

Особенности курса математики в «ПНШ»

Казько Елена Сергеевна, к.п.н.

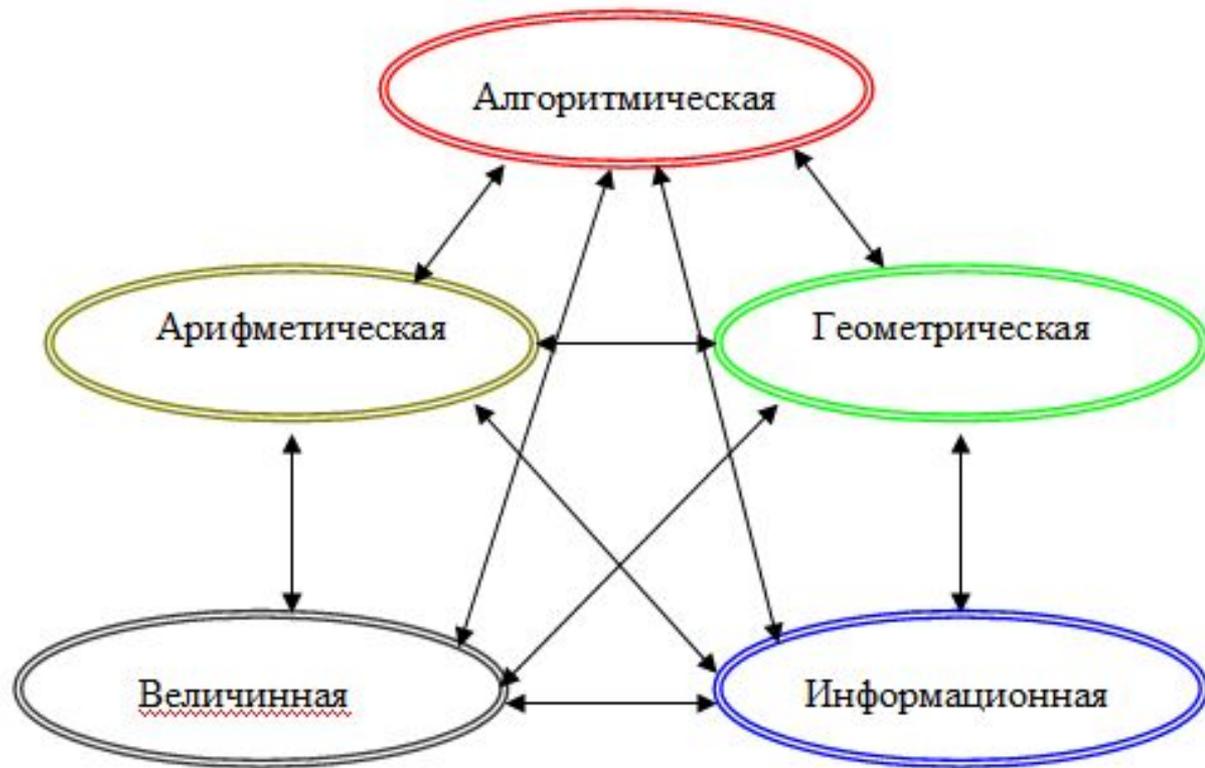
Методист изд-ва «Академкнига/Учебник»

Цели курса «Математика»

Развитие у обучающихся познавательных действий:

- ▶ логических и алгоритмических (включая знаково-символические),
- ▶ аксиоматику,
- ▶ формирование элементов системного мышления,
- ▶ планирование,
- ▶ систематизацию и структурирование знаний,
- ▶ моделирование,
- ▶ дифференциацию существенных и несущественных условий

Содержательные линии курса «Математика»



Геометрическая:

- пространственные отношения;
- геометрические фигуры;

Арифметическая:

- числа;
- вычисления;

Информационная:

- работа с данными;

Алгоритмическая:

- задача;
- процесс решения задачи;

Величинная:

- сравнение;
- измерение;
- зависимость.

Основная дидактическая идея курса

- ▶ *Через рассмотрение частного к пониманию общего для решения частного*
- ▶ При этом ребенку предлагается постичь суть предмета через естественную связь математики с окружающим миром.
- ▶ Знакомство с тем или иным математическим понятием осуществляется при рассмотрении конкретной реальной или псевдореальной (учебной) ситуации, соответствующий анализ которой позволяет обратить внимание ученика на суть данного математического понятия.

Логико-дидактическая основа

- ▶ Первая часть: неполная индукция, в комплексе с формированием приемов умственной деятельности (анализ и синтез, сравнение, классификация, аналогия и обобщение), приведет ученика к самостоятельному «открытию» изучаемого математического факта.
- ▶ Вторая часть: дедуктивный характер, направлена на формирование у учащихся умения конкретизировать полученные знания и применять их к решению поставленных задач.

Индуктивный подход

Традиция

- ▶ Решить примеры (найти значения выражений):

$$4+1, 3+2, 4+3, 1+4, 2+3, 3+4$$

- ▶ Чем похожи между собой?

Примеры на сложение, слагаемые переставлены, ответы в каждой паре одинаковы

- ▶ Что можно сказать о сумме в случае перестановки слагаемых?

Сумма не изменяется

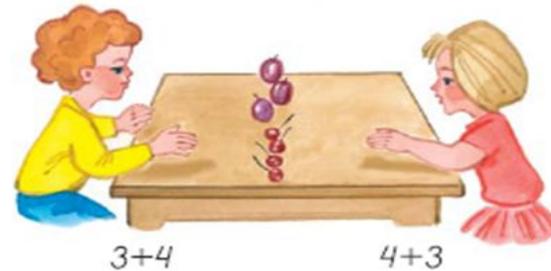
ПНШ

Перестановка слагаемых

1



Рассмотри рисунок и объясни, почему Маша и Миша записали разные суммы. Будут ли значения этих сумм равны? Запиши суммы в тетрадь и поставь между ними нужный знак.



2



Вычисли значения сумм и убедись, что от перестановки слагаемых значение суммы не изменяется.

$5+4$	$6+2$	$9+1$
$4+5$	$2+6$	$1+9$

3



Каждую математическую запись дополни числом так, чтобы значения сумм были равны. Запиши их в тетрадь для самостоятельной работы.

$4+3=3+\square$	$\square+9=9+\square$
$3+\square=2+3$	$\square+5=\square+\square$
$\square+4=\square+6$	$\square+\square=\square+\square$

Арифметическая линия

- ▶ Целые неотрицательные числа и действия над ними
читать, записывать, сравнивать, упорядочивать числа от нуля до миллиона

1 кл.: 1– 10 и 0, 0-20; 2 кл.: 0 – 100, круглые числа до 1000;

3 кл.: 0 – 999999; 4 кл.: 0 – 1000000 и дробные числа

- ▶ Числовые последовательности (числовые закономерности):
устанавливать закономерность — правило, по которому составлена числовая последовательность, и составлять последовательность по заданному или самостоятельно выбранному правилу (увеличение/уменьшение числа на несколько единиц, увеличение/уменьшение числа в несколько раз)

Последовательность начинается с числа 4, и каждое следующее число в ней на 4 больше, чем предыдущее. Найди и запиши первые девять чисел этой последовательности (2 кл, 2ч, с.159)

Теоретико-множественный подход

- ▶ Натуральное число – общее свойство класса равночисленных множеств
- ▶ Важен дочисловой период – установление взаимно-однозначных соответствий
- ▶ Множества разные по содержанию, равноправны с точки зрения количества (феномен Пиаже)
- ▶ Количественная теория целесообразна для небольших чисел – число воспринимается как целое

Теоретико-множественная основа

- ▶ По мнению психологов – воспринимается число 4, с точки зрения ДСС – число 5
- ▶ Выгодно иметь множество – ЭТАЛОННОЕ:
без пересчета
хорошо знакомое
жестко связанное с числом
- ▶ 2 – пара крыльев
- ▶ 3 – тройка лошадей
- ▶ 4 – количество ног у кошки
- ▶ 5 – пять пальцев
- ▶ 0 – как численность пустого множества

Число и цифра 1

1



Найди тех домашних животных, которые нарисованы по **ОДНОМУ**.

2



Посмотри, каким знаком обозначают число **ОДИН**. Этот знак называют цифрой 1. С помощью него можно записать, что на верхнем рисунке 1 корова, 1 кошка, 1 собака и 1 петух. Найди и покажи среди знаков цифру 1.

3



Покажи на рисунке те предметы или их части, которые похожи на цифру 1.

Число и цифра 1

4



Рассмотри, как пишут цифру 1, обозначающую число **ОДИН**, и поучись её правильно писать. Посмотри на кубик: на нём выпало 1 очко.

5



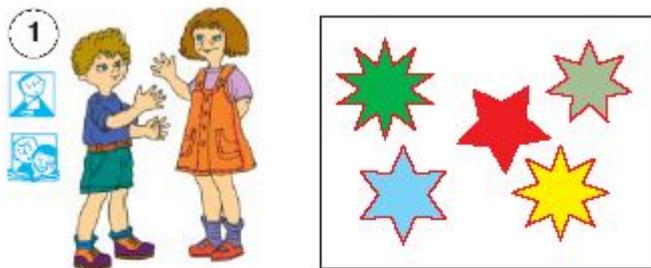
«Миша, помнишь, нам мама рассказывала сказку про Козлёнка, который умел считать до десяти?» — спросила Маша. «Это когда Козлёнок увидел своё отражение в воде и сказал: "Раз", — стал вспоминать Миша. Что хотел сделать Козлёнок, сказав «Раз»? Кого **ПЕРВОГО** он осчитал? Правильно ли он это сделал?»

6



Поставь красную фишку на **ПЕРВУЮ** слева доску в заборе, а синюю фишку — на **ПЕРВУЮ** доску справа.

Число и цифра 5



«Сколько пальцев на руке?» — поинтересовался Миша. «А ты разве не знаешь?» — удивилась Маша. «Я вспомнил, их ПЯТЬ!» — радостно воскликнул Миша. «Правильно», — подтвердила Маша. Рассмотрите звездочки. Выбери и покажи соседу по парте ту звездочку, у которой столько же лучей, сколько пальцев у тебя на руке.

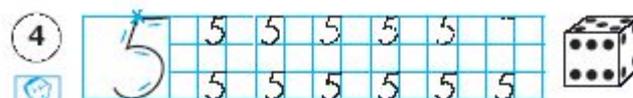


Посмотри, как выглядит цифра, с помощью которой записывают число ПЯТЬ. Найди среди знаков цифру 5. Сколько раз тебе встретилась цифра 5?



Назови те предметы или их части, которые похожи на цифру 5.

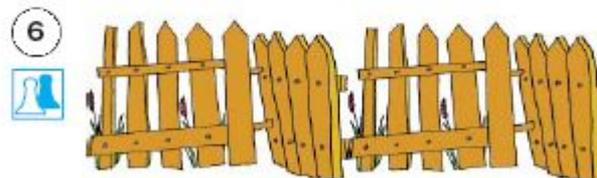
Число и цифра 5



Рассмотри, как пишут цифру 5, и поучись её правильно писать. Сколько очков выпало на кубике?



Посмотри на рисунок, и ты узнаешь, кто пятым подошёл к Козлёнку. Сколько всего животных на рисунке? Запиши в тетради с помощью цифр 0, 4, 2, 3, 1, 5 числа по порядку — от самого маленького до самого большого. Назови число, следующее за числом 4. Запиши это число.



На ПЯТУЮ справа доску в заборе поставь красную фишку, а на ЧЕТВЕРТУЮ слева — синюю.

Аддитивная основа

- ▶ Числа 6,7,8,9, 10 (после введения сложения) – как сумма $5+1, 5+2, 5+3, 5+4, 5+5$:

соответствует природе счета на пальцах

подготовка к изучению чисел второго десятка

обогащение приемов устных вычислений

- ▶ Эталонные множества:

6 – количество ног у жука

7 – дней недели (5 рабочих, 2 выходных)

8 – ног у паука

9 – учебный год (4 мес. полугодие, 5 мес. др.)

10 – множество пальцев



Прибавление числа 1

1

$1+3$	$2+1$	$1+1$	$0+1=1$
$4+1$	$3+2$	$3+1$	$\square+1=\square$
$2+2$	$0+1$	$4+0$	$\square+1=\square$
			$4+1=\square$

Найди суммы, в которых второе слагаемое равно 1.
 Запиши эти суммы в столбик, расположив их по порядку возрастания первого слагаемого. Найди и запиши их значения.
 В каждой сумме сравни значение суммы с первым слагаемым.
 Запомни правило, которое позволяет складывать любые числа с числом 1: **результатом сложения данного числа с числом 1 будет число, следующее по счёту сразу за данным.**

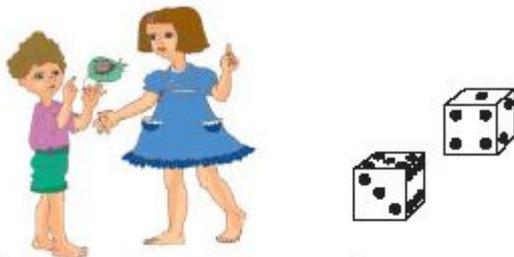
2

	
$4 + 1 = \square$	$\square + \square = \square$
	
$\square + \square = \square$	$\square + \square = \square$

Объясни, как ты понимаешь задание: «Увеличь данное число на 1». Сделай соответствующую запись для каждого рисунка.

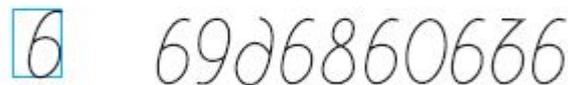
Число и цифра 6

1



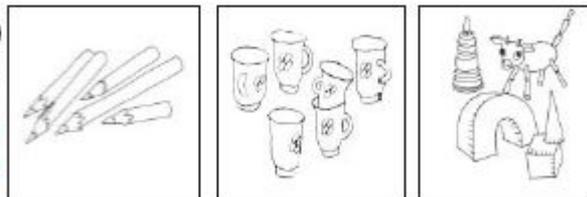
Дети на прогулке увидели жука. «Как у него много ног, больше, чем пальцев на руке», — удивился Миша. «А ты сосчитай», — предложила Маша. «Пять и ещё одна», — сказал Миша. «Запомни, это число называется ШЕСТЬ», — сказала Маша. Сколько очков выпало на двух кубиках вместе?

2



Посмотри, как выглядит цифра, с помощью которой записывают число ШЕСТЬ. Найди среди знаков цифру 6. Сколько раз тебе встретилась цифра 6?

3



Найди тот рисунок, на котором изображено 6 предметов. Поставь на него фишку.

Число и цифра 6

4

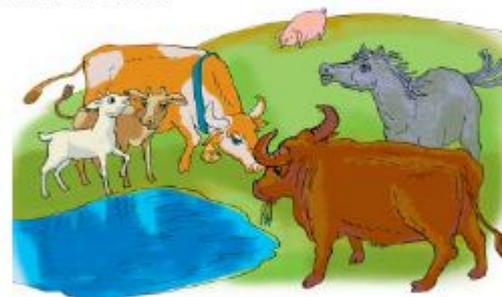


Рассмотри, как пишут цифру 6, и поучись её правильно писать.



Запиши по порядку числа от 0 до 6. Назови число, следующее сразу за числом 5. Запиши это число.

5



Посмотри на рисунок, и ты узнаешь, кто ШЕСТЫМ подошёл к Козлёнку. Сколько всего животных на рисунке? Запиши это число.

6



Найди ШЕСТУЮ слева доску на заборе и поставь на неё фишку. Отсчитай справа 6 досок и на каждую из них поставь фишку.

Порядковый смысл числа

- ▶ Сказка «про козленка, который умел считать до десяти» Альф Прейсен
(в пересказе с норвежского В Островского)

Арифметические действия

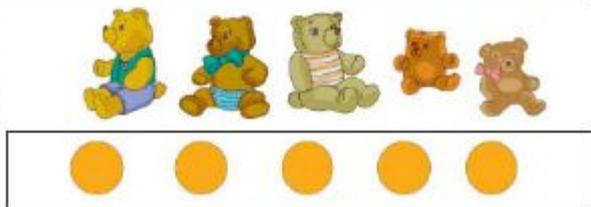
- ▶ Бинарная алгебраическая операция: наличие компонентов и результата
- ▶ Должно быть введено правило: по известным двум числам можно найти третье
- ▶ **Без результата нет действия!**
- ▶ Сложение (1-е полугодие 1 класса)
- ▶ Вычитание (2-е полугодие 1 класса)
- ▶ Умножение (2 класс)
- ▶ Деление (во 2 класс на уровне предметных действий, 3 класс)

Сложение

- ▶ На основе объединения непересекающихся множеств
- ▶ В распоряжении детей достаточно чисел (0 – 5)
- ▶ Число – результат конкретный (с помощью сюжета)

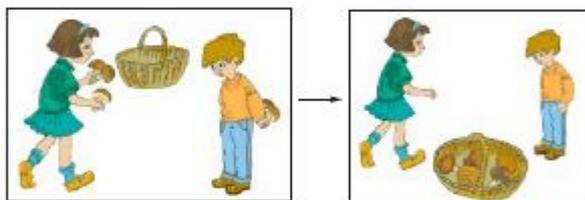
Сложение и знак +

1



Сколько больших и маленьких медвежат нарисовано сверху? Сравни число медвежат с числом кругов в рамке.

2

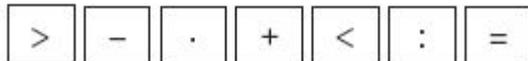


Рассмотри рисунки и составь по ним рассказ, используя числа 3, 2 и 5. Грибы Маша и Миша сложили в одну корзину. Действие, с помощью которого они нашли общее число грибов, называют СЛОЖЕНИЕМ.

Это записывают так:

$$3 + 2 = 5$$

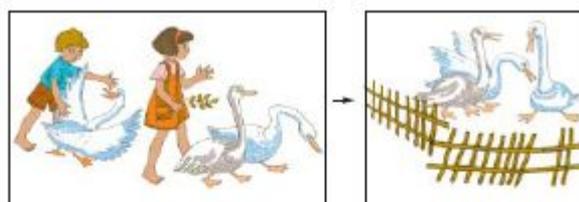
Подумай и расскажи по рисунку, что обозначает каждый знак в этой записи. Найди знак, который обозначает сложение. Этот знак называется ПЛЮСОМ.



Найди среди знаков тот, который обозначает действие СЛОЖЕНИЯ, и поставь на него фишку.

Сложение и знак +

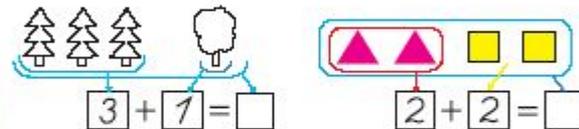
3



$$1 + 2 = 3$$

Рассмотри математическую запись к этим рисункам. Объясни смысл каждого знака по рисунку.

4



$$2 + 3 = \square$$

$$3 + 0 = \square$$

Выполни сложение с помощью рисунков и запиши результат в тетрадь для самостоятельных работ.

5



$$1 + 3 = 4$$

Придумай рассказ по данной математической записи и рисунку.

Слагаемые и сумма



$$2 + 3 =$$



Выполни сложение с помощью рисунка. Числа, которые нужно сложить, называются **СЛАГАЕМЫМИ**. Запись $2+3$ называется **СУММОЙ** чисел 2 и 3. Напиши знак, который нужно поставить между двумя числами, чтобы получилась их **СУММА**.



$$1 + 3$$

$$3 > 2$$

$$4 = 4$$

$$2 < 5$$

$$4 + 1$$

$$3 + 3$$

$$0 + 0$$

$$1 < 3$$

$$3 > 1$$

Среди записей найди суммы и поставь фишки на те рамки, в которых они записаны.



$$2 + 1 = 3$$

$$3 + 2 = 5$$

$$2 + 2 = 4$$

Рассмотри записи действий сложения. Выпиши суммы.



Из чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5 выбери самое большое и самое маленькое. Составь с выбранными числами две суммы. Запиши эти суммы.

Составь и запиши три суммы, у которых оба слагаемых равны.

Слагаемые и значение суммы



Выполни сложение чисел 3 и 1 с помощью палочек. Запиши сумму и результат в тетрадь. Подчеркни красным цветом первое число суммы, синим — второе, а жёлтым — результат.

$$3 + 1 = 4$$

3 — ПЕРВОЕ СЛАГАЕМОЕ
1 — ВТОРОЕ СЛАГАЕМОЕ
4 — ЗНАЧЕНИЕ СУММЫ



$$1 + 2 = 3$$

$$3 + 1 = 4$$

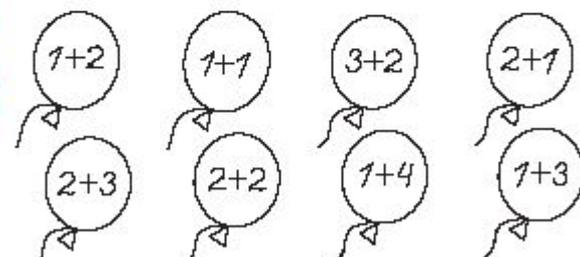
$$4 + 1 = 5$$

$$1 + 1 = 2$$

Перепиши записи действий сложения в тетрадь. Подчеркни в записях первое слагаемое красным цветом, второе слагаемое — синим, а значение суммы закрась жёлтым цветом.



2 3 4 5



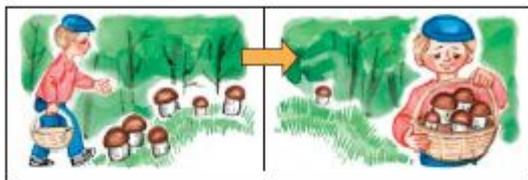
Найди значения сумм и расставь фишки разных цветов. Цвета цифр, обозначающих значения сумм, помогут тебе определить цвет фишки для каждого шарика. Сколько фишек каждого цвета тебе понадобилось?

Вычитание

- ▶ На основе удаления части множества
- ▶ Не всегда выполнима, на конкретном примере, с конкретными числами
- ▶ Фиксирование двух состояний объектов: до выполнения действия и после (когда получен результат)
- ▶ Описание ситуаций с помощью глаголов «сорвать», «убрать», «уйти» и т.д.
- ▶ Работа с терминами (компонентами)

Вычитание. Знак —

3 Выполни математическую запись к этим рисункам.

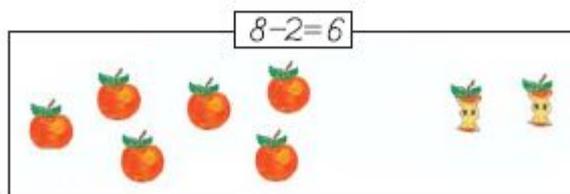


Объясни смысл каждого знака.

4 Выполни в тетради для самостоятельной работы вычитание с помощью рисунков и запиши результат.



5 Придумай рассказ по математической записи к рисунку.



Уменьшаемое и вычитаемое

1 Составь по рисунку разность и запиши её.



Что означает эта запись? Какое действие над числами нужно выполнить?

Подчеркни синим цветом число, из которого вычитают. Это число называется **УМЕНЬШАЕМЫМ**.

Подчеркни жёлтым цветом число, которое вычитают. Это число называется **ВЫЧИТАЕМЫМ**.

Перепиши следующие разности в тетрадь. Подчеркни в них уменьшаемое синим цветом, а вычитаемое — жёлтым.

$$8-6 \quad 5-5 \quad 9-4 \quad 7-7 \quad 3+2$$

2 Составь и запиши как можно больше разностей, в которых уменьшаемое равно 5. Сколько разностей ты записал(а)? Сравни их с разностями, которые составил твой сосед по парте.

Составь и запиши как можно больше разностей, в которых вычитаемое равно 5.

3 Составь и запиши разность, в которой уменьшаемое равно вычитаемому. Найди и запиши значение этой разности.





Разность и её значение

Между числами поставлен знак, который показывает, что нужно выполнить вычитание.

1 Эти записи называются РАЗНОСТЯМИ. Сколько записано



$$\begin{array}{ccc} 6 - 4 & 7 - 1 & 9 - 8 \\ 8 - 3 & 5 - 0 & 4 - 4 \end{array}$$

разностей? Найди разность чисел 8 и 3. Найди разность чисел 4 и 4. Запиши эти разности в тетрадь.

2 Выполни вычитание с помощью рисунка в своей тетради. Назови разность. Какое число получилось в результате




$$6 - 4 =$$



вычитания?
Это число называется ЗНАЧЕНИЕМ РАЗНОСТИ.

3 Перепиши данные записи к себе в тетрадь. Подчеркни разности красным цветом, а их значения — синим.



$$3 - 1 = 2 \quad 5 - 2 = 3 \quad 10 - 9 = 1$$

4 Из чисел 1, 3 и 5 составь и запиши как можно больше разностей. В каких случаях можно найти их значения?



Сложение и вычитание

- ▶ Вводятся независимо друг от друга
- ▶ Взаимнообратность операций:
 1. Возможность рассмотрения вычитания как операции, обратной сложению;
 2. Правила нахождения неизвестных слагаемого и уменьшаемого
 3. Проверка правильности выполнения действий

Сложение и вычитание

1



Маша и Миша по этому рисунку составили две математические записи. Объясни, как понял этот рисунок Миша и как Маша. Чем похожи эти записи? Чем они отличаются?

$$8-2=6 \quad 6+2=8$$

2



Найди и запиши значения сумм в каждом столбике. Найди и запиши значения разностей в каждом столбике.

$7+2$	$9+1$	$4+4$
$9-2$	$10-1$	$8-4$
$9-7$	$10-9$	$8-4$

Объясни, почему в третьем столбике две одинаковые разности.

3



Сравни данные записи: чем они похожи и чем отличаются? Перепиши их в тетрадь.

$$5+3=8 \quad 8-5=3 \quad 8-3=5$$

Первое слагаемое в сумме подчеркни красным цветом, второе слагаемое — жёлтым, а значение суммы — синим. Прочитай вторую и третью записи, используя названия данных чисел из первой записи. Ты обратил(а) внимание на то, что если из значения суммы вычесть одно из слагаемых, то получится другое слагаемое?

Сложение и вычитание

4



Вычисли значения сумм. Запиши действия сложения в тетрадь для самостоятельной работы.

$4+5=\square$	$8+2=\square$
$9-5=\square$	$10-2=\square$
$9-4=\square$	$10-8=\square$

Найди значения соответствующих разностей. Запиши действия вычитания в тетрадь.

5



Вычисли значение разности. Запиши действие вычитания в тетрадь.

$$7-1=\square$$

Подчеркни уменьшаемое синим цветом, вычитаемое — жёлтым, а значение разности — красным.

Составь и запиши сумму, в которой первое слагаемое равно значению данной разности, а второе слагаемое — вычитаемому.

$$\square + \square = \square$$

Вычисли и запиши значение этой суммы. Ты обратил(а) внимание на то, что если к значению разности прибавить вычитаемое, то получится уменьшаемое?

6



Вычисли значения разностей. Запиши действия вычитания в тетрадь.

$8-1=\square$	$9-5=\square$
$7+1=\square$	$4+5=\square$

Найди значения соответствующих сумм. Запиши действия сложения в тетрадь.

Умножение

- ▶ Сложение одинаковых слагаемых
Сначала название произведения как суммы, нахождение значения произведения
- ▶ Умножение как действие по нахождению значения произведения
Равенство: в одной части произведение, в другой – его значение. Это и есть запись действия умножения
- ▶ Раннее введение переместительного свойства



Сумма и произведение. Знак •

① Из следующих сумм выпиши только ту, в которой все слагаемые одинаковые.

$$1+1+1+2 \qquad 3+2+3+2$$

$$5+5+5+5+5+5 \qquad 1+2+3+4+5$$

Чему равно каждое слагаемое в сумме $5+5+5+5+5+5$? Сколько всего слагаемых в этой сумме?

Сумму, состоящую из одинаковых слагаемых, можно записать по-другому — в виде ПРОИЗВЕДЕНИЯ.

Например: $5+5+5+5+5+5=5 \cdot 6$.

Для обозначения произведения используется специальный знак в виде точки •. Запись $5 \cdot 6$ читается так: произведение чисел 5 и 6.

Что показывает число 5 в этом произведении? Что показывает число 6 в этом произведении? Проверь себя.

Число 5 повторялось слагаемым 6 раз.

② Запиши суммы в виде произведений.

$$2+2+2 \qquad 7+7+7+7+7 \qquad 3+3+3+3+3+3+3$$

$$9+9+9+9+9 \qquad 12+12+12+12$$

Прочитай эти произведения. Что показывают числа, образующие каждое из произведений?

Произведение и множители



С помощью какого знака обозначается произведение чисел?

① Из всех данных выражений выбери и запиши только произведения.

$$2+3 \qquad 3 \cdot 4 \qquad 7-5 \qquad 10+1 \qquad 12-2 \qquad 8 \cdot 12$$

Числа, из которых состоит произведение, называются МНОЖИТЕЛЯМИ.

Первое число в произведении это ПЕРВЫЙ МНОЖИТЕЛЬ, второе число — ВТОРОЙ МНОЖИТЕЛЬ.

Назови множители в записанных тобой произведениях.

② Составь и запиши произведение, в котором первый множитель равен 2, а второй — 4. Замени это произведение суммой.

③ Запиши сумму в виде произведения.

$$3+3+3+3+3+3+3$$

Что обозначает первый множитель этого произведения?

Что показывает второй множитель этого произведения?



Значение произведения и умножение

① Запиши произведение $5 \cdot 4$ в виде суммы и вычисли значение этой суммы.

Полученное число 20 называется **ЗНАЧЕНИЕМ ПРОИЗВЕДЕНИЯ** чисел 5 и 4.

Прочитай все числа, которые участвуют в равенстве $5 \cdot 4 = 20$. Как называется каждое из этих чисел?

Действие, при выполнении которого находят значение произведения, называется **УМНОЖЕНИЕМ**.

 Какой знак обозначает действие умножения?

Знак \cdot называют **ЗНАКОМ УМНОЖЕНИЯ**.

② Запиши произведения чисел. Вычисли значения этих произведений, заменив каждое из произведений соответствующей суммой.

5 и 2 2 и 7 3 и 5 10 и 4

Например: $5 \cdot 2 = 5 + 5 = 10$.

При умножении чисел 5 и 2 получается число 10. Назови числа, которые получаются при умножении чисел 2 и 7, 3 и 5, 10 и 4.

③ Выполни умножение.

$8 \cdot 4 =$ $10 \cdot 5 =$ $5 \cdot 4 =$ $5 \cdot 7 =$ $9 \cdot 3 =$ $2 \cdot 8 =$

Перестановка множителей

Миша расставил на столе солдатиков в 2 шеренги по 5 солдатиков в каждой. Маша сказала, что солдатики построены в 5 рядов по 2 солдатика в каждом.

① Запиши в виде произведения число солдатиков в колонне. Сделай это двумя способами: сначала так, как считал Миша; потом так, как считала Маша. Проверь себя: должны получиться два произведения: $5 \cdot 2$ и $2 \cdot 5$.

 Можно ли утверждать, что значения этих произведений равны? Почему?

Запиши соответствующее равенство в тетради.

Проверь справедливость этого равенства, вычислив значение каждого из произведений с помощью сложения.



Деление

- ▶ На основе предметных действий: разбиение на группы с одинаковым количеством предметов (по содержанию) и на заданное число частей (на равные части)
- ▶ Самостоятельное действие, без связи с умножением
- ▶ Связь с вычитанием (сколько раз можно вычесть одно число из другого)
- ▶ Связь с измерением (сколько раз величина-мерка укладывается в измеряемой величине)



Распредели предметы поровну

① У Миши было 10 конфет. Он решил угостить двух своих друзей.

Сколько конфет нужно дать каждому, чтобы все конфеты были распределены поровну?

Предложи свой способ распределения конфет поровну.

② Мама испекла 18 пирожков и предложила Маше разложить их поровну на 6 тарелок.



Сколько пирожков должно лежать на каждой тарелке? Проверь свой ответ, разложив поровну 18 палочек на 6 кучек.

③ Для продажи 15 морковок связали в одинаковые пучки по 3 морковки. Сколько пучков получилось?



Для ответа на этот вопрос раздели 15 счётных палочек на кучки по 3 палочки и сосчитай число получившихся кучек.

④ Сколько должно быть тетрадей, чтобы их можно было раздать поровну трём ученикам? Четырём ученикам?

⑤ Миша и Костя вместе наловили ведро рыбы. Придумай способ, как им поделить улов поровну так, чтобы никто не остался в обиде.



Деление. Знак :

① Нарисуй в ряд 12 кружков.



Раздели их чёрточками на группы по 4 кружка.



Сколько групп у тебя получилось?

12 кружков разделили на группы по 4 кружка и получили 3 группы.

Для чисел это означает, что выполнили действие ДЕЛЕНИЕ, которое записывают так: $12:4=3$.

Подумай и объясни, что обозначает каждый знак в этой записи. Какой знак обозначает действие деления?

② Проверь с помощью счётных палочек, правильно ли составлена запись действия деления.

$$15:3=5$$

Придумай рассказ по этой записи.

Частное и его значение

① Рассмотрите выражения.

$$25 : 5 \quad 7 \cdot 5 \quad 7 + 6 \quad 15 - 2 \quad 42 : 2$$
$$60 + 12 \quad 100 : 2$$

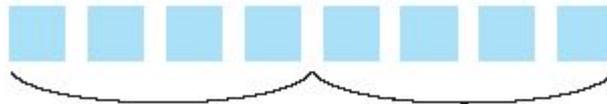
Выбери суммы, разность и произведение чисел. Выпиши в тетрадь оставшиеся выражения.

Каждое из выписанных выражений — $25:5$, $42:6$, $100:2$ — называется ЧАСТНЫМ.

② Запиши частные следующих чисел:

8 и 4; 21 и 7; 36 и 6; 100 и 10; 72 и 8.

③ Вместо записи частного $8:4$ сделай запись действия деления. В этом тебе поможет рисунок.



$8:4=2$ — это запись действия деления. Чем является число 2 для выражения $8:4$?

Число 2 называют ЗНАЧЕНИЕМ ЧАСТНОГО $8:4$.

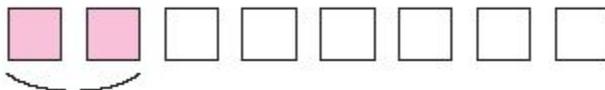


Деление и вычитание

① Нарисуй 8 квадратиков в ряд.



Раскрась и подчеркни дугой 2 квадратика.



Запиши, как вычислить число оставшихся квадратиков.

$$8 - 2 = 6$$

Раскрась и подчеркни дугой ещё два квадратика.

Запиши, как вычислить число оставшихся квадратиков.

$$6 - 2 = 4$$

Объясни смысл следующих записей.

$$4 - 2 = 2 \quad 2 - 2 = 0$$

Сколько раз можно вычесть 2 из 8?

$$8 - 2 - 2 - 2 - 2 = 0$$

Чему равно значение частного $8 : 2$?



Случайно ли при ответе на последние два вопроса получается одно и то же число 4?

Деление и измерение

① Сравни две задачи. Что в них общего? Чем они отличаются?

1. Миша связал 40 счётных палочек в пучки по 10 палочек. Сколько пучков у него получилось?

2. Маша разрезала ленточку длиной 40 см на части по 10 см. Сколько частей у неё получилось?

Запиши решение первой задачи в виде частного и вычисли его значение.

Узнаем ли мы ответ второй задачи, если разделим 40 см на части по 10 см? Запиши решение второй задачи в виде частного 40 см и 10 см и вычисли его значение. Будет ли это значение показывать, сколько раз в 40 см содержится по 10 см?

Если измерить ленточку длиной 40 см в дециметрах, то какое число дециметров получится?



Случайно ли совпадают результат деления и результат измерения?

② Запиши с помощью частного, сколько раз в 15 м содержится по 3 м; в 20 кг — по 4 кг; в 24 дм — по 6 дм.

Величины

- ▶ Длина (1 кл.), время, масса (2 кл.), величина угла, площадь (3 кл.), вместимость, объем (4 кл.)
- ▶ В начале курса – изучение временных и пространственных отношений
- ▶ Систематическое изучение – длина (1 класс)
- ▶ Доизмерительный аспект: «на глаз», «приложение», «наложение»
- ▶ Вывод: реальные предметы имеют определенную протяженность в пространстве. Таким же свойством обладают отрезки
- ▶ Измерение длины (2-е полугодие 1 класса): произвольная мерка, см, линейка («приложение»), дм
- ▶ Сложение и вычитание длин
- ▶ Пропедевтическое изучение массы, времени, стоимости

Издательство "Академкнига/Учебник"

Килограмм

«Мама сказала, что купит килограмм конфет. А это сколько конфет?» — спросил Миша у сестры. «Мама принесёт конфеты, тогда и увидим», — ответила Маша. А затем предложила: «Хочешь поддержать в руках килограмм? Возьми на кухню пачку соли. В ней ровно килограмм».

1 Последуй и ты совету Маши. Для этого можно использовать не только пачку соли, но и пачку сахара, гирию или гантель, где написано: «1 килограмм».

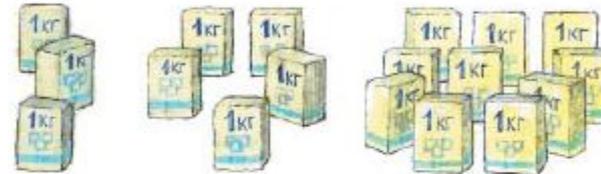


2 Объясни, почему Маша не смогла ответить на вопрос брата, сколько конфет в 1 кг. От чего зависит количество конфет в 1 кг?

 Если конфета «Мечта» легче конфеты «Батончик», то число каких конфет в 1 кг будет больше?

Килограмм. Сколько килограммов?

1 В одном пакете 1 кг сахара. Запиши, сколько килограммов сахара в трёх таких пакетах. А в пяти таких пакетах? А в десяти таких пакетах?



2 Посмотри рисунок и скажи, кто из рыбаков поймал двухкилограммовую рыбу.

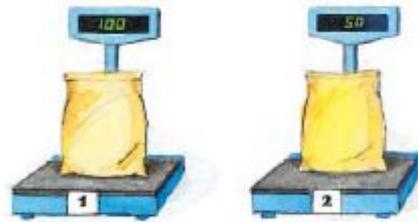


Килограмм и центнер

«Маша, я слышал, что мешок цемента весит ЦЕНТНЕР, а мешок сахарного песка — 50 кг. Какой из мешков тяжелее?» — спросил Миша. «Конечно, мешок цемента, потому что центнер — это 100 кг, а это больше, чем 50 кг», — ответила Маша.

$$100 \text{ кг} = 1 \text{ ц}$$

① На каких весах стоит мешок цемента, а на каких — мешок сахарного песка?



② Заполни таблицу в тетради так, чтобы сумма в каждом столбике равнялась 1 ц.

T1
37

1	50 кг	?	60 кг	?	10 кг
центнер	?	20 кг	?	30 кг	?

Работа с данными

- ▶ В стандарте: устанавливать истинность (верно, неверно) утверждений о числах, величинах, геометрических фигурах; читать несложные готовые таблицы; заполнять несложные готовые таблицы; читать несложные готовые столбчатые диаграммы.
- ▶ Вопросы поиска (сбора) и представления информации (счет предметов и измерение величин)
- ▶ Данные в задаче: выделять, анализировать, подбирать по смыслу, выполнять действия – получать новые данные
- ▶ Различные формы представления данных
- ▶ Особое значение – табличной форме
- ▶ В 1 кл. «Таблица сложения»: составление, чтение; 2 кл. «Таблица умножения», краткая запись задачи в виде таблицы; 3 кл. «Таблица разрядов и классов»
- ▶ Диаграммы (3 кл.)

Алгебраический материал

- ▶ Не образует самостоятельной линии
- ▶ Материал представлен в небольшом объеме (требования стандарта)
- ▶ Пропедевтический характер
- ▶ Содержание: выражение с переменной, уравнение (2-4 кл.); подготовительная работа с 1 кл.

Числовые равенства и числовые неравенства

① Дополни записи так, чтобы они получились верными.

$$7 = \square \quad 7 > \square \quad 9 - 4 = \square \quad \square < 10 \quad 5 + 3 = 3 + \square$$

② Не вычисляя значения выражения $13 + 12$, сравни его с числом 13. Результат сравнения запиши с помощью знака $>$.

Чем похожи и чем отличаются записи слева и справа?

$$\begin{array}{ll} 5 = 5 & 6 > 5 \\ 3 + 4 = 7 & 3 < 7 \\ 10 - 2 = 8 & 10 > 8 \\ 12 + 13 = 13 + 12 & 13 + 12 > 13 \end{array}$$

Все ли записи являются верными?

В столбике слева написаны ЧИСЛОВЫЕ РАВЕНСТВА. В столбике справа написаны ЧИСЛОВЫЕ НЕРАВЕНСТВА.

 Почему эти записи так называются?

③ Выбери из числовых равенств верные и перепиши их.

$$\begin{array}{llll} 5 + 5 = 10 & 10 + 0 = 10 & 5 = 5 + 1 & (3 + 8) + 4 = 3 + (8 + 4) \\ 12 = 12 & 20 - 20 = 0 & 11 - 0 = 11 & 9 + 8 = 8 + 8 \end{array}$$

Числовые выражения и их значения

① Раздели записи в левом столбике на две группы и назови их.

 Сравни математические записи слева и справа. Что в них общего? Чем они отличаются?

$$\begin{array}{ll} 2 + 3 = 5 & 2 + 3 \\ 6 - 4 = 2 & 6 - 4 \\ 7 < 10 & 7 + 10 \\ 12 > 5 & 12 - 5 \\ 3 + 4 > 5 & (3 + 4) + 5 \end{array}$$

Все записи справа называются ЧИСЛОВЫМИ ВЫРАЖЕНИЯМИ.

Числовые равенства и числовые неравенства числовыми выражениями не являются!

Какие знаки могут входить в числовое выражение, а какие не могут?

② Составь и запиши числовые выражения, состоящие из следующих знаков.

$$\boxed{5} \boxed{2} \boxed{+} \quad \boxed{3} \boxed{7} \boxed{4} \boxed{+} \boxed{-} \quad \boxed{2} \boxed{3} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{+} \boxed{-} \boxed{() \boxed{}}$$

③ Найди значения сумм и разностей.

$$5 + 5 + 5 \quad 16 - 8 \quad 5 + 9 \quad 20 - 10$$

Эти значения называются ЗНАЧЕНИЯМИ ЧИСЛОВЫХ ВЫРАЖЕНИЙ.

Числовое равенство и уравнение

① Впиши пропущенные числа так, чтобы равенства были верными.

$$10 + \square = 16 \qquad 25 - \square = 22 \qquad 8 \cdot \square = 24$$

② Какое из чисел — 4, 7 или 8 — является корнем уравнения $16 + x = 24$? \square — корень.

③ 1. В равенстве $15 + 6 = 21$ замени буквой x одно из чисел так, чтобы получилось уравнение, корнем которого является число 15: _____.

2. В этом же равенстве замени буквой x одно из чисел так, чтобы получилось уравнение, корнем которого является число 6: _____.

④ Подбери и запиши корень каждого уравнения.

$$10 + x = 16 \qquad 25 - x = 22 \qquad 8 \cdot x = 24$$

\square — корень \square — корень \square — корень

⑤ Составь и запиши уравнения.

1. Одно слагаемое равно 7, другое неизвестно. Значение суммы равно 28. Сколько уравнений тебе удалось записать?

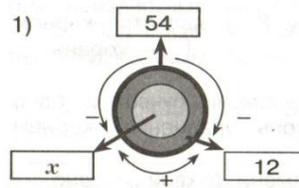
2. Один из множителей равен 7, другой неизвестен. Значение произведения равно 28.

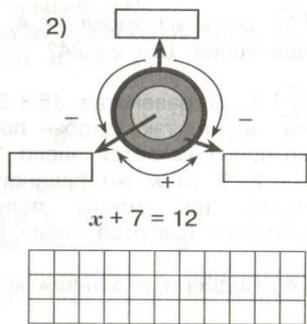
3. Сколько уравнений тебе удалось записать?

Как найти неизвестное слагаемое

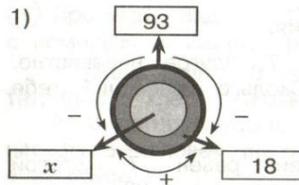
① 1. Рассмотрю схему, уравнение $x + 12 = 54$ и решение этого уравнения.

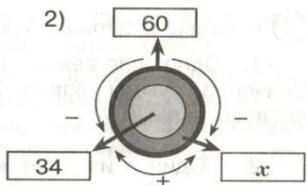
2. Составлю схему к уравнению $x + 7 = 12$. По данной схеме найду неизвестное слагаемое.

1) 

2) 

РТ ② По каждой из данных схем составь и запиши уравнение с неизвестным слагаемым. Реши уравнения.

1) 

2) 

РТ ③ Найди неизвестные слагаемые.

$$x + 15 = 67 \qquad x + 45 = 171 \qquad x + 623 = 831$$

Известное и неизвестное

Миша поймал 15 карасей, а кот Барсик опрокинул ведро и несколько карасей снова оказались в воде.



Можно ли сказать, сколько карасей осталось в ведре?

Миша пересчитал оставшихся карасей, и у него получилось, что в ведре осталось 9 карасей. Это **ИЗВЕСТНОЕ** нам число.

Можно ли сказать, сколько карасей уплыло? Это число мы не знаем и не можем узнать с помощью пересчёта. Это **НЕИЗВЕСТНОЕ** нам число.

Неизвестное очень часто обозначают с помощью латинской буквы x , которая называется «икс».

① Можно ли узнать, чему равно неизвестное число уплывших карасей, если знать, сколько первоначально в ведре было карасей?

Узнай, чему равен x , если первоначально в ведре было 15 карасей.

Числовое равенство и уравнение

① Проверь, является ли равенство $25 + 15 = 40$ верным?

Замени в этом равенстве одно из слагаемых, например первое, буквой x . Запиши получившееся равенство с неизвестным.

Такое равенство называется **УРАВНЕНИЕМ**.

Какое число нужно подставить вместо x в уравнение $x + 15 = 40$, чтобы получилось верное числовое равенство?

Запиши, чему должен быть равен x .

25 — это **КОРЕНЬ** данного уравнения.

② Какое из чисел — 8, 18 или 28 — является корнем уравнения $38 - x = 20$?

③ Первое слагаемое равно 30, а второе — неизвестно. Запиши сумму, используя букву x .

Значение этой суммы равно 50. Составь и запиши уравнение.

④ Первое слагаемое неизвестно, а второе равно 23. Запиши сумму.

Составь и запиши уравнение, если известно, что значение этой суммы равно 63.

Геометрическая линия

- ▶ В 1 классе самая большая содержательная нагрузка
- ✓ Плоские геометрические фигуры (многоугольник, круг, треугольник, прямоугольник)
- ✓ Прямая, кривая линии
- ✓ Точка, отрезок, дуга
- ✓ Пересекающиеся и непересекающиеся линии
- ✓ Ломаная, замкнутая и незамкнутая
- ✓ Внутренняя и внешняя области относительно границы
- ✓ Симметричные фигуры
- ▶ Знакомство на основе анализа реальной (псевдо реальной) ситуации
- ▶ Остенсивные определения (через специально организованный показ)

Прямая бесконечна

«Почему говорят, что прямая бесконечна? Разве у неё нет концов?» — спросил Миша. «У прямой действительно нет концов. Концы есть у отрезка», — ответила Маша.

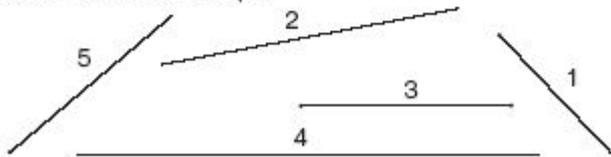
① Начерти по линейке прямую линию. Продолжи рисунок до края листа в одну и другую стороны. Если подложить ещё один лист бумаги, то можно продолжить рисунок прямой линии дальше. Сделай это.

Попробуй представить, что ты всё время подкладываешь новые листы бумаги и продолжаешь прямую линию в обе стороны.

Ты понимаешь, что этот процесс можно продолжать бесконечно?

В математике принято считать, что прямая бесконечна.

② Найди на рисунке изображения прямых и запиши их номера.

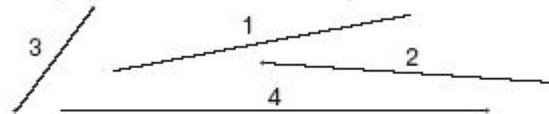


33

Прямая и луч

«А что получится, если начертить линию по линейке и продолжать её бесконечно только в одну сторону?» — спросил Миша. «В этом случае получится часть прямой, которая называется ЛУЧОМ. Только обязательно нужно выделить точку, которая является началом этого луча», — ответила Маша.

① Рассмотрите рисунок, найдите на нём изображения лучей и назовите их номера.



② Начерти прямую. Отметь на ней точку. Сколько лучей ты увидишь(а)?

Один луч обведи красным цветом, а другой — синим. Начало этих лучей отметь чёрным цветом.

③ Можно ли сказать, что у этих лучей общее начало?

④ Приведи примеры, когда люди в повседневной жизни употребляют слово «луч». Сделай рисунки к этим примерам.

47

Геометрическая линия

- ▶ Подготовительный период: систематизация знаний о форме предметов, соотнесение с формой геометрической фигуры
- ▶ Узнавать одинаковую форму предметов или фигур, которые отличаются по другим признакам (напр, матрешка)
- ▶ Уметь различать плоские и искривленные поверхности
- ▶ Не отождествлять геометрическую фигуру и ее изображение или модель!

Геометрическая линия

- ▶ Базовые понятия: точка, прямая, плоскость
- ▶ Неопределяемые (не существует определений):
- ✓ Нет необходимости искать доступные пути объяснения учащимся
- ✓ Без явного определения работа затруднена (Что такое точка? Что такое прямая?)
- ▶ Точка – это геометрический объект, который нельзя охарактеризовать ни формой, ни размерами
- ▶ Не имеет частей (половина точки?)
- ▶ Отличается только местоположением

Геометрическая линия. Точка

- ▶ Из точек состоит любая геометрическая фигура (в том числе, линии, прямые)
- ▶ НО: нельзя построить линию с помощью большого количества точек
- ▶ Между любыми двумя различными точками существует множество других точек
- ▶ С точки зрения физики:
точка – момент времени; точку ставят (отмечают),
линия – интервал времени линию проводят (чертят)

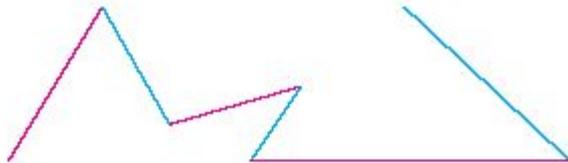
Геометрическая линия. Прямая

- ▶ Формирование понятия с помощью моделей: туго натянутая нить, линия сгиба плотной бумаги и др.
- ▶ Правильное представление о «прямолинейности»
- ▶ Понятие о бесконечности – в готовом виде (в отличие от бесконечности натурального ряда)
- ▶ Изображение прямой: если даже продлим, то это изображение *той же самой* прямой

Длина ломаной линии

«Маша, как узнать длину ломаной линии? Если бы её можно было распрямить, то я бы измерил её длину, а так я не знаю», — обратился Миша к Маше. «А ты можешь измерить длину каждого звена ломаной?» — спросила в ответ Маша. «Могу», — ответил Миша.

«А теперь нужно сложить полученные результаты, и мы вычислим длину ломаной», — завершила объяснение Маша.



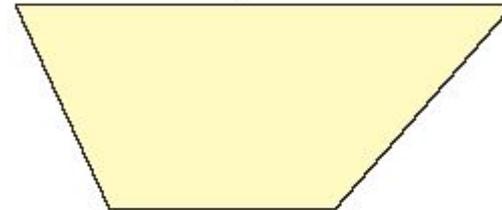
① Измерь и ты длину каждого звена ломаной линии и запиши результаты измерения.

Последуй совету Маши и вычисли длину ломаной линии.

② Начерти ломаную, у которой одно звено имеет длину 3 см, а другое — 5 см. Вычисли длину этой ломаной и запиши полученный результат.

Периметр многоугольника

Маша указала Мише на многоугольник и спросила: «Хочешь ли ты узнать, чему равен ПЕРИМЕТР этого многоугольника?»



«А что нужно сделать?» — заинтересовался Миша. «Сначала надо измерить длину каждой стороны этого многоугольника», — объяснила Маша. Миша выполнил измерения.

«А что дальше нужно делать?» — спросил Миша. «Дальше следует сложить полученные результаты, тогда и получится периметр этого многоугольника», — ответила Маша.

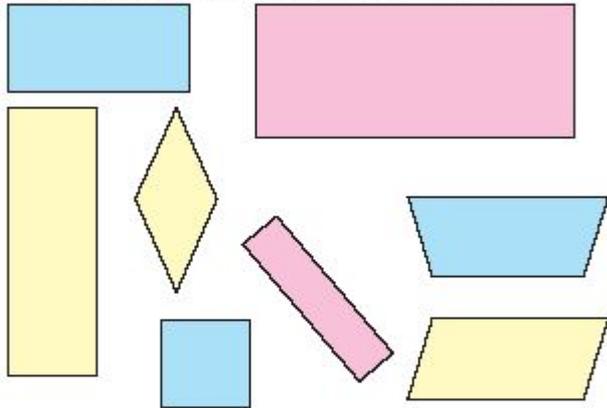
① Вслед за Мишей выполни и ты указания Маши — найди периметр данного многоугольника.

Периметр многоугольника получается в результате сложения длин всех его сторон.

Периметр прямоугольника

 Из всех изображённых четырёхугольников выбери только прямоугольники.

① Измерь и запиши длины их сторон.



Вычисли периметр каждого прямоугольника.

У любого прямоугольника имеется две пары равных сторон.

 Нужно ли измерять все стороны прямоугольника, чтобы найти его периметр? Какие стороны достаточно измерить?

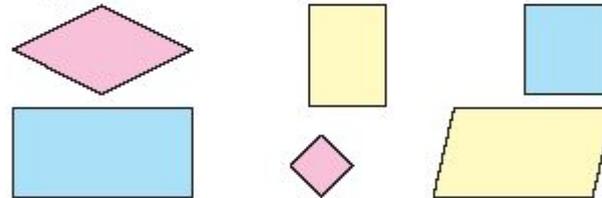
Периметр квадрата

① Сколько сторон достаточно измерить, чтобы вычислить периметр прямоугольника?

А если прямоугольник является квадратом, то сколько измерений нужно сделать для вычисления периметра?

Для вычисления периметра квадрата достаточно знать длину одной стороны.

Найди на рисунке все квадраты, проведи нужные измерения и вычисли периметр каждого квадрата.



② Вычисли периметр квадрата, длина стороны которого равна:

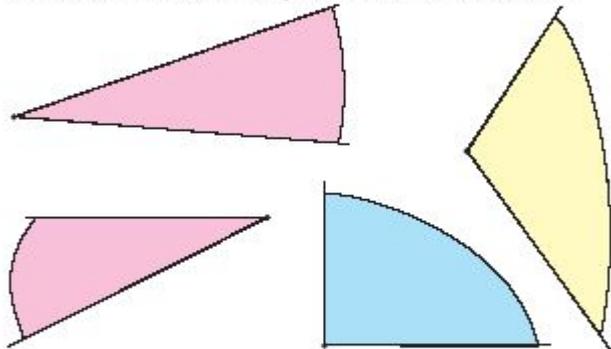
5 см; 10 см; 4 дм; 3 м.

③ Чему равен периметр квадрата со стороной 1 дм 5 см?

Угол

«Маша, как построить УГОЛ?» — спросил Миша. «Это сделать очень легко: достаточно провести из одной точки два луча, которые и будут служить границей угла», — ответила Маша.

Миша последовал совету Маши: начертил несколько углов и закрасил части этих углов.



① Начерти и ты несколько углов. Выдели каждый угол цветным карандашом.

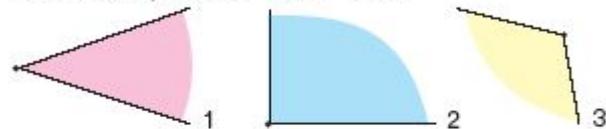
Если затрудняешься выполнить задание, то посмотри, как это сделал Миша.

 Как можно назвать лучи, которые образуют угол?

Прямой, острый и тупой углы

① Начерти два луча, имеющие общее начало, которые пересекаются под прямым углом. Можешь использовать угольник.

Покажи, на какой из изображённых углов похож начерченный тобой угол.



Угол под номером 2 называется ПРЯМЫМ. Объясни, почему он так называется.

② Рассмотрим рисунок. У какого дома крыша «острая», а у какого «тупая»?



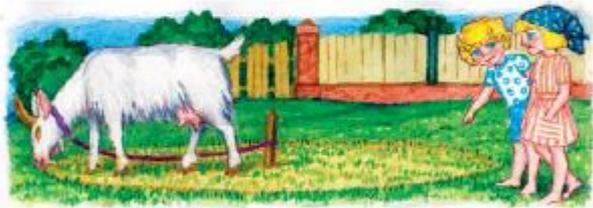
 Как можно назвать углы, изображённые на рисунке рядом с нарисованными домами?

Найди на рисунке задания 1 ОСТРЫЙ угол. Найди ТУПОЙ угол.

Окружность и круг

«Почему наша коза Белочка выщипала ровную круглую площадку? Она же не знает геометрических фигур», — спросил Миша у сестры.

«Мы забили колышек, чтобы привязать Белочку. Это — центр круга, в котором будет пастись Белочка. Привязали верёвку. Белочка не может отойти от центра больше, чем на длину этой верёвки. Именно так в геометрии и получается круг», — объяснила Маша.



- 1 Когда вся трава в пределах первоначального круга будет выщипана, то как можно дать возможность Белочке пощипать свежей травки?

Выбери возможный вариант ответа: а) удлинить верёвку; б) укоротить верёвку; в) перенести колышек в другое место.

Проиллюстрируй свой ответ.

- 5 Рассмотрите рисунок и объясните, как с помощью циркуля проводят окружности.



- 6 Начерти две окружности при разном растворе циркуля. Каждая окружность определяет круг. Большой круг закрась красным цветом, а меньший — синим.

- 7 Цирковые артисты выступают на арене, которая имеет форму круга. Почему выбрана эта форма?



- 8 В каких спортивных соревнованиях спортсмены выступают на площадке круглой формы?

Откладываем равные отрезки

«Маша, с помощью циркуля можно только чертить окружности и больше ничего?» — спросил Миша.

«Ещё можно откладывать равные отрезки», — объяснила Маша.

- ① Начерти отрезок. Установи на циркуле раствор так, как показано на рисунке слева.



Построй луч и из его начала как из центра, не меняя раствора циркуля, проведи дугу так, чтобы она пересекала этот луч. Отметь точку пересечения.

Обведи отрезок от начала луча до отмеченной точки пересечения. Длина этого отрезка равна длине первоначально построенного отрезка.

- ② С помощью циркуля и линейки построй отрезок, длина которого равна длине данного отрезка.



Числа на числовом луче

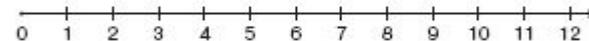
- ① Построй луч и отложи от его начала друг за другом десять отрезков одинаковой длины.

Начало луча обозначь числом 0. Конец первого отрезка обозначь числом 1.

Конец второго отрезка обозначь числом 2, третьего — 3... Продолжая этот процесс, можно для каждого известного нам числа найти его изображение в виде точки на луче.

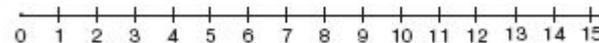
Такой луч называется **ЧИСЛОВЫМ ЛУЧОМ**.

Посмотри, как выглядит числовой луч.



Стрелка на числовом луче показывает направление увеличения чисел.

- ② Покажи на числовом луче точку, изображающую число 15.



- ③ Построй числовой луч и отметь на нём точки, изображающие числа: 5, 8, 10.

Обучение решению задач

- ▶ Линия по обучению решению арифметических сюжетных (текстовых) задач (условно ее называем алгоритмической) является центральной для данного курса.
- ▶ Ее особое положение определяется тем, что настоящий курс имеет *прикладную направленность*, которая выражается в умении применять полученные знания на практике. А это, в свою очередь, связано с решением той или иной задачи.
- ▶ При этом важно не только научить учащихся решать задачи, но и правильно формулировать их, используя имеющуюся информацию

В процессе обучения решению задачи необходимо учить:

1. Переводить ситуацию, требующую измерений, вычислений, сопоставлений (естественнонаучную, бытовую и др.) на язык математики.
2. Выбирать необходимые для решения величины, и из их множества осуществлять вариантный поиск данных, недостающих для решения задачи.
3. Решать сформулированную самостоятельно математическую задачу.
4. Переводить полученный результат на язык бытовой или естественнонаучной практики.

Структура учебной деятельности (по В.Г.Дорофееву)

<p>Этап математизации, т. е построение модели фрагмента действительности</p>	<p>Этап изучения математической модели, т.е. построение математической теории, описывающей свойства построенной модели</p>	<p>Этап приложения результатов к реальному миру</p>
--	--	---

Решить задачу означает подобрать соответствующее средство и адекватно его использовать.

К средствам решения задач можно отнести всевозможные модели: схемы, чертежи, рисунки.

Полностью заполненная таблица, выстроенная схема или чертеж и есть решение задачи.

В то время как процесс заполнения таблицы, построения схемы или чертежа есть процесс поиска решения.

Запись решения задачи на арифметическом языке лишь этап «перекодирования» языка графики на язык чисел. Этот этап является необходимым при работе над любой задачей, однако относится скорее к вопросу выбора языка описания, нежели к проблеме поиска решения задачи.

Ключевым моментом в обучении решению задач является предоставление учащимся большого арсенала средств решения.

Результативность решения каждой конкретной задачи напрямую зависит от степени освоения этих средств и способности варьировать их в поиске решения.

Смысл решения задачи

- ▶ Запись (описание) алгоритма, дающего возможность выполнить **требование** задачи
- ▶ Сам процесс выполнения алгоритма (получение ответа задачи) важен, но не относится к обязательной составляющей умения решать задачи
- ▶ Получение **ответа** задачи относится, прежде всего, к области ***вычислительных умений***

Задача. Нахождение и запись решения

1

«Маша, ты говоришь, что загадку нужно отгадать, а задачу — решить. А что такое РЕШЕНИЕ задачи?» — спросил Миша.



Помоги Маше ответить на этот вопрос.

Вспомни задачу про поленья. Маша её РЕШИЛА, когда поняла, что для ответа на бабушкин вопрос нужно сложить данные числа: 5 и 3.



Поэтому решение этой задачи можно записать в виде суммы чисел 5 и 3. $5+3$ — это решение задачи про поленья.



Теперь мы знаем, что **решение задачи заключается в правильном выборе действия над данными числами.** А нужно ли выполнять действия над числами при отгадывании загадки?

2

Найди текст, который является задачей. Для каждой задачи найди и запиши в тетрадь её решение.

1. Даны числа 6 и 3. Найди их сумму.

$$6+3 \quad 3+6$$

2. Стоит Антошка на одной ножке. Что это такое?

$$1+1 \quad 1+0$$

3. Сколько карандашей в двух коробках, если в каждой лежит по 6 карандашей?

$$6+2 \quad 6+6$$

4. Сколько ещё задач нужно решить ученику, если он решил 3 из тех 7, которые ему задали?

$$3+7 \quad 7-3$$

5. Написано слово МАТЕМАТИКА. Сколько в нём букв?

$$5+5 \quad 8+2$$

Задача. Нахождение и запись решения

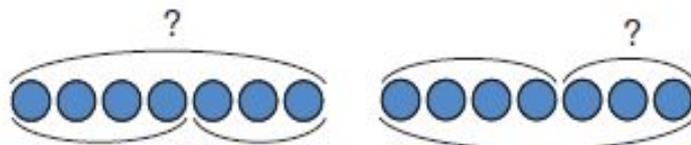
3

Прочитай задачу и рассмотри рисунок.

У кошки 7 котят: 4 котёнка чёрных, все остальные рыжие. Сколько рыжих котят у кошки?



Выбери схему, которая соответствует задаче.



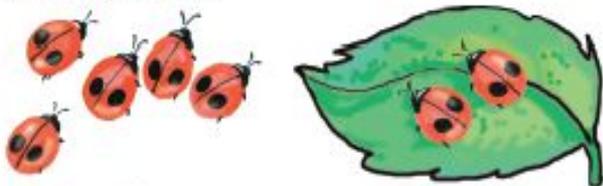
Какая из разностей является РЕШЕНИЕМ задачи?

$$7-3 \quad 7-4 \quad 7-(2+2)$$

Начерти в тетради схему к задаче и запиши её решение.

4

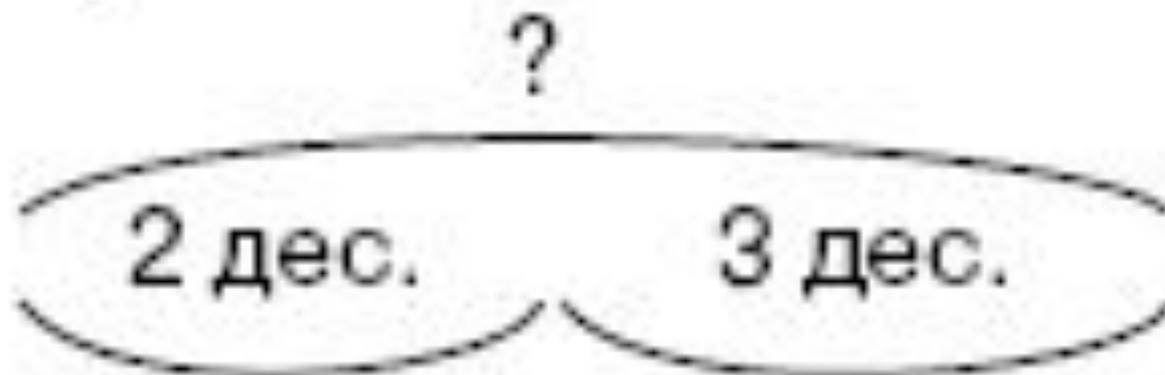
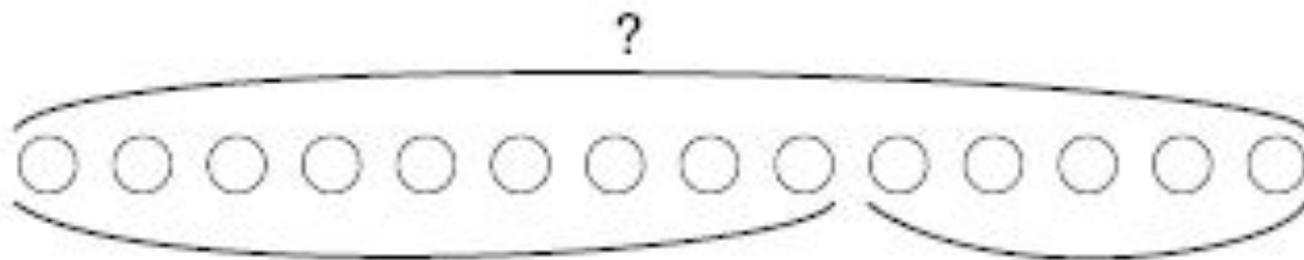
По данному рисунку придумай задачу, решением которой будет сумма $5+2$.



Предложи соседу по парте придумать по этому же рисунку задачу, решением которой будет разность $7-2$.

Составление краткой записи задачи

- ▶ назначения данного методического приема:
составление краткой записи – это один из путей поиска решения задачи
- ▶ не следует требовать от учащихся *обязательного* составления краткой записи для задач, которые учащиеся смогли решить без ее использования
- ▶ не относится к тем заданиям, цель которых – обучение составлению краткой записи





Краткая запись задачи

«Как тебе удаётся так быстро решать задачи?» — спросил Миша у сестры. «Я делаю краткую запись. Она помогает помнить условие и требование задачи, а также находить её решение», — пояснила Маша.

① Прочитай текст задачи и посмотри на краткую запись, которую сделала Маша.

На проводах сидело 20 ласточек. Из них улетело 5 ласточек. Сколько ласточек осталось сидеть на проводах?

Сидело — 20 ласт.

Улетело — 5 ласт.

Осталось — ?

Перепиши эту краткую запись. Подчеркни красным карандашом ту её часть, в которой кратко записано условие задачи. Подчеркни синим карандашом ту её часть, в которой кратко записано требование задачи.

Реши задачу. Вычисли и запиши ответ.

② Прочитай текст задачи и выбери соответствующую краткую запись. Перепиши в тетрадь эту краткую запись.

В центре большого пруда на острове находилось несколько гусей. После того как к ним приплыло ещё 5, гусей на острове стало 12. Сколько гусей было сначала на острове?

Было — ?

Приплыло — 5 гус.

Стало — 12 гус.

Было — 7 гус.

Приплыло — 5 гус.

Стало — ?

Было — 7 гус.

Приплыло — ?

Стало — 12 гус.



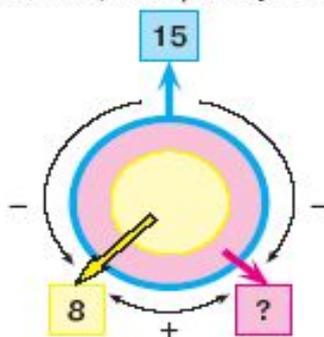
Суть краткой записи

- ▶ Помогает помнить условие и требование задачи и находить ее решение
- ▶ Как строится: выбор ключевых слов, обязательное включение в краткую запись данных чисел и вопросительного знака, обозначающего искомое
- ▶ Определенная заданность ключевых слов, а также на возможные вариации с выбором искомого (а соответственно, и с выбором данных).
- ▶ Второй фактор определяет выбор действия для решения задачи



Учимся решать задачи

① У бабушки было 15 гусей, 8 из них — белые, а остальные — серые. Каким цветом обозначена область, показывающая серых гусей?



Рассмотри схему. Сколько всего гусей у бабушки? Где записано это число? Линией какого цвета обведена область, которая изображает всех гусей?

Какого цвета круг изображает белых гусей? Сколько было белых гусей? Где записано это число? Какой знак стоит в квадрате красного цвета? Что он обозначает?

Числа 15 и 8 взяты из условия задачи. Покажи на схеме стрелку, которая соединяет эти числа. Какой знак стоит около этой стрелки?

«Учимся решать задачи»

- ▶ Возможный способ решения простых задач на сложение и вычитание – моделированием с помощью схемы, составленной на основе диаграммы Эйлера – Венна
- ▶ Диаграмма Эйлера – Венна состоит из двух кругов, из которых один находится внутри другого
- ▶ К привычной диаграмме добавлены три квадрата. Они предназначены для записи данных в задаче – чисел и искомого, обозначаемого с помощью вопросительного знака

Диаграмма Эйлера – Венна

- ▶ Верхний квадрат, изображаемый, как и граница соответствующего ему круга Эйлера, синим цветом, служит для записи числа всех рассматриваемых в данной задаче предметов (объектов).
- ▶ Нижний левый квадрат, изображаемый, как и соответствующий ему круг Эйлера, желтым цветом, служит для обозначения числа предметов, выделенных по какому-то признаку среди всех рассматриваемых предметов.
- ▶ Нижний правый квадрат, изображаемый, как и соответствующее ему кольцо, красным цветом, служит для обозначения числа невыделенных ранее (оставшихся) предметов из всех рассматриваемых.
- ▶ К указанным фигурам добавляются стрелки, соединяющие квадраты, и знаки действий, стоящие около стрелок

Диаграммы сравнения

- ▶ Для графического моделирования простых задач на умножение и деление предлагаются диаграммы сравнения.
- ▶ Выбор такой модели определяется следующими соображениями:
 - ✓ во-первых, диаграмма сравнения устроена так, что в ее конструкции задействован числовой луч, что позволяет готовить учащихся к изучению системы координат (моделирование с помощью отрезков такой возможности не предоставляет);
 - ✓ во-вторых, диаграммы сравнения – это очень востребованный в настоящее время графический способ представления числовых данных (диаграммы сравнения учащиеся постоянно могут видеть на экранах телевизоров или в периодической печати);
 - ✓ в-третьих, с помощью диаграмм сравнения можно наглядно представить как процедуру увеличения, так и процедуру уменьшения в несколько раз.

Таблица

Целый ряд преимуществ по сравнению с традиционной формой краткой записи:

- ▶ Во-первых запись в виде таблицы более системна и информативна. Не случайно табулирование данных считается одной из простейших, но эффективных форм обработки данных
- ▶ Во-вторых, при такой форме учащиеся постоянно учатся работать с таблицей, что является очень важным умением с точки зрения дальнейшего обучения
- ▶ В-третьих, мы готовим учащихся к использованию таблицы при осуществлении краткой записи задач с пропорциональными величинами
- ▶ В-четвертых, в отдельных случаях краткая запись задачи в виде таблицы может рассматриваться как пропедевтика изучения функциональной зависимости



Стоимость единицы товара, или цена

126. Для каждой из названных единиц приведи пример товара, который исчисляется в этих единицах: а) штука, б) пакет, в) коробка, г) упаковка, д) метр, е) килограмм, ж) квадратный метр.

127. Сколько стоит 1 пакет молока, если 3 таких пакета стоят 36 руб.?

Запиши вычисленную цену пакета молока в таблицу, где уже указано соответствующее наименование цены. Например, 12 руб./пак., которое нужно читать так: 12 рублей за пакет.

Вычисли цену других товаров из данной таблицы и запиши полученные результаты.

Прочитай и объясни смысл каждого из наименований цены.

Вид товара	Цена	Количество	Стоимость
Молоко	? руб./пак.	3 пак.	36 руб.
Хлеб	? руб./бат.	2 бат.	18 руб.
Макароны	? руб./кг	4 кг	60 руб.
Лента	? руб./м	5 м	55 руб.
Ковровое покрытие	? руб./кв. м	1 кв. м	310 руб.
Конверты	? руб./шт.	10 шт.	85 руб.

128. Реши задачу. Вычисли и запиши ответ.
Стоимость 1 билета в театр — 90 руб. Запиши цену билета. Сколько нужно заплатить за 2 таких билета? За 10 таких билетов?

129. По следующей краткой записи сформулируй задачу.

Вид товара	Цена	Количество	Стоимость
Яблоки	?, на 10 руб./кг меньше	3 кг	60 руб.
Груши	?	2 кг	?

Реши задачу. Вычисли и запиши ответ.

130. Прочитай задачу.
За тетрадь и альбом заплатили 60 руб. Альбом дороже тетради на 12 руб. Сколько стоит тетрадь и сколько стоит альбом?

Ответь на следующие вопросы.
На сколько рублей должен подешеветь альбом, чтобы его цена сравнялась с ценой тетради?

Сколько стоила бы эта покупка, если бы цена альбома стала равна цене тетради?

Какова цена тетради?

Какова действительная цена альбома?

Реши задачу. Вычисли и запиши ответ.

Стоимость какой покупки можно вычислить с помощью выражения $60 + 12$?

Описание алгоритма решения задачи

- 1) по действиям (по шагам) с пояснениями;
- 2) в виде числового выражения, которое мы рассматриваем как свернутую форму описания по действиям, но без пояснений;
- 3) в виде буквенного выражения (в некоторых случаях в виде формулы или в виде уравнения) с использованием стандартной символики.

Последняя форма описания алгоритма решения задачи будет использоваться только после того, как учащимися достаточно хорошо будут усвоены особенности развития основных содержательных линий курса, зависимости между величинами, а также связь между результатом и компонентами действий.



Запись решения задачи по действиям

① Прочитай условие и требование задачи.

В одной бригаде работали 9 человек, в другой — 8, а в третьей — на 5 человек меньше, чем в первой и второй вместе. Сколько человек работали в третьей бригаде?



На какое дополнительное требование нужно сначала ответить, чтобы решить задачу?

Запиши действие, которое даёт ответ на это дополнительное требование. Сделай пояснение к этому действию.

Запиши второе действие и ответ задачи.

Проверь правильность записи решения задачи по действиям с пояснением.

Решение:

1) $9 + 8 = 17$ (чел.) работали в первой и второй бригадах вместе;

2) $17 - 5 = 12$ (чел.) работали в третьей бригаде.

Ответ: 12 человек.

② Запиши решение задачи по действиям с пояснением.

В одном рулоне было 35 м ткани, в другом — 27 м такой же ткани. В течение дня было продано 15 м этой ткани. Сколько метров этой ткани осталось в магазине?



Запись решения задачи в виде одного выражения

① Составь задачу по данному решению и ответу.

Решение:

1) $7+8=15$ (ш.) красного цвета лежали в коробке;

2) $15-4=11$ (ш.) зелёного цвета лежали в коробке.

Ответ: 11 шариков.



② Составь и запиши выражение, в котором сначала нужно сложить числа 7 и 8, а потом из полученного результата вычесть 4.

Вычисли значение этого выражения. Сравни это значение с ответом только что составленной задачи.

Случайно или нет получилось одно и то же число?

При вычислении значения выражения $(7+8)-4$ мы выполнили те же самые действия и над теми же числами, что и при вычислении ответа этой задачи.

Решение задачи можно записывать не только по действиям, но и в виде выражения.

$$(7+8)-4$$

Это также решение составленной задачи. Если вычислить значение этого выражения, то будет получен ответ этой задачи.

$$(7+8)-4=11 \text{ (ш.)}$$

③ Составь задачу, решением которой является следующее выражение.

$$9+(12-7)$$

Запиши решение этой задачи по действиям и вычисли ответ.

④ Запиши решение задачи сначала по действиям, а потом в виде одного выражения.

В спортзале находились 12 мальчиков, а девочек — на 4 меньше. Сколько всего детей находилось в спортзале?



Одно условие и несколько требований

① Реши задачи. Вычисли и запиши ответ каждой из этих задач.

1. На школьном участке росло 12 кустов красной смородины и 15 кустов чёрной смородины. Сколько всего кустов смородины росло на школьном участке?

2. На школьном участке росло 12 кустов красной смородины и 15 кустов чёрной смородины. На сколько кустов больше было чёрной смородины, чем красной?



Сформулируй условие каждой задачи. Сформулируй требование каждой задачи. Что общего у этих задач? Чем они отличаются?

Рассмотренные две задачи имеют общее условие, поэтому их формулировки можно объединить.

3. На школьном участке росло 12 кустов красной смородины и 15 кустов чёрной смородины.

Сколько всего кустов смородины росло на школьном участке? На сколько кустов больше было чёрной смородины, чем красной? Запиши ответы на каждое из двух требований.

Одно условие и несколько требований

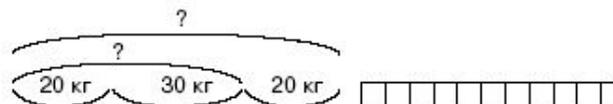
① 1. Прочитай задачу. Подчеркни красным цветом условие, а синим — требование задачи.

В буфет привезли 20 кг яблок, а груш — на 30 кг больше. Сколько килограммов груш привезли в буфет? Реши задачу. Вычисли ответ.



2. У этой задачи может быть и второе требование. Сколько всего килограммов фруктов привезли в буфет?

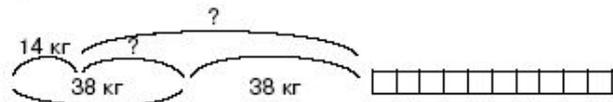
Обведи на схеме кружком знак «?», который соответствует второму требованию.



Реши вторую задачу. Вычисли ответ.

② Прочитай задачу и реши её по схеме.

В первом мешке 38 кг картофеля, что на 14 кг больше, чем во втором. Сколько килограммов картофеля во втором мешке? Сколько килограммов картофеля в двух мешках?



Другое направление работы с понятием «задача»

- ▶ Проведение различных преобразований имеющегося текста
- ▶ Наблюдениями за теми изменениями в ее решении, которые возникают в результате этих преобразований.
- ▶ К этим видам работы относятся:
 - ✓ дополнение текстов, не являющихся задачами, до задачи;
 - ✓ изменение любого из элементов задачи, представление одной той же задачи в разных формулировках;
 - ✓ упрощение и усложнение исходной задачи;
 - ✓ поиск особых случаев изменения исходных данных, приводящих к упрощению решения;
 - ✓ установление задач, которые можно решить при помощи уже решенной задачи, что в дальнейшем становится основой классификации задач по сходству математических отношений, заложенных в них



Обратная задача

① Реши задачу. Вычисли и запиши ответ.
Брату 15 лет, а сестра моложе его на 4 года. Сколько лет сестре?

Рассмотри задачи, которые отличаются от первоначальной только тем, что искомое и одно из данных поменялись ролями.

1. Брату 15 лет, а сестре 11 лет. На сколько лет сестра моложе брата?

2. Сестре 11 лет, и она моложе брата на 4 года. Сколько лет брату?

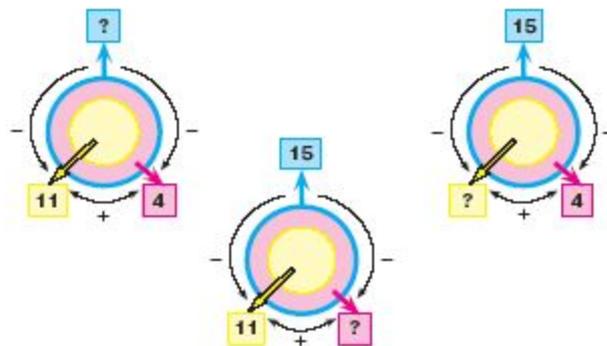
Эти две задачи являются **ОБРАТНЫМИ ЗАДАЧАМИ** по отношению к первоначально данной задаче.

Реши обратные задачи. Для каждой вычисли и запиши ответ.

② Построй для задачи круговую схему.
На одном картофельном поле работали 4 комбайна, а на другом — 5. Сколько картофеля-леуборочных комбайнов работало на двух полях?
Сформулируй две обратные задачи к данной. Для каждой из них построй круговую схему. Чем отличаются схемы обратных задач от схемы данной?

③ Реши задачу. Вычисли и запиши ответ.
В мастерской находилось в ремонте 15 автомобилей. Сколько автомобилей ещё нужно отремонтировать, если уже отремонтировали 11 автомобилей?

Из следующих схем выбери ту, которая соответствует данной задаче. Реши задачу.



По другим двум схемам составь задачи, обратные данной.

④ Составь задачу, для которой данная задача будет обратной.

В одном мешке 40 кг картофеля. Сколько килограммов картофеля в двух таких же мешках?

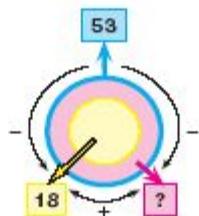


Обратная задача и проверка решения данной задачи

«Маша, как проверить, правильно ли я решил задачу?» — спросил Миша.

«Это можно сделать с помощью решения обратной задачи: её искомое должно совпадать с одним из данных», — объяснила Маша.

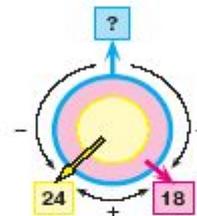
① Для решения некоторой задачи была составлена следующая схема:



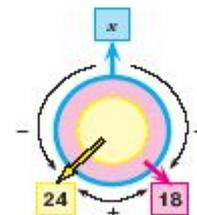
Используя эту схему, найди искомое.
 Составь схему обратной задачи.
 Найди искомое обратной задачи. Совпадает ли это искомое с одним из данных первоначальной задачи?

Запись решения задачи в виде уравнения

① Рассмотрим схему к данной задаче.
 После того как из корзины взяли 24 сливы, в ней осталось 18 слив. Сколько слив было в корзине первоначально?



Обозначь на схеме искомое через x .



Сравни две схемы. Есть ли в них какое-либо отличие?

Ты уже знаешь, что одна из них является схемой уравнения $x - 24 = 18$.



Схема

1) Букет из двух хризантем и одной лилии стоит 66 руб., причем лилия на 9 руб. дешевле хризантемы. Какова цена лилии и цена хризантемы?

2) Яблок было больше, чем груш на 7 штук. Съели 4 яблока и 6 груш. На сколько яблок осталось больше, чем груш?



Круговая схема

- 1) В первом цехе работает 456 слесарей, а токарей на 120 человек больше, чем слесарей. Число работающих во втором цехе на 149 человек меньше, чем в первом. Сколько человек работает во втором цехе?
- 2) Две команды лыжников вышли из двух поселков навстречу друг другу. Первая команда до встречи прошла 18 км, а вторая на 3 км больше. На каком расстоянии находятся поселки, из которых вышли лыжники?



Таблица

1) Благодаря ветру площадь самостоятельного посева клевера за один сезон увеличивается в 3 раза. К началу четвертого сезона площадь самостоятельного посева клевера стала 81000 кв.см. Какой была площадь в начале первого сезона?

2) В поезде ехало 6576 пассажиров. После того, как часть пассажиров вышла на станции, в нем осталось 1096 человек. а) Во сколько раз уменьшилось число пассажиров в поезде после остановки? б) Во сколько раз больше вышло пассажиров, чем осталось?



Диаграмма

1) В первом доме живет 400 человек, во втором на 100 человек больше, а в третьем – в 3 раза больше, чем во втором. Сколько человек живет в третьем доме?

2) Утром секретарь напечатал документов в 5 раз больше, чем днем, а днем в 2 раза больше, чем вечером. Вечером был напечатан 1 документ. Сколько документов было напечатано утром?



1) Из двух поселков, расстояние между которыми 20 км, одновременно выехали два велосипедиста со скоростью 10 км/ч каждый. Одновременно с первым выбежала собака со скоростью 20 км/ч и, добежав до второго, повернула обратно. Так она бегала, пока велосипедисты не встретились. Какое расстояние пробежала собака?

2) Яблок было больше, чем груш на 7 штук. Съели 4 яблока и 6 груш. На сколько яблок осталось больше, чем груш?