ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Причины электрического тока

- Заряженные объекты являются причиной не только электростатического поля, но еще и электрического тока.

  В этих двух явлениях, есть существенное отличие:
- Для возникновения электростатического поля требуются неподвижные, каким-то образом зафиксированные в пространстве заряды.
- Для возникновения электрического тока, требуется наличие свободных, не закрепленных заряженных частиц, которые в электростатическом поле неподвижных зарядов приходят в состояние *упорядоченного движения вдоль силовых линий поля*.
- ***Упорядоченное движение свободных зарядов вдоль силовых линий поля - электрический ток.***

Распределение ***напряженности E и потенциала φ*** электростатического поля связано ***с плотностью распределения зарядов*** ***ρ*** в пространстве ***уравнением Пуассона***:

$$\nabla E = \frac{1}{\varepsilon}\rho$$

и $$\Delta\varphi = \frac{1}{\varepsilon}\rho,$$

Где $\rho = \frac{\partial q}{\partial V}$ - объемная плотность заряда.

- Если заряды неподвижны, то есть распределение зарядов в пространстве стационарно, то ρ не зависит от времени, в результате чего и *E*, и φ являются функциями только координат, но не времени. Поэтому поле и называется *электростатическим.*

- Наличие свободных зарядов приводит к тому, что ρ становится функцией времени, что, порождает изменение со временем и характеристик электрического поля, появляется электрический ток. Поле перестает быть электростатическим.

Количественной мерой тока служит сила тока I - заряд, перенесенный через поверхность S *(или через поперечное сечение проводника),* ***в единицу времени****, т. е.:*

$$I = \frac{\partial q}{\partial t}$$

- Если, однако, движение свободных зарядов таково, что оно не приводит к перераспределению зарядов в пространстве, то есть к изменению со временем плотности зарядов ρ, то в этом частном случае электрическое поле – снова статическое.
- Этот частный случай есть случай постоянного тока.

Ток, не изменяющийся по величине со временем – называется постоянным током

$$I = \frac{q}{t}$$

- Отсюда видна размерность силы тока в СИ:

$$1A = \frac{Кл}{c};$$

Плотность тока

- Есть ***две основные характеристики электрического тока – это сила тока I и плотность тока j .***
- В отличие от силы тока, которая есть величина скалярная и направления не имеет, ***плотность тока – это вектор.***
- Связь между этими двумя физическими величинами такова:

$$I = \int_{s} j \partial S$$

Или наоборот, ***модуль вектора плотности тока численно равен отношению силы тока через элементарную площадку, перпендикулярную направлению движения носителей заряда, к ее площади***:

$$j = \frac{\partial I}{\partial S_{\perp}}$$

- Плотность тока ***j* -** есть более подробная характеристика тока, чем сила тока ***I***.
- ***j*** - характеризует ток локально, в каждой точке пространства,
- а ***I*** – это интегральная характеристика, привязанная не к точке, а к области пространства, в которой протекает ток.

- ***Плотность тока j*** связана с плотностью свободных зарядов $\boldsymbol{\rho}$ и со скоростью их движения $\mathbf{v}$:

$$\mathbf{j} = \rho \mathbf{v}_{др.}$$

- ***За направление вектора $\mathbf{j}$ принимают направление вектора $\mathbf{v}$ положительных носителей зарядов***

- ***Если носителями являются как положительные, так и отрицательные заряды, то плотность тока*** определяется формулой:

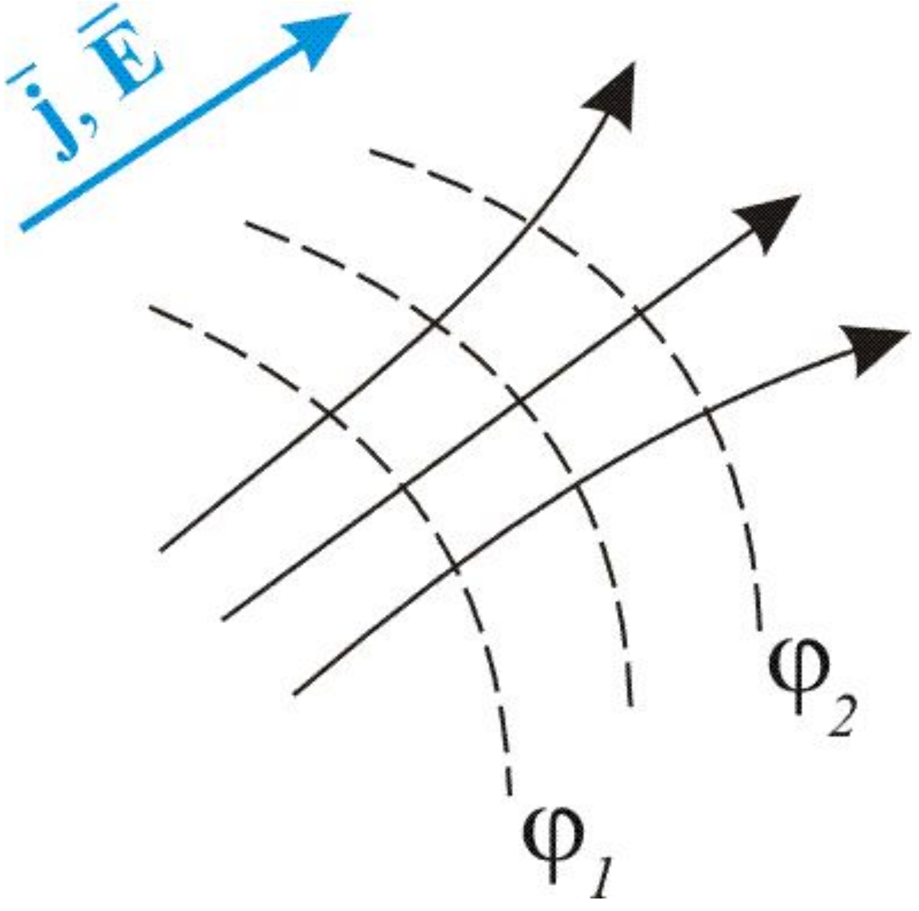
$$\mathbf{j} = q_+ n_+ \mathbf{v}_{\partial p.+} + q_- n_- \mathbf{v}_{\partial p.-}$$

где $q_+ n_+$ и $q_- n_-$ – объемные плотности зарядов.

- Там, где носители только электроны, плотность тока определяется выражением:

$$\vec{\mathbf{j}} = en\vec{\mathbf{v}}_{др.}$$

- ***Поле вектора*** $\vec{\mathbf{j}}$ можно изобразить графически с помощью линий тока, которые проводят так же, как и линии вектора напряженности $\vec{\mathbf{E}}$



- Зная $\vec{j}$ в каждой точке интересующей нас поверхности S можно найти силу тока через эту поверхность, как поток вектора $\vec{j}$:

$$I = \oint_S \vec{j}\,\partial\vec{S}.$$

- Сила тока является скалярной величиной и алгебраической.
- А знак определяется кроме всего прочего, выбором направления нормали к поверхности S.

Уравнение непрерывности

- Представим себе, в некоторой проводящей среде, где течет ток, замкнутую поверхность *S*
- Для замкнутых поверхностей векторы нормалей, а следовательно, и векторы $d\vec{S}$ принято брать наружу, поэтому интеграл

$$\oint_S \vec{j}\, d\vec{S}$$

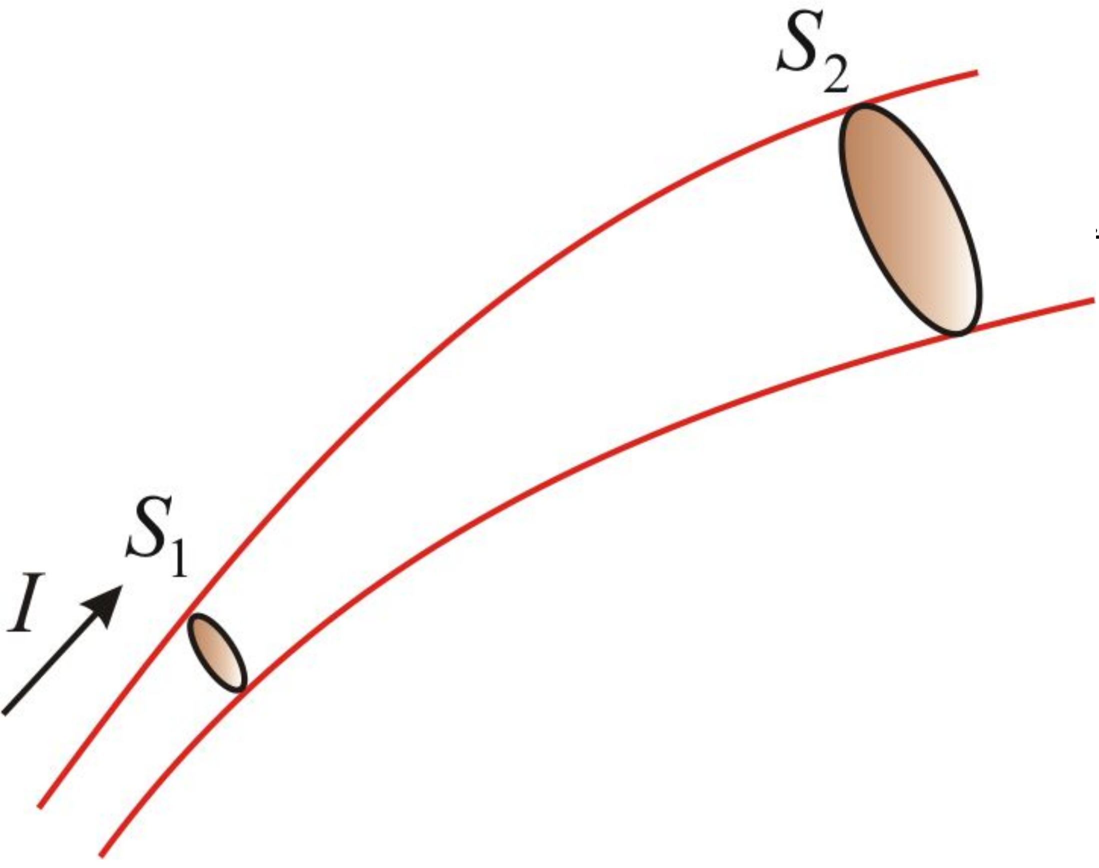
дает ***заряд, выходящий в единицу времени наружу из объема V, охваченного поверхностью S.***

- ***Плотность постоянного электрического тока одинакова по всему поперечному сечению S однородного проводника***.

- Поэтому *для постоянного тока в однородном проводнике с поперечным сечением S* ***сила тока****:*

$$I = jS$$

- Из этого следует, что ***плотности постоянного тока в различных поперечных сечениях 1 и 2 цепи обратно пропорциональны площадям S_1 и S_2 этих сечений :***



$$j_2 / j_1 = S_1 / S_2$$

- Пусть *S* – замкнутая поверхность, а векторы $\partial\vec{S}$ всюду проведены по внешним нормалям $\vec{n}$.
- Тогда поток вектора $\vec{j}$ сквозь эту поверхность *S* равен электрическому току *I*, идущему вовне из области, ограниченный замкнутой поверхностью *S*. Следовательно, согласно закону сохранения электрического заряда, суммарный электрический заряд *q*, охватываемый поверхностью *S*, изменяется за время ∂t на $\partial q = -I\partial t$, тогда в интегральной форме можно записать: $\oint_S \vec{j}\,\partial\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t}$.
-

- В интегральной форме можно записать:

$$\oint_S \vec{j}\,\partial\vec{S} = -\frac{\partial q}{\partial t}$$

- Это соотношение называется ***уравнением непрерывности***.
- Оно является, по существу, выражением ***закона сохранения электрического заряда***.

- ***Дифференциальная форма записи уравнения непрерывности.***

$$\nabla\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}$$

- В случае ***постоянного тока***, распределение зарядов в пространстве должно оставаться неизменным:

$$\frac{\partial q}{\partial t} = 0,$$

- следовательно,

$$\oint \vec{j}\,\partial\vec{S} = 0,$$

- это ***уравнение непрерывности для постоянного тока*** *(в интегральной форме).*

- Линии $\vec{j}$ в случае постоянного тока нигде не начинаются и нигде не заканчиваются.
- Поле вектора $\vec{j}$ не имеет источника.

- *В дифференциальной форме уравнение непрерывности для <u>постоянного тока</u>:*

$$\nabla \vec{j} = 0$$

- ***Если ток постоянный, то избыточный заряд внутри однородного проводника всюду равен нулю.***
- Докажем это: т.к. для постоянного тока справедливо уравнение

$$\oint_S \vec{j}\,\partial\vec{S} = 0$$

отсюда

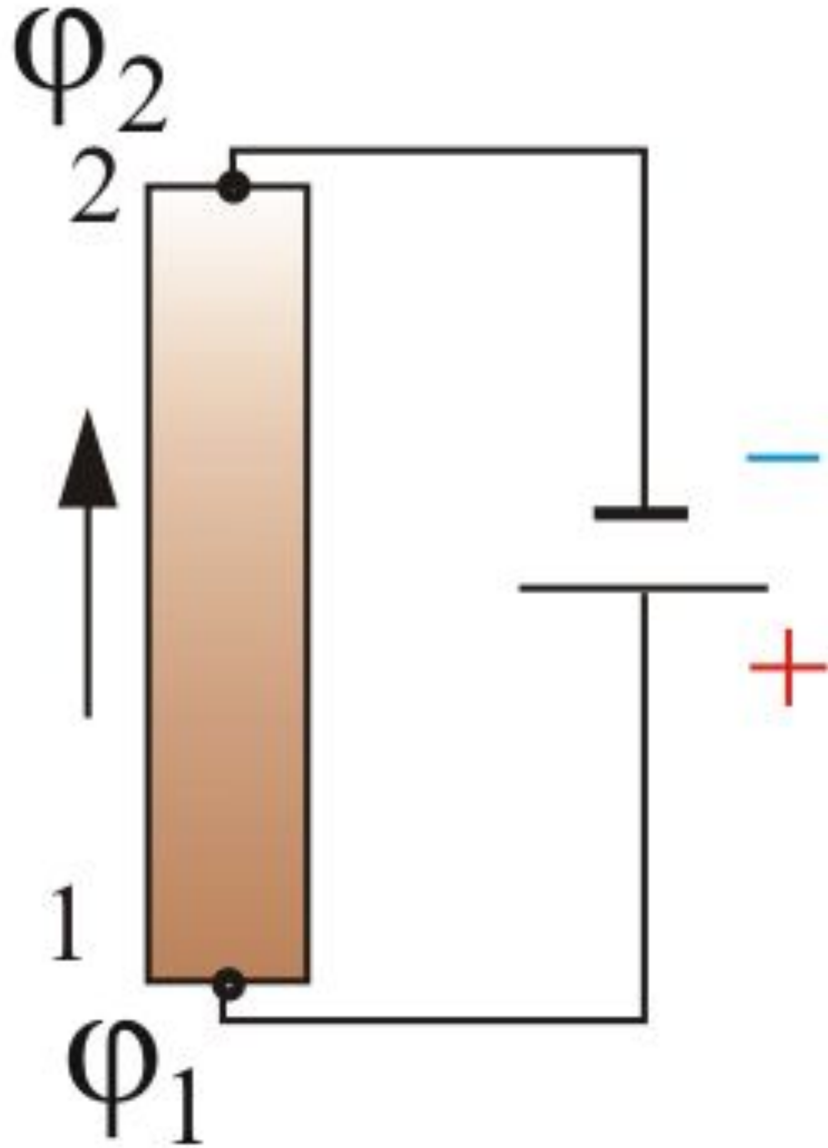
$$\sum q_i = 0.$$

- Избыточный заряд может появиться только на поверхности проводника в местах соприкосновения с другими проводниками, а также там, где проводник имеет неоднородности.

Сторонние силы и ЭДС

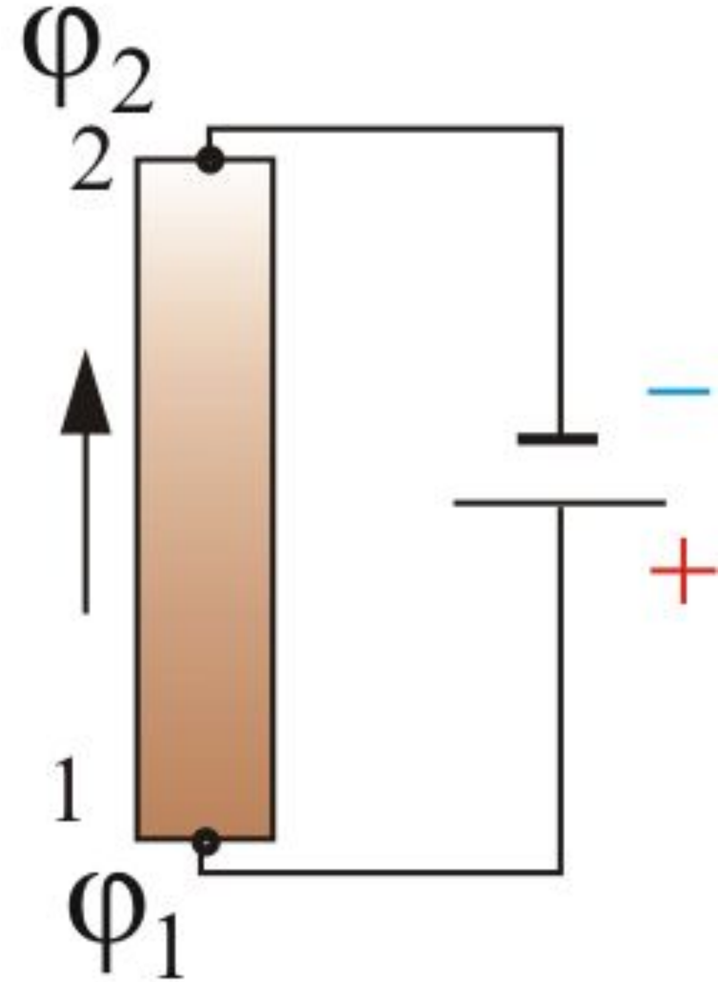
- Для того, чтобы поддерживать ток достаточно длительное время, необходимо от конца проводника с меньшим потенциалом непрерывно отводить, а к другому концу – с большим потенциалом – подводить электрические заряды.
- Т.е. необходим круговорот зарядов.

- Поэтому в замкнутой цепи, наряду с нормальным движением зарядов, должны быть ***участки, на которых движение (положительных) зарядов*** происходит в направлении возрастания потенциала, т.е. ***против сил электрического поля***



Перемещение заряда на этих участках возможно лишь с помощью ***сил неэлектрического происхождения*** (**сторонних сил**): химические процессы, диффузия носителей заряда, вихревые электрические поля.

Аналогия: насос, качающий воду в водонапорную башню, действует за счет негравитационных сил (электромотор).



- ***Сторонние силы* можно характеризовать работой, которую они совершают над перемещающимися по замкнутой цепи зарядами**

- *Величина, равная работе сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда в цепи, называется* ***электродвижущей силой*** (**ЭДС**)*, действующей в цепи*:

$$\mathrm{E} = \frac{A}{q}; \qquad \left[\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}\right] = [B]$$

- ***Стороннюю силу, действующую на заряд, можно представить в виде***:

$$\vec{F}_{ст} = \vec{E}_{ст} q,$$

$\vec{E}_{ст}$ – напряженность поля сторонних сил.

- ***Работа сторонних сил на участке 1 – 2:***

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{ст} d\vec{l} = q\int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l},$$

- Тогда ***ЭДС***

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{A_{12}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l}.$$

- ***Для замкнутой цепи***:

$$\mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_{ст} d\vec{l}.$$

$$\mathcal{E} = \sum \mathcal{E}_i = \oint \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}.$$

- ***Циркуляция вектора напряженности сторонних сил равна ЭДС, действующей в замкнутой цепи (алгебраической сумме ЭДС).***

- При этом необходимо помнить, что поле сторонних сил не является потенциальным, и к нему нельзя применять термин разность потенциалов или напряжение.

Закон Ома для неоднородного участка цепи

- ***Один из основных законов электродинамики был открыт в 1826 г. немецким учителем физики Георгом Омом.***
- ***Он установил, что сила тока в проводнике пропорциональна разности потенциалов:***

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$$

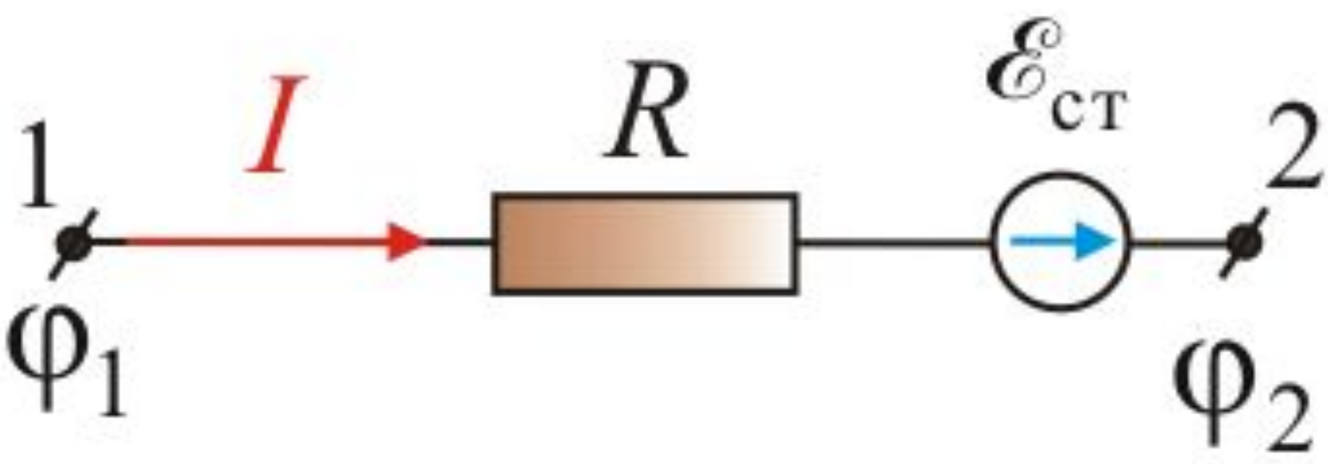
- **Георг Симон Ом** (1787 – 1854) – немецкий физик.
- В 1826 г. Ом открыл основной закон электрической цепи. Этот закон не сразу нашел признание в науке, а лишь после того, как Э. Х. Ленц, Б. С. Якоби, К. Гаусс, Г. Кирхгоф и другие ученые положили его в основу своих исследований.
- Именем Ома была названа единица электрического сопротивления (Ом).
- Ом вел также исследования в области акустики, оптики и кристаллооптики.

- ***Рассмотрим неоднородный участок цепи - участок, содержащий источник ЭДС***

(т.е. участок, где действуют <u>неэлектрические</u> силы).

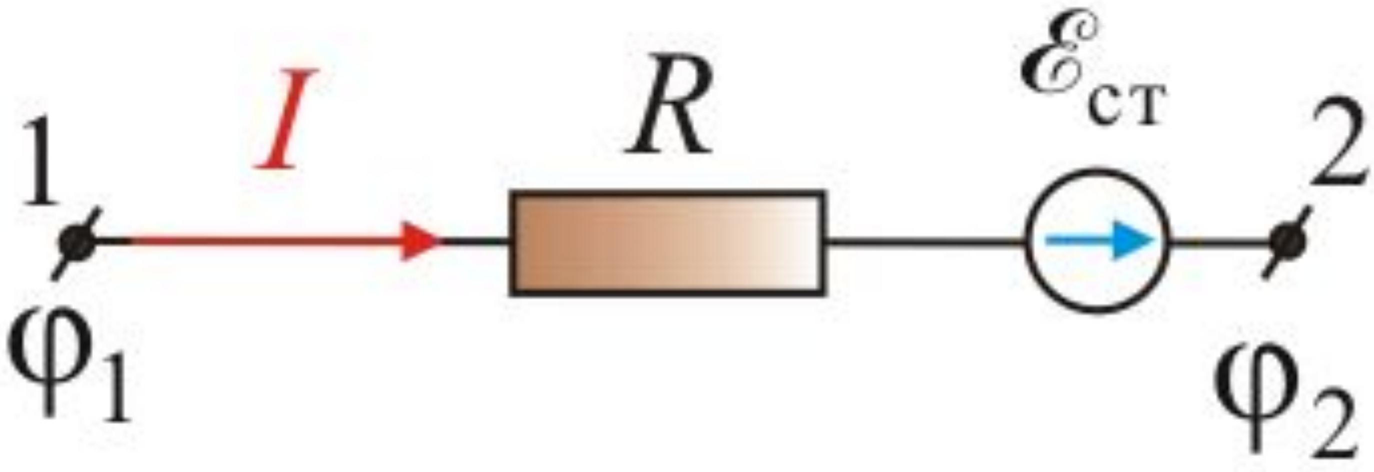
- ***Напряженность*** $\vec{E}$ ***поля в любой точке цепи равна векторной сумме поля кулоновских сил и поля сторонних сил:***

$$\vec{E} = \vec{E}_q + \vec{E}_{ст}.$$



- ***Величина, численно равная работе по переносу единичного положительного заряда суммарным полем кулоновских и сторонних сил на участке цепи (1 – 2), называется напряжением на этом участке U_{12} :***

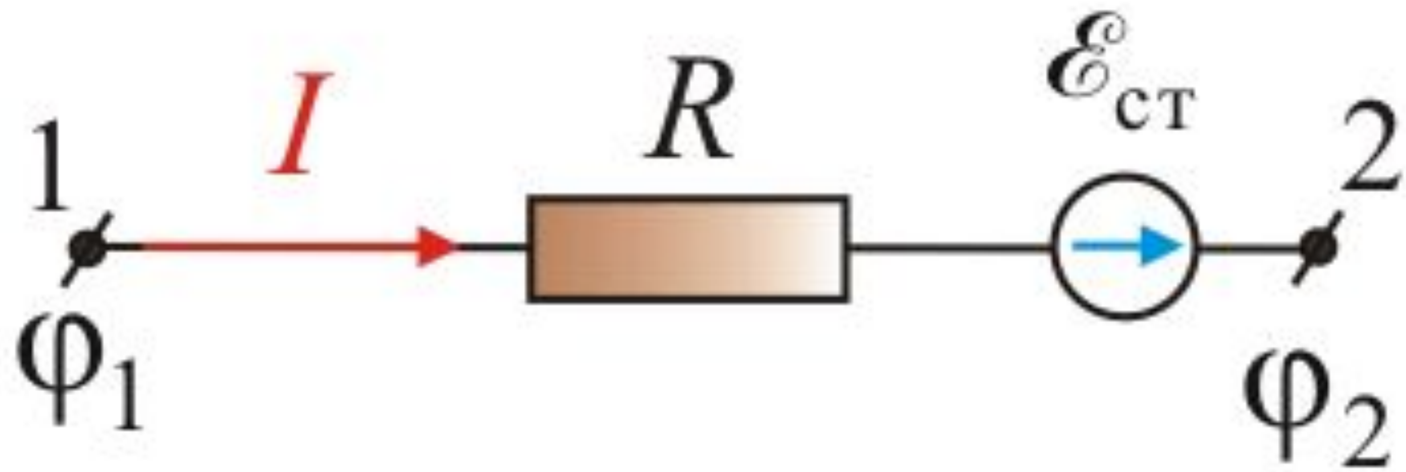
$$U_{12} = \int_1^2 \vec{E}_q d\vec{l} + \int_1^2 \vec{E}_{ст} d\vec{l}$$



Т.к. $\vec{E}_q d\vec{l} = -d\varphi$ или $\int\limits_1^2 \vec{E}_q d\vec{l} = \varphi_1 - \varphi_2$

тогда

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$

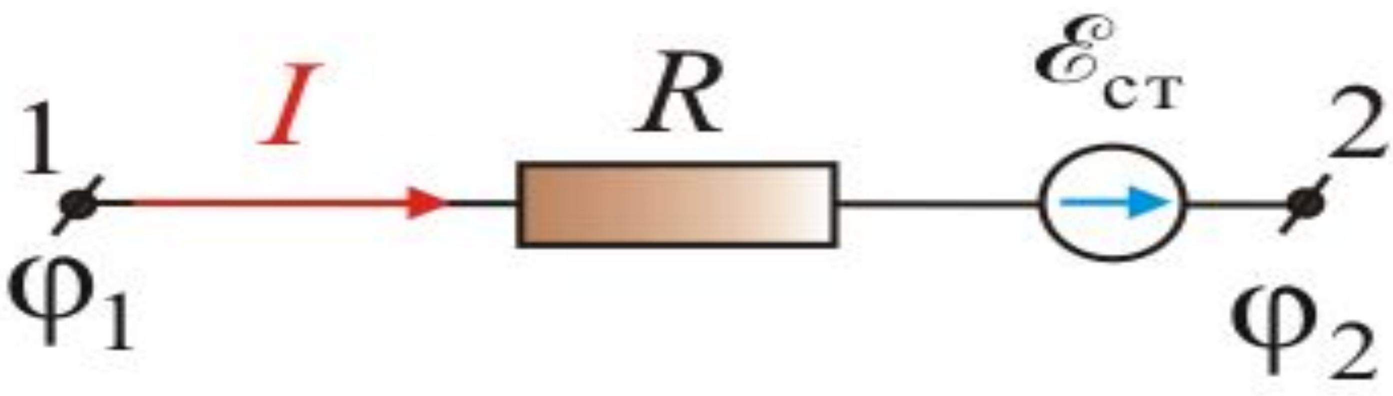


$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$

- *Напряжение на концах участка цепи совпадает с разностью потенциалов только в случае, если на этом участке нет ЭДС, т.е. на однородном участке цепи.*

- ***Обобщенный закон Ома для участка цепи содержащей источник ЭДС*:**

$$IR_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{12}.$$

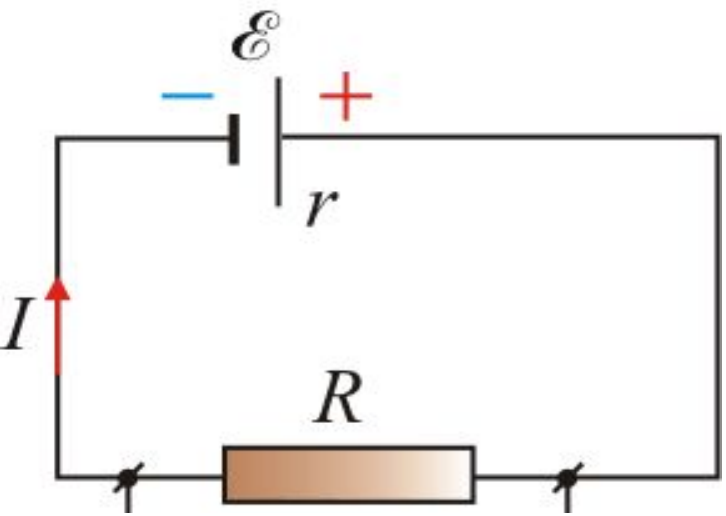


- ***Обобщенный закон Ома выражает закон сохранения энергии применительно к участку цепи постоянного тока.***
- ***Он в равной мере справедлив как для пассивных участков (не содержащих ЭДС), так и для активных.***

- В электротехнике часто используют термин ***падение напряжения*** – *изменение напряжения вследствие переноса заряда через сопротивление*

$$U = IR.$$

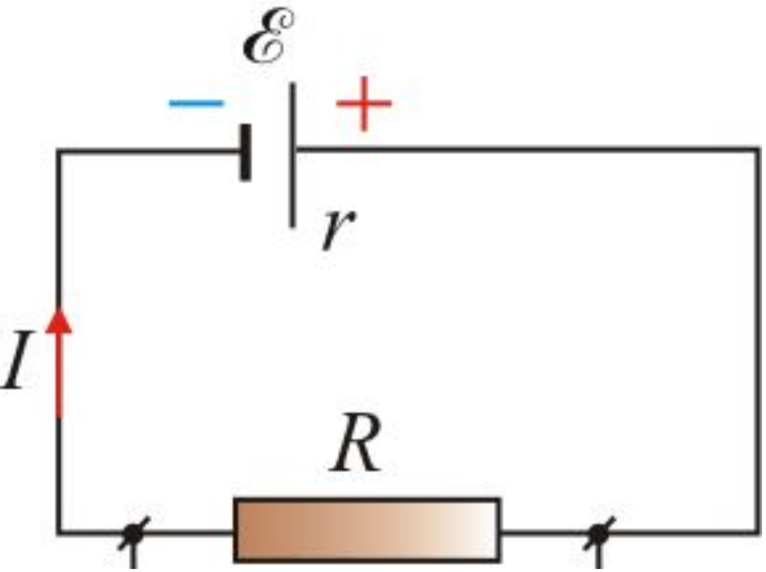
- **В замкнутой цепи:** $\varphi_1 = \varphi_2$ $IR_\Sigma = \mathrm{E}$
- или $$I = \frac{\mathrm{E}}{R_\Sigma},$$
- где $R_\Sigma = R + r$ r – внутреннее сопротивление активного участка цепи
- Тогда ***закон Ома*** для замкнутого участка цепи, содержащего источник ЭДС запишется в виде



$$\boxed{I = \frac{\mathrm{E}}{R + r}.}$$

Закон Ома для замкнутого участка цепи, содержащего источник ЭДС

$$I = \frac{E}{R + r}.$$



Закон Ома в дифференциальной форме

- ***Закон Ома в интегральной форме для однородного участка цепи (не содержащего ЭДС***)

$$I = \frac{U}{R}$$

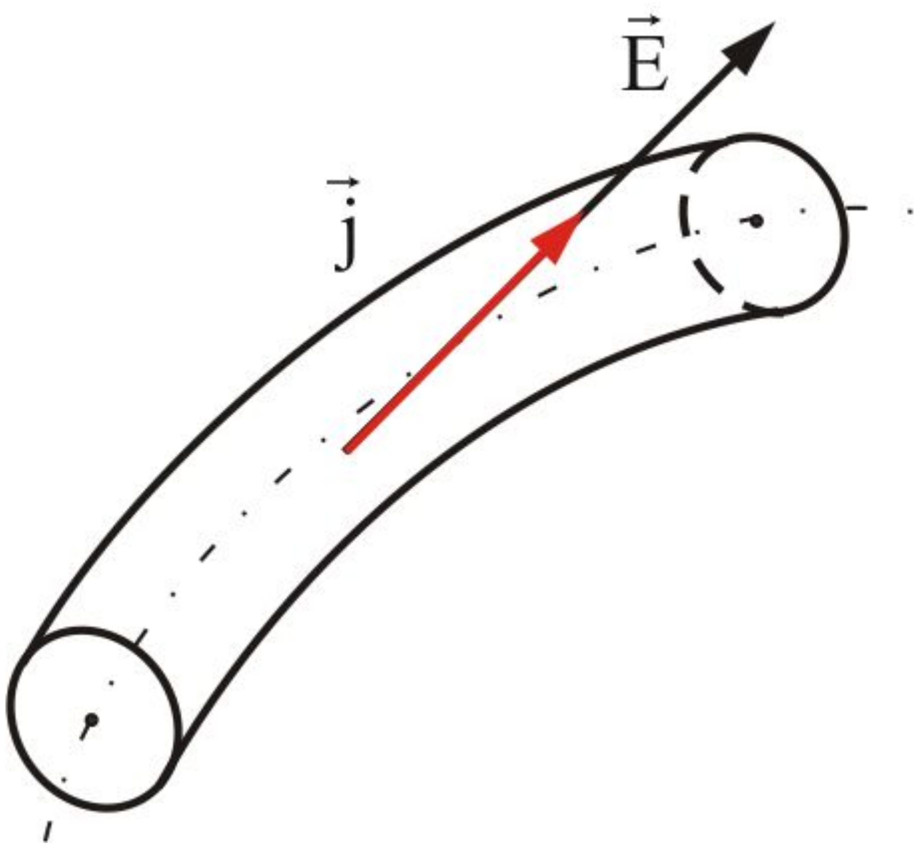
- Для однородного линейного проводника выразим *R* через ρ:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

- ρ – удельное объемное сопротивление;
- [ρ] = [Ом·м].

- Найдем связь между $\vec{j}$ и $\vec{E}$ в бесконечно малом объеме проводника – *закон Ома в дифференциальной форме*.

- В изотропном проводнике (в данном случае с постоянным сопротивлением) носители зарядов движутся в направлении действия силы, т.е. вектор плотности тока $\vec{j}$ и вектор напряженности $\vec{E}$ поля коллинеарны



- Исходя из закона Ома , имеем:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{E\mathrm{d}l}{\rho\dfrac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}S}} = \frac{E\mathrm{d}S}{\rho}$$

- А мы знаем, что $$j = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S} = \frac{1}{\rho}E$$
- Отсюда

$$\vec{\mathrm{j}} = \sigma\vec{\mathrm{E}}$$

- это запись ***закона Ома в дифференциальной форме***.
- Здесь $\sigma = 1/\rho$ – *удельная электропроводность*.

- Плотность тока можно выразить через заряд электрона *e*, количество зарядов *n* и дрейфовую скорость $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{j} = en\vec{\upsilon}$$

- Обозначим $b = \frac{\upsilon}{E}$, тогда $\vec{\upsilon} = b\vec{E}$;
-
- $$\vec{j} = enb\vec{E}$$

- Теперь, если удельную электропроводность σ выразить через *e*, *n* и *b*:

$$\sigma = enb,$$

то вновь получим выражение ***закона Ома в дифференциальной форме:***

$$\vec{j} = \sigma\vec{E}$$

Работа и мощность тока. Закон Джоуля – Ленца

- Рассмотрим произвольный участок цепи, к концам которого приложено напряжение U. За время dt через каждое сечение проводника проходит заряд

$$\mathrm{d}q = I\mathrm{d}t.$$

- При этом силы электрического поля, действующего на данном участке, совершают работу:

$$\mathrm{d}A = U\mathrm{d}q = UI\mathrm{d}t.$$

- Общая работа: $\boxed{A = IUt}$

- Разделив работу на время, получим выражение для мощности:
- $$N = \frac{\mathrm{d}A}{\mathrm{d}t} = UI.$$
- Полезно вспомнить и другие формулы для мощности и работы:
- $$N = RI^2;$$
- $$A = RI^2 t.$$
- В 1841 г. манчестерский пивовар Джеймс Джоуль и в 1843 г. петербургский академик Эмилий Ленц установили закон теплового действия электрического тока.

- **Джоуль Джеймс Пресскотт** (1818 – 1889) – английский физик, один из первооткрывателей закона сохранения энергии. Первые уроки по физике ему давал Дж. Дальтон, под влиянием которого Джоуль начал свои эксперименты. Работы посвящены электромагнетизму, кинетической теории газов.
- **Ленц Эмилий Христианович** (1804 – 1865) – русский физик. Основные работы в области электромагнетизма. В 1833 г. установил правило определения электродвижущей силы индукции (закон Ленца), а в 1842 г. (независимо от Дж. Джоуля) – закон теплового действия электрического тока (закон Джоуля-Ленца). Открыл обратимость электрических машин. Изучал зависимость сопротивление металлов от температуры. Работы относятся также к геофизике.

- ***При протекании тока, в проводнике выделяется количество теплоты:***
- $$Q = RI^2 t.$$
- ***Если ток изменяется со временем:***

$$Q = \int_1^2 RI^2 \mathrm{d}t$$

- Это закон ***Джоуля – Ленца в интегральной форме***.

- Отсюда видно, что ***нагревание происходит за счет работы, совершаемой силами поля над зарядом.***
- Соотношение имеет интегральный характер и относится ко всему проводнику с сопротивлением *R*, по которому течет ток *I*.
- Получим закон Джоуля-Ленца в локальной-дифференциальной форме, характеризуя тепловыделение в произвольной точке.

Тепловая мощность тока в элементе проводника Δl, сечением ΔS, объемом $\Delta V = \Delta l \cdot \Delta S$ равна:

$$\Delta N = I^2 R = I\Delta\varphi = j\Delta S E\Delta l = \vec{j}\vec{E}\Delta V$$

Тепловая мощность тока $\Delta N = \vec{j}\vec{E}\Delta V$

Удельная мощность тока

$$\omega = \frac{\Delta N}{\Delta V} = \vec{j}\vec{E}$$

- Согласно закону Ома в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}$$

- получим

закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме, характеризующий плотность выделенной энергии.

$$\omega = \sigma E^2$$

- Так как выделенная теплота равна работе сил электрического поля $A = IUt$

- то мы можем записать для мощности тока:

$$N = UI = RI^2$$

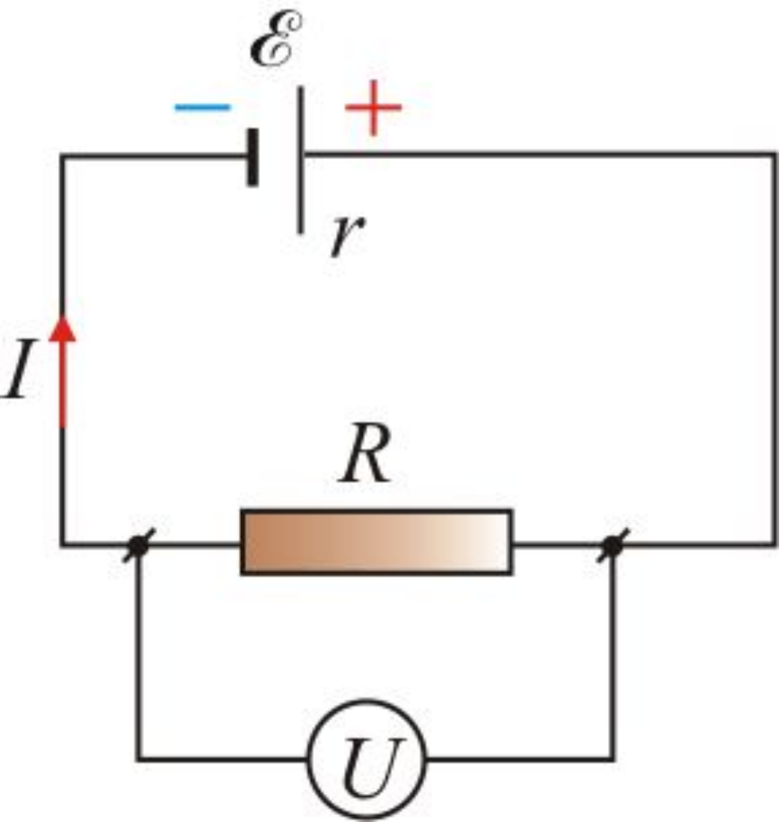
- ***Мощность, выделенная в единице объема проводника*** .

$$\omega = \rho j^2$$

- Приведенные формулы справедливы для однородного участка цепи и для неоднородного.

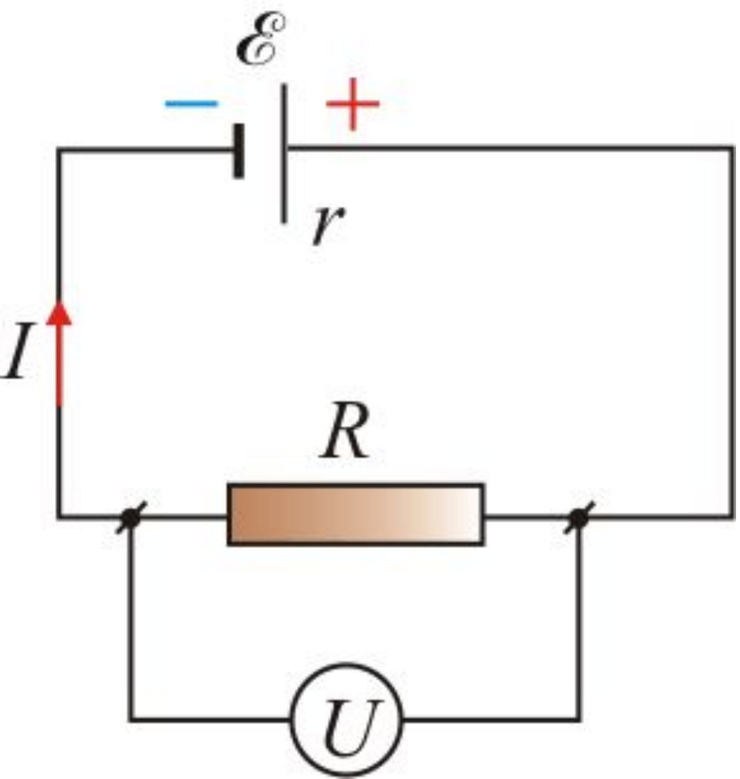
КПД источника тока

- Рассмотрим элементарную электрическую цепь, содержащую источник ЭДС с внутренним сопротивлением *r*, и внешним сопротивлением *R*



- ***КПД*** всегда определяем как отношение полезной работы к затраченной:

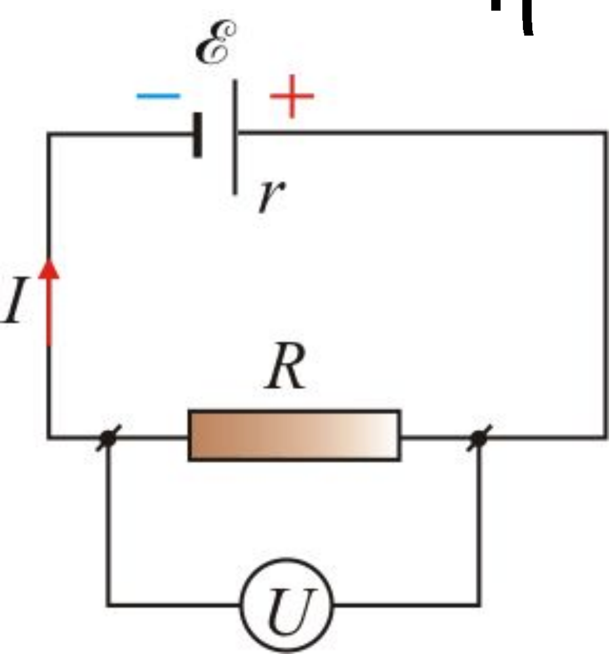
$$\eta = \frac{A_\text{п}}{A_\text{з}} = \frac{N_\text{п}}{N_\text{з}} = \frac{UI}{\text{E}\, I} = \frac{U}{\text{E}}.$$



- ***Полезная работа*** – мощность, выделяемая на внешнем сопротивлении *R* в единицу времени.
- По закону Ома имеем: $U = IR,$

$$\mathrm{E} = (R + r)I,$$

- тогда $\eta = \dfrac{U}{\mathrm{E}} = \dfrac{IR}{I(R+r)} = \dfrac{R}{R+r}$



$$\boxed{\eta = \frac{R}{R+r}}$$

- Таким образом, имеем, что ***при*** $R \to \infty$, $\eta \to 1$, но при этом ***ток в цепи мал*** и ***полезная мощность мала***.
- Вот парадокс – мы всегда стремимся к повышенному КПД, а в данном случае нам это не приносит пользы.

- ***Найдем условия, при которых полезная мощность будет максимальна.***
- Для этого нужно, чтобы

$$\frac{\mathrm{d}N_{\text{п}}}{\mathrm{d}R} = 0.$$

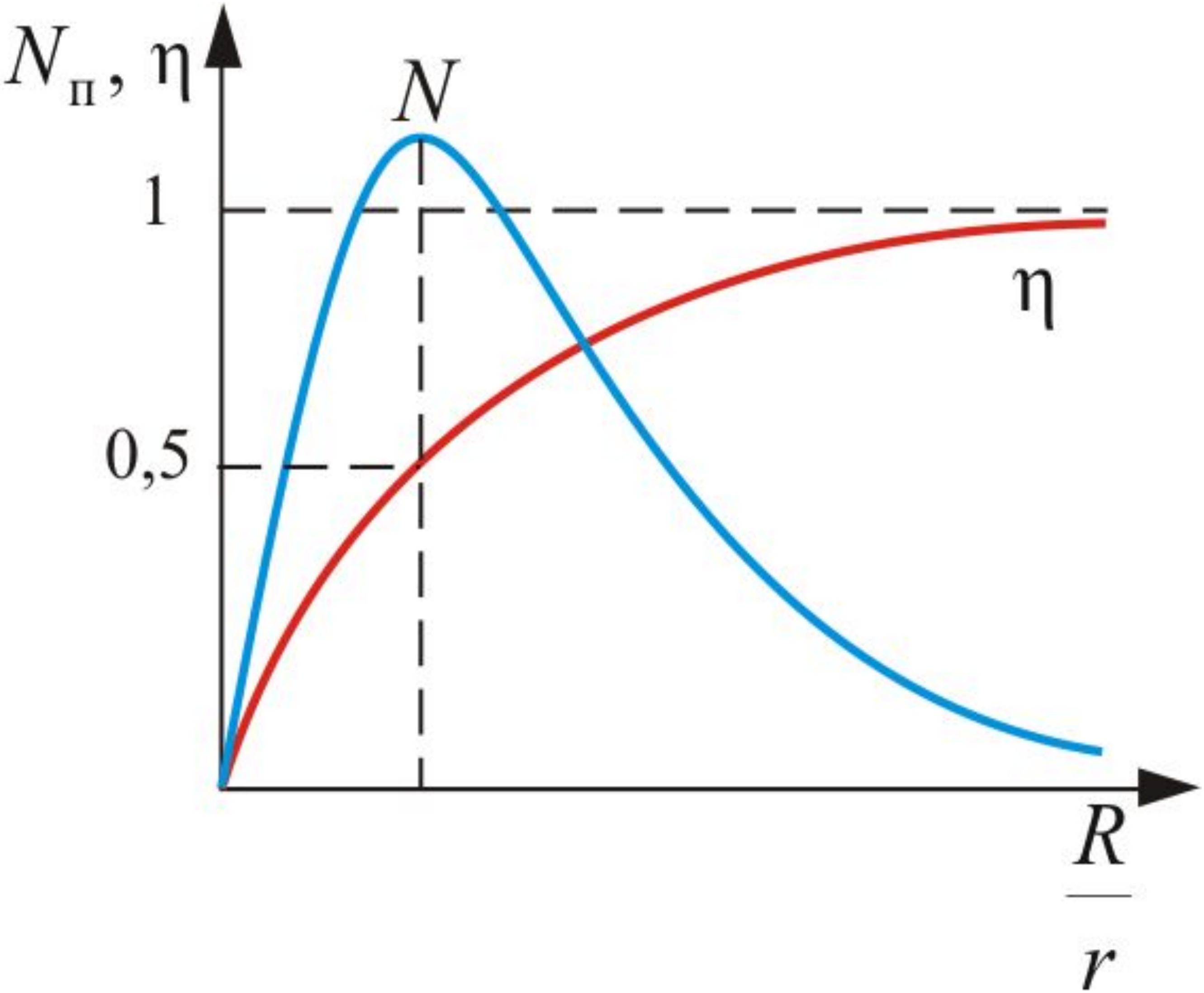
$$N_{п} = I^2 R = \left(\frac{\mathsf{E}}{R + r} \right)^2 R \qquad\qquad N = \frac{\mathsf{E}^2 R}{(r + R)^2}$$

$$\frac{\mathrm{d}N_{п}}{\mathrm{d}R} = \frac{\mathsf{E}^2 (R + r)^2 - 2(r + R)\mathsf{E}^2 R}{(R + r)^4} = 0$$

$$\mathsf{E}^2 [(R + r) - 2R] = 0$$

Это возможно при R = r

В последнем выражении $E \neq 0$ $R + r \neq 0$ следовательно, должно быть равно нулю выражение в квадратных скобках, т.е. ***r = R*.**



r = R

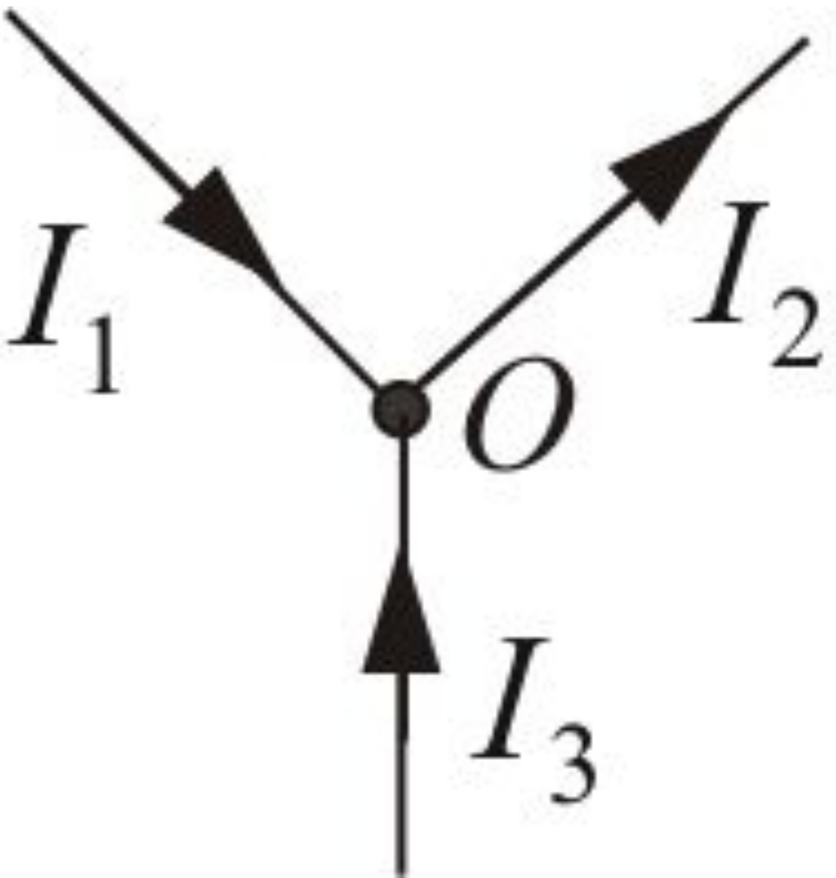
При этом условии выделяемая мощность максимальна

<u>КПД равен 50%.</u>

Правила Кирхгофа для разветвленных цепей

- Расчет разветвленных цепей с помощью закона Ома довольно сложен.
- Эта задача решается более просто с помощью ***двух правил*** немецкого физика ***Г. Кирхгофа*** (1824 – 1887).

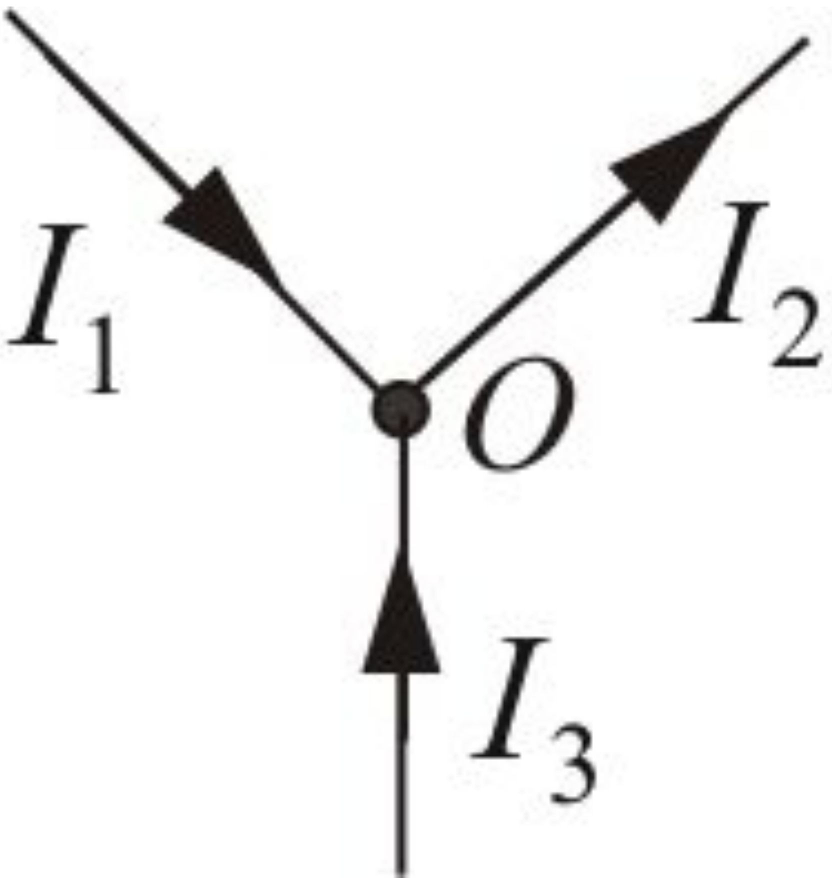
- **Первое правило Кирхгофа:** ***алгебраическая сумма токов, сходящихся в любом узле цепи равна нулю:***



$$\sum_{r=1}^{u} I_k = 0.$$

(*узел* – любой участок цепи, где сходятся более двух проводников)

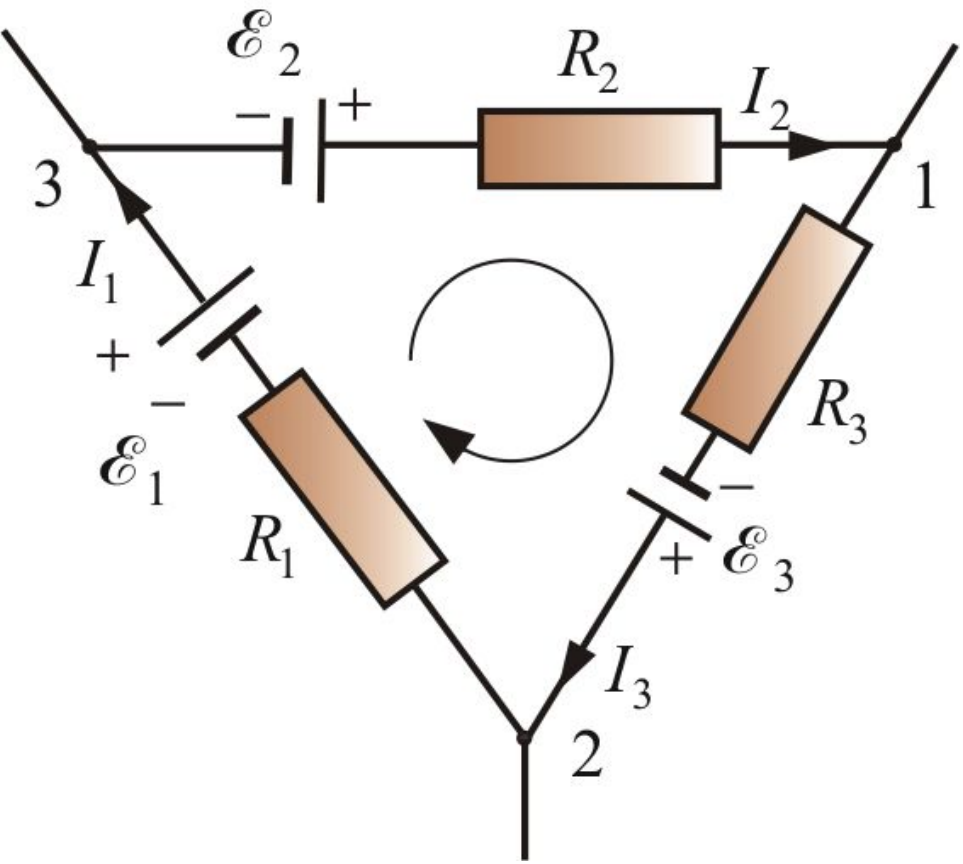
- В случае установившегося постоянного тока в цепи ни в одной точке проводника, ни на одном из его участков не должны накапливаться электрические заряды



Токи, сходящиеся к узлу, считаются положительными:

$$\boxed{I_1 - I_2 + I_3 = 0.}$$

- ***Второе правило Кирхгофа*** (обобщение закона Ома для разветвленной цепи).



$$\varphi_2 - \varphi_3 + \mathrm{E}_1 = I_1 R_1;$$

$$\varphi_3 - \varphi_1 + \mathrm{E}_2 = I_2 R_2;$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 + \mathrm{E}_3 = I_3 R_3.$$

Складывая получим:

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathrm{E}_k.$$

- В любом замкнутом контуре электрической цепи **алгебраическая сумма произведения тока на сопротивление равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом же контуре**.

$$\sum_k I_k R_k = \sum_k \mathrm{E}_k.$$

- Обход контуров осуществляется по часовой стрелке, если направление обхода совпадает с направлением тока, то ток берется со знаком «плюс».

Формулировка: Алгебраическая сумма ЭДС, действующих в замкнутом контуре, равна алгебраической сумме падений напряжения на всех резистивных элементах в этом контуре.

Здесь термин «алгебраическая сумма» означает, что как величина ЭДС так и величина падения напряжения на элементах может быть как со знаком «+» так и со знаком «-». При этом <u>определить знак можно по следующему алгоритму:</u>

1. Выбираем направление обхода контура (два варианта либо по часовой, либо против).
2. Произвольно выбираем направление токов через элементы цепи.
3. Расставляем знаки для ЭДС и напряжений, падающих на элементах по правилам:

- ЭДС, создающие ток в контуре, направление которого совпадает с направление обхода контура записываются со знаком «+», в противном случае ЭДС записываются со знаком «-».
- напряжения, падающие на элементах цепи записываются со знаком «+», если ток, протекающий через эти элементы совпадает по направлению с обходом контура, в противном случае напряжения записываются со знаком «-».