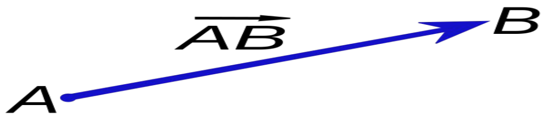
Презентация на тему : «Вектор»

Выполнила Гасизова Малика 9 «Г»

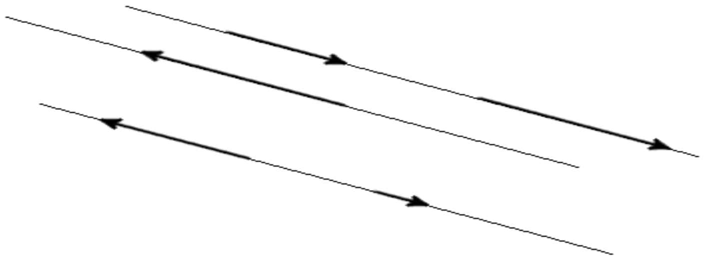
Вектор на плоскости

- Вектор-направленный отрезок прямой, то есть отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек является началом, а какая — концом обозначают



- *Векторной величиной, или вектором (в широком смысле), называется всякая величина, обладающая направлением.*
  Скалярной величиной, или скаляром, называется величина, не обладающая направлением.

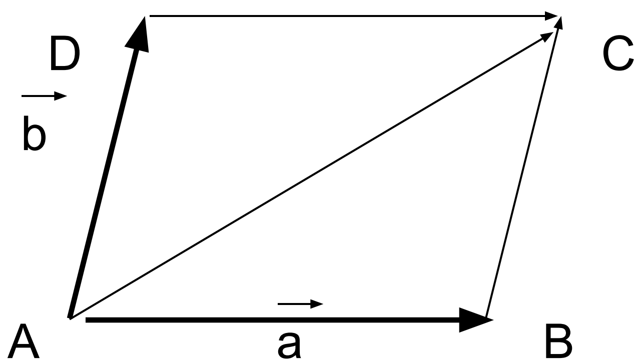
- Коллинеа́рность — отношение параллельности векторов: два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат напараллельных прямых или на одной прямой
  -



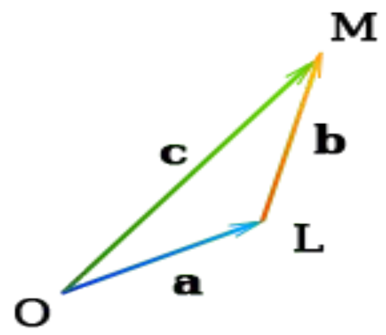
- Векторы называются равными, если они сонаправлены и их длины равны
- Нулевой вектор (нуль-вектор) — вектор, начало которого совпадает с его концом. Нулевой вектор имеет норму 0 и обозначается $\vec{0}$. Нулевой вектор определяет тождественное движение пространства, при котором каждая точка пространства переходит в себя.
- **Свойства сложения векторов**

Для любых векторов a, b и c верно:
1. a+b=b+a (переместительный закон);
2. (a+b)+c=a+(b+c)   (сочетательный закон).

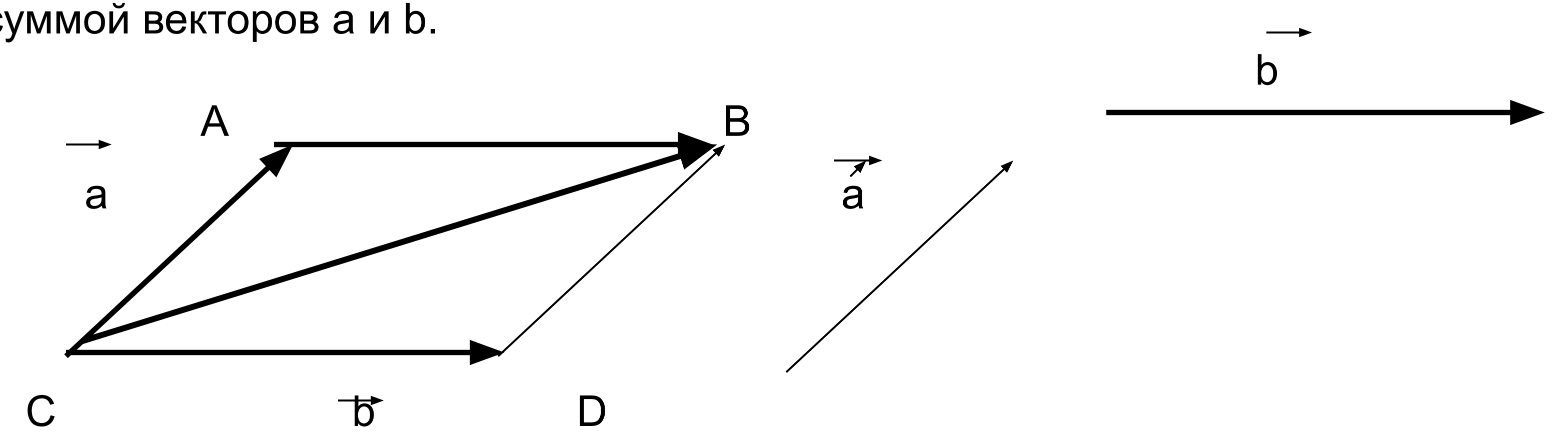
Доказательство. 1) Пусть векторы a и b не коллинеарны. От некоторой точки A плоскости отложим векторы AB=a и AD=b. Тогда получим параллелограмм ABCD. По правилу треугольника AC=AB+BC= =a+b. Аналогично, AC=AD+DC=b+a. Следовательно, a+b=b+a.



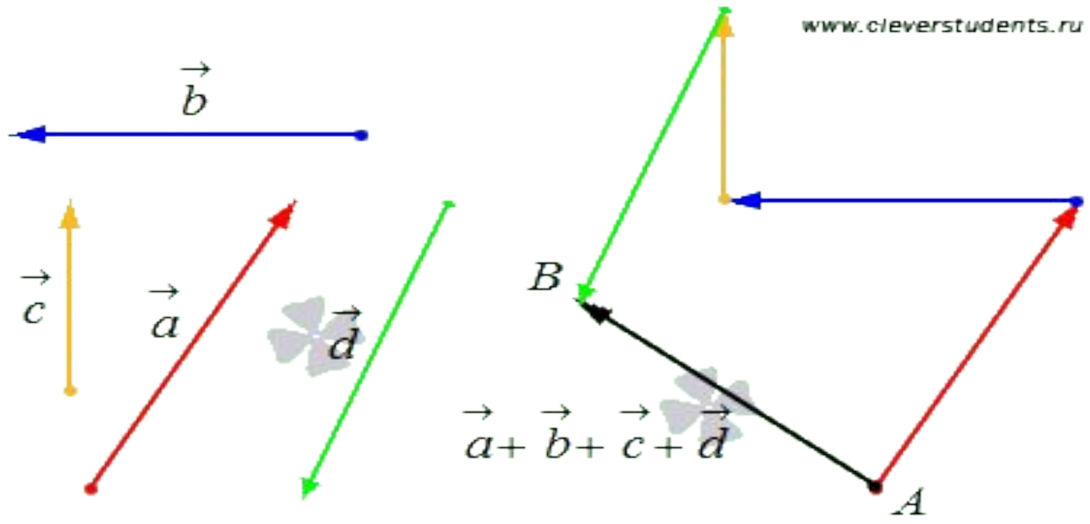
- **Сумма векторов a** и **b** это третий вектор **c**, получаемый следующим построением: из произвольного начала Oстроим вектор OL, равный **a**; из точки L, как из начала строим вектор LM, равный **b**.
  Вектор **c** = OM есть сумма векторов **a** и **b** («**правило треугольника**»).



Векторы можно складывать и по **правилу параллелограмма.**
Пусть даны векторы a и b. Отметим на плоскости точку A и отложим от этой точки вектор AB, равный вектору a, и вектор AD, равный вектору b.
Из этого достроим параллелограмм ABCD так, что AB=DC, а AD=BC.
Построим вектор AC, который будет также являться диагональю ABCD, и будет суммой векторов a и b.



Для нахождения суммы нескольких векторов есть **правило многоугольника** или **правилом последовательного складывания**
векторов. Его суть все векторы будут соединены, то
мы строем вектор, соединяющий начало первого вектора с концом
последнего. Этот вектор и будет суммой.
Например: a+b+c+d

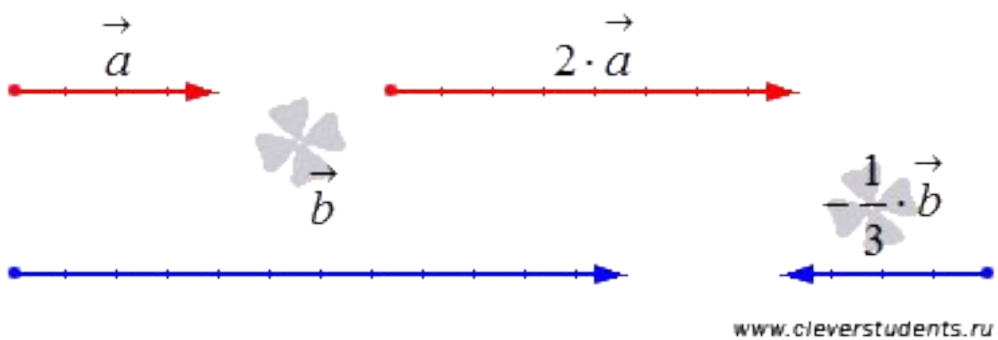


Вычитание векторов

- Чтобы из **вектора a** вычесть **вектор b** надо к вектору **a** прибавить **вектор**, противоположный вектору **b**. Полученный в результате этой операции **вектор c** и будет являться разностью векторов **a** и **b**. Таким образом,
- **c** = **a** − **b** = **a** + (− **b**).
- Рисунок : операцию **вычитания векторов**.

Умножение вектора на число

- **Умножение вектора на число *k*** соответствует растяжению вектора в *k* раз при *k > 1* или сжатию в   раз при *0 < k < 1*, при *k = 1* вектор остается прежним (для отрицательных *k* еще изменяется направление на противоположное). Если произвольный вектор умножить на ноль, то получим нулевой вектор. Произведение нулевого вектора и произвольного числа есть нулевой вектор.
- К примеру, при умножении вектора   на число 2 нам следует вдвое увеличить его длину и сохранить направление, а при умножении вектора   на минус одну треть следует уменьшить его длину втрое и изменить направление на противоположное. Приведем для наглядности иллюстрацию этого случая.



Угол между векторами

- Два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$ всегда образуют угол.
- Угол между векторами может принимать значения от 0° до 180° включительно.
- Если векторы не параллельны, то их можно расположить на пересекающихся прямых.
- Векторы могут образовать:
- 1. Острый угол
- 2. Тупой угол
- 3.Прямой угол
- 4. Угол величиной 0° (векторы сонаправлены)
- 5. Угол величиной 180° (векторы противоположно направлены)
- Угол между векторами записывают так:
- $\widehat{\vec{a}\,\vec{b}}=\alpha$

Скалярным произведением двух векторов

Скалярным произведением векторов $\vec{a}, \vec{b}$ называется **число**, определяемое равенством

$$(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{b}}).$$

Обозначения:

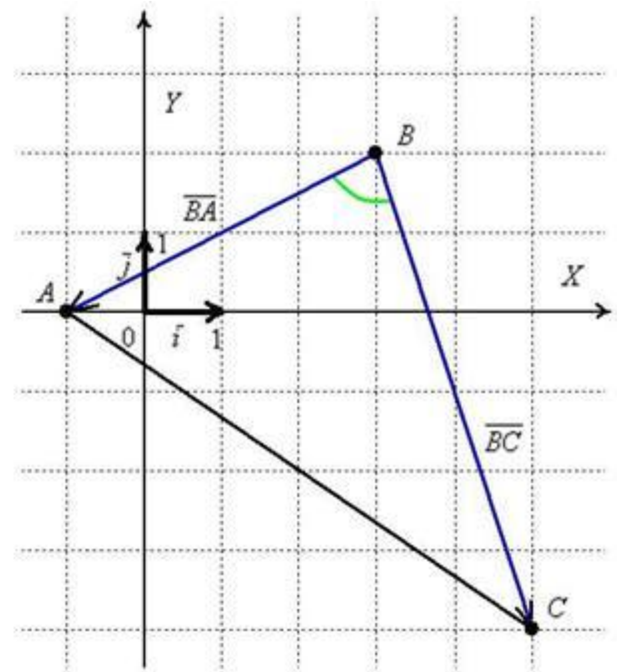
$$(\vec{a}, \vec{b}), \ \vec{a} \cdot \vec{b}, \ \ \vec{a}\vec{b}.$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

где

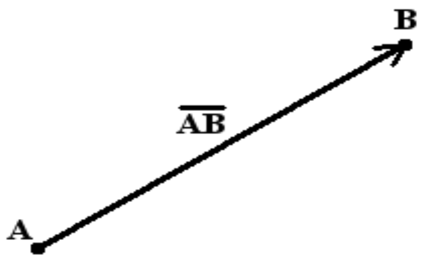
$$\vec{a} = (x_1, y_1, z_1),$$

$$\vec{b} = (x_2, y_2, z_2).$$



Координаты вектора

- Чтобы **найти координаты вектора** AB, зная координаты его начальной точек A и конечной точки B, необходимо из координат конечной точки вычесть соответствующие координаты начальной точки.

- 

Формула определения координат вектора для плоских задач
В случае плоской задачи вектор AB заданный координатами точек A(Ax ; Ay) и B(Bx ; By) можно найти воспользовавшись следующей формулой

AB = {Bx - Ax ; By - Ay}

Радиус вектор.

Если на плоскости Оxy задана точка А (x;y), то вектор ОА называется

радиус-вектором точки А. Для радиус-вектора ОА верно равенство

ОА= (x;y), т.е. соответствующие координаты точки А и радиус-вектора

ОА совпадают.

Пусть задан вектор a = АВ и А(x1;y1), В(x2;y2). Тогда выполняется

равенство <u>АВ = (x2-x1)i + (y2-y1)j</u>, т.е. <u>АВ = (x2-x1;y2-y1).</u>

$|AB|= \sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad$ $|a|= \sqrt{x^2+y^2}$

Условия коллинеарности векторов

- Два вектора будут коллинеарны при выполнении любого из этих условий: ***Условие коллинеарности векторов 1.*** Два вектора a и b **коллинеарны**, если существует число nтакое, что

  a = n · b
- ***Условия коллинеарности векторов 2.*** Два **вектора коллинеарны**, если отношения их координат равны.
- **N.B.** Условие 2 неприменимо, если один из компонентов вектора равен нулю.
- ***Условия коллинеарности векторов 3.*** Два **вектора коллинеарны**, если их векторное произведениеравно нулевому вектору.
- **N.B.** Условие 3 применимо только для трехмерных (пространственных) задач.
-

  Доказательство третего условия коллинеарности
- Пусть есть два коллинеарные вектора a = {ax; ay; az} и b = {nax; nay; naz}. Найдем их векторное произведение
- a × b = **ijk** = **i** (aybz - azby) - **j** (axbz - azbx) + **k** (axby - aybx) = ax ay az bx by bz = **i** (aynaz - aznay) - **j** (axnaz - aznax) + **k** (axnay - aynax) = 0**i** + 0**j** + 0**k** = 0

Условие перпендикулярности векторов.

- Два ненулевых вектора называются **перпендикулярными**, если угол между ними равен девяноста градусам (радиан). Для перпендикулярности двух ненулевых векторов   и   необходимо и достаточно, чтобы их скалярное произведение равнялось нулю, то есть, чтобы выполнялось равенство .
- *Доказательство.*
- Пусть векторы   и   перпендикулярны. Докажем выполнение равенства .
- По определению скалярное произведение векторов равно произведению их длин на косинус угла между ними. Так как векторы   и   перп то угол между ними равен девяноста градусам, следовательно, , что и требовалось доказать.
- Переходим ко второй части доказательства.
- Теперь считаем, что . Докажем, что векторы   и перпендикулярны.
- Так как векторы   и   ненулевые, то из равенства следует, что . Таким образом, косинус угла между векторами   и   равен нулю, следовательно, угол   равен , что указывает на перпендикулярность векторов   и .
- Итак, необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух векторов полностью доказано.

Направляющий вектор прямой

- Направляющий вектор произвольной прямой в дальнейшем обозначается буквой , его координаты - буквами l, m, n:
- .
- Если известна одна точка прямой и направляющий вектор , то прямая может быть определена (двумя) уравнениями вида
- . (1)
- В таком виде уравнения прямой называются каноническими.
- Канонические уравнения прямой, проходящей через данные точки и имеют вид
- . (2)

Уравнение прямой

- **1.** Уравнение прямой, проходящей через данную точку $A(x1,\ y1)$ в данном направлении, определяемом угловым коэффициентом k,
- $y - y1 = k(x - x1)$.   (1)
- Это уравнение определяет пучок прямых, проходящих через точку $A(x1,\ y1)$, которая называется центром пучка.
- **2.** Уравнение прямой, проходящей через две точки: $A(x1,\ y1)$ и $B(x2,\ y2)$, записывается так:
-         (2)
- Угловой коэффициент прямой, проходящей через две данные точки, определяется по формуле
-         (3)

Всем спасибо за внимание!