Презентация
На тему :
Векторы

Выполнила

Ученица 9 «Г» класса

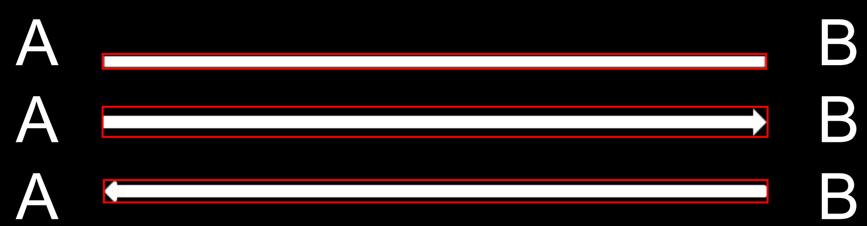
Солдатенко Елизавета

.1. Понятие вектора. Равенство векторо

Нам известны два вида величин . Например, длина, площадь, объем, масса и т.д. полностью определяются заданием своих численных величин. Такие величины называются скалярными величинами или просто скалярами.

А многие физические величины, например, сила, перемещение материальной точки, скорость и т.д. характеризуются не только своим числовым значением, но и направлением в пространстве. Такие физические величины называются векторными величинами или просто векторами. Например, если на какое-либо тело воздействовать определенной силой, то эта сила изображается «направленным отрезком». Здесь длина отрезка соответствует численной величине силы, а стрелка указывает на направление воздействия этой силы.

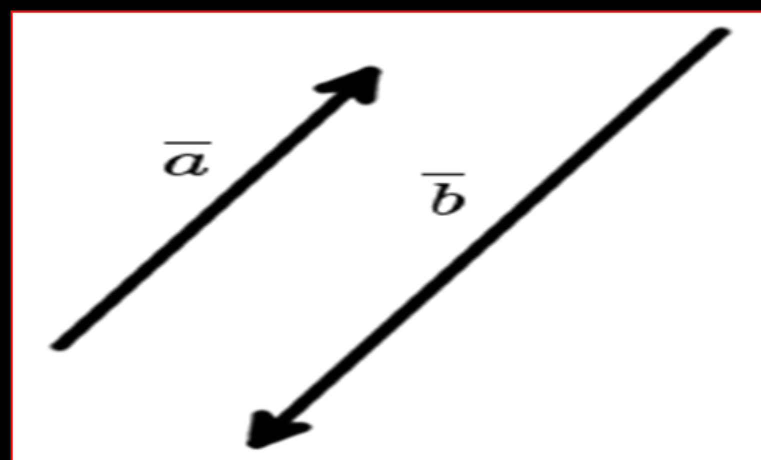
Геометрические векторы рассматриваются просто как «направленные отрезки». Так, например, всякий отрезок имеет два конца. Назовем один из этих концов начальной точкой, или началом, а другой концом и будем считать, что отрезок направлен от начала к концу



Любой направленный отрезок называется вектором.
Так же существует понятие Нулевой вектор.
Нулевым вектором называется вектор, у которого начальная и конечная точка совпадают.
Нулевой вектор обычно обозначается как 0.
Длина нулевого вектора равна нулю.
Нулевой вектор определяет тождественное движение пространства, при котором каждая точка пространства переходит в себя

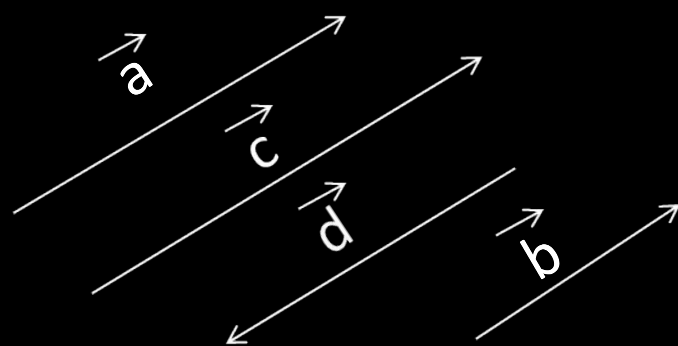
1.2. Равенство векторов

Если 2 вектора лежат на одной прямой или на параллельных прямых,
то такие векторы называются коллинеарными.
Коллинеарность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ запишут так a||b.



Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ лежат на перпендикулярных прямых, то их называют перпендикулярными (ортогональными) векторами и записывают $\vec{a}$_|_$\vec{b}$.

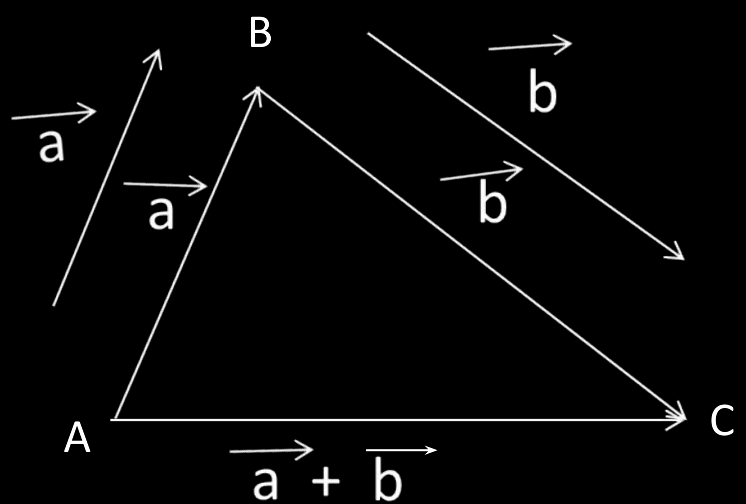
направления, то их называют сонаправленными векторами. Сонаправленность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ записывают так: $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$. Если векторы $\vec{c}$ и $\vec{d}$ коллинеарны и имеют разные направления, то их называют противоположно направленными и записывают так: $\vec{c} \uparrow\downarrow \vec{d}$.



Векторы называются равными, если они сонаправлены и их модули равны. Иными словами, если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ и $|\vec{a}|=|\vec{b}|$, то векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называются равными, т.е. $\vec{a}=\vec{b}$.

2.Сложение и вычитание векторов
2.1. Сложение векторов

Пусть даны векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Отметим на плоскости точку A и отложим от этой точки вектор $\overrightarrow{AB}$, равный вектору $\vec{a}$, а от точки B отложим вектор $\overrightarrow{BC}$, равный вектору $\vec{b}$. Полученный вектор $\overrightarrow{AC}$ называют **суммой** векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и пишут: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$



Такой способ получения суммы двух векторов назывется **правилом треугольника** сложения векторов.

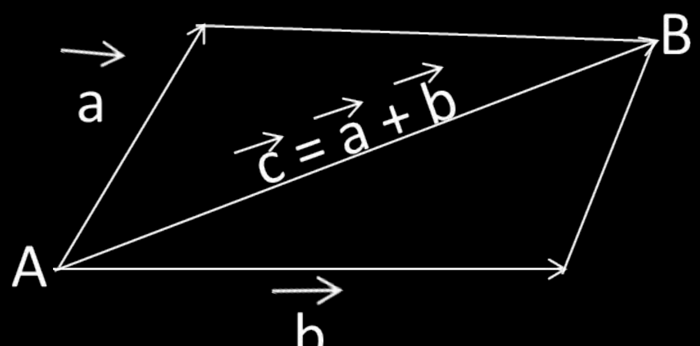
2.2. Свойства сложения векторов

Сложение векторных величин производится по правилу параллелограмма:
Сумма двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, приведенных к общему началу, есть третий вектор $\vec{c}$, длина которого равна длине параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$, а направлен он от точки A к точке B.

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$$

Модуль вектора c вычисляется по формуле

$$C=\sqrt{a^2 + b^2 + 2ab\ \cos(a,b)}$$

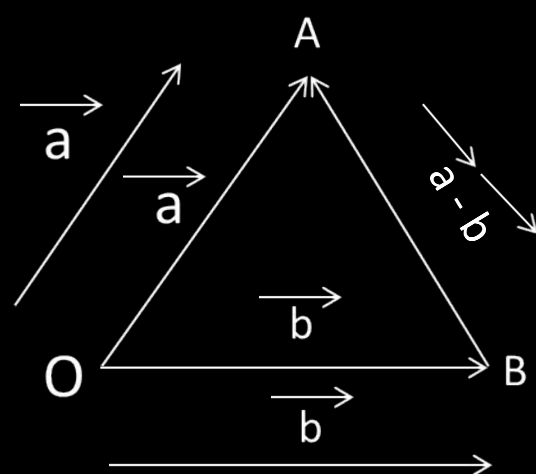


Для нахождения суммы нескольких векторов называется **правилом многоугольника** или **правилом последовательгого складывания векторов.**

2.3. Разность векторов

Разностью векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется вектор, который в сумме с вектором $\vec{b}$ равен вектору $\vec{a}$. Разность векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначается так: $\vec{a} - \vec{b}$.

От некоторой точки О откладываем векторы $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$. Тогда вектор $\vec{BA}$ равен разности $\vec{a} - \vec{b}$. Так как $\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{BA}$, то $\vec{BA} = \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{a} - \vec{b}$.



3.1. Умножение вектора на число и его свойства

Произведением вектора $\vec{a} \neq \vec{0}$ на число К называется вектор, модуль которого равен числу $|К| \cdot |\vec{a}|$ и сонаправлен с вектором $\vec{a}$ при К >0, противоположно направлен с вектором а при К < 0. Произведение числа К на вектор а записывают так: $К \cdot \vec{a}$.

Если К=0, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$.

Теорема. Для любых чисел α, β и любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ верно равенство:

1. $(\alpha \cdot \beta)\vec{a} = \alpha(\beta\vec{a})$ (сочетательный закон);

2. $(\alpha+\beta)\vec{a} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{a}$ (I распределительный закон);

3. $\alpha(\vec{a}+\vec{b}) = \alpha\vec{a} + \alpha\vec{b}$ (II распределительный закон).

Доказательство 1. Если αβ >0, т.е. числа α и β имеют одинаковые знаки, то вектор $(\alpha \cdot \beta)\vec{a}$ и $\vec{a}$; $\alpha(\beta\vec{a})$ и $\vec{a}$ сонаправлены, а если числа α и β имеют разные знаки, то векторы $(\alpha \cdot \beta)\vec{a}$ и $\vec{a}$; $\alpha(\beta\vec{a})$ и а противоположно направлены. Поэтому при любых α, β векторы $(\alpha \cdot \beta)\vec{a}$ и $\alpha(\beta\vec{a})$ сонаправлены. Теперь осталось показатать равенство их модулей:

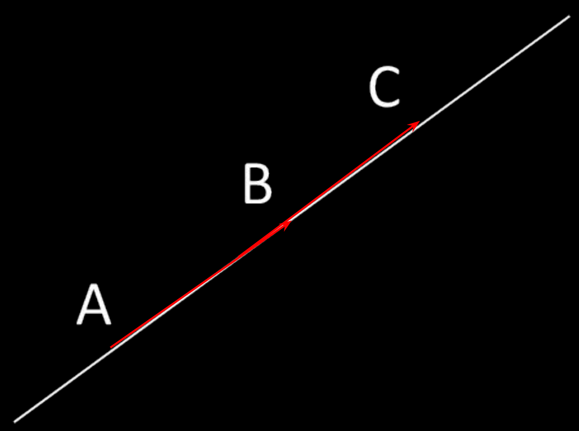
$|(\alpha\cdot\beta)\vec{a}|=|\alpha\beta|\cdot|\vec{a}|=|\alpha|\cdot|\beta|\cdot|\vec{a}|$ и $|\alpha(\beta\vec{a})|=|\alpha|\cdot|\beta\vec{a}|=|\alpha|\cdot|\beta|\cdot|\vec{a}|$.

Следовательно, $(\alpha \cdot \beta)\vec{a} = \alpha(\beta\vec{a})$.

3.2. Признак коллинеарности векторов

Теорема. Чтобы вектор $\vec{b}$ был коллинеарен ненулевому вектору $\vec{a}$, необходимо и достаточно существование числа α такого, что $\vec{b} = \alpha\vec{a}$.

Следствие. Для того, чтобы точка C лежала на прямой AB, необходимо и достаточно, чтобы существовало число α такое, что $\overrightarrow{AC} = \alpha\,\overrightarrow{AB}$.

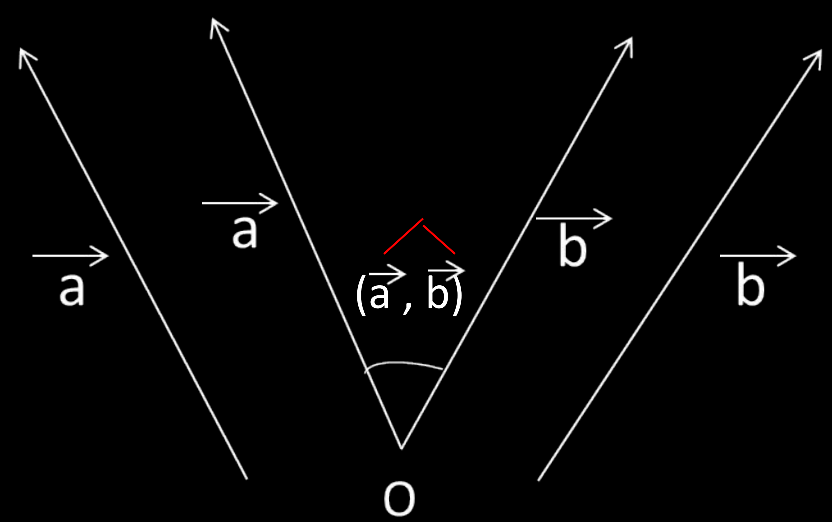


4.1. Понятие угла между Векторами

Углом между векторами $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ называется **угол** ВАС. Углом между ненулевыми векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется **угол**, образованный при откладывании этих векторов от одной точки.

Угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ обозначают через $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})}$.

Если векторы сонаправлены, то угол между ними равен 0°, а если векторы противоположно направлены, то угол между ними равен 180 °



4.2. Скалярное произведение векторов

Скалярным произведением двух векторов называется число, равное произведению модулей этих векторов на косинус угла угла между ними,
т.е. скалярное произведение векторов равно числу $|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$.

Скалярное произведение равных векторов называется скалярным квадратом этого вектора и обозначается через $\vec{a}^2$. По формуле 1 имеем $\vec{a}^2 = \vec{a}\cdot\vec{a} = |\vec{a}|\cdot|\vec{a}|\cdot\cos 0° = |\vec{a}^2|$, т.е. Выполняется равенство

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

Скалярное произведение векторов обладает следующими свойствами:

1. Для любых векторов a и b верно равенство

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a}$$

2. Для любых векторов a, b и c любого действительного числа α верно равенство

$$(\alpha\vec{a})\cdot\vec{b} = \alpha(\vec{a}\cdot\vec{b})$$

3. Для любых векторов a, b и c верно равенство :

$$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c} = \vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$$

5. Координаты вектора
5.1.Разложение любого вектора по двум неколлинеарным векторам

Теорема. Если ненулевые векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны, то для любого вектора $\vec{c}$ найдутся числа x и y такие, что выполняется равенство

$$\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b},$$

причем коэффициенты разложения x и y определяются единственным обазом.

Если на плоскости выбраны два неколинеарных вектора, то они называются базисными векторами плоскости. Любые два неколлинеарных вектора можно принять в качестве базисных векторов и любой вектор этой плоскости однозначно разлагается по этим базисным векторам . В доказанной теореме $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – базисные векторы. А действительные числа x и y называются координатами вектора $\vec{c}$ в базисе $\vec{a}$,$\vec{b}$.

5.2. Координаты вектора в прямоугольной системе координат.

Рассмотрим прямоугольную систему координат Оху. Пусть $\vec{i}$- единичный вектор, сонаправленнный с осью Ох, а $\vec{j}$ – единичный вектор, сонаправленный с осью Оу. Эти векторы называют координатными векторами. Так как векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ не коллинеарны, то их можно рассматри-вать в качестве базисных векторов. Тогда для любого вектора $\vec{a}$ плоскости Оху найдутся единственные действительные числа x и y такие, что

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}.$$

Здесь числа x и y называются координатами вектора $\vec{a}$ в прямоугольгой системе координат Оху, и это записывается так: $\vec{a}= (x; y)$.

Теперь приведем некоторые свойства координат вектора:

1. **У равных векторов соответствующие координаты равны: если** $\vec{a}= (x; y)$, $\vec{b}= (u; v)$ и $\vec{a} = \vec{b}$, то x=u и y=v.

Обратно, векторы, у которых соответствующие коорднаты равны между собой: если $\vec{a}= (x; y)$, $\vec{b}= (u; v)$ и x= u, y= v, то $\vec{a}=\vec{b}$.

2. При сложении векторов складываются их соответствующие координаты: если $\vec{a}=(x;y)$, $\vec{b}=(u;v)$, то $\vec{a}+\vec{b}=(x+u;\ y+v)$.

$$\vec{a}+\vec{b}=(x\vec{i}+y\vec{j})+(u\vec{i}+v\vec{j})=(x+u)\vec{i}+(y+v)\vec{j}.$$

3. При умножении вектора на число его координаты умножаются на это же число, если $\vec{a}=(x;\ y)$ и λ- число, то $\lambda\cdot\vec{a}=(\lambda\cdot x;\ \lambda\cdot y)$.

Следствие. Координаты разности векторов равны разности соответствующих координат этих векторов : если $\vec{a}=(x;\ y)$, $\vec{b}=(u;\ v)$, то $\vec{a}-\vec{b}=(x-u;\ y-v)$.

6.Выражение скалярного произведения через координаты векторов

6.1.Координатный вид скалярного произведения

Скалярное произведение векторов $\vec{a}$ = (x1;y1) и $\vec{b}$ = (x2;y2) определяется по формуле: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x1 \cdot y2 + x2 \cdot y2$.

6.2. Координатный вид коллинеарности и перпендикулярности векторов. Определение угла между векторами

Если векторы $\vec{a}$=(x1;y1) и $\vec{b}$=(x2;y2) взаимно перпендикулярны, то $\widehat{(\vec{a}, \vec{b})} = 90°$. Поэтому их скалярное произведение равно нулю, т.е. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 90° = 0$. Тогда имеем: x1x2+y1y2=0.

Это и есть условие перпендикулярности ненулевых векторов.

Соответственно что соответствующие координаты коллинеарных векторов пропорциональны.

7.1. Уравнение прямой. Направляющий вектор и вектор нормали прямой

Уравнение прямой можно задать различными способами. Например, в 8
классе мы определили прямую как серединный перпендикуляр некоторого отрезка. Теперь определим уравнение прямой с помощью векторов.

Пусть дана точка M_o $(x_o; y_o)$ и вектор $\vec{p} = (\alpha;\beta)$. Тогда
через точку M_o параллельно вектору $\vec{p}$ проходит одна и только одна прямая l. Точка M_o называется начальной точкой прямой l, а вектор $\vec{p}$ -
направляющим вектором этой прямой. Если M $(x;y)$ является произвольной точкой прямой l, то $\overrightarrow{M_oM} \parallel \vec{p}$. Здесь направляющий вектор $\vec{p} = (\alpha;\beta)$ не параллелен осям координат, т.е. $\alpha \neq 0$, $\beta \neq 0$.
Используя условие коллинеарности векторов, $\vec{p}$ и $\overrightarrow{M_oM} = (x-x_o; y-y_o)$, получим уравнение:

$$\frac{x-x_o}{\alpha} = \frac{y-y_o}{\beta}$$

Спасибо

За

Внимание !!!