

ОСНОВЫ ЛОГИКИ

АЛГЕБРА ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Автор: Алексеева Тамара Юрьевна,
учитель информатики
МОУ «СОШ №1 п. Пурпе»

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение.
2. Логическая операция конъюнкция.
3. Логическая операция дизъюнкция.
4. Логическая операция инверсия.
5. Логическая операция импликация.
6. Логическая операция эквиваленция.
7. Конец.

АЛГЕБРА в широком смысле этого слова – наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые могут выполняться над различными математическими объектами (алгебра переменных и функций, алгебра векторов, алгебра множеств и так далее).

Объектами *алгебры логики* являются высказывания.

Алгебра логики отвлекается от смысловой содержательности высказываний. Ее интересует только один факт – истинно или ложно данное высказывание, что дает возможность определять истинность или ложность составных высказываний алгебраическими методами.

Простые высказывания в алгебре логики обозначаются заглавными буквами

$A = \{\text{Аристотель – основоположник логики}\}$

$B = \{\text{На яблонях растут бананы}\}$

Истинному высказыванию ставится в соответствие 1, ложному – 0.

Таким образом, $A = 1, B = 0$.

Составные высказывания на естественном языке образуются с помощью союзов, которые в алгебре высказываний заменяются на логические операции.

Логические операции задаются таблицами истинности.



Логическая операция **КОНЪЮНКЦИЯ** (логическое умножение)

- В естественном языке соответствует союзу ***и***
- В алгебре высказываний обозначается
 - **\cdot**
 - **\wedge**
 - **$\&$**
- В языках программирования обозначается ***and***

Конъюнкция –

это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания истинны.

Пример. *Даны высказывания. Определите истинность каждого из них.*

- $A = \{10 \text{ делится на } 2 \text{ и } 5 \text{ не больше трех}\}$
- $B = \{10 \text{ не делится на } 2 \text{ и } 5 \text{ больше трех}\}$
- $C = \{10 \text{ делится на } 2 \text{ и } 5 \text{ больше трех}\}$
- $D = \{10 \text{ не делится на } 2 \text{ и } 5 \text{ не больше трех}\}$

$$A = 1 \wedge 0 = 0$$

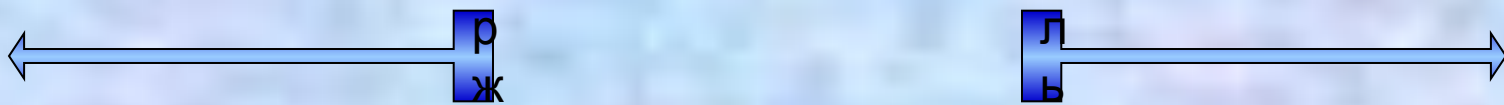
$$B = 0 \wedge 1 = 0$$

$$C = 1 \wedge 1 = 1$$

$$D = 0 \wedge 0 = 0$$

Таблица истинности

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>A</i> ∧ <i>B</i>
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



Логическая операция **ДИЗЪЮНКЦИЯ** (логическое сложение)

- В естественном языке соответствует союзу **или.**

- В алгебре высказываний обозначается

\vee

- В языках программирования обозначается **or.**

Дизъюнкция –

это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания ложны и истинным, когда хотя бы одно из двух образующих его высказываний истинно.

Пример. *Даны высказывания. Определите истинность каждого из них.*

- $A = \{10 \text{ делится на } 2 \text{ или } 5 \text{ не больше трех}\}$
- $B = \{10 \text{ не делится на } 2 \text{ или } 5 \text{ больше трех}\}$
- $C = \{10 \text{ делится на } 2 \text{ или } 5 \text{ больше трех}\}$
- $D = \{10 \text{ не делится на } 2 \text{ или } 5 \text{ не больше трех}\}$

$$A = 1 \vee 0 = 1$$

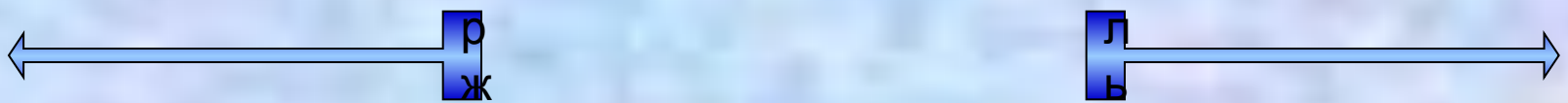
$$B = 0 \vee 1 = 1$$

$$C = 1 \vee 1 = 1$$

$$D = 0 \vee 0 = 0$$

Таблица истинности

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



Логическая операция **ОТРИЦАНИЕ** (инверсия)

- В естественном языке соответствует частице **не.**
- В алгебре высказываний обозначается
 $\overline{A}, \neg A$
- В языках программирования обозначается ***not***

Отрицание –

это логическая операция,
которая каждому простому
истинному высказыванию
ставит в соответствие ложное
высказывание.

Пример

- $A = \{\text{Луна} - \text{спутник Земли}\}$
- $\bar{A} = \{\text{Луна} - \text{не спутник Земли}\}$

Таблица истинности

	A	\overline{A}
0	0	1
1	1	0

с

о

д

е

р

ж

о

д

а

л

ь

ш



Логическая операция **ИМПЛИКАЦИЯ** (логическое следование)

- В естественном языке соответствует обороту **если ..., то ...** .
- В алгебре высказываний обозначается
 \Rightarrow \rightarrow
- В языках программирования не используется

Импликация –

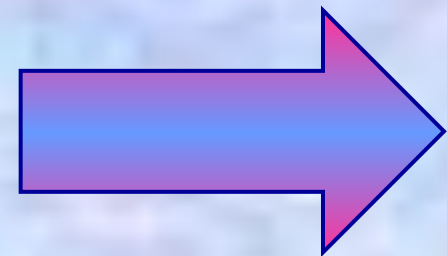
это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся ложным тогда и только тогда, когда условие (первое высказывание) истинно, а следствие (второе высказывание) ложно.

Пример. *Даны высказывания.*

- $A = \{\text{Данный четырехугольник - квадрат}\}$
- $B = \{\text{Около данного четырехугольника можно описать окружность}\}$

Рассмотрим составное высказывание $A \rightarrow B$, понимаемое как «если данный четырехугольник – квадрат, то около него можно описать окружность».

Есть три варианта, когда высказывание $A \rightarrow B$ истинно



1. *А истинно и В истинно, т. е. если данный четырехугольник – квадрат, то около него можно описать окружность;*
2. *А ложно и В истинно, т. е. если данный четырехугольник не является квадратом, то около него можно описать окружность;*
3. *А ложно и В ложно, т. е. если данный четырехугольник не является квадратом, то около него нельзя описать окружность;*

Ложен только один вариант: А истинно и В ложно, т. е. если данный четырехугольник – квадрат, то около него нельзя описать окружность.

В обычной речи связка «если ..., то» описывает причинно-следственную связь между высказываниями. Но в логических операциях смысл высказываний не учитывается.

Рассматривается только их истинность или ложность.

Поэтому не надо смеяться над бессмысленностью импликаций, образованных высказываниями, совершенно не связанными по содержанию.

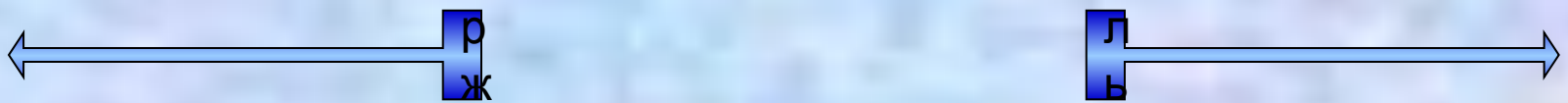
Например, такими:

«если президент США – демократ, то в Африке водятся жирафы»

или «если арбуз ягода, то в бензоколонке есть бензин»

Таблица истинности

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1



Логическая операция **ЭКВИВАЛЕНЦИЯ** (*равнозначность*)

В естественном языке соответствует оборотам речи **тогда и только тогда; в том и только в том случае**

В алгебре высказываний обозначается

$\Leftrightarrow \leftrightarrow \sim$

В языках программирования не используется

Эквиваленция –

это логическая операция, ставящая в соответствие каждому двум простым высказываниям составное высказывание, являющееся истинным тогда и только тогда, когда оба исходных высказывания одновременно истинны или ложны.

Пример. Определить истинность высказываний.

$A = \{24 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 24 \text{ делится на } 3\}$

$$A = 1 \leftrightarrow 1 = 1$$

$B = \{23 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 23 \text{ делится на } 3\}$

$$B = 0 \leftrightarrow 0 = 1$$

$C = \{24 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 24 \text{ делится на } 5\}$

$$C = 1 \leftrightarrow 0 = 0$$

$D = \{21 \text{ делится на } 6 \text{ тогда и только тогда, когда } 21 \text{ делится на } 3\}$

$$D = 0 \leftrightarrow 1 = 0$$

Таблица истинности

<i>A</i>	<i>B</i>	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1



спасибо за

внимание

и активную работу!

Используемая литература и ссылки изображений

- *Информатика и ИКТ. Базовый уровень: учебник для 11 класса/ Н.Д. Угринович. – 3-е изд. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009.*