

Моделирование

Лекция 1. Основы моделирования

Афанасьева Т.В.

2018

Структура курса

- Лекций – 4
- Лабораторных – 8
- Зачет
- Тест

Лабораторный практикум

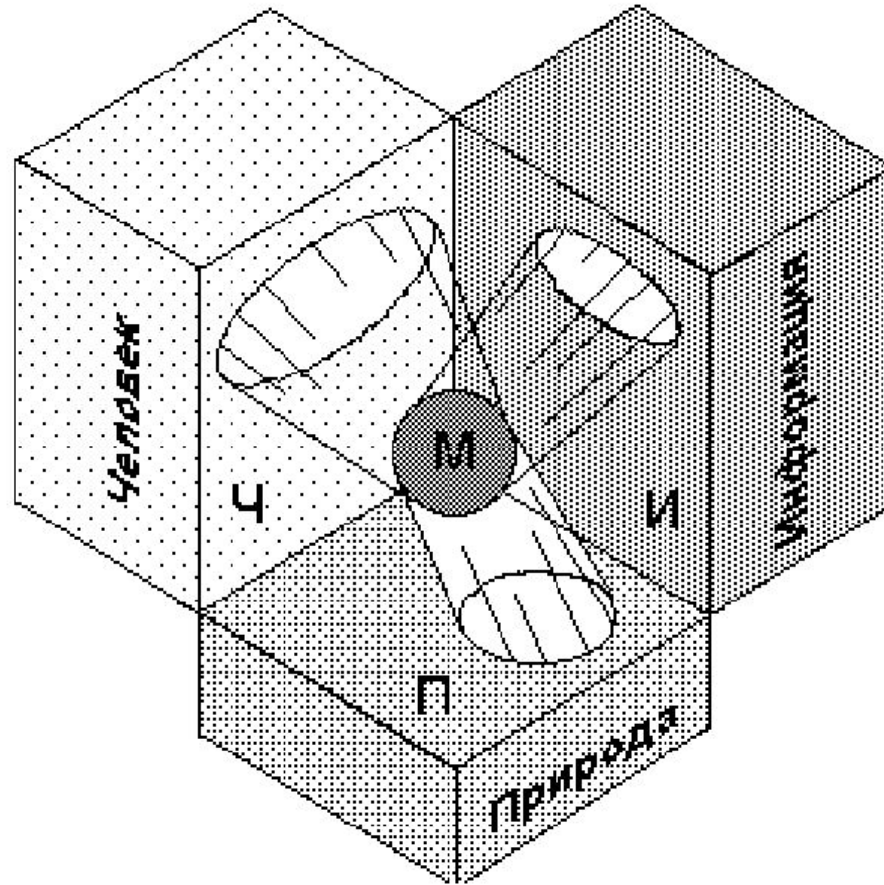
Номер	Наименование темы лабораторного занятия
1-2	Моделирование при обработке данных. Выбор и описание этапов моделирования объекта и контекста моделирования.
3-4	Выбор и описание методов оптимальных решений при построении моделей объектов с ограничениями и с целевой функцией
5-6	Построение и исследование моделей одномерных цифровых сигналов в условиях помех, представленных в виде временных рядов. Нечеткое моделирование при распознавании и обработке данных (FuzzyTend)
7-8	Тестирование и вычисление показателей адекватности модели исследуемого объекта. Подготовка отчета

Рекомендуемая литература

- Советов, Б. Я. Моделирование систем: учебник для студентов вузов, обучающихся по инженерно-техническим направлениям и специальностям / Советов Б. Я., Яковлев С. А.; С. - Петерб. гос. электротехн. ун-т "ПЭТИ им. В. И. Ульянова-Ленина". - 7-е изд. - Москва: Юрайт, 2014. - 343 с.: ил. **Гриф:** УМО РФ (10 экз).
- Замятина О.М. Моделирование систем: Учебное пособие. - Томск: Изд-во ТПУ, 2009. - 204 с. http://window.edu.ru/resource/826/74826/files/Zamyatina_Textbook.pdf
- **Дополнительная литература:**
- Советов, Б. Я. Моделирование систем. Практикум: учебник для студентов вузов, обучающихся по направлениям "Информатика и вычислительная техника" и "Информационные системы" / Советов Б. Я., Яковлев С. А.; С. - Петерб. гос. электротехн. ун-т. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва: Юрайт, 2013. 295 с.: ил. **Гриф:** МО РФ (10 экз).
- Аттетков, А. В. Методы оптимизации: учебное пособие / Аттетков А. В., Зарубин В. С., Канатников А. Н. - Москва: Риор: Инфра-М, 2016. (10 экз)

- Находясь в реальном мире, человек формирует представление о нем, используя свои физиологические возможности и возможности создаваемых им дополнительных орудий труда. В силу объективной ограниченности этих ресурсов формируемые представления являются приближенными. Такие приближения называют моделями окружающей действительности (фр. *modele* – образец, прообраз), а процесс построения моделей и их исследования – моделированием. Можно сказать, что всю свою жизнь человек занимается моделированием и себя, и своего окружения.

система «человек–природа– информация–модель»



- В общем случае модель является представлением объекта, системы или понятия (идеи) в некоторой форме, отличной от формы их реального существования.
- Модель какого-либо объекта может быть или точной копией этого объекта, или отображать некоторые характерные свойства объекта в абстрактной форме.
- Модель служит обычно средством, помогающим нам в объяснении, понимании или совершенствовании системы.

Термин моделирование имеет два значения

1 — создание моделей сложных систем (в англоязычном написании — modeling);

2 — анализ свойств систем на основе исследования их моделей (simulation).

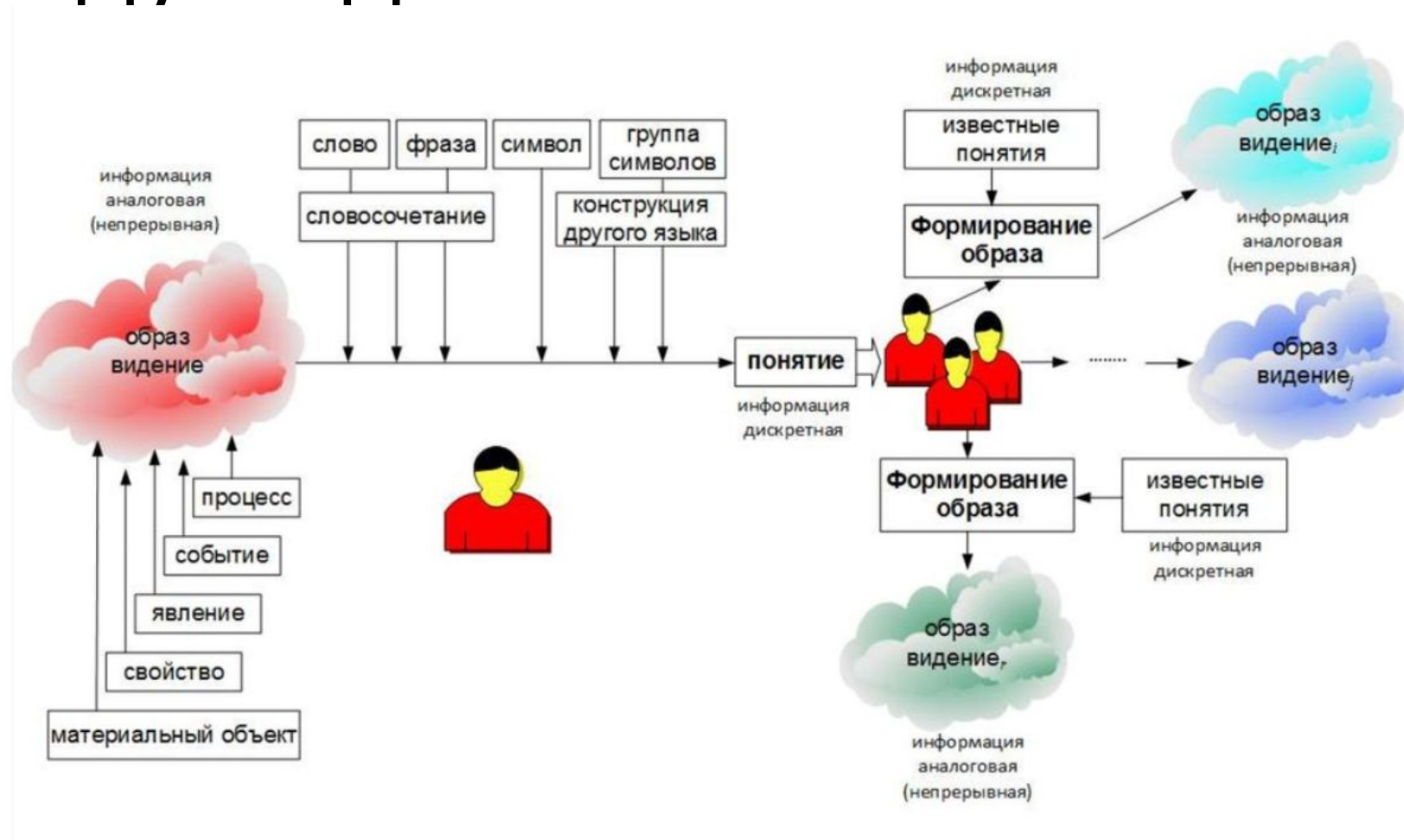
Объекты моделирования применительно к вашим системам

1. Структура систем
2. Функционирование систем;
3. Взаимодействия, внутренние связи в системе;
4. Среда системы;
5. Обучение;
6. Процессы;
7. Свойства;
8. Управление;
9. Ситуации;
10. Состояния;

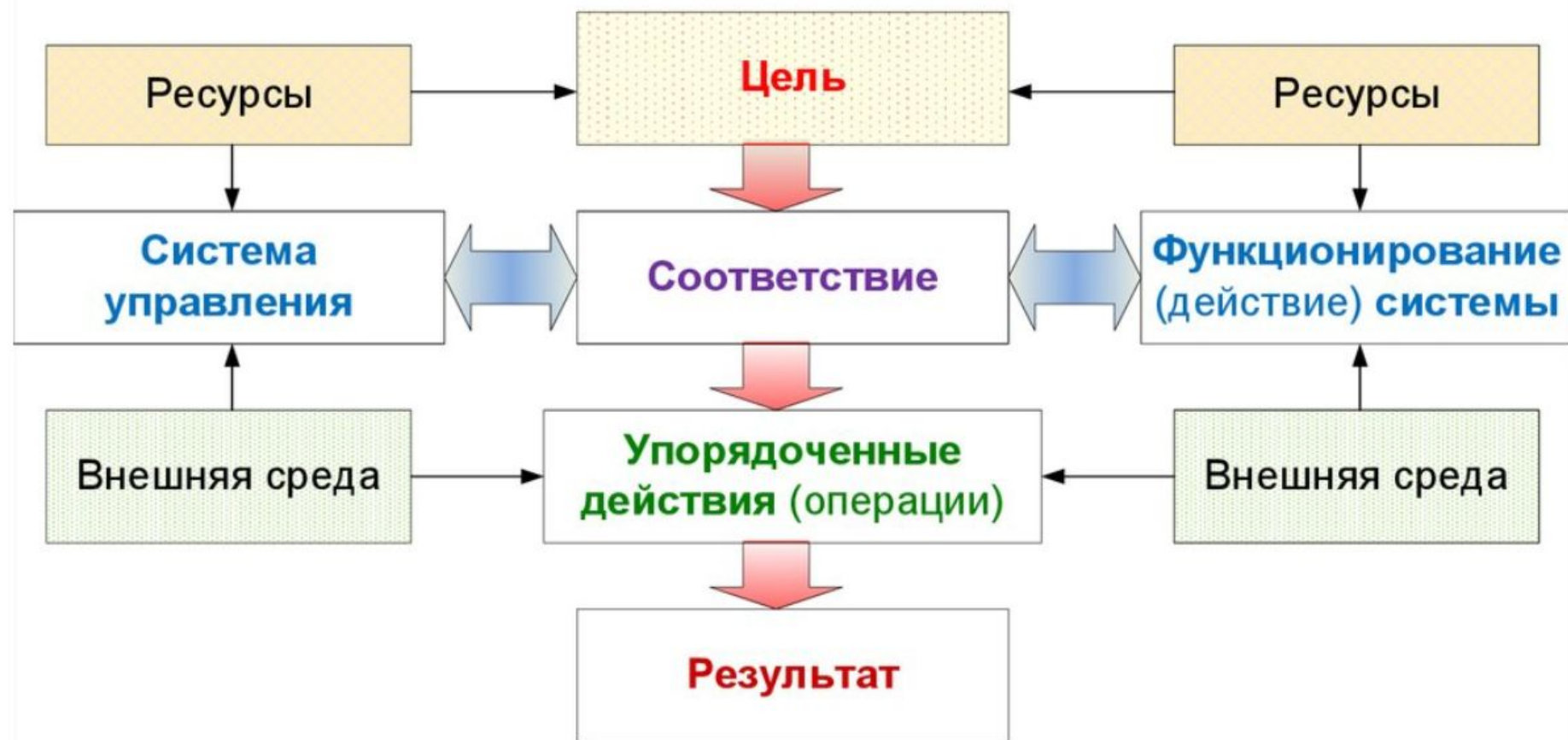
Два класса моделей в системном подходе

- **модели анализа.** Модели анализа используются для описания и исследования режимов функционирования систем границ их реализуемости, физической устойчивости и соответствия совокупности заданных требований.
- **модели синтеза.** Модели синтеза призваны обеспечивать поиск и формирование структуры, формирование необходимого набора числовых значений параметров и характеристик ее элементов и процессов. Включают модели анализа и поисковые модели решений, а также модели оптимизации свойств системы (параметрический синтез).

Модель вербального взаимодействия между людьми



МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕМЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ УПРАВЛЕНИЯ



Моделирование

- Моделирование - это процесс установления соответствия формального описания данному реальному объекту
- Для исследования характеристик любой системы математическими методами, должна быть обязательно проведена формализация этого процесса, т.е. построена математическая модель.
- Вид математической модели зависит как от природы реального объекта, так и от задач исследования объекта, от требуемой достоверности и точности решения задачи.

Классификация моделей

Модели можно классифицировать различными способами, хотя ни один из них не является полностью удовлетворительным. Укажем некоторые типовые группы моделей:

- 1) натурные, аналоговые, символические;
- 2) экспериментальные (регрессионные) и аналитические;
- 3) статические и динамические;
- 4) детерминированные и стохастические;
- 5) дискретные и непрерывные.

Классификация моделей (Б. Я. Советов)



- **Детерминированное моделирование** отображает процессы, в которых предполагается отсутствие случайных воздействий.
- **Стохастическое моделирование** учитывает неопределенности как вероятностные распределения и события.
- **Нечеткое моделирование** учитывает неопределенности в виде нечетких распределений и переменных.
- **Статическое моделирование** служит для описания состояния объекта в фиксированный момент времени, а динамическое - для исследования объекта во времени. При этом оперируют аналоговыми (непрерывными), дискретными и смешанными моделями.
- **Мысленное моделирование** применяется тогда, когда модели не реализуемы в заданном интервале времени либо отсутствуют условия для их физического создания (например, ситуация микромира). Мысленное моделирование реальных систем реализуется в виде наглядного, символического и математического.
- Для представления **функциональных, информационных и событийных моделей** этого вида моделирования разработано значительное количество средств и методов.

Уровни моделирования

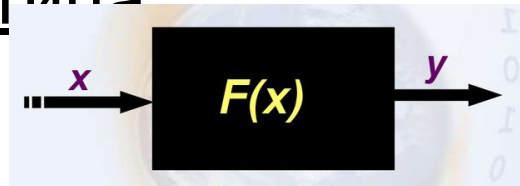
- В соответствии с системным подходом в процессе автоматизированного проектирования сложных систем моделирование их элементов и функциональных узлов выполняется в несколько этапов, на различных уровнях, соответствующих определённым уровням проектирования.
- Методика моделирования непосредственно зависит от уровня моделирования, т.е. от степени детализации описания объекта.
- Каждому уровню моделирования ставится в соответствие определённое понятие системы, элемента системы, закона функционирования элементов системы в целом и внешних воздействий.

Три уровня моделирования

1. **Уровень структурного или имитационного моделирования** систем применением специализированных языков моделирования, теорий множеств (четких и нечетких), алгоритмов, формальных грамматик, графов, массового обслуживания, статистического моделирования.
2. **Уровень логического моделирования** систем, модели которых представляются в виде уравнений непосредственных связей (логических уравнений) и строятся с применением аппарата логики (в том числе нечеткой).
3. **Уровень количественного моделирования** (анализа) систем, модели которых представляются в виде **систем математических выражений**, нелинейных алгебраических, или интегро-дифференциальных уравнений и исследуются с применением методов функционального анализа, теории дифференциальных уравнений, математической статистики и интеллектуального анализа.

Математическое моделирование

- Обычно в математической модели отражается [структура](#) (устройство) моделируемого объекта, существенные для целей исследования свойства и взаимосвязи компонентов этого объекта; такая модель называется структурной.
- Если же модель отражает только то, как объект функционирует — например, как он реагирует на внешние воздействия, — то модель называется функциональной, образно, черным ящиком. Возможны и модели комбинированного типа



- **Функциональная модель** системы описывает совокупность выполняемых системой функций, характеризует морфологию системы (ее построение) - состав функциональных подсистем, их взаимосвязи.
- **Информационная модель** отражает отношения между элементами системы в виде структур данных (состав и взаимосвязи).
- **Поведенческая (событийная) модель** описывает информационные процессы (динамику функционирования), в ней фигурируют такие категории, как состояние системы, событие, переход из одного состояния в другое, условия перехода, последовательность событий.

Концептуальная модель

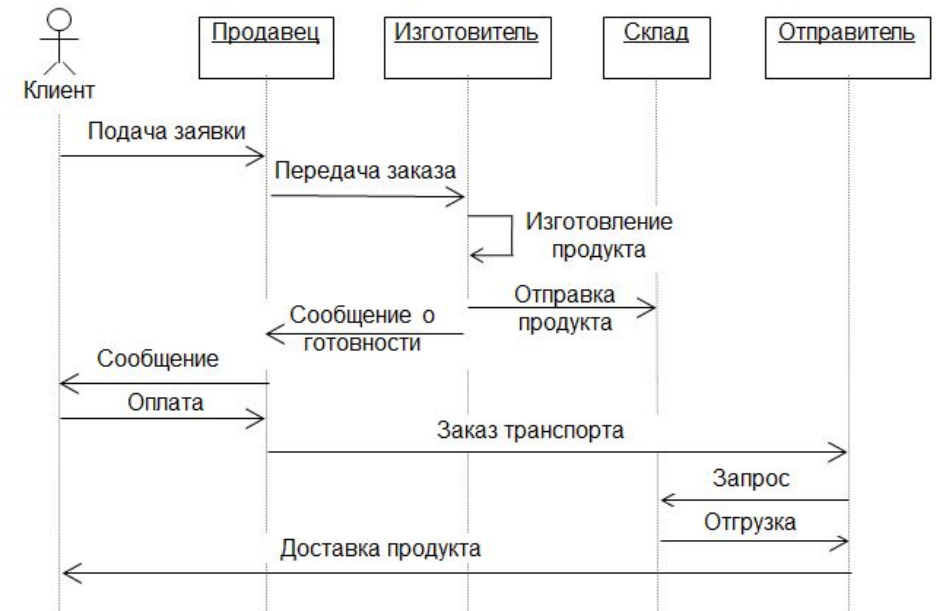
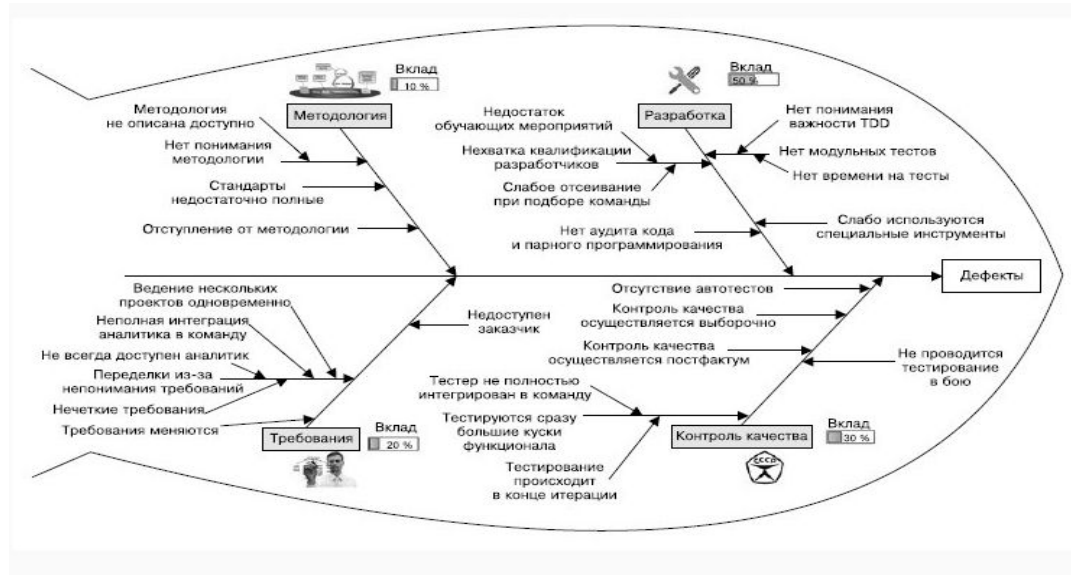
это абстрактная модель, выявляющая **причинно-следственные связи**, присущие исследуемому объекту и существенные в рамках определённого исследования.

Основное назначение концептуальной модели – выявление набора причинно-следственных **зависимостей**, учёт которых необходим для получения требуемых результатов.

Один и тот же объект может представляться различными концептуальными моделями, которые строятся в зависимости от цели исследования.

Так, одна концептуальная модель может отображать временные аспекты функционирования системы, иная – влияние отказов на работоспособность системы.

Примеры концептуальных моделей



Проектирование модели

- Построение математической модели заключается в определении связей между теми или иными процессами и явлениями, создании описания, позволяющего выразить количественно и качественно связь между теми или иными процессами и явлениями, между факторами, влияющими на конечный результат.
- Математическая модель – абстрактная модель, представленная на языке математических выражений. Часто она имеет форму функциональных зависимостей между параметрами, учитываемыми соответствующей концептуальной моделью. Эти зависимости конкретизируют причинно-следственные связи, выявленные в концептуальной модели, и характеризуют их количественно.
- **Эти зависимости и нужно построить!**

общая структура модели

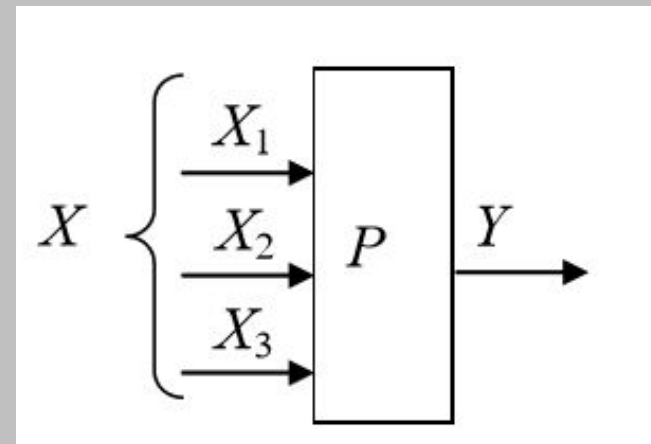
$$E = \Phi(y, x, a, \xi),$$

где E – результат действия системы; $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ – вектор входных переменных, которыми мы можем управлять; $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ – вектор переменных состояния (когда они характеризуют состояние или условия, имеющие место в объекте (системе)) или выходных переменных (когда речь идет о выходах системы); $a = (a_1, a_2, \dots, a_l)$ – вектор внутренних параметров объекта (системы); $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)$ – вектор неопределенных параметров (часть входных переменных и внутренних параметров системы, значения которых мы не знаем точно) и возмущающих воздействий.

Математическое моделирование

- Любая математическая модель, как и всякая другая, описывает реальный объект с некоторой степенью приближения.
- Для представления математических моделей могут использоваться различные формы записи. Основными являются инвариантная, аналитическая, алгоритмическая и схемная (графическая).
- Инвариантная форма - запись соотношений модели с помощью традиционного математического языка безотносительно к методу моделирования. В этом случае модель может быть представлена как совокупность входов, выходов, переменных состояния и глобальных уравнений системы наблюдения. При этом используется аппарат теории множеств и функционального анализа.

- Одним из эффективных приемов построения моделей процессов в является кибернетический подход к изучаемому явлению. Его суть заключается в представлении явления в виде «черного ящика», преобразующего (преобразователь P) входные воздействия (вектор X) в выходную реакцию (отклик Y): стимул \Rightarrow преобразование \Rightarrow реакция



$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^N e_i X_i ;$$

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^N e_i X_i + \sum_{i=1}^N e_{ii} X_i X_i ;$$

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^N e_i X_i + \sum_{i=1}^N e_{ii} X_i X_i + \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N B_{ij} X_i X_j .$$

Имитационные модели

- Имитационные модели позволяют достаточно просто учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные характеристики элементов системы, многочисленные случайные воздействия и другие, которые часто создают трудности при аналитических исследованиях.
- В настоящее время имитационное моделирование - наиболее эффективный метод исследования систем, а часто и единственный практически доступный метод получения информации о поведении системы, особенно на этапе ее проектирования.
- В имитационном моделировании различают метод статистических испытаний (Монте-Карло) и метод статистического моделирования. Метод Монте-Карло - численный метод, который применяется для моделирования случайных величин и функций, вероятностные характеристики которых совпадают с решениями аналитических задач. Состоит в многократном воспроизведении процессов, являющихся реализациями случайных величин и функций, с последующей обработкой информации методами математической статистики.

Структурное моделирование

Структурное моделирование базируется на некоторых специфических особенностях структур определенного вида, которые используются как средство исследования систем или служат для разработки на их основе специфических подходов к моделированию с применением других методов формализованного представления систем (теоретико-множественных, лингвистических, кибернетических и т.п.).

Развитием структурного моделирования является объектно-ориентированное моделирование.

Структурное моделирование включает:

- методы сетевого моделирования;
- сочетание методов структуризации с лингвистическими;
- структурный подход в направлении формализации построения и исследования структур разного типа (иерархических, матричных, произвольных графов) на основе теоретико-множественных представлений и понятия номинальной шкалы теории измерений.

Ситуационное моделирование

- опирается на модельную теорию мышления, в рамках которой можно описать основные механизмы регулирования процессов принятия решений.
- В центре модельной теории мышления лежит представление о формировании в структурах мозга информационной модели объекта и внешнего мира. Эта информация воспринимается человеком на базе уже имеющихся у него знаний и опыта.
- Целесообразное поведение человека строится путем формирования целевой ситуации и мысленного преобразования исходной ситуации в целевую. Основой построения модели является описание объекта в виде совокупности элементов, связанных между собой
- Модель объекта имеет многоуровневую структуру и представляет собой тот информационный контекст, на фоне которого протекают процессы управления.

ПРИНЦИПЫ И ПОДХОДЫ К ПОСТРОЕНИЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

- Математическое моделирование многие считают скорее искусством, чем стройной и законченной теорией.
- Здесь очень велика роль опыта, интуиции и других интеллектуальных качеств человека.
- Поэтому невозможно написать достаточно формализованную инструкцию, определяющую, как должна строиться модель той или иной системы.

Свойства модели

1. Адекватность. Этот принцип предусматривает соответствие модели целям исследования по уровню сложности и организации, а также соответствие реальной системе относительно выбранного множества свойств. До тех пор, пока не решен вопрос, правильно ли отображает модель исследуемую систему, ценность модели незначительна.

2. Соответствие модели решаемой задаче. Модель должна строиться для решения определенного класса задач или конкретной задачи исследования системы. Попытки создания универсальной модели, нацеленной на решение большого числа разнообразных задач, приводят к такому усложнению, что она оказывается практически непригодной.

Опыт показывает, что при решении каждой конкретной задачи нужно иметь свою модель, отражающую те аспекты системы, которые являются наиболее важными в данной задаче. Этот принцип связан с принципом адекватности.

Свойства модели

3. Упрощение при сохранении существенных свойств системы. Модель должна быть в некоторых отношениях проще прототипа - в этом смысл моделирования. Чем сложнее рассматриваемая система, тем по возможности более упрощенным должно быть ее описание, умышленно утрирующее типичные и игнорирующее менее существенные свойства. Этот принцип может быть назван принципом абстрагирования от второстепенных деталей.

4. Соответствие между требуемой точностью результатов моделирования и сложностью модели. Модели по своей природе всегда носят приближенный характер. Возникает вопрос, каким должно быть это приближение. С одной стороны, чтобы отразить все сколько-нибудь существенные свойства, модель необходимо детализировать. С другой стороны, строить модель, приближающуюся по сложности к реальной системе, очевидно, не имеет смысла. Она не должна быть настолько сложной, чтобы нахождение решения оказалось слишком затруднительным.

Практическими рекомендациями по уменьшению сложности

изменение числа переменных, достигаемое либо исключением несущественных переменных, либо их объединением.

- изменение природы переменных параметров. Переменные параметры рассматриваются в качестве постоянных, дискретные в качестве непрерывных и т.д.
- ограничение точности модели. Точность результатов модели не может быть выше точности исходных данных

ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

1. Содержательное описание моделируемого объекта.

Объекты моделирования описываются с позиций системного подхода. Исходя из **цели исследования** устанавливаются совокупность элементов, взаимосвязи между элементами, возможные состояния каждого элемента, существенные характеристики состояний и соотношения между ними.

Например, фиксируется, что если значение одного параметра возрастает, то значение другого - убывает и т.п.

Такое предварительное, приближенное представление системы называют концептуальной моделью. На этом этапе моделирования широко применяются качественные методы описания систем, графические, знаковые и языковые модели.

Пример. Содержательное (вербальное) описание моделируемого объекта

При проектировании технических, организационно-технических систем, программных, измерительно-вычислительных комплексов, их элементов автоматизированный поиск вариантов предварительных проектных решений из похожих проектов (поиск проектных решений), удовлетворяющих требованиям технического задания (ТЗ), является актуальной задачей.

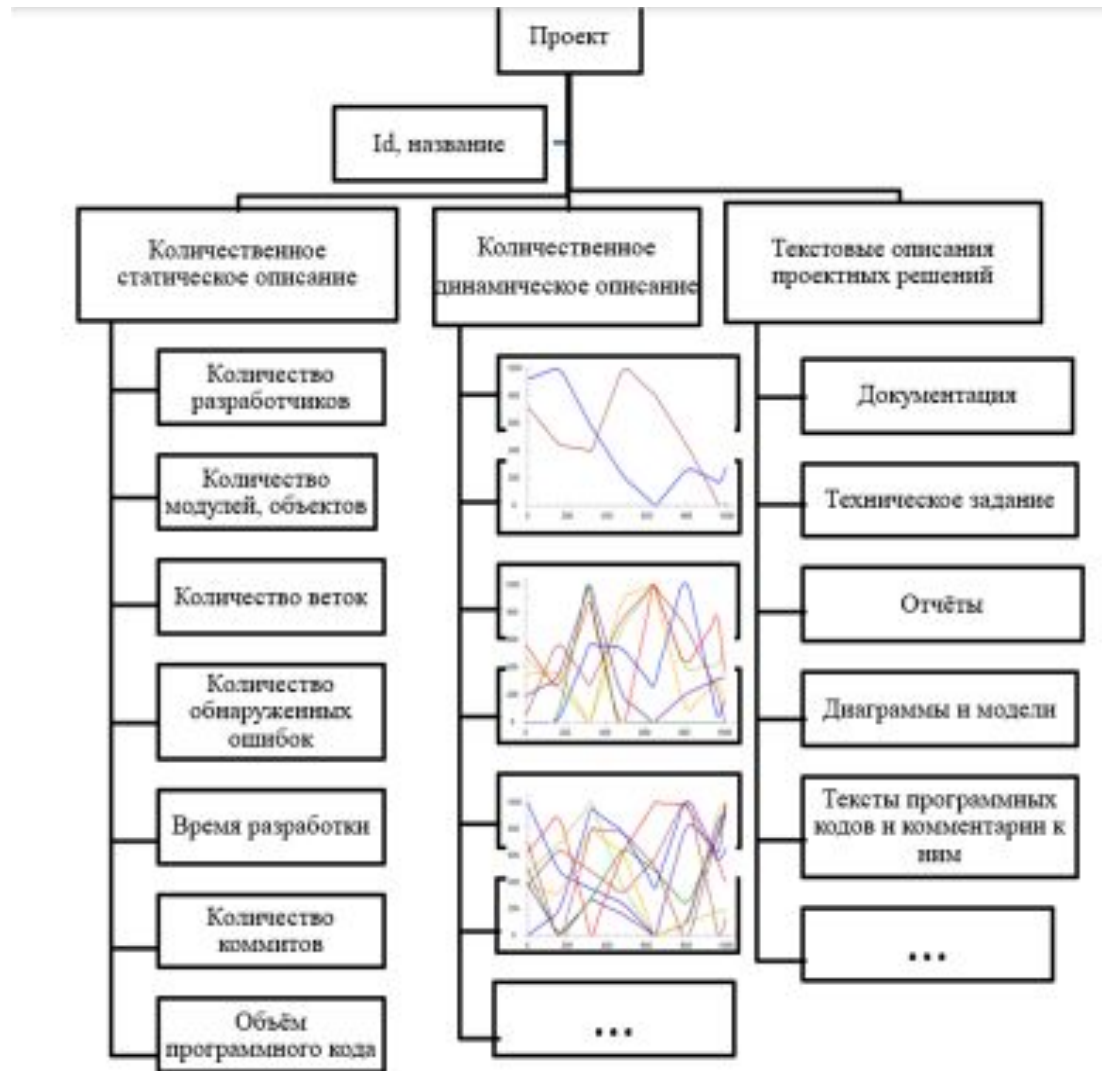
- Проектные решения содержатся в выполненных проектах, хранимых
 - в электронных архивах технической документации проектной организации;
 - в базах данных систем технологической подготовки производства;
 - в репозиториях систем отслеживания и управления проектами GIT, SVN, JIRA, TFS, Bugzilla, Trac, Mantis, Redmine, которые хранят характеристики реализованных проектов и позволяют, в том числе, отслеживать процесс проектирования.

Пример. Извлечение объектов моделирования из вербального описания

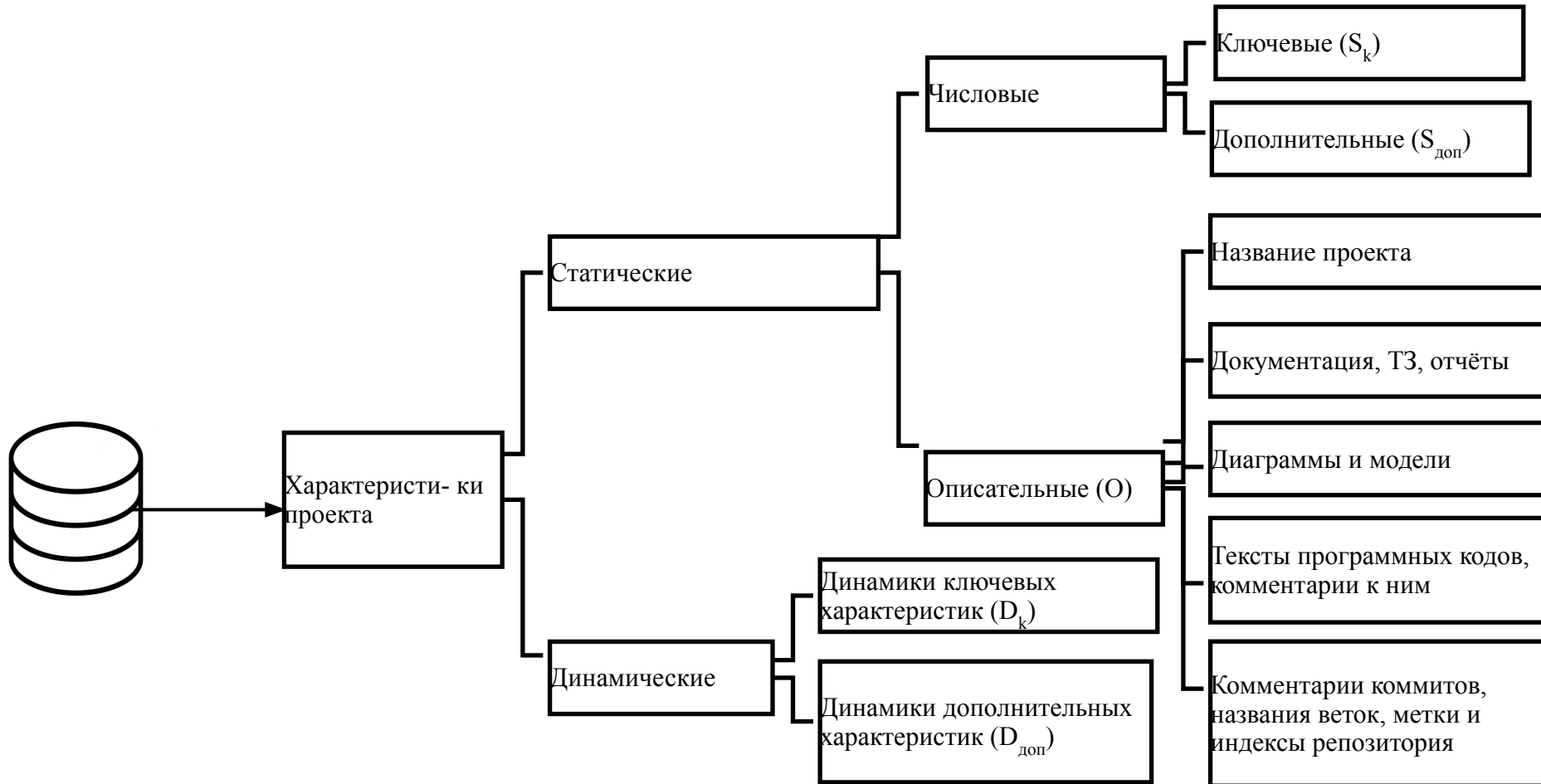
1. Система,
2. проектные решения,
3. Проект,
4. требования технического задания (ТЗ),
5. репозитории (архивы, БД)

Цель системы – поиск проектного решения

Пример.
Модель
проекта



Структурная модель проекта, элементы, связи



ЭТАПЫ ПОСТРОЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

2. Формализация операций. Формализация сводится в общих чертах к следующему. На основе содержательного описания определяется исходное **множество характеристик системы**. Для выделения существенных характеристик необходим хотя бы приближенный анализ каждой из них. При проведении анализа опираются на постановку задачи и понимание природы исследуемой системы. После исключения несущественных характеристик выделяют управляемые и неуправляемые параметры и **производят символизацию**. Затем определяется система ограничений на значения управляемых параметров. Если ограничения не носят принципиальный характер, то ими пренебрегают.

Пример. Формализация объектов моделирования из вербального описания

1. Система C ,
2. проектные решения (O),
3. Проект (P),
4. требования технического задания ($TЗ$),
5. репозитории (архивы, БД) (DB)

Тогда требуется построить модели $F1$, $F2$, такие, что

$$DB \xrightarrow{F1} P \text{ и } C \xrightarrow{F2} P, O \subset P; TЗ \subset O$$

Это модели преобразования.

Основным объектом моделирования является проект

Теоретико-множественная модель проекта

Обозначим множество проектов $P = \{P_i\}$ ($i = 1, 2, \dots, I$), тогда,

$$P = \{S, D, O, R_{SDO}, R_{SS}, R_{DD}\},$$

$S = \{S_{ij}\}$ ($j = 1, 2, \dots, J$) - множество из J статических числовых характеристик проектов P ; $S \subset P$;

$D = \{D_{ijt}\}$ ($t = 1, 2, \dots, T$) - динамические числовые характеристики проектов P , описывающие изменение во времени статических числовых характеристик S , в виде ВР; $D \subset P$;

$O = \{O_{iq}\}$ ($q = 1, 2, \dots, Q$) - множество из Q статических текстовых характеристик, содержащих ссылки на текстовые и графические описания проектных решений и необходимую техническую документацию проектов P ; $O \subset P$; $TЗ \subset O$;

R_{SDO} определяет отношение связи характеристик S, D, O ; R_{SS} задает отношение сходства между проектами, по S ; R_{DD} обозначает отношение сходства между проектами по D

Этап 3. Построение модели

- Дальнейшие действия связаны с формированием целевой функции модели: для анализа или для синтеза моделируем?
- Формулируются **исследовательские вопросы**. Выбираются **показатели** эффективности моделируемой системы и определяется примерный вид функции, вычисляющей эти показатели (**функции полезности**) для выходов.
- Определяется способ свертки **показателей** (способ перехода от множества показателей к одному обобщенному показателю) и произвести саму свертку. По свертке показателей формируются **критерий эффективности** и может быть сформулирована модификация целевой функции.

Исследовательский вопрос.

Известны числовые характеристики проектов $P = \{P_i\}$, $i = 1, 2, \dots, I$.

Цель системы – поиск проектного решения

Как по числовым характеристикам нового проекта G найти похожие проекты из множества $P = \{P_i\}$, из которых определить возможные варианты значений недостающих характеристик проекта G для использования при создании проекта и при его разработке.

- Это задача построения модели для анализа или для синтеза?

Целевая функция

• Содержательно-формализованное описание целевой функции моделирующей синтез вариантов похожих решений

Найти M вариантов проектных решений $O_m \in O_i, (m = 1, \dots, M; i = 1, \dots, I)$, реализованных в M проектах $P_m \in cl^*, m = 1, \dots, M$ из кластера $cl^* \in Cl_{rw}$, имеющих сходство между собой и сходных по числовым характеристикам $S_k^{new}, k = 1, 2, \dots, K$ с заданным проектом G .

Целевая функция (определяет метод достижения цели системы)
 $F3$, реализующая цель системы:

$$O_m = F3(P, S_k^{new}, dist), O_m \in O_i, (m = 1, \dots, M; i = 1, \dots, I), O_m \in P_m,$$

$$F3 = \min_{dist} sim(S_k^{new}, S_m), dist \text{ — метрика расстояния.}$$

Проверка адекватности

Для установления адекватности создаваемой модели оригиналу используются следующие пути:

- сравнение результатов моделирования с отдельными экспериментальными результатами, полученными при одинаковых условиях;
- **использование других близких моделей;**
- сопоставление структуры и функционирования модели с прототипом.

Оценка эффективности (адекватности) модели

● **Показатель эффективности моделируемой системы – время достижения цели. Цель системы – поиск проектного решения**

Для оценки эффективности снижения временных затрат предложено использовать функцию

$$h = H(t_0, t_3),$$

$t_0 = t_0(I)$ - время реализации поиска некоторым практикуемым методом $F0$,

$t_3 = t_3(K)$ - время поиска проектного решения предложенным методом $F3$.

В качестве критерия используем функцию
 $h = 100\% * (t_0 - t_3)/t_0$, выражающую процент сэкономленного времени. Чем больше h , тем лучше

Этап 4. Построения модели

4. **Корректировка модели.** При корректировке модели могут уточняться существенные параметры, ограничения на значения управляемых параметров, показатели исхода операции, связи показателей исхода операции с существенными параметрами, критерий эффективности. После внесения изменений в модель вновь выполняется оценка адекватности.

Целевая функция (определяет метод достижения цели системы) $F3$, реализующая цель системы:

$$O_m = F3(P, S_k^{new}, dist, H), O_m \in O_i, (m = 1, \dots, M; i = 1, \dots, I), O_m \in$$

$$P_m, F3 = \min_{dist} sim(S_k^{new}, S_m), dist \text{ — метрика расстояния.}$$

Этап 5. Построения модели

5. Оптимизация модели.

Сущность оптимизации моделей состоит в их упрощении при заданном уровне адекватности.

Основными показателями, по которым возможна оптимизация модели, выступают время и затраты средств для проведения исследований на ней.

В основе оптимизации лежит возможность преобразования моделей из одной формы в другую. Преобразование может выполняться либо с использованием математических методов, либо эвристическим путем.

Вывод

В практике инженерной деятельности используется огромное число инструментов и технологий моделирования, но все они имеют общий алгоритм реализации:

- уяснение природы исследуемого процесса, моделей входов и выходов;
- формальное описание входов, выходов, зависимости выходов от входов, критериев эффективности в зависимости от целей моделирования;
- определение инструментов и технологий моделирования;
- проведение моделирования процесса и определение форм представления результатов;
- проверка адекватности модели и интерпретация результатов;
- корректировка моделей (при необходимости).