

Финансовые вычисления. Простые ссудные ставки

Преподаватель
Красина Фаина Ахатовна

Простые ссудные ставки

P - исходная сумма

F - наращенная сумма

r - процентная (ссудная)
ставка

n - продолжительность финансовой операции в годах

Простые ссудные ставки


$$F_1 = P + Pr = P(1+r)$$

Простые ссудные ставки


$$F_1 = P + Pr = P(1+r)$$

$$F_2 = F_1 + Pr = P + Pr + Pr = P(1+2r)$$

.....

Простые ссудные ставки


$$F_1 = P + Pr = P(1+r)$$

.....

Простые ссудные ставки


$$F_1 = P + Pr = P(1+r)$$

$$F_2 = F_1 + Pr = P + Pr + Pr = P(1+2r)$$

.....

Простые ссудные ставки

- $F_1 = P + Pr = P(1+r)$
- $F_2^1 = F_1 + Pr = P + Pr + Pr = P(1+2r)$
-
- $F = P(1 + r n)$

Простые ссудные ставки

- Ставка r задается в процентах
- При расчетах ставка в десятичных дробях

Простые ссудные ставки

- Ставка r задается в процентах
- При расчетах ставка в десятичных дробях
- $K = F / P$ множитель наращенения
- $I = F - P$
- процентные деньги

Простые ссудные ставки

- $I = F - P = Pnr$

- Приращение капитала пропорционально сроку ссуды и ставке.

Простые ссудные ставки

Пример 1. Вы поместили в банк вклад 100 тыс. руб. под простую процентную ставку 6% годовых. Какая сумма будет на счете через 3 года? Какова величина начисленных процентов?

Решение
$$F = P(1 + nr)$$

при $P=100$ тыс. руб., $n=3$, $r = 0,06$:

$$F=100 (1+3 \cdot 0,06)=118$$

Через три года на счете накопится 118 тыс. рублей.

Величина начисленных за три года процентов составит: $118 - 100 = 18$ тыс. руб.

Простые ссудные ставки

Пример 2. На какой срок необходимо поместить денежную сумму под простую процентную ставку 8% годовых, чтобы она увеличилась в 2 раза?

Срок определяем из равенства множителя наращения величине 2 :

$$1+n \cdot 0,08=2,$$
$$n=1/0,08=12,5$$

Сумма, размещенная в банке под 8% годовых, в два раза увеличится через 12,5 лет.

Переменные ставки

n_1, n_2, \dots интервалы начисления процентов

r_1, r_2, \dots , процентные ставки на этих
интервалах

через один интервал начисления процентов

$$F1 = P + Pr_1 n_1,$$

через два интервала начисления процентов—

$$F2 = F1 + P r_2 n_2 = P(1 + n_1 r_1 + n_2 r_2)$$

.....

$$F = P(1 + \sum n_i r_i)$$

• При k интервалах начисления

$$K = \frac{F}{P} = 1 + \sum n_i r_i$$

Простые ссудные ставки

Пример 3. Господин X поместил 160 тыс. руб. в банк на следующих условиях: в первые полгода процентная ставка равна 8% годовых, каждый следующий квартал ставка повышается на 1%.

Какая сумма будет на счете через полтора года, если проценты начисляются на первоначальную сумму вклада?

$$F = P(1 + \sum_{i=1}^k n_i \cdot r_i)$$

$$F = 160 \cdot (1 + 0,5 \cdot 0,08 + 0,25 \cdot 0,09 + 0,25 \cdot 0,1 + 0,25 \cdot 0,11 + 0,25 \cdot 0,12) = 183,2$$

Через полтора года на счете накопится 183,2 тыс. руб.

Постоянную ставку, которую должен использовать банк, для того чтобы сумма, накопленная на счете, не изменилась, находим из уравнения:

$$160 \cdot (1 + 1,5 \cdot r) = 183,2$$

$$r = 0,097 = 9,7\% \text{ годовых}$$

Постоянная ставка, которую должен использовать банк, для того чтобы сумма, накопленная на счете, не изменилась, равна 9,7% годовых.

Математическое дисконтирование

$$P = \frac{F}{1 + rn}$$

• верно при любых $r > 0$

Простые судные ставки

- Множитель наращення
- $K = 1 + nr$
- Множитель дисконтирования
- $K^* = 1 / (1 + nr)$

Простые ссудные ставки

Пример 4. Кредит выдается под простую ссудную ставку 24 % годовых на 250 дней. Рассчитать сумму, полученную заемщиком, и сумму процентных денег, если необходимо вернуть 3500 тыс. руб.

$$P = F / (1 + n \cdot r)$$

при $F = 3500$; $n = 250/365$; $r = 0,24$:

$$P = 3500 / (1 + 0,24 \cdot 250/365) = 3017,2$$

Сумма, полученная заемщиком, составит 3017,2 тыс. руб.

Сумма процентных денег равна

$$(3500 - 3017,2) = 482,8 \text{ тыс. руб.}$$

Продолжительность финансовой операции меньше года

- t - длительность финансовой операции
- T - количество дней в году

Продолжительность финансовой операции меньше года

T = 365 или 366

• **ТОЧНЫЙ
СПОСОБ
(ТОЧНЫЙ
ПРОЦЕНТ)**

Продолжительность финансовой операции меньше года

$T = 365$ или 366

• **ТОЧНЫЙ
СПОСОБ
(ТОЧНЫЙ
ПРОЦЕНТ)**

$T = 360$

• **Приближенный способ
(приближенный процент)**

Продолжительность финансовой операции меньше года

(365)

- t = « номер дня окончания займа» *минус* «номер первого дня предоставления займа»

(360)

- t - продолжительность полного месяца принимается равной 30 дням

Продолжительность финансовой операции меньше года

$$t < 365; T = 360 \frac{365}{360}$$

- обыкновенный процент с точным числом дней ссуды
- Бельгия, Франция;

Продолжительность финансовой операции меньше года

$$t-365; T = \frac{360 \cdot 365}{360}$$

- обыкновенный процент с точным числом дней ссуды
- Бельгия, Франция;

$$t-360; T = \frac{360}{360}$$

- обыкновенный процент с приближенным числом дней ссуды
- Германия, Дания, Швеция

Продолжительность финансовой операции меньше года

$$t-365; T = \frac{365}{360}$$

- обыкновенный процент с точным числом дней ссуды
- Бельгия, Франция;

$$t-360; T = \frac{360}{360}$$

- обыкновенный процент с приближенным числом дней ссуды
- Германия, Дания, Швеция

$$t-365; T = \frac{365}{365}$$

- точный процент с точным числом дней ссуды
- Великобритания, США

Пример 5. Ссуда на 3000 долл. предоставлена 16 января. Условия погашения: через 9 месяцев под 25 % годовых (год не високосный). Рассчитайте сумму к погашению при различных способах начисления процентов.

Решение

1) обыкновенный процент с точным числом дней ссуды

$$t = 289 - 16 = 273 \text{ дней};$$

$$F = 3000(1 + 0,25 \cdot 273/360) = 3568,75 \text{ долл.};$$

2) обыкновенный процент с приближенным числом дней

$$t = 9 \cdot 30 = 270 \text{ дней};$$

$$F = 3000(1 + 0,25 \cdot 270/360) = 3562,5 \text{ долл.};$$

3) точный процент с точным числом дней

$$t = 273 \text{ дней};$$

$$F = 3000(1 + 0,25 \cdot 273/365) = 3560,96 \text{ долл.}$$

Простые ссудные ставки

$$r = \frac{F - P}{Pn}$$

$$r = \frac{F - P}{Pt} T$$

$$n = \frac{F - P}{Pr}$$

Простые ссудные ставки

- Наращение по простой ставке – арифметическая прогрессия с первым членом P и разностью Pt

Простые ссудные ставки

•Наращение по простой ставке – арифметическая прогрессия с первым членом P и разностью Pr

• $P, P+Pr, P+2Pr, P+3Pr, \dots$

Простые ссудные ставки

•Наращение по простой ставке – арифметическая прогрессия с первым членом P и разностью Pr

• $P, P+Pr, P+2Pr, P+3Pr, \dots$

•Наращенная сумма- последний член прогрессии

Простые учетные ставки

- Учётная ставка- процент, взимаемый банком с суммы векселя при «учёте векселя» (покупке его банком до наступления срока платежа).
-
-

Простые учетные ставки

- Учётная ставка- процент, взимаемый банком с суммы векселя при «учёте векселя» (покупке его банком до наступления срока платежа).
-
-
- При учёте Центральным банком государственных ценных бумаг применяется термин «официальная учётная ставка»

Простые учетные ставки

- d — простая годовая учетная ставка
- P — сумма, получаемая заемщиком
- F — сумма, подлежащая возврату
- n — продолжительность финансовой операции в годах

Простые учетные ставки

$$P_1 = F - dF$$

•Через один интервал :

•:

Простые учетные ставки

$$P_1 = F - dF$$

$$P_2 \stackrel{\text{•Через один интервал:}}{=} P_1 - dF \stackrel{\text{•Через два интервала}}{=} F(1 - 2d)$$

Простые учетные ставки

$$P_1 = F - dF$$

$$P_2 \stackrel{\text{•Через один интервал:}}{=} P_1 - dF \stackrel{\text{•Через два интервала}}{=} F(1 - 2d)$$

•Через n интервалов:

$$P = F(1 - nd)$$

Простые учетные ставки

Простые учетные ставки

Простые учетные ставки

- $I = F - P$

- прирост текущей стоимости

$$D = F - P$$

снижение будущей
стоимости (diskont =
«скидка»

- $I = F - P$

- прирост текущей стоимости

- $D = F - P = Fnd$

- Величина дисконта пропорциональная сроку и ставке

Простые учетные ставки

Пример 5. В банк предъявлен для учета вексель, на сумму 500 тыс. руб. со сроком погашения через 2 года. Банк учитывает вексель по учетной ставке 30% годовых. Определить сумму, получаемую векселедержателем и комиссионные банка.

$$P = F \cdot (1 - n \cdot d)$$

при $F = 500$; $n = 2$; $d = 0,3$:

$$P = 500 \cdot (1 - 0,3 \cdot 2) = 200$$

Владелец векселя получит от банка 200 тыс. руб.

Простые учетные ставки

Комиссионные банка (или дисконт)

$$D = F - P$$

$$D = 500 - 200 = 300 \text{ (тыс. руб.)}$$

Комиссионные банка за свою услугу

300 тыс. руб.

Дисконтирование по ссудной и учетной ставке,

$$F = 100$$

$$P_r = F / (1 + nr)$$

$$P_d = F (1 - nd)$$

n	0,5	1	2	3	4	5
P_r $r = 0,1$						
P_d $d = 0,1$						

n	$0,5$	1	2	3	4	5
$P_{r=0,1}$	$95,24$	$90,91$	$83,33$	$76,92$	$71,43$	$66,67$
$P_{d=0,1}$	$95,00$	$90,00$	$80,00$	$70,00$	$60,00$	$50,00$

- Математическое дисконтирование выгоднее для владельца векселя
- Банковское дисконтирование выгоднее для банка

n	$0,5$	1	2	3	4	5
P_r $r = 0,1$	$95,24$	$90,91$	$83,33$	$76,92$	$71,43$	$66,67$
P_d $d = 0,1$	$95,00$	$90,00$	$80,00$	$70,00$	$60,00$	$50,00$

Наращение по учетной ставке

- Задача, обратная банковскому дисконтированию –
- наращение по учетной ставке
- Пусть от учета капитала F за период n по учетной ставке d получена сумма P .

Наращение по учетной ставке

- Задача, обратная банковскому дисконтированию –
- наращение по учетной ставке
- Пусть от учета капитала F за период n по учетной ставке d получена сумма P .
- Необходимо найти величину учтенного капитала
- (номинальную стоимость векселя)

Наращение по учетной ставке

- Задача, обратная банковскому дисконтированию –
- наращение по учетной ставке
- Пусть от учета капитала F за период n по учетной ставке d получена сумма P .
- Необходимо найти величину учтенного капитала
- (номинальную стоимость векселя)

$$F = \frac{P}{(1 - nd)}$$

Пример 6. Расчет наращенной суммы

На сумму 50 000 руб. идет наращение по учетной ставке 10 % годовых. Определить наращенную сумму через 5 лет.

Решение

Используем формулу

$$F = P / (1 - n \cdot d)$$

При $n=5$; $d=0,1$; $P=50$

$$F = 50 / (1 - 0,1 \cdot 5) = 100$$

Через 5 лет наращенная сумма равна 100 000 руб.

Наращение по ссудной и учетной ставке, $P = 100$

$$F_r = P(1 + nr) \quad F_d = P / (1 - nd)$$

n	0,5	1	2	3	4	5
$F_r =$ $P(1 + nr)$ $r = 0,1$						
$F_d =$ $P/(1 - nd)$ $d = 0,1$						

.

n	$0,5$	1	2	3	4	5
$F_{r=}$ $P(1+nr)$ $r = 0,1$	105	110	120	130	140	150
$F_d =$ $P/(1-nd)$ $d = 0,1$	$105,26$	$111,11$	$125,00$	$142,86$	$166,67$	$200,00$

- Простая учетная ставка обеспечивает более быстрый рост капитала, чем такая же по величине процентная ставка.

n	$0,5$	1	2	3	4	5
$F_{r=} = P(1+nr)$ $r = 0,1$	105	110	120	130	140	150
$F_d = P/(1-nd)$ $d = 0,1$	$105,26$	$111,11$	$125,00$	$142,86$	$166,67$	$200,00$

Простые учетные ставки

- Множитель наращивания
- $K = 1 / (1 - nd)$
- Множитель дисконтирования
- $K^* = (1 - nd)$

- для определения суммы, получаемой заемщиком, при длительности финансовой операции меньше года:

$$P = F \left(1 - \frac{t}{T} d \right)$$

- для определения суммы, получаемой заемщиком, при длительности финансовой операции меньше года:
- для определения наращенной суммы при длительности финансовой операции меньше года:

$$P = F \left(1 - \frac{t}{T} d\right)$$

$$F = \frac{P}{\left(1 - \frac{t}{T} d\right)}$$

$$F = \frac{P}{(1 + \sum n \cdot d)}$$

- для определения парадоксальной суммы при использовании разных ставок на разных интервалах начисления

$$P = F(1 - \sum n_i d_i)$$

• для определения суммы, которую получит владелец векселя при переменных ставках учета

$$d = \frac{F - p}{F \cdot n}, d = \frac{F - P}{F \cdot t} \cdot T$$

$$n = \frac{F - P}{F d}$$

Совмещение начисления процентов по ссудной ставке и дисконтирования по учетной ставке

Учету подлежит долговое обязательство, которое предусматривает начисление простых процентов на первоначальную сумму долга (P)

Совмещение начисления процентов по ссудной ставке и дисконтирования по учетной ставке

Учету подлежит долговое обязательство, которое предусматривает начисление простых ссудных процентов на первоначальную сумму долга (P)

- 1) Определить конечную сумму долга на момент погашения, используя процентную ставку:

$$F = P(1 + rn_1)$$

Совмещение начисления процентов по ссудной ставке и дисконтирования по учетной ставке

Учету подлежит долговое обязательство, которое предусматривает начисление простых ссудных процентов на первоначальную сумму долга:

- 2) Рассчитать сумму, получаемую при учете, используя учетную ставку

$$P = F(1 - dn_2)$$

Пример 6.

Платежное обязательство уплатить через 100 дней 2 млн. руб. с процентами, начисляемыми по ставке простых процентов $r=20\%$ годовых, было учтено за 40 дней до срока погашения по учетной ставке $d=15\%$. Требуется определить сумму, получаемую при учете.

$$P = 2 \left(1 + \frac{100}{365} 0,2 \right) \left(1 - 0,15 \frac{40}{365} \right) = 2,074$$

Сумма, получаемая при учете обязательства, равна 2,074 млн. руб.

Пример 7.

Определить доходность операции для кредитора, если он предоставил ссуду в размере 2 млн. руб. на 100 дней и контракт предусматривает сумму погашения долга 2,5 млн.руб.

Доходность выразить в виде простой ставки процентов r и учетной ставки d .

Временную базу принять равной $T=360$ дней.

Решение

$$r = \frac{F - P}{Pt} T = \frac{2,5 - 2}{2 \cdot 100} 360 = 0,9 = 90\%$$

$$d = \frac{F - P}{Ft} T = \frac{2,5 - 2}{2,5 \cdot 100} 360 = 0,72 = 72\%$$

Задание

1. Что показывает множитель наращенния ?
Записать множитель наращенния для ссудных и учетных процентов.
2. В чем различие схемы начисления ссудных и учетных процентов?
3. В чем заключается различие между точным и приближенным процентом?
4. Что показывает множитель дисконтирования?
Записать множитель дисконтирования для ссудных и учетных процентов.
5. Записать формулу для расчета процентных денег для ссудных и учетных процентов.