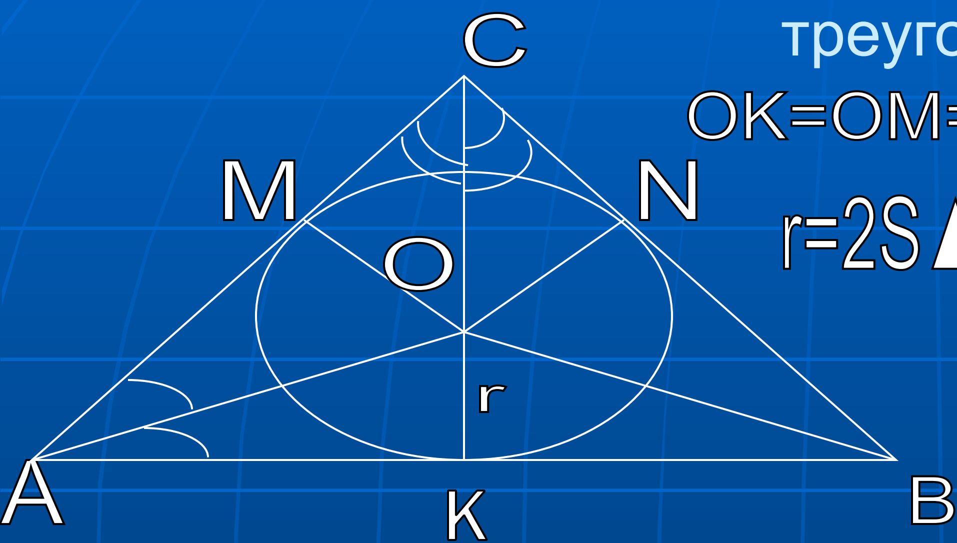
Систематизация геометрических знаний в процессе подготовки к ГИА и ЕГЭ

«Вписанные и описанные окружности в треугольнике». Подготовила Ряшина Н.И, учитель высшей квалификационной категории

МАОУ СОШ №2 г .Усть- Лабинск Краснодарский край.

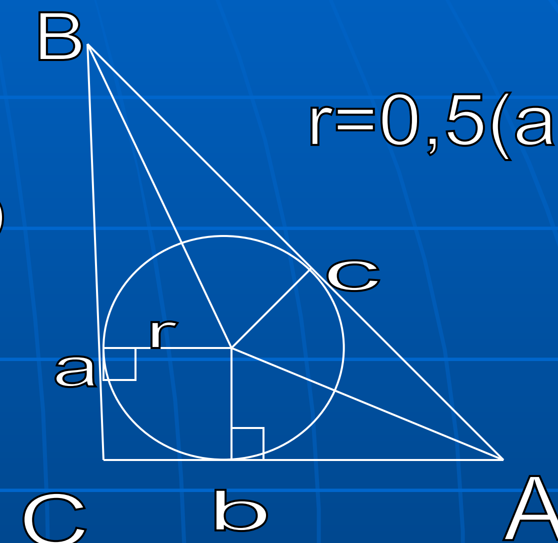
2011-2012уч.год.

В любой треугольник можно вписать окружность. Центр окружности - точка пересечения биссектрис треугольника



OK=OM=ON=r

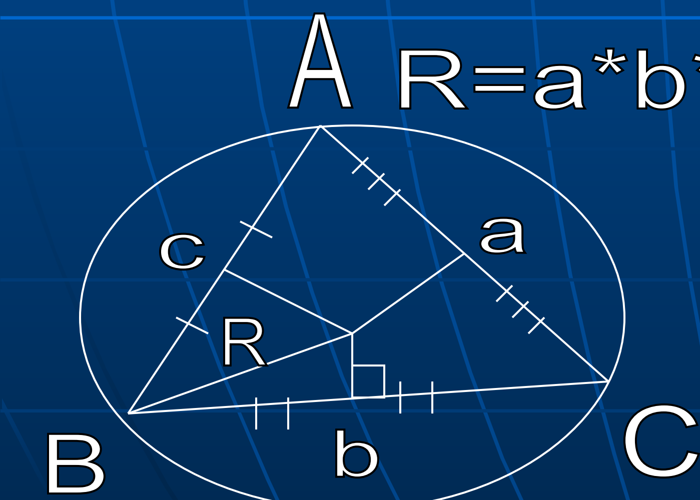
r=2S▲ABC/P



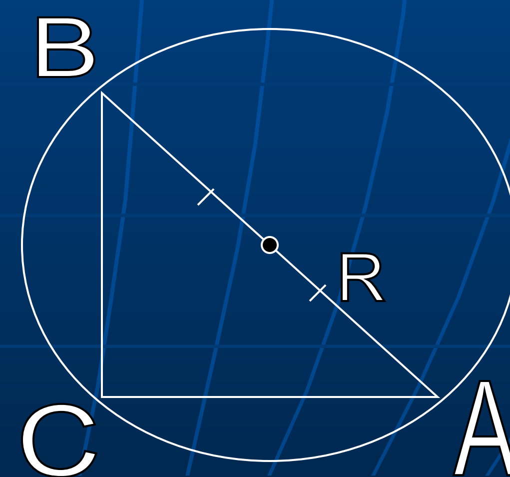
r=0,5(a+b-c)

- Около любого треугольника можно описать окружность. Центр окружности – точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам

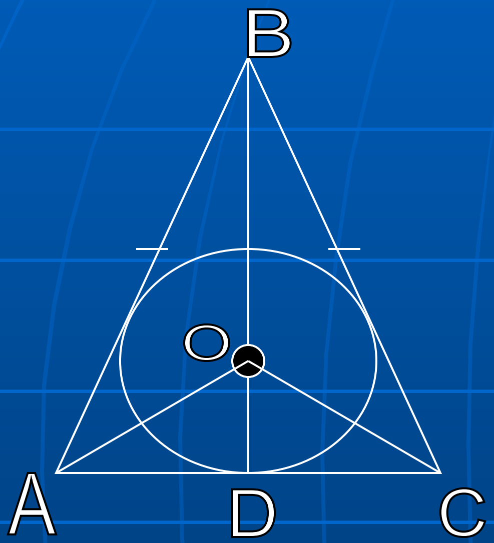
R=a*b*c/4S▲



R=1/2 AB



- Задача 1
- В равнобедренном треугольнике АВС с основанием АС высота BD равна 5см и АВ:АС=13:24. Найти радиус вписанной в треугольник окружности.



- Дано:
- ABC-треугольник, AC-основание,
- BD $\perp$ AC, BD=5см, AB/AC=13/24, окр(0;r)
- Найти: r

Решение

1 способ

O-точка пересечения биссектрис▲ ABC, тогда по свойству биссектрисы треугольника ▲ABD имеем AB/AD=BO/OD;

13/12=(5-x) / x; где OD= r

13x=12*(5-x)

25x=60

x=60/25

x=2,4значит r=2,4см

- 2 способ
- 1) Пусть на одну часть приходится
- x см, тогда AB=13x см, AD=12x см, тогда из ▲ABD(<D=90º) по теореме Пифагора имеем: BD=√ (13x)²+(12x) ² = 5x отсюда 5x=5, x=1, значит на одну часть приходится 1см, отсюда AB=13; AC=24см.
- 2) r=OD=2S▲/P=2*½*24*5/(13+13+24)= 120/50=2,4 (см)
- Ответ: 2,4 см

- Задача 2
- Найти площадь прямоугольного треугольника, если радиус вписанной в него и описанной около него окружностей равны соответственно 2 и5

- Дано:
- ABC-треугольник, ∠C=90
- R=5, r=2, окр.(O;R), окр.(X;r)
- Найти: S▲ABC

Решение

1способ

Так как центр описанной окружности- середина гипотенузы, то AB=10

K,H и N – точки касания окр (X;r), тогда по свойству отрезков касательных имеем CH=CK=r=2, AN=AH=x, BN=BK=10-x

Из треугольника ABC по теореме Пифагора имеем

$$BC^2+AC^2=AB^2$$

$$(10-x+2)^2+(x+2)^2=10^2$$

$$(12-x)^2+(x+2)^2=100$$

$$144-24x+x^2+x^2+4x+4-100=0$$

$$x^2-10x+24=0$$

x=6 или x=4

Если x=6, то AC=8, BC=6

S▲ABC=½AB*BC; S=½*8*6=24

Если x=4, то AC=6, BC=8   S▲=24

2 способ

Используем формулы

- 1) $R=\frac{1}{2}c=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}$;
- $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2}=5$; $\sqrt{a^2+b^2}=10$; $a^2+b^2=100$.
- 2) $r=\frac{1}{2}(a+b-c)$; $r=\frac{1}{2}(a+b-10)$;
- $2=\frac{1}{2}(a+b-10)$;
- $4=a+b-10$
- $a+b=14$
- 3) $S=\frac{1}{2}ab$; $S=\frac{1}{4}*2ab=\frac{1}{4}((a+b)^2-(a^2+b^2))=$
- $=\frac{1}{4}*(14^2-100)=\frac{1}{4}(196-100)=\frac{1}{4}*96=24$
- Ответ:24

Задача 3

В треугольнике сумма двух углов равно 75º , а радиус описанной окружности равен 10см. Найти площадь треугольника с вершиной в центре описанной окружности и основанием, совпадающим с большей стороной исходного труугольника.

- Дано:
- ▲ABC, ∠A+∠B=75º ,
- Окр(O;R), R=10см
- Найти
- S▲ABO

1) ∠C=180º - 75º=105º ,значит ▲ABC тупоугольный и O лежит вне треугольника. AB-большая сторона, т.к. лежит против тупого угла.

2) < BCA=75º *2=150º, т.к ∠A и ∠B- вписанные углы, тогда <BOA=150º, как центральный угол, AO=OB=R=10см

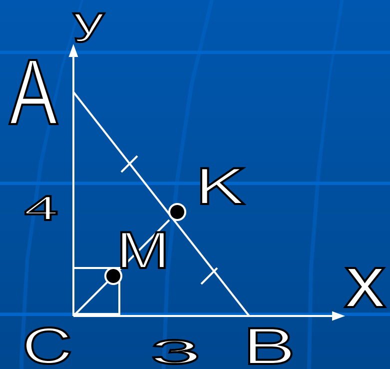
3) S▲=½AO*BO*sin<AOB,

S▲=½*10*10*sin150º

S▲=50*½=25(см²)

Ответ: 25см

Задача 4
Найти расстояние между центрами вписанной и описанной окружностей прямоугольного треугольника с катетами 3см и 4см



- Дано:
- ▲ABC, ∠C=90, AC=4см, BC=3см
  окр (K;R), окр (M;r)

Найти:
MK.

Решение

1) Поместим ▲ABC в систему координат : C в начало координат, AC на ось OY; CB на ос OX, тогда
C(0;0), B(3;0), A(0;4)

2) K-центр описанной окружности, значит K-середина гипотенузы AB, значит K(3+0/2; 0+4/2). K(1,5.2)

3)M-центр вписанной окружности. Координаты точки M равны, так как она принадлежит биссектрисе угла C и каждая из них равна радиусу вписанной окружности

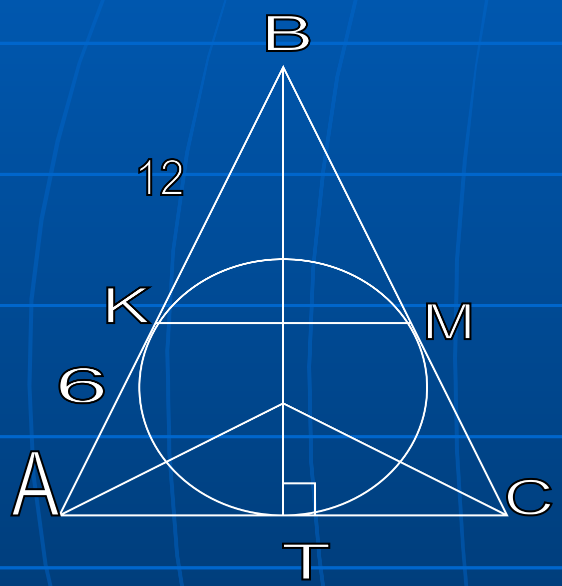
4) Стороны треугольника составляют 3,4 и 5, тогда $r=(3+4-5)/2=1$, то есть M(1;1)

5) По формуле расстояния между двумя точками имеем $MK=\sqrt{(1.5-1)^2+(2-1)^2}=\sqrt{0.5^2+1^2}=\sqrt{1.25}=\sqrt{5}/\sqrt{4}=\sqrt{5}/2$

Ответ $\sqrt{5}/2$ см

Задача 5

Окружность, вписанная в равнобедренный треугольник ABC с основанием AC, касается сторон AB и AC в точках К и М соответственно. Найдите расстояние КМ, если АК=6см, ВК=12см



- Дано:
- Тр. ABC, AB=BC, AK=6м, BK=12м, К,М,Т-точки касания вписанной окружности
- Найти: КМ

Решение

1) AB=BC=12+6=18(м)
2) BM=BK=12м,MC=AK=6м. AT=TC=6м по свойству отрезков касательных, значит AC=6+6=12(м)
3) ▲ABC подобен ▲KBM, т.к. < В-общий и AB/BK=BC/BM=18/12; отсюда AC/KM=18/12; 12/KM=3/2; KM=12*2/3=8 м

Ответ 8м