$$

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 \cdot r} \quad \text{при} \quad r \geq R$$

Внутри цилиндра

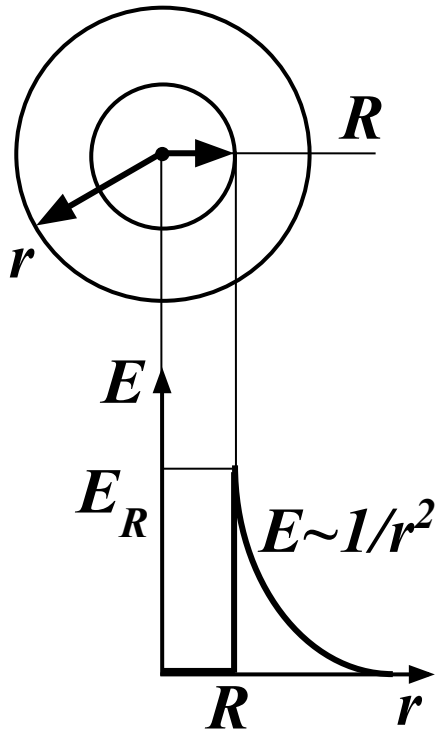
$$E(r) = 0 \quad \text{при} \quad r < R$$

Для системы состоящей из двух коаксиальных цилиндров



4. Поле заряженной сферической поверхности (пустотелого шара).

Сфера радиуса R , заряжена положительным зарядом с поверхностной плотностью σ



$$E = E(r)$$

Если $r > R$, то внутрь сферы попадает весь заряд q .

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}.$$

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2} \quad \text{при} \quad r \geq R$$

$$E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0 \cdot r^2}.$$

$$E(r) = 0 \quad \text{при} \quad r < R \quad E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot R^2}.$$

Вне сферы поле тождественно полю точечного заряда, той же величины, помещённого в центр сферы.

5. Поле объёмно-заряженного шара.

Введём объёмную плотность заряда ρ .

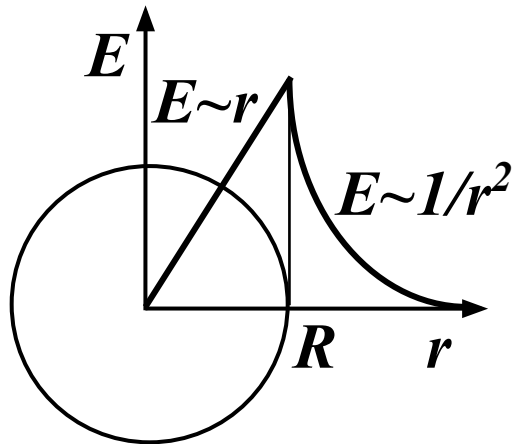
$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

В данном случае сферическая поверхность при $r < R$ будет содержать в себе заряд q .

$$q = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3. \quad E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \rho \cdot \frac{4}{3}\pi r^3.$$

$$\rho = \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

$$E(r) \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3.$$



$$E(r) = \frac{q \cdot r}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^3} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{r}{R^3}.$$

$$E(r) = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho \cdot r}{4\pi\varepsilon_0 \cdot R^3} = \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_0}.$$

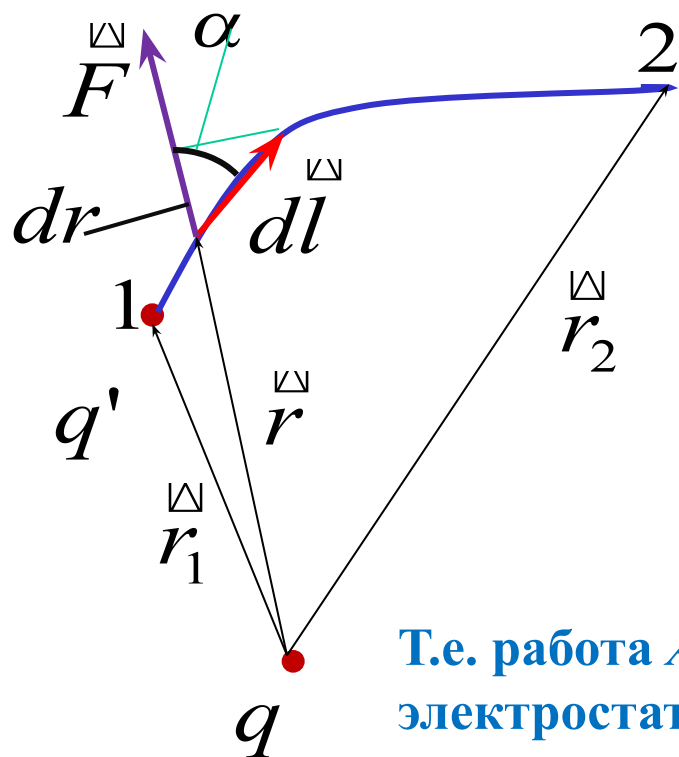
$$E(r) = \frac{\rho \cdot r}{3\varepsilon_0}.$$

Потенциал

Потенциальность электростатического поля

Из механики:

Поле потенциально, если работа сил поля по перемещению частицы не зависит от траектории, но определяется положением начальной и конечной точек перемещения. Силы такого поля – консервативны.



$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha$$

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \quad dl \cos \alpha = dr$$

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2}$$


$$A_{12} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

Т.е. работа A не зависит от траектории, а значит электростатическое поле потенциально

В потенциальном поле работа равна $A_{12} = W_1 - W_2$ (2)

Сравнивая (2) и (1), получаем:

Потенциальная энергия точечного заряда q' $W = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r} + const$

Выберем $const$ из условия $r=\infty, W=0$  $Const = 0$

$\frac{W}{q'} = \varphi$ - потенциал $W = q'\varphi$

Для поля точечного заряда потенциал равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Для поля, созданного зарядом, распределенным непрерывно:

$$\varphi = \int_V \frac{\rho dV}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Потенциал и потенциальная энергия – аддитивные величины

$$W = \sum_i W_i \quad \varphi = \sum_i \varphi_i$$

Основные характеристики электростатического поля

Напряженность - *силовая* характеристика поля

Потенциал - это *энергетическая* характеристика поля, т.к. он *равен работе*, которую совершают силы электростатического поля над единичным положительным зарядом при удалении его из рассматриваемой точки на бесконечность.

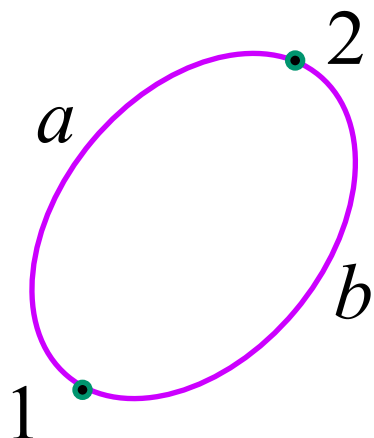
Связь между напряженностью и потенциалом:

$$\vec{E} = - \operatorname{grad} (\varphi) = -\nabla \varphi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right)$$

Вектор \vec{E} направлен в сторону скорейшего убывания потенциала

Геометрическое место точек с одинаковым потенциалом называется *эквипотенциальной поверхностью*. Э.п. \perp линиям напряженности.

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля



Работа сил поля на пути от точки 1 до точки 2 будет равна

$$A_{12} = \int_1^2 F_l dl = q \int_1^2 E_l dl = q(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Работа сил поля по замкнутому контуру

$$A_{1a2b1} = \oint q E_l dl = q(\varphi_1 - \varphi_1) = 0 \quad \rightarrow \quad \boxed{\oint \overset{\nabla}{E} dl = 0}$$

Интеграл по замкнутому контуру называется *циркуляцией*

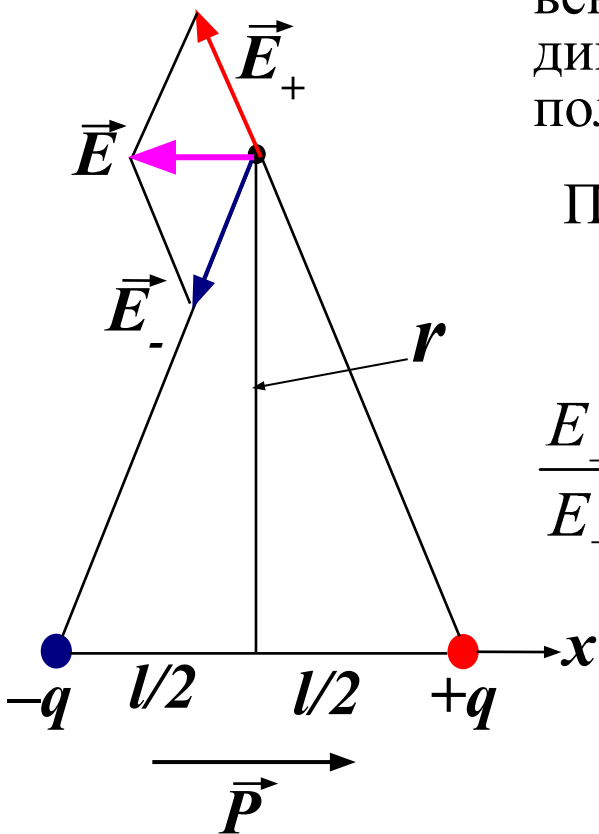
Циркуляция напряжённости электростатического поля по любому замкнутому контуру равна нулю

Циркуляция вектора $\overset{\nabla}{E}$ по контуру называется *электродвижущей силой* это контура (ЭДС)

$$\int_1^2 E_l dl = \varphi_1 - \varphi_2$$

Электрический диполь

Электрическим диполем называется система двух одинаковых по величине, но разноимённых точечных зарядов, расстояние между которыми l значительно меньше расстояния r до тех точек, в которых определяется поле системы ($r \gg l$).



Электрический момент диполя - вектор, который направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному.

$$\vec{p} = ql$$

При $r \gg l$
$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2}$$

$$\frac{E_{\perp}}{E_+} = \frac{l}{\left(r^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{1/2}} \approx \frac{l}{r} \Rightarrow E_{\perp} = E_+ \cdot \frac{l}{r} = \frac{q \cdot l}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^3}$$

$$E_{\perp} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{p}{r^3}$$

$$E_{\parallel} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2p}{r^3}$$

Диэлектрики в электростатическом поле

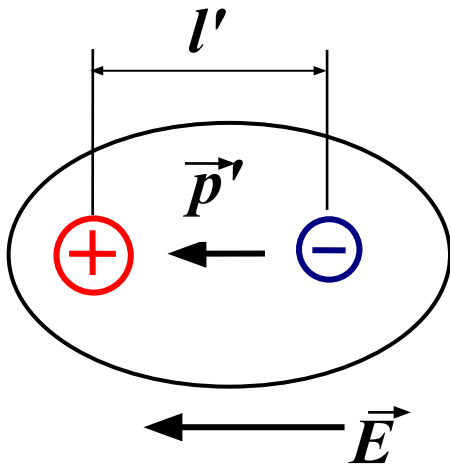
Все известные в природе вещества в соответствии с их способностью проводить электрический ток делятся на:

Проводники $\sigma_{пр} = 10^6 \div 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$ (σ - удельная проводимость)

Диэлектрики $\sigma_{д} = 10^{-8} \div 10^{-18} \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$

Полупроводники $\sigma_{п/п} = 10^7 \div 10^8 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$
В идеальном диэлектрике свободных зарядов нет.

Под действием электрического поля заряды смещаются относительно друг друга. Это явление называется **поляризацией**.

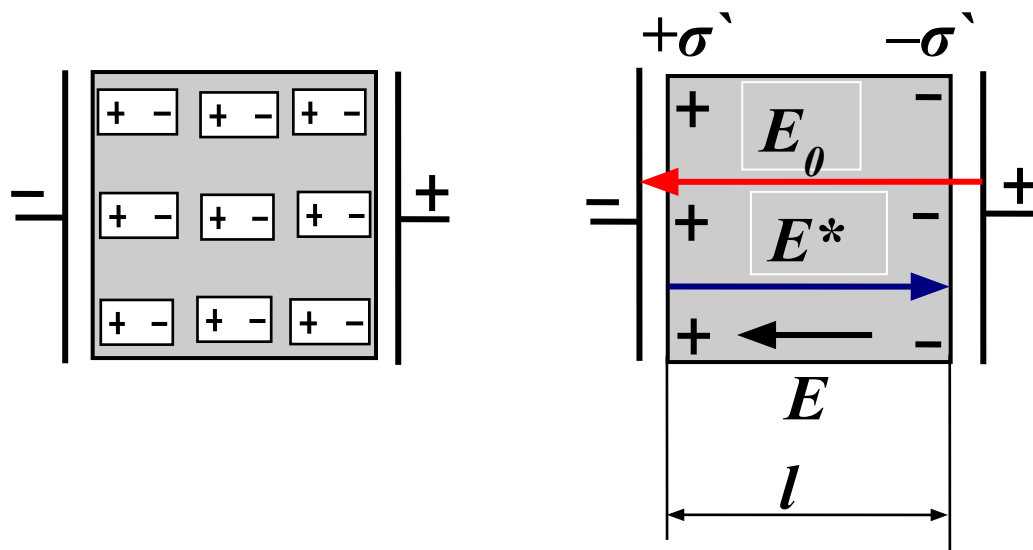


Каждая пара зарядов образует электрический дипольный момент $p' = q \cdot l'$

$$\vec{p}' = \alpha \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$

α - поляризуемость молекулы.

Поместим диэлектрик в однородное электростатическое поле



E_0 – внешнее электрическое поле;

E^* – усреднённое поле связанных зарядов;

E – результирующее электрическое поле в диэлектрике;

$+\sigma'$ и $-\sigma'$ – поверхностные плотности связанных зарядов.

На внешних поверхностях диэлектрика, примыкающих к электродам, возникают заряды противоположного электродам знака. Эти заряды называются **связанными**.

Вектор поляризации диэлектрика - это величина, равная отношению суммы дипольных моментов $\sum p_i$ всех молекул, содержащихся в элементе объема ΔV , к объёму ΔV

$$\frac{\sum_i p_i}{\Delta V} = P_E$$

В любой точке поверхности поляризованного диэлектрика поверхностная плотность связанных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации в этой точке.

$$P_n = \sigma^*$$

Напряженность поля в диэлектрике $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}^*$

или в скалярной форме $E = E_0 - E^*$

Таким образом, поле в диэлектрике оказывается меньше поля вне диэлектрика.

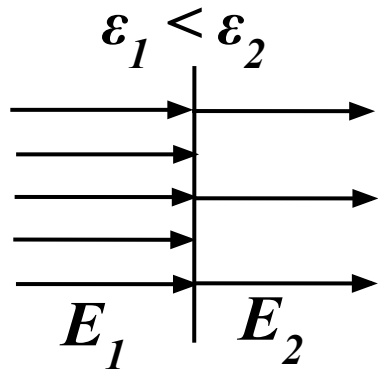
Поле в диэлектрике связано с внешним полем соотношением

$$E = E_0 / \epsilon$$

Диэлектрическая проницаемость ϵ показывает, во сколько раз ослабляется электрическое поле в диэлектрике.

Вектор электрического смещения (электрическая индукция)

При переходе электрического поля из одной диэлектрической среды в другую с разными ϵ напряжённость электрического поля изменяется скачком.



$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \Rightarrow \Rightarrow E_1 = E_2 \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

Для упрощения расчётов была введена новая векторная величина – вектор электрического смещения (электрическая индукция), не зависящая от свойств среды.

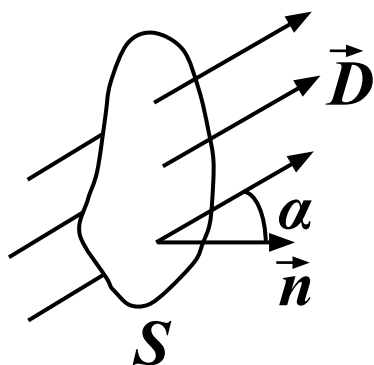
$$D = \epsilon \epsilon_0 \cdot E$$

В общем виде для диэлектрических сред с различными свойствами

$$D = \epsilon_0 E + P_E$$

Поток вектора электрического смещения

$$\Phi_E = \int_S \vec{E}_n \cdot d\vec{S}, \quad \Rightarrow \quad \Phi_D = \int_S D_n \cdot dS$$



$$\Phi_D = D \cdot S \cdot \cos \alpha = D_n \cdot S.$$

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon \epsilon_0}.$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon \epsilon_0},$$

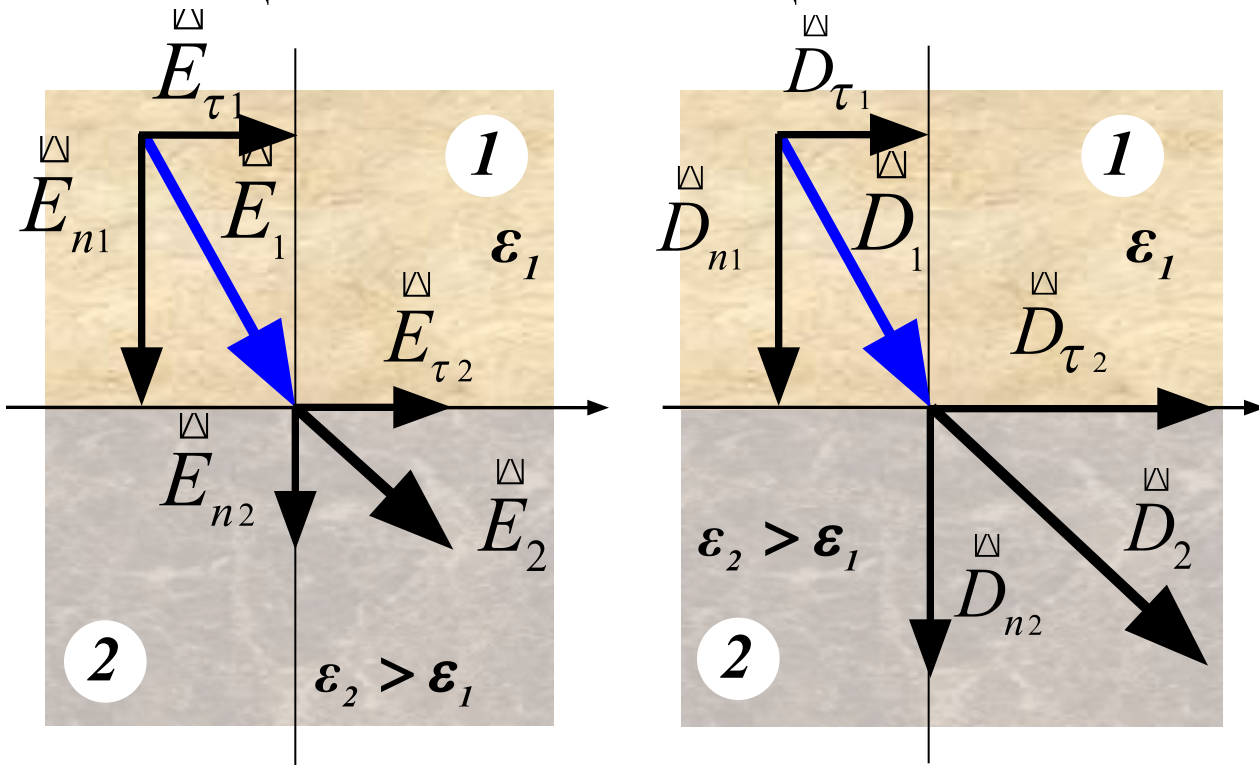
$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \sum q_i.$$

Поток вектора электрического смещения через любую замкнутую поверхность определяется только свободными зарядами, а не всеми зарядами внутри объёма, ограниченного данной поверхностью

Изменение векторов \vec{E} и \vec{D} на границе раздела диэлектриков

Рассмотрим границу между двумя диэлектриками с проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2

Представим каждый из векторов в виде суммы нормальной и тангенциальной составляющих



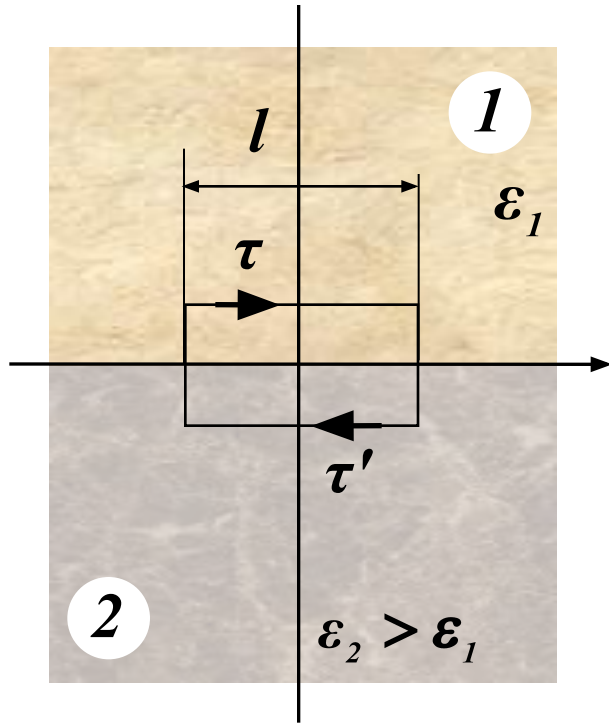
Используем:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{св}$$

$$\vec{D} = \epsilon\epsilon_0 \vec{E}$$

Условие для вектора E



$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$E_{2\tau} \cdot l + E_{1\tau'} \cdot l = 0$$

Если на нижнем участке контура проекцию вектора E взять не на орт τ' , а на общий орт τ , то $E_{1\tau'} = -E_{1\tau}$ и из предыдущего уравнения получим.

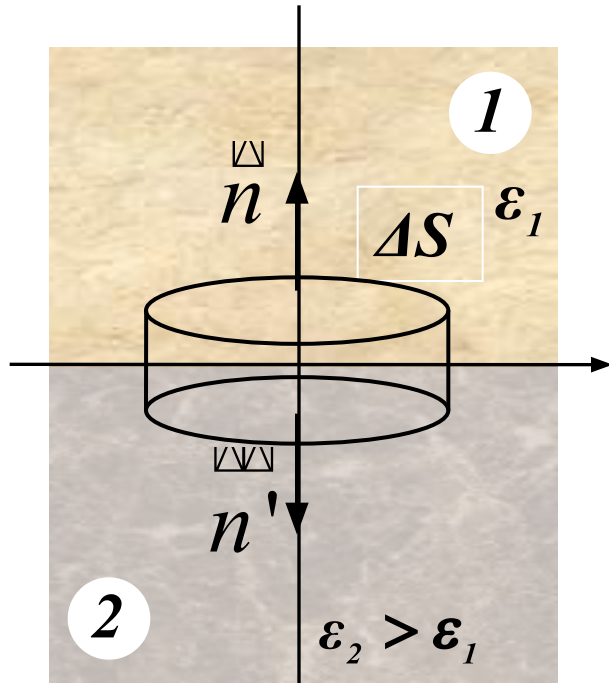
$$E_{1\tau} = E_{2\tau}$$

Тангенциальная составляющая вектора E оказывается одинаковой по обе стороны от границы раздела, т.е. не претерпевает скачка

Используя $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$, получим:

$$\frac{D_{\tau 1}}{D_{\tau 2}} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}$$

Условие для вектора D



$$D_{2n} - D_{1n} = \sigma$$

$$D_{1n} = D_{2n}$$

Используя $\vec{D} = \epsilon\epsilon_0\vec{E}$, получим:

$$\frac{E_{n1}}{E_{n2}} = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}$$

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = q_{св}$$

$$D_{2n} \cdot \Delta S + D_{1n'} \cdot \Delta S = \sigma \cdot \Delta S$$

σ – сторонний заряд (свободный) на границе раздела

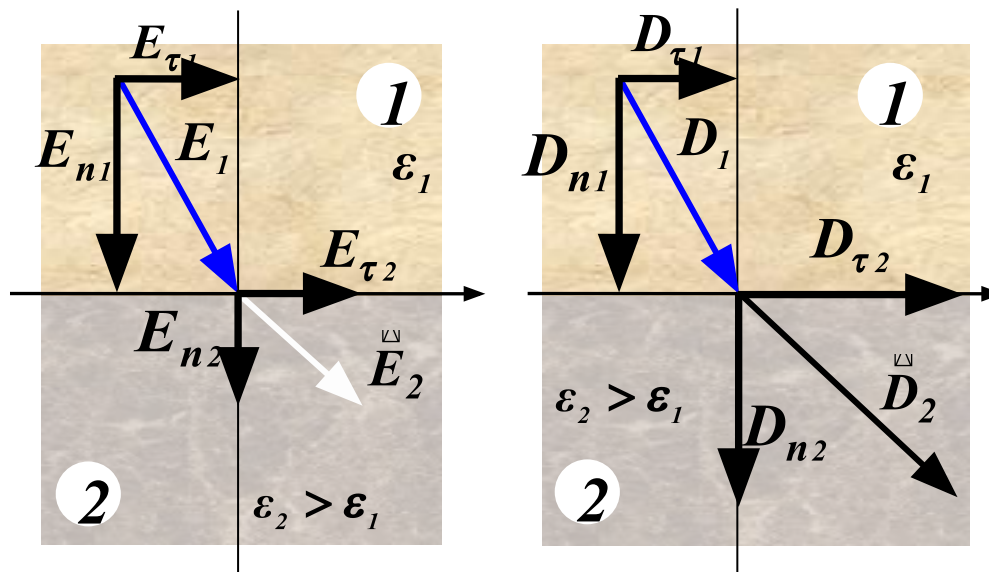
Взяв обе проекции вектора на общую нормаль n (она направлена от диэлектрика 1 к диэлектрику 2), получим

$$D_{1n'} = -D_{1n}$$

Если нет сторонних зарядов ($\sigma = 0$), то

Нормальная составляющая вектора \vec{D} не претерпевает скачка

Изменение векторов \vec{E} и \vec{D} на границе раздела диэлектриков



Таким образом у обоих векторов \vec{E} и \vec{D} одна из составляющих испытывает на границе двух диэлектриков разрыв, оба вектора при переходе поля через границу скачкообразно изменяются по величине и направлению. Т.е. векторы *преломляются*.