

Лекция

Нечеткая логика

Я считаю, что излишнее стремление к точности стало оказывать действие, сводящее на нет теорию управления и теорию систем, так как оно приводит к тому, что исследования в этой области сосредоточиваются на тех и только тех проблемах, которые поддаются точному решению. Для того чтобы сказать что-либо существенное для проблем подобного рода, мы должны отказаться от наших требований точности и допустить результаты, которые являются несколько размытыми или неопределенными. – Лотфи Заде.

Плохая формализуемость ОУ

Наиболее продвинутые на сегодня методы построения автоматических систем управления основаны на использовании строгих математических моделей объектов. Однако, для подавляющего большинства как искусственных, так и естественных объектов управления (ОУ), которыми необходимо управлять, построение точных математических моделей практически невозможно ввиду их плохой формализуемости. К тому же, эти объекты могут функционировать в среде, свойства которой изменяются или же вообще не могут быть определены заранее. Управление такими объектами возможно только с использованием адаптивных принципов. В случае плохой формализуемости ОУ особый интерес вызывают системы, построенные на новых, интеллектуальных принципах. Эти системы используют наработки таких направлений искусственного интеллекта (ИИ) как нечеткая логика, экспертные системы, генетические алгоритмы, искусственные нейронные сети и т.д.

Немного теории

- Нечеткая логика основана на использовании оборотов естественного языка - «далеко», «близко», «холодно», «горячо».
- Диапазон ее применения - от бытовых приборов до управления сложными промышленными процессами.
- Многие задачи управления просто не могут быть решены классическими методами из-за очень большой сложности математических моделей.

- Впервые термин нечеткая логика (fuzzy logic) был введен американским профессором Лотфи Заде в 1965 году в работе “Нечеткие множества” в журнале “Информатика и управление”.
- Побудительным мотивом представления Л. Заде идеи и теории нечетких множеств стала необходимость описания таких явлений и понятий, которые имеют многозначный и неточный характер. Известные до этого математические методы, использовавшие классическую теорию множеств и двузначную логику, не позволяли решать проблемы этого типа.



Родился в [Баку](#) (Баку, [Азербайджан](#) как **Лотфи Алескерзаде** (или **Аскер Заде**) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с [1932](#)) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932 года жил в [Иране](#)) от русской матери и отца азербайджанца иранского происхождения; с 1932 года жил в Иране, учился Тегеранском университете; с [1944](#) в Соединенных Штатах; работает в Калифорнийском

Термин "нечеткая логика"

- В узком смысле, нечеткая логика — это логическое исчисление, являющееся расширением многозначной логики.
 - В широком смысле *нечеткая логика* равнозначна теории нечетких множеств.
- Нечеткая логика* в узком смысле является разделом нечеткой логики в широком смысле.

Примеры применения нечеткой ЛОГИКИ

- Автоматическое управление воротами плотины на гидроэлектростанциях.
- Упрощенное управление роботами.
- **Наведение телекамер** при трансляции спортивных событий.
- Эффективное и стабильное управление **автомобильными двигателями**.
- Управление экономичной скоростью **автомобилей** (*Nissan, Subaru*).

- Оптимизированное планирование автобусных расписаний (Toshiba).
- Системы архивации документов (Mitsubishi Elec.).
- Системы прогнозирования землетрясений (Japan).
- Диагностика рака (Kawasaki Medical School).
- Финансисты, задачи которых требуют ежедневного принятия правильных решений в сложных условиях непредвиденного рынка (FujiBankпо).
- Промышленные гиганты США. Motorola, General Electric, OtisElevator, PacificGas&Electric, Ford и другие.

- Распознавание рукописных символов в карманных компьютерах (записных книжках) (Sony).
- Однокнопочное управление стиральными машинами (Matsushita, Hitachi).
- Распознавание рукописных текстов, объектов, голоса (CSK, Hitachi, Hosai Univ., Ricoh).

- Управление метрополитенами для повышения удобства вождения, точности остановки и экономии энергии (Hitachi).
- Оптимизация потребления бензина в автомобилях (NOK, Nippon Denki Tools).
- Повышение чувствительности и эффективности управления лифтами (Fujitec, Hitachi, Toshiba).

Определение. Пусть X – универсальное множество.

Тогда подмножество A в X есть совокупность пар $A = \{x, \mu_A(x)\}$, где, $\mu_A(x)$ – функция, определяющая степень принадлежности элемента x к A ; область ее значений лежит в интервале $(\mu_A(x)/X) \in [0, 1]$.

Для обычного четкого множества A можно положить

$$m_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in A, \\ 0, & x \notin A. \end{cases}$$

- **Определение.** Нечеткое множество называется пустым, если $\mu_A(x) = 0$ для всех $x \in X$.

Пример

- Пусть X – множество студентов,
- A - множество пожилых людей. Нечеткое множество A – пустое, $\mu_A(x) = 0$ для всех $x \in X$, так как пожилых студентов, вообще говоря, не бывает.

- В феврале 1991 года была сконструирована первая <интеллектуальная> стиральная машина, в системе управления которой сочетались нечеткая логика.
- Автоматически определяя нечеткие входные факторы:
- объем и качество белья,
- уровень загрязненности,
- тип порошка и т.д.,

Стиральная машина выбирала оптимальный режим стирки из 3800 ВОЗМОЖНЫХ.



Бурный рост рынка нечетких систем

Если рассматривать финансово-экономический сектор, то по мнению А.О. Недосекина, сотрудника компании Siemens Business Services Russia, доктора экономических наук: «Поток публикаций по применению нечетких множеств в экономическом и финансовом анализе растет лавинообразно. Международная ассоциация International Association for Fuzzy-Set Management & Economy (SIGEF) регулярно апробирует новые результаты в области нечетко-множественных экономических исследований. Исследователями написано несколько сотен монографий по этой проблематике. В России этот процесс тоже набирает обороты.

Пример

Прогноз погоды на завтра

- температура воздуха +10 градусов С, возможен дождь.
- Это и есть проявление нечеткой логики: погода завтра может быть в данном случае как просто пасмурной, так и дождливой:
- события здесь предсказываются с некоторой долей уверенности (рангом).

Недостатки нечетких систем

- отсутствие стандартной методики конструирования нечетких систем;
- невозможность математического анализа нечетких систем существующими методами;
- применение нечеткого подхода по сравнению с вероятностным не приводит к повышению точности вычислений.

Области эффективного применения современных технологий управления



Как видно, классические методы управления хорошо работают при полностью детерминированном объекте управления и детерминированной среде, а для систем с неполной информацией и высокой сложностью объекта управления оптимальными являются нечеткие методы управления.

БАЗОВЫЕ ПОНЯТИЯ НЕЧЕТКОЙ ЛОГИКИ

- Определение $\mu_A(x)$ – характеристическая функция принадлежности (функция принадлежности) - функция указывает степень (уровень) принадлежности элемента x подмножеству A .
- ✓ Замечание Обычное множество - частный случай нечеткого множества.
- Функцию принадлежности, как и всякую функцию, можно задавать таблично или аналитически.

Вид функции принадлежности может быть абсолютно произвольным.

Основные виды



Z - функция



П - функция



Л - функция



S - функция

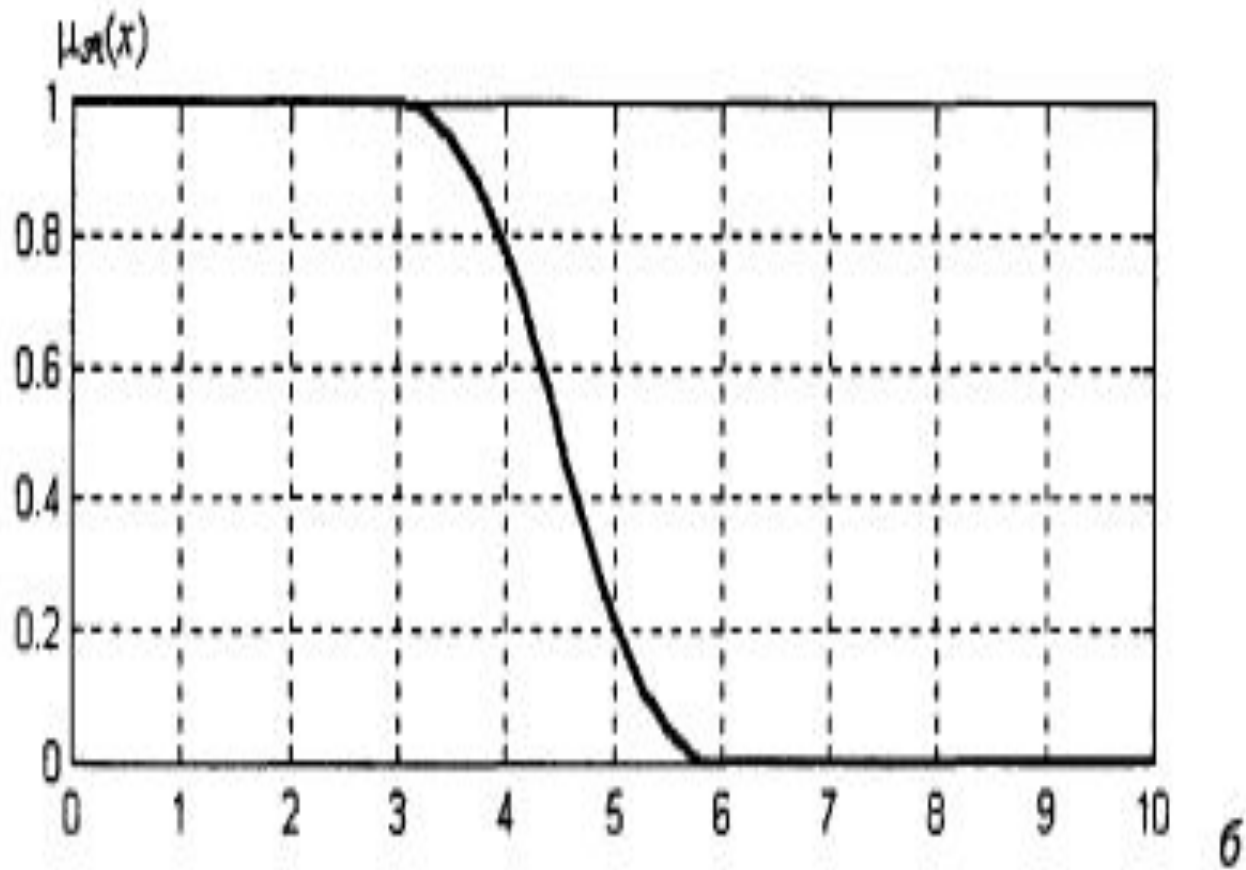
Z-образная функция принадлежности

Слайн-функция может быть также задана другим выражением:

$$f_{Z_2}(x; a, b) = \left\{ \begin{array}{ll} 1, & x \leq a \\ 1 - 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & a < x \leq \frac{a+b}{2} \\ 2 \left(\frac{b-x}{b-a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} < x < b \\ 0, & b \leq x \end{array} \right\}, \quad (2.11)$$

где a, b — некоторые числовые параметры, принимающие произвольные действительные значения и упорядоченные отношением: $a < b$. График этой функции для некоторого нечеткого множества \mathcal{A} и универсума $X = [0, 10]$ изображен на рис. 2.12, б, при этом значения параметров соответственно равны $a=3, b=6$.

График Z-образной функции принадлежности



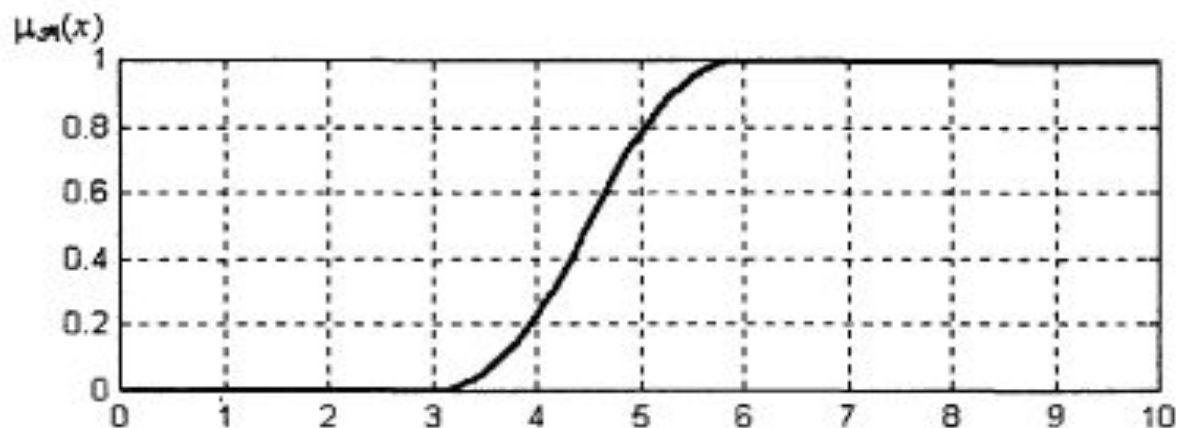
S-образная функция принадлежности

Сплайн-функция может быть также задана другим выражением:

$$f_{S_2}(x; a, b) = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & x \leq a \\ 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2, & a < x \leq \frac{a+b}{2} \\ 1 - 2 \left(\frac{b-x}{b-a} \right)^2, & \frac{a+b}{2} < x < b \\ 1, & b \leq x \end{array} \right\}, \quad (2.13)$$

где a, b — некоторые числовые параметры, принимающие произвольные действительные значения и упорядоченные отношением: $a < b$. График этой функции для некоторого нечеткого множества \mathcal{A} и универсума $X = [0, 10]$ изображен на рис. 2.13, б, при этом значения параметров соответственно равны $a=3, b=6$.

График S-образной функции принадлежности



6

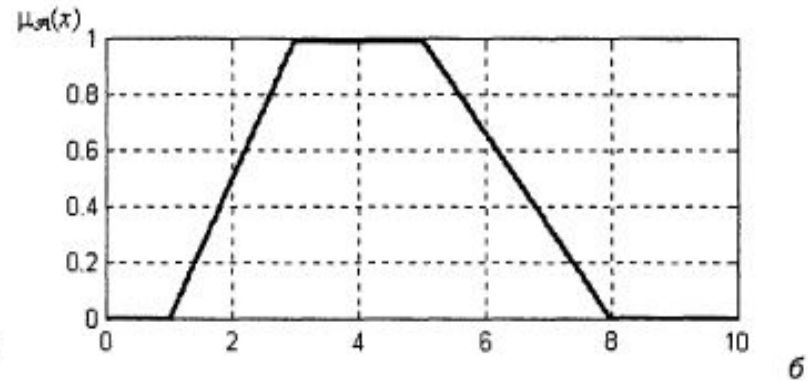
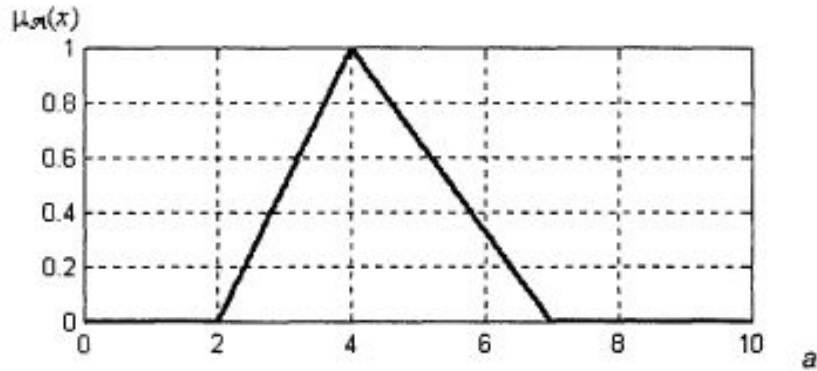
Рис. 2.13. Графики S-образных функций принадлежности f_{S_1} и f_{S_2} для значений параметров $a=3$, $b=6$

К типу S-образных и одновременно Z-образных функций принадлежности может быть отнесена так называемая *сигмоидальная* функция (сигмоид), которая в общем случае задается аналитически следующим выражением:

$$f_{S_3}(x; a, b) = \frac{1}{1 + e^{-a(x-b)}}, \quad (2.14)$$

здесь a , b — некоторые числовые параметры

Основные типы функций принадлежности



Первая из этих функций принадлежности в общем случае может быть задана аналитически следующим выражением:

$$f_{\Delta}(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b \leq x \leq c \\ 0, & c \leq x \end{cases},$$

где a, b, c — некоторые числовые параметры

Трапецевидная функция принадлежности в общем случае может быть задана аналитически следующим выражением:

$$f_{\Gamma}(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c \leq x \leq d \\ 0, & d \leq x \end{cases}, \quad (2.9)$$

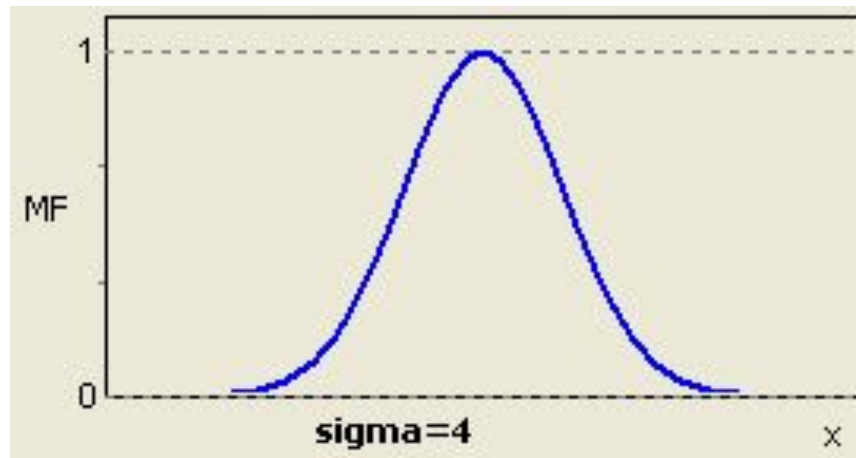
где a, b, c, d — некоторые числовые параметры, принимающие произвольные действительные значения и упорядоченные отношением: $a \leq b \leq c \leq d$.

Гауссова функция принадлежности

Функция принадлежности гауссова типа описывается формулой

$$MF(x) = \exp\left[-\left(\frac{x - c}{\sigma}\right)^2\right]$$

и оперирует двумя параметрами. Параметр c обозначает центр нечеткого множества, а параметр σ отвечает за крутизну функции.



Примеры лингвистических переменных



Рис.3. Описание лингвистической переменной 'Цена акции'.

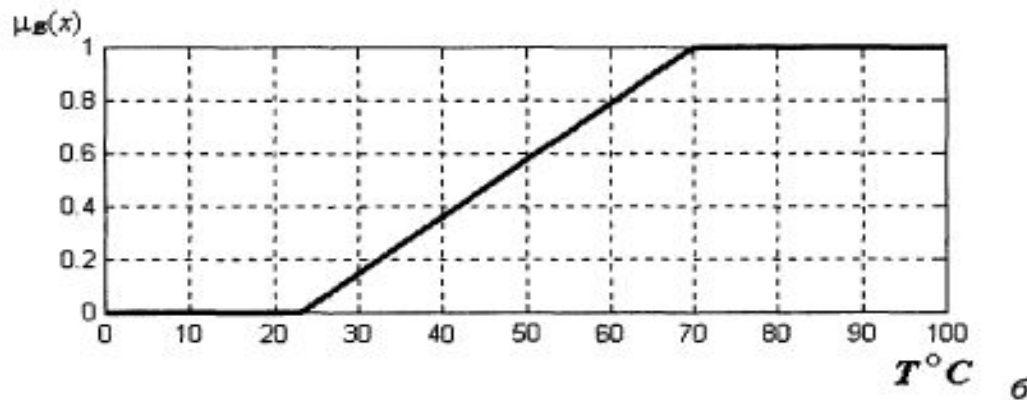
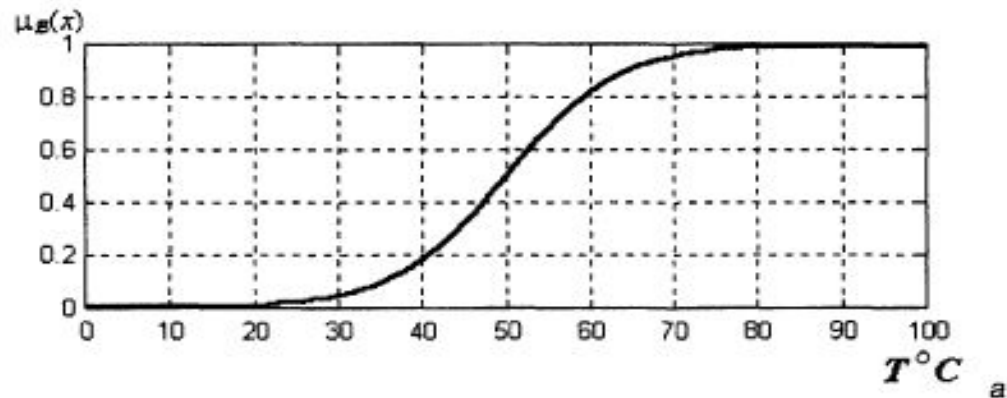


Рис.4. Описание лингвистической переменной 'Возраст'.

На рис. 3 приведен пример описанной выше лингвистической переменной 'Цена акции', на рис. 4 – формализация неточного понятия 'Возраст человека'. Так, для человека 48 лет степень принадлежности к множеству 'Молодой' равна 0, 'Средний' – 0,47, 'Выше среднего' – 0,20.

Графики функции принадлежности для понятия «горячий кофе»

Таким образом, в качестве множества $\mathcal{B} = \{x, \mu_{\mathcal{B}}(x)\}$, описывающего горячий кофе, можно рассматривать, например, такое нечеткое множество, для которого функция принадлежности имеет следующий вид (см. рис. 2.4, а и/или 2.4, б).



Основные характеристики нечетких множеств

- 1. Величина $\mu_A(x)$ называется **высотой** нечеткого множества A .
- Нечеткое множество A **нормально**, если его высота равна 1, в противном случае нечеткое множество называется **субнормальным**.
- Нечеткое множество **унимодально**, если функция принадлежности $=1$ только для одного элемента.
- Элементы $x \in E$, для которых $\mu_A(x) = 0,5$, называются точками **перехода множества**.

🚩 **Пример** нечетких множеств

🚩 1) Пусть $E = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$, $M = [0, 1]$.

Нечеткое множество "Несколько" можно определить следующим образом:

$$\text{"Несколько"} = 0,5/3 + 0,8/4 + 1/5 + 1/6 + 0,8/7 + 0,5/8;$$

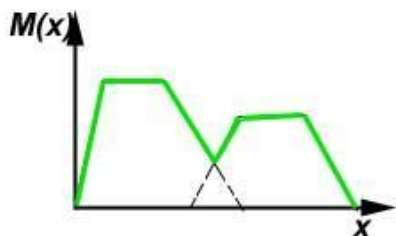
его характеристики: высота = 1,

носитель - $\{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$,

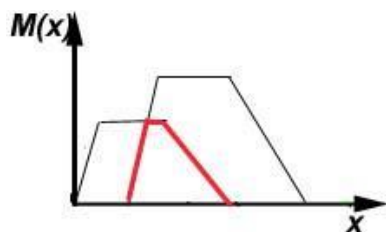
точки перехода - $\{3, 8\}$.

Операции с нечеткими множествами

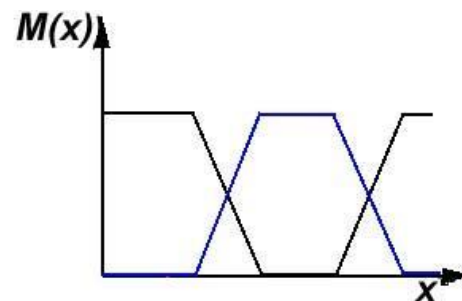
К нечетким множествам можно применять следующие операции:



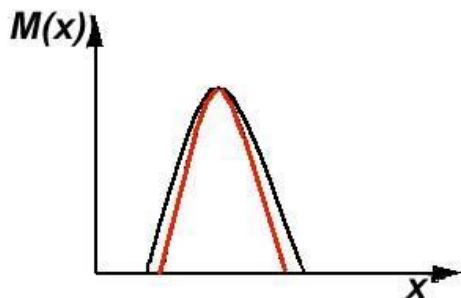
1. объединение



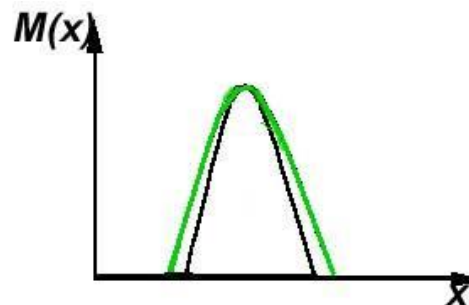
2. пересечение



3. дополнение



4. концентрация



5. размывание (или размытие)

Операции над нечеткими множествами

Объединением нечетких множеств $\tilde{A} \cup \tilde{B}$ является нечеткое множество $\tilde{A} \cup \tilde{B} = \{x, \mu_{A \cup B}(x)\}$, $x \in X$ функция принадлежности элементов к которому определяется как $\mu_{A \cup B}(x) = \max\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \vee \mu_B(x)$. (см. рис. 3)

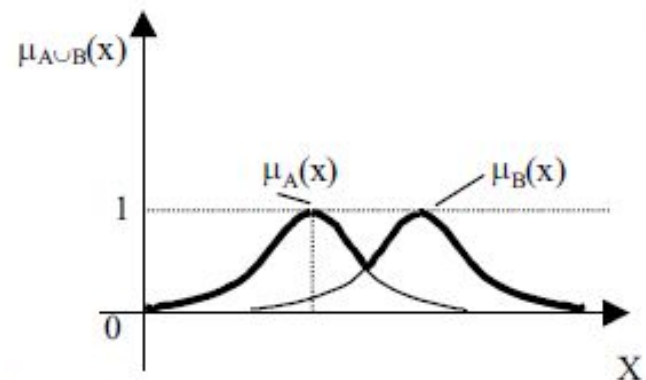


Рис. 3

Пересечением двух нечетких множеств $\tilde{A} \cap \tilde{B}$ называется нечеткое множество $\tilde{A} \cap \tilde{B} = \{x, \mu_{A \cap B}(x)\}$, $x \in X$, функция принадлежности элементов к которому определяется как $\mu_{A \cap B}(x) = \min\{\mu_A(x), \mu_B(x)\} = \mu_A(x) \& \mu_B(x)$. (см. рис.4)

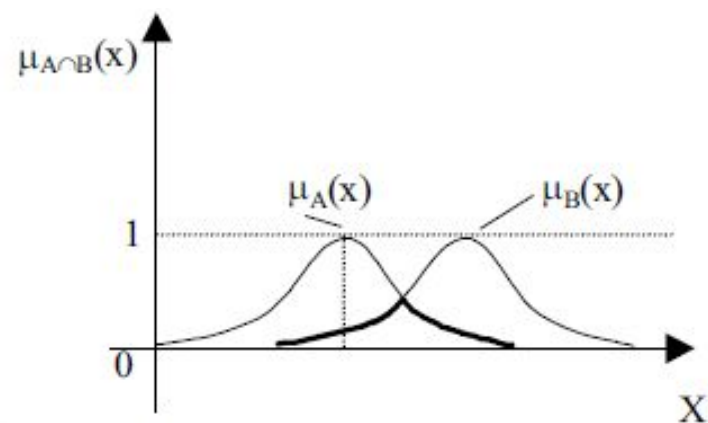
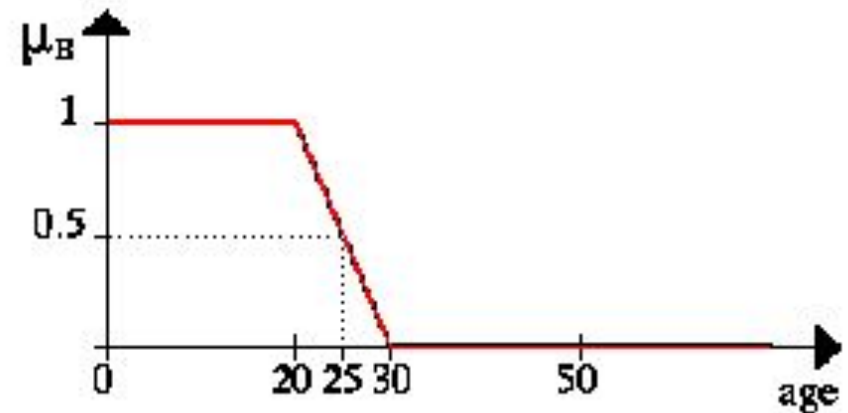


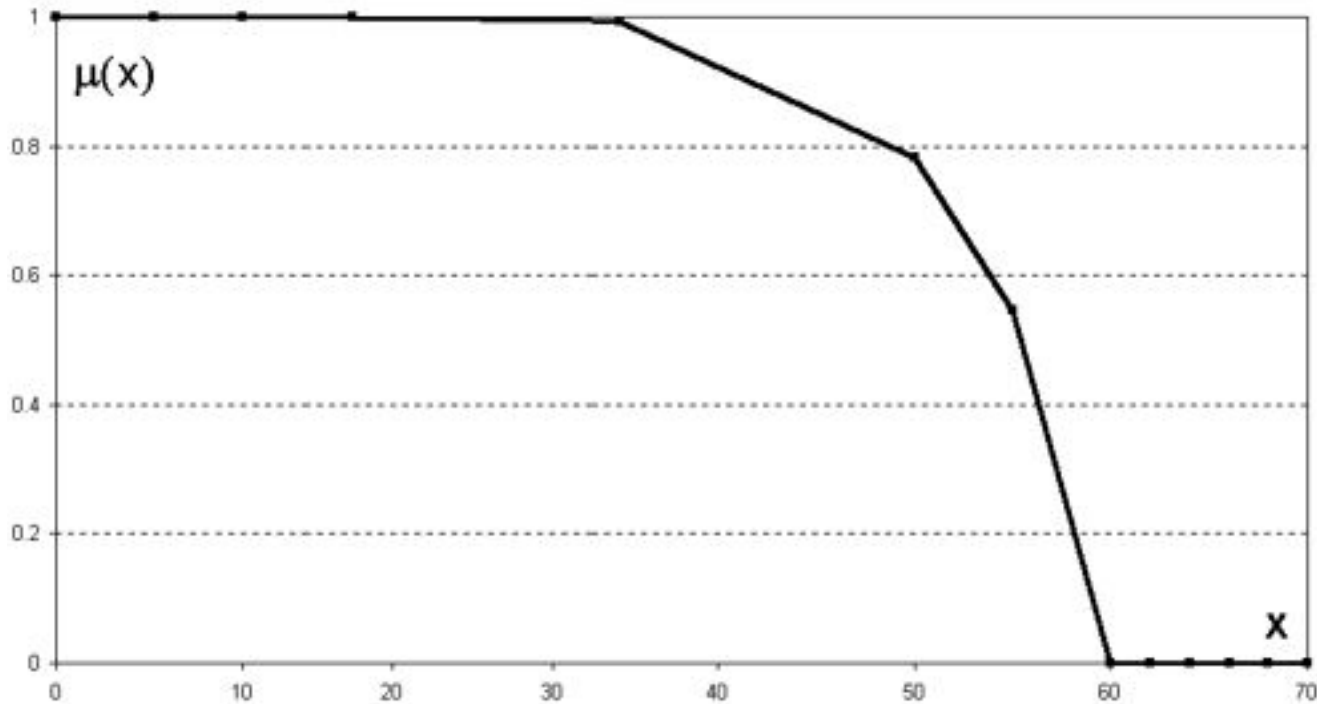
Рис. 4

Пример 1. Нечеткое множество для термина «молодой»

- До 16 лет нельзя однозначно утверждать, что человек молодой (рангом около 0,9).
- от 16 до 30 лет можно смело присвоить ранг 1, т.е. человек в этом возрасте молодой.
- После 30 лет человек вроде уже не молодой, но еще и не старый, здесь ранг будет принимать значения в интервале от 0 до 1.
- И чем больше возраст человека, тем меньше становится его принадлежность к молодым, т.е. ранг будет стремиться к 0.



Функция принадлежности нечеткого множества “Оптимальный возраст работающих”



x - параметр возраста (лет), $x \in [18, 70]$, A - нечеткое подмножество “оптимальный возраст работающего” - отрезок $[18, 70]$, $\mu_A(x)$ - функция принадлежности, $\mu_A(x) \in [0, 1]$.

Принципы работы систем с нечеткой логикой

□ Фаззификация:

(измерительные приборы фаззифицируются (переводятся в нечеткий формат),

□ Разработка нечетких правил

□ Дефаззификация виде привычных сигналов подаются на исполнительные устройства.

- **Определение.** **Фаззификация** - сопоставление множества значений x ее функции принадлежности $M(x)$, т.е. перевод значений x в нечеткий формат
Дефаззификация - процесс, обратный фаззификации.
- **Значения функции принадлежности $\mu(x)$** могут быть взяты только из **априорных знаний**, интуиции (опыта), опроса экспертов.

Понятие лингвистической переменной

- **Определение.** Лингвистическая переменная - переменная, значениями которой являются не числа, а слова естественного языка, называемые **термами**.
- Для большинства приложений достаточно **3-7 термов** на каждую переменную. (минимальное, максимальное, среднее).
- **Максимальное количество термов не ограничено** и зависит целиком от приложения.

Определение числа термов

- Исходите из стоящей перед вами задачи и необходимой точности описания, помните, что для большинства приложений **вполне достаточно трех термов** в переменной;
- нечеткие правила функционирования системы должны быть понятны.

Лингвистическая переменная

- Определяете необходимое число термов и каждому из них ставите в соответствие некоторое значение описываемой физической величины.
- Для этого значения степень принадлежности физической величины к терму будет равна единице, а для всех остальных значений - в зависимости от выбранной функции принадлежности.

Пример

1. Лингвистическая переменная **ВОЗРАСТ** для нее термины **ЮНОШЕСКИЙ**, **СРЕДНИЙ** и **ПРЕКЛОННЫЙ**.
2. Лингвистической переменной **ДИСТАНЦИЯ** принадлежат термины **ДАЛЕКО**, **БЛИЗКО**.

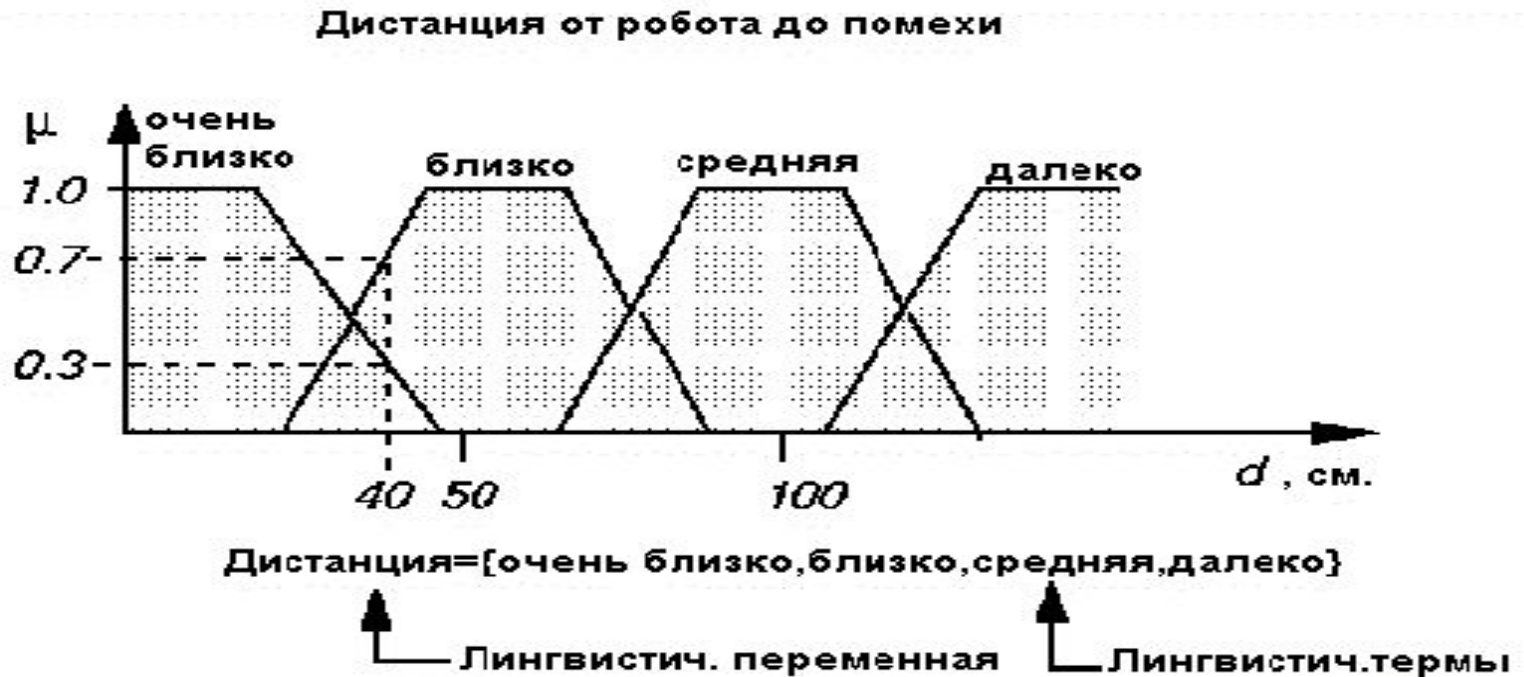
Нечеткие системы основаны на правилах продукционного типа, в качестве посылки и заключения в правиле используются лингвистические переменные.

Правило продукций

- Состоит из посылок и заключения.
- Возможно наличие нескольких посылок в правиле,
они объединяются посредством логических связок И, ИЛИ.
- Продукционное правило записывается в виде:
- «ЕСЛИ (посылка) (связка) (посылка)... (посылка) ТО (заключение)».

Пример

Можно задать степень принадлежности к терму **ОЧЕНЬ БЛИЗКО** равную 0.7, а к терму **БЛИЗКО** – 0.3.



Алгоритм по формализации задачи в терминах нечеткой логики

- **Шаг 1.** Для каждого термина взятой лингвистической переменной найти числовое значение или диапазон значений, наилучшим образом характеризующих данный терм.
- **Шаг 2.** После определения значений с единичной принадлежностью необходимо определить значение параметра с принадлежностью «0» к данному терму.
- **Шаг 3.** Для определения промежуточных значений выбираются П- или Л-функции из числа стандартных функций принадлежности.
- Для значений, соответствующих экстремальным значениям параметра, выбираются S- или Z-функции принадлежности.

Алгоритмы нечеткого вывода

Среди других алгоритмов нечеткого вывода, пожалуй, наиболее известными и популярными являются алгоритмы **Мамдани** (Mamdani) и **Сугэно** (Sugeno).

Алгоритм Мамдани. Отметим вначале, что используемый в различного рода экспертных и управляющих системах механизм нечетких выводов в своей основе имеет базу знаний, формируемую специалистами предметной области в виде совокупности нечетких предикатных правил вида:

- * П1: если x есть A_1 , тогда z есть B_1 ,
- * П2: если x есть A_2 , тогда z есть B_2 ,
- *
.....
- * П n : если x есть A_n , тогда z есть B_n ,

где x - входная переменная (имя для известных значений данных), z - переменная вывода (имя для значения данных, которое будет вычислено); A_i и B_i - нечеткие множества.

Алгоритм Сугэно

Исходный набор правил представляется в виде

P_i : если x есть A_i , тогда z есть z_i , $i = 1, 2, \dots, n$,

где $z_i = z(x_i)$.

Приведем пример двух правил:

P_1 : если x есть A_1 и y есть B_1 , то $z_1 = a_1x + b_1y$,

P_2 : если x есть A_2 и y есть B_2 , то $z_2 = a_2x + b_2y$.

Таким образом, основное отличие между системами Мамдани и Сугэно заключается в разных способах задания значений выходной переменной в правилах, образующих базу знаний. В системах типа Мамдани значения выходной переменной задаются нечеткими термами, в системах типа Сугэно - как линейная комбинация входных переменных.

Алгоритм Сугэно

Алгоритм Сугэно (0-го порядка). Исходный набор правил представляется в виде

P_i : если x есть A_i , тогда z есть z_i , $i = 1, 2, \dots, n$,

где $z_i = z(x_i)$.

Алгоритм Сугэно с вычислительной точки зрения реализуется значительно проще, чем алгоритм Мамдани, а время счета для него меньше, чем для алгоритма Мамдани в 50-100 раз.

Общий вывод: если нет каких-либо особенных доводов в пользу алгоритма Мамдани, то лучше использовать не его, а алгоритм Сугэно.

Метод выбора тестов при помощи алгоритма Сугено

Вероятность проявления неисправности, f	Функции выбора теста для термов переменной вероятность покрытия неисправностей d				
	l	lm	m	hm	h
l	mf_7	mf_7	mf_6	mf_5	mf_4
lm	mf_7	mf_6	mf_5	mf_4	mf_3
m	mf_6	mf_5	mf_4	mf_3	mf_2
hm	mf_5	mf_4	mf_3	mf_2	mf_1
h	mf_4	mf_3	mf_2	mf_1	mf_1

$mf_1 = 25f+25d+50$; $mf_2 = 22.5f+22.5d+45$; $mf_3 = 20f+20d+40$;
 $mf_4 = 12.5f+12.5d+25$; $mf_5 = 5f+5d+10$; $mf_6 = 2.5f+2.5d+5$; $mf_7 = 0$;
 где f – вероятность проявления неисправности;
 d – вероятность покрытия неисправности исследуемым тестом.

Результаты выбора тестов по алгоритму Сугено

Вероятность проявления неисправности, f	Целесообразность выбора теста для термов переменной покрытие неисправностей d, %				
	l	lm	m	hm	h
l	0.0	1.16	6.25	18.1	37.5
lm	1.16	6.32	16	37.5	59.4
m	6.25	16	37.5	63.0	78.8
hm	18.1	37.5	63.0	80.5	93.0
h	37.5	59.4	78.8	93.0	100

При высоком значении вероятности проявления неисправности и высоком значении вероятности её покрытия целесообразность включения теста в программу испытаний достигает 100%. Промежуточные значения получаются при помощи системы нечеткого вывода.

Операции нечеткого вывода

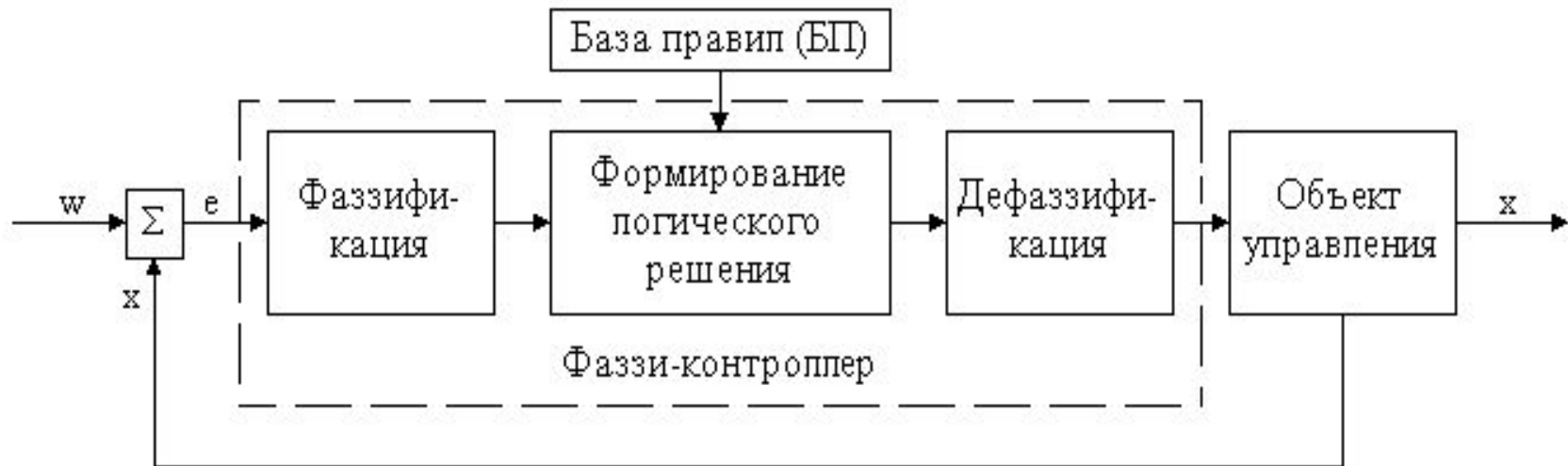
* *Фаззификация* (переход к нечеткости)

Точные значения входных переменных преобразуются в значения лингвистических переменных посредством применения некоторых положений теории нечетких множеств, а именно - при помощи определенных функций принадлежности.

* *Дефаззификация* (устранение нечеткости)

На этом этапе осуществляется переход от нечетких значений величин к определенным физическим параметрам, которые могут служить командами исполнительному устройству.

Структура системы нечеткого управления

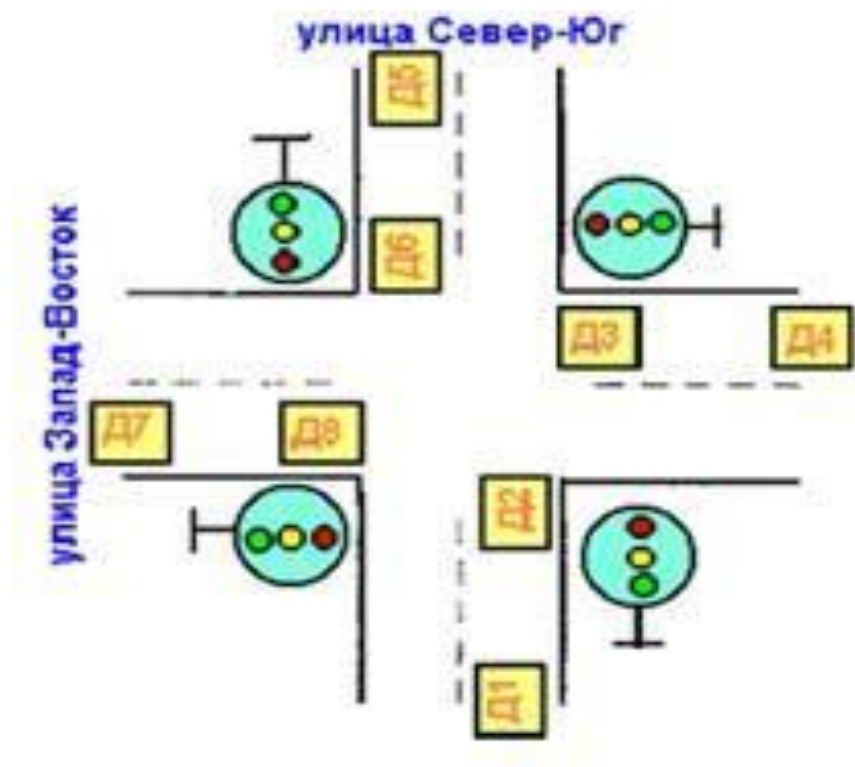


Моделирование работы светофора с нечеткой логикой

ПОСТАНОВКА:

- В обычном светофоре время работы зеленого и красного света, а также время цикла фиксированы. Это создает некоторые трудности в движении машин, особенно, при изменении их потоков в часы пик, что довольно часто приводит к появлению автомобильных пробок.

В нечетком светофоре время цикла остается постоянным, однако, время его работы в режиме зеленого света должно меняться в зависимости от количества подъезжающих к перекрестку машин.



Светофор использует разности показаний четырех пар датчиков:

(Д1-Д2), (Д3-Д4), (Д5-Д6) и (Д7-Д8).

если для улицы СЮ горит зеленый свет, машины проезжают перекресток и показания двух пар датчиков равны:

Д1=Д2, Д5=Д6,

а, следовательно, их разность равна нулю.

В это же время на улице ЗВ перед светофором останавливаются машины, которые успели проехать только Д4 и Д7.

Суммарное количество автомобилей на этой улице :

(Д4-Д3)+(Д7-Д8)=(Д4-0)+(Д7-0)=Д4+Д7

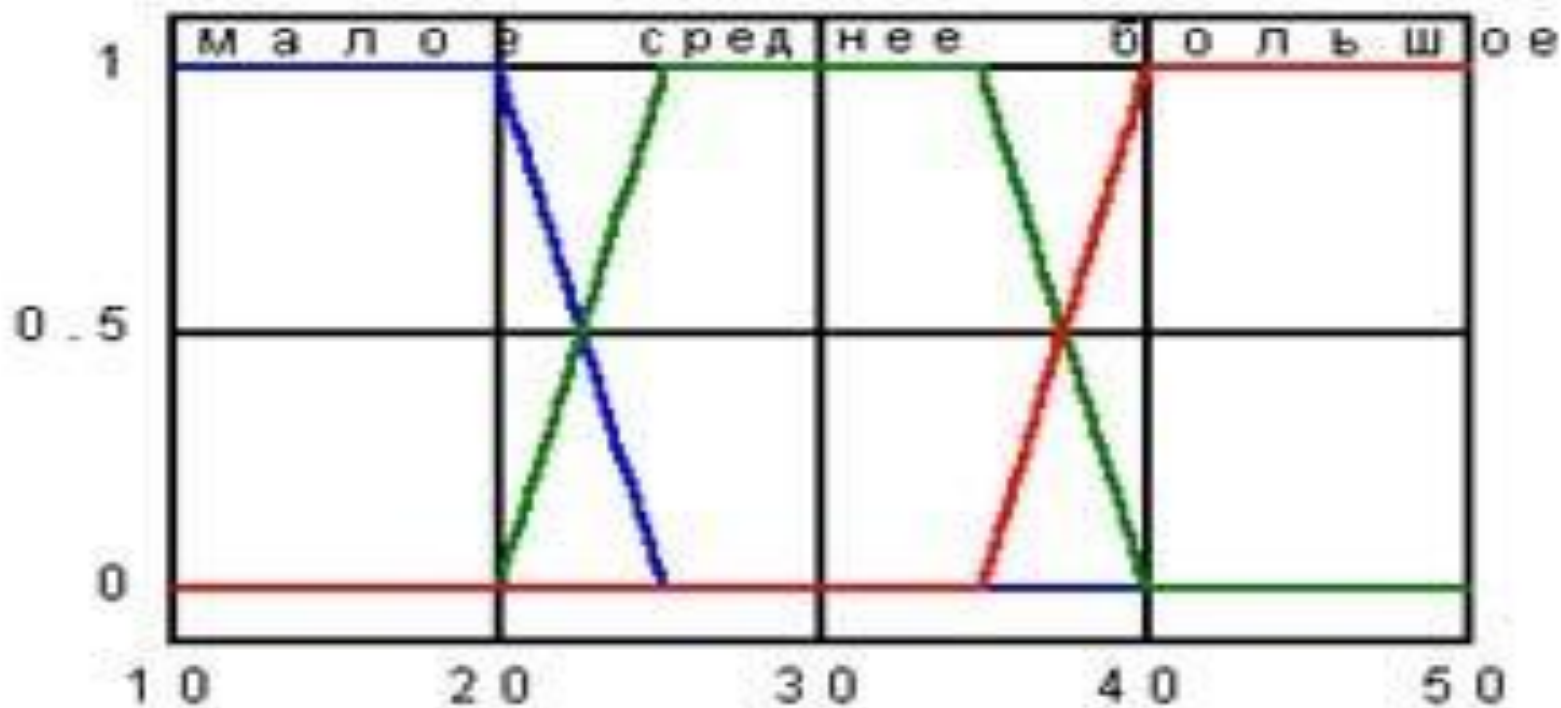
Показатель эффективности - число машин, не проехавших перекресток за один цикл светофора.

Для каждой переменной надо задать лингвистические термины, соответствующие некоторым диапазонам четких значений.

Для переменной **время зеленого света** предлагается три термина:

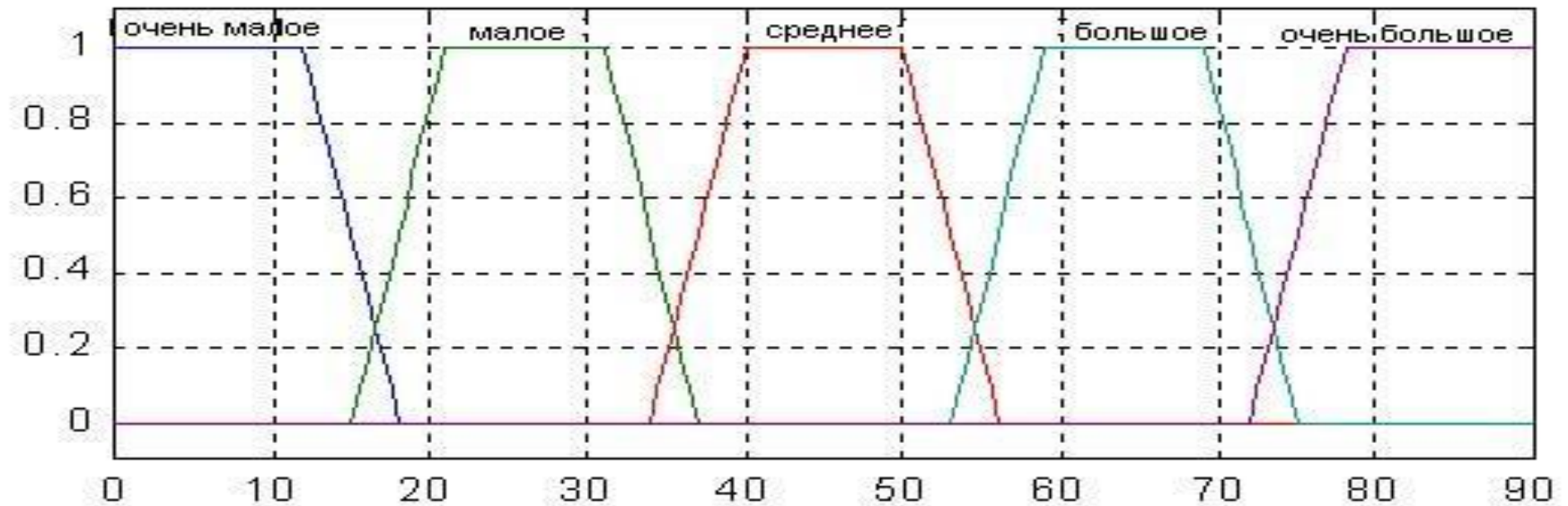
- *малое (10-25сек.);*
- *среднее(20-40сек.);*
- *большое(35-50сек.).*

Функция принадлежности первой входной переменной



Термы для двух оставшихся переменных :

- **очень малое (0-18);**
- **малое (16-36);**
- **среднее (34-56);**
- **большое (54-76);**
- **очень большое (72-90).**



В качестве выходного параметра – время зеленого светофора.

Термы:

- *уменьшить (-20-0сек.);*
- *не изменять (-15-15сек.);*
- *увеличить (0-20сек.).*

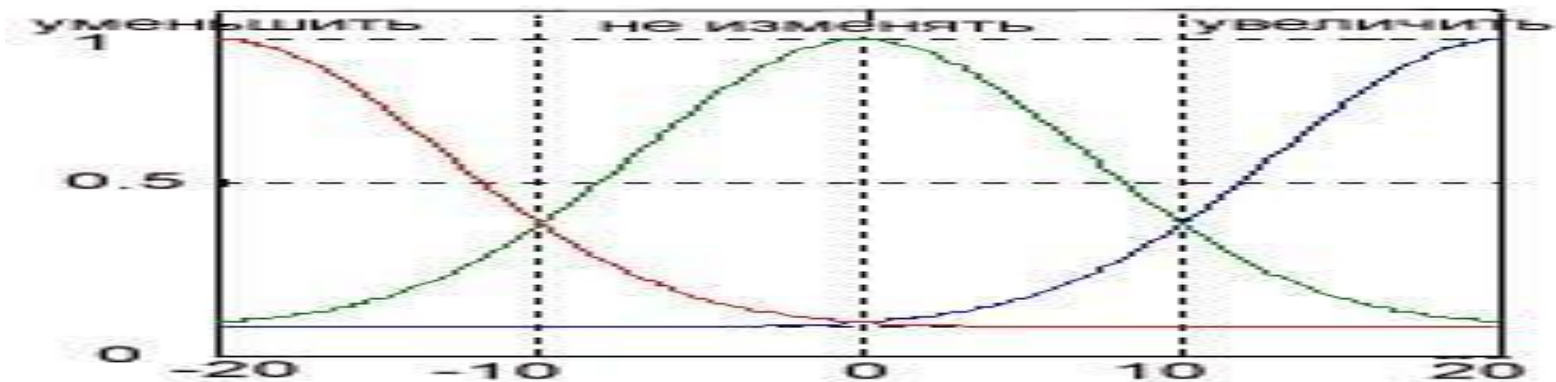


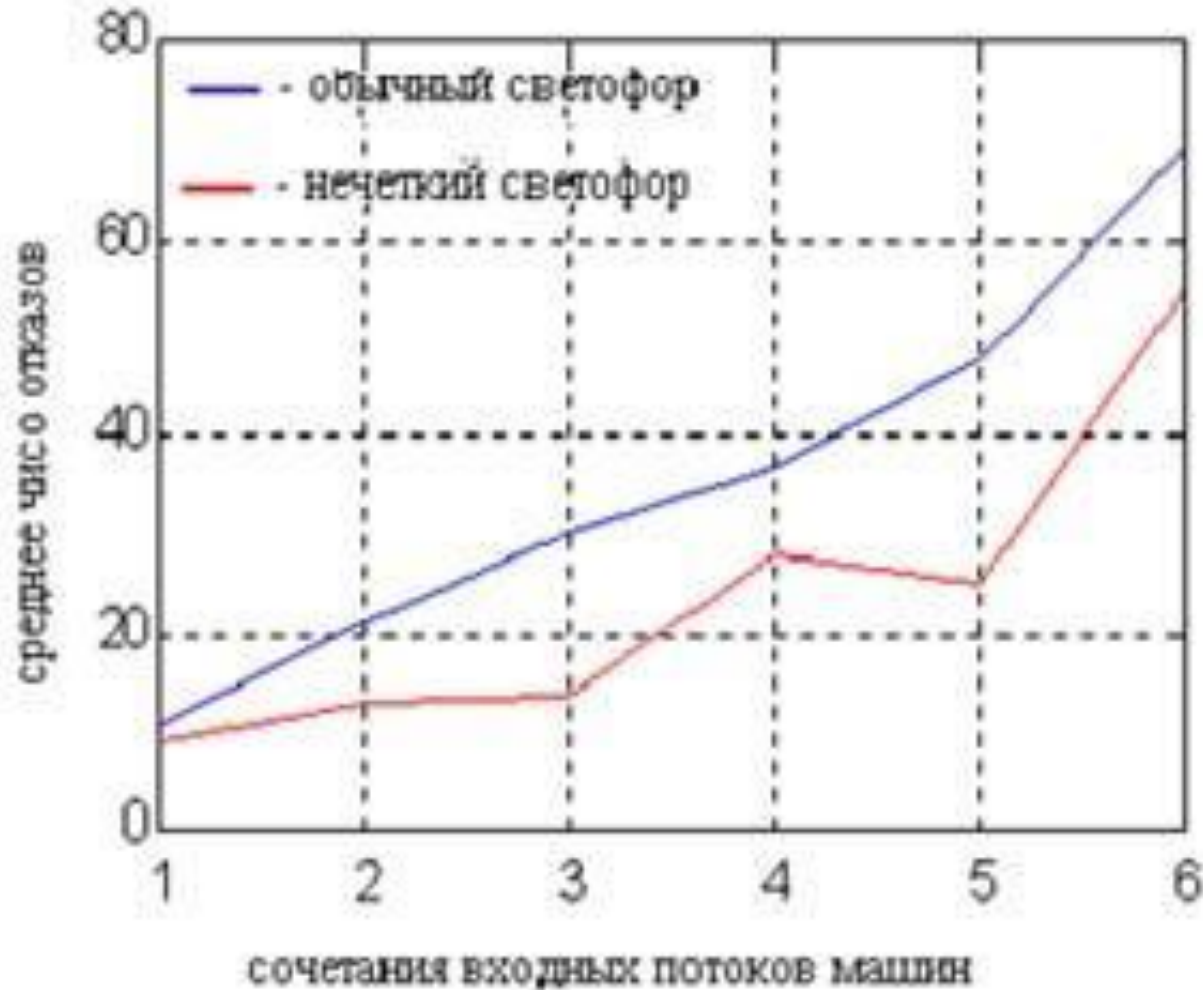
Таблица правил на основе условных высказываний формирует выходное значение:

- **Если (число машин на улице СЮ=малое)@(число машин на улице ЗВ=большое)@ (время зеленого света на улице СЮ=большое),**
- **то (время зеленого света=уменьшить).**

Результаты моделирования работы светофора с нечеткой логикой

- На светофор с датчиков **поступает информация** о количестве автомобилей на двух улицах.
- Эти **данные переводятся в нечеткий формат** согласно заданным функциям принадлежности.
- происходит их обработка, **значение изменения времени зеленого света дефаззифицируется** (т.е. переводится обратно в четкий формат) и поступает в виде управляющего сигнала на светофор.
- В соответствии с этим сигналом **время зеленого света светофора в следующем**

Результат работы



Приложения нечеткой логики

Использование нечеткого управления рекомендуется...

- для очень сложных процессов, когда не существует простой математической модели,
- для нелинейных процессов высоких порядков,
- если должна производиться обработка (лингвистически сформулированных) экспертных знаний.