

Теория автоматического управления в картинках

(и формулах =)

Содержание

- Что такое ТАУ
- Классификация сущностей ТАУ
- Кое-что об алгебре систем
- Одномерные регуляторы
- Что делать с нелинейностью
- Что делать с многомерностью
- Демонстрации в Matlab

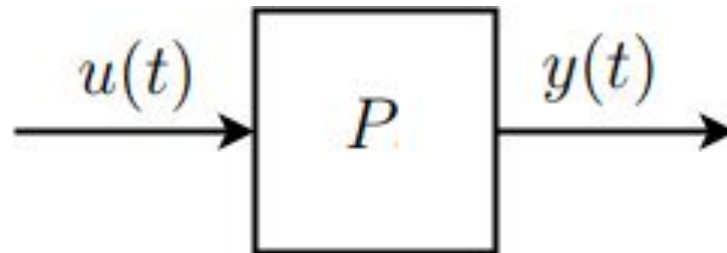
О чем это

- ТАУ = наука преобразовании систем
- В идеале – об инвертировании систем
- ТАУ рассматривает как изменить *поведение* системы за счет подключения внешних связей и систем ("системы управления") к заранее заданной системе ("объекту управления")
- ТАУ – это компьютерная наука, для понимания которой надо *забыть* о физических размерностях сигналов (они там не сохраняются как, например, в физике)

Как у них

- Control theory = "матан"
- Process control – как это реализовать и применить

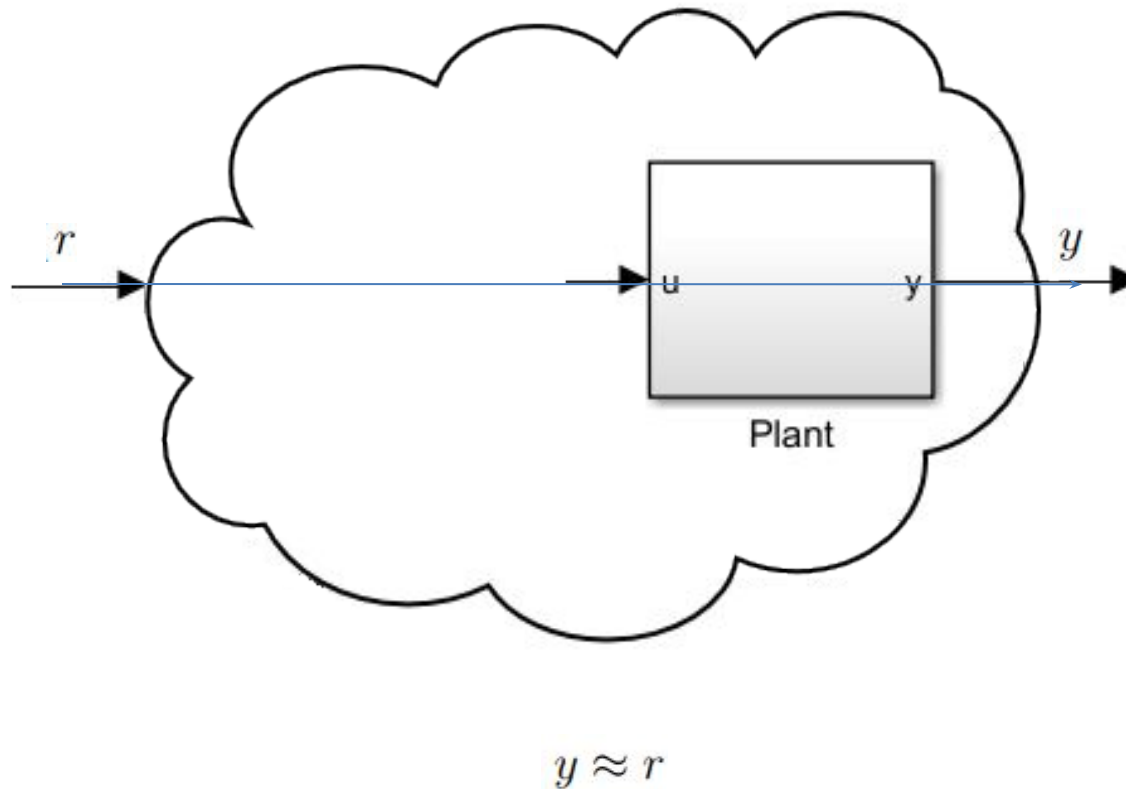
Гимн черному ящику =)



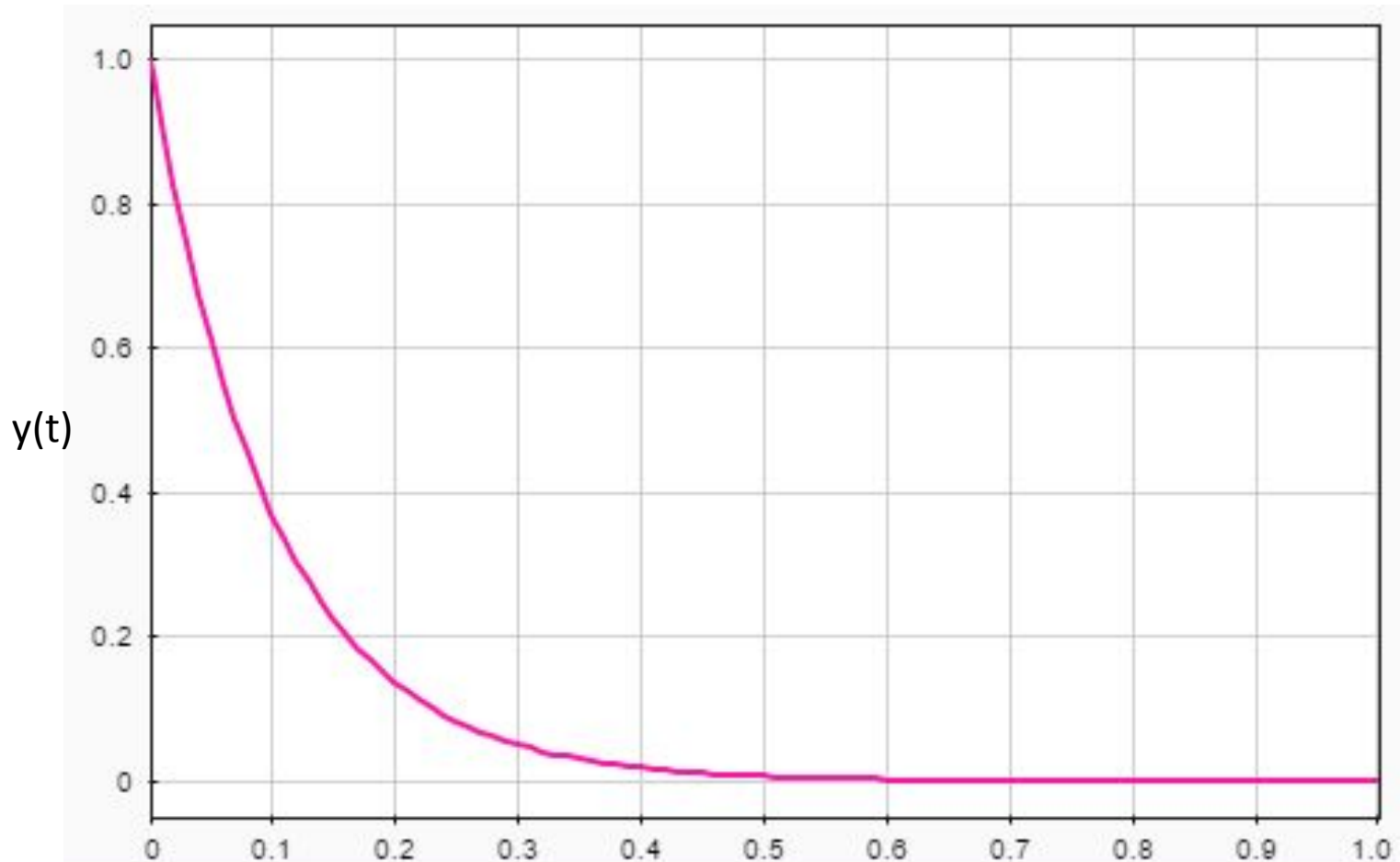
Стандартная нотация (у них =):

- P – "plant" – объект управления
- C – "controller" – система управления
- $y(t)$ – выход
- $u(t)$ – вход
- $x(t)$ – внутреннее состояние системы
- $r(t)$ – "reference" – желаемое состояние выхода
- $e(t)$ – "error" – сигнал ошибки между желаемым и действительным

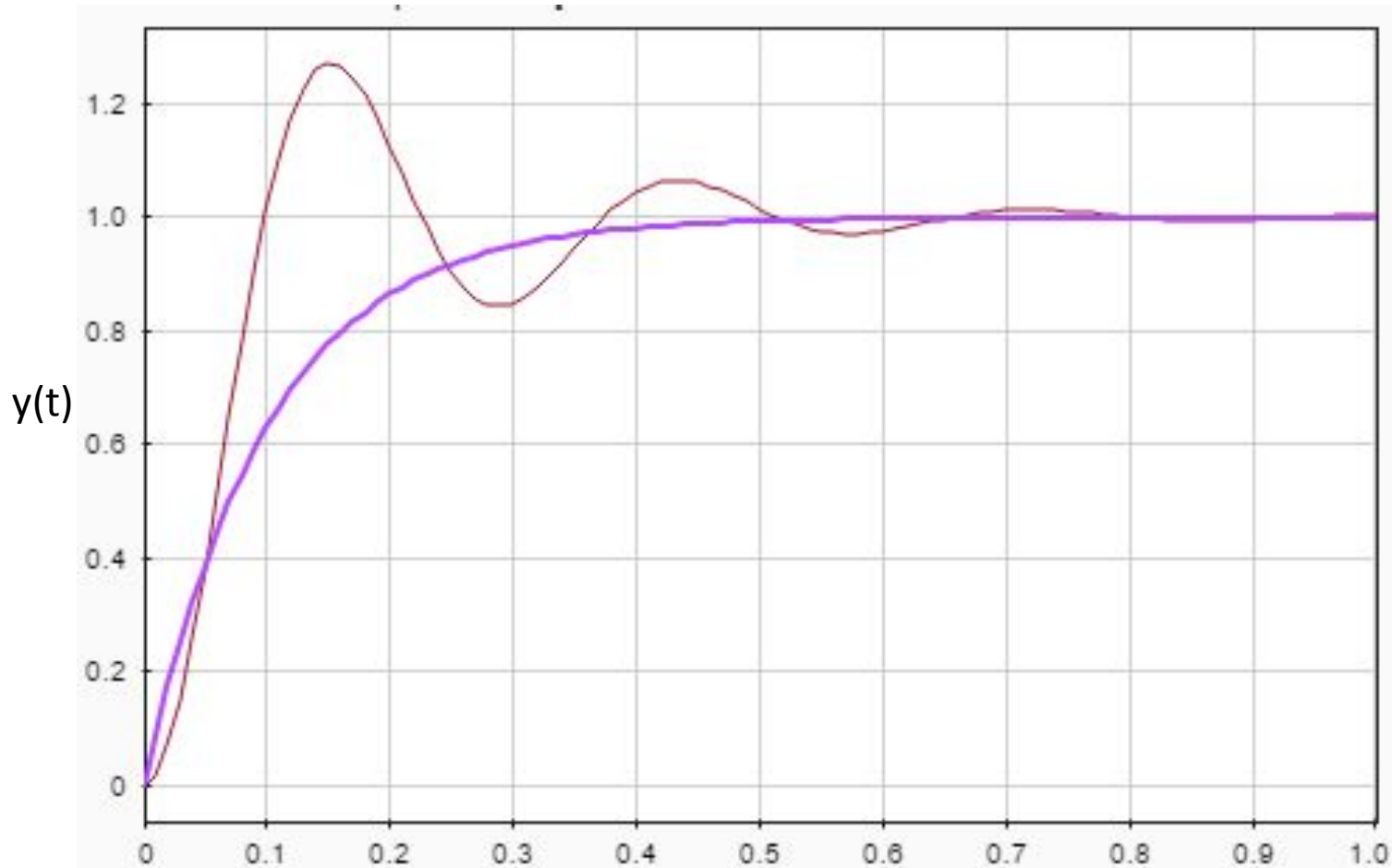
Управление как прозрачность (тождественность)



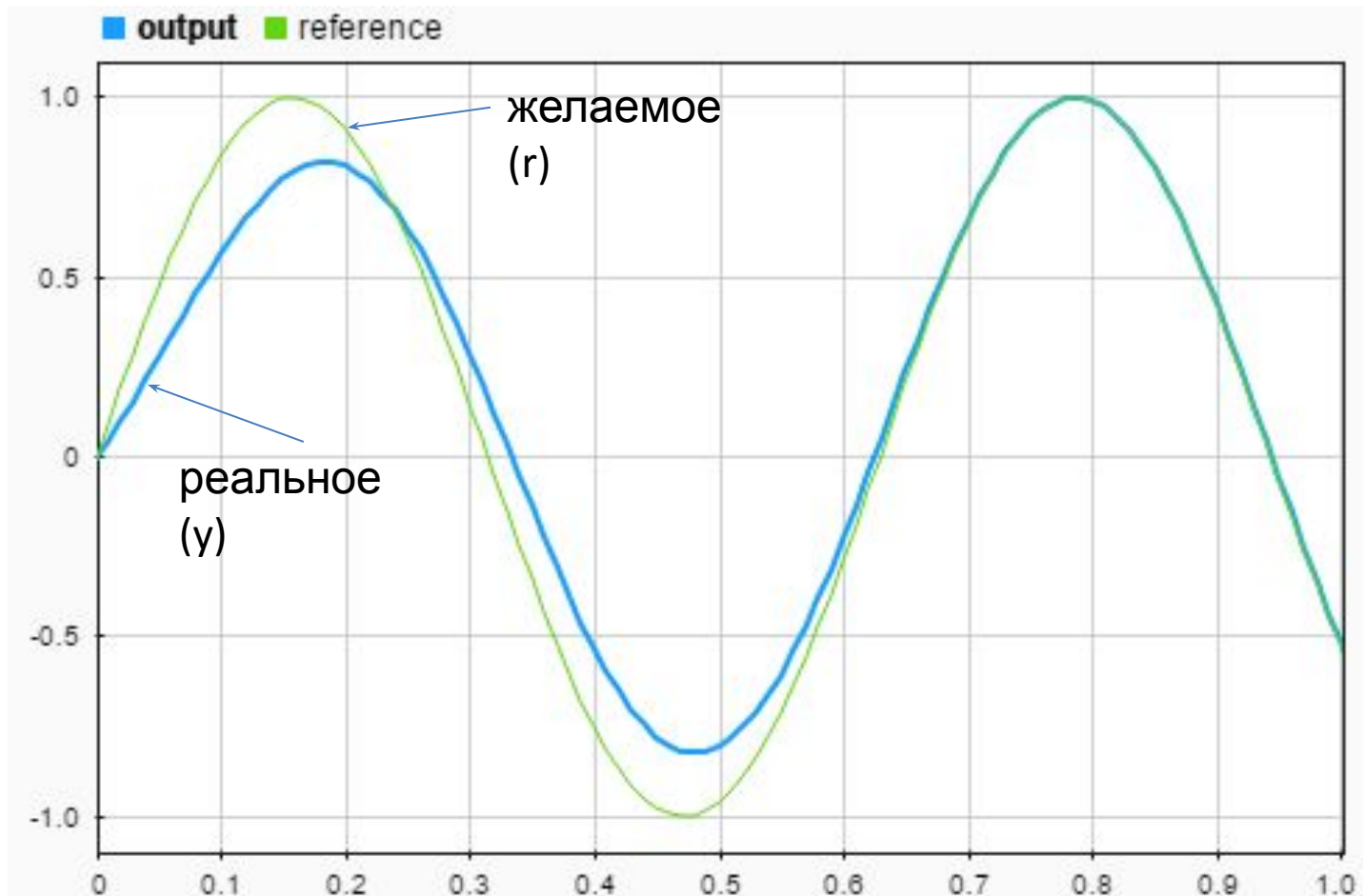
Задачи управления: обнуление выхода (стабилизация)



Задачи управления: установка выхода (регулирование)



Задачи управления: следование за траекторией

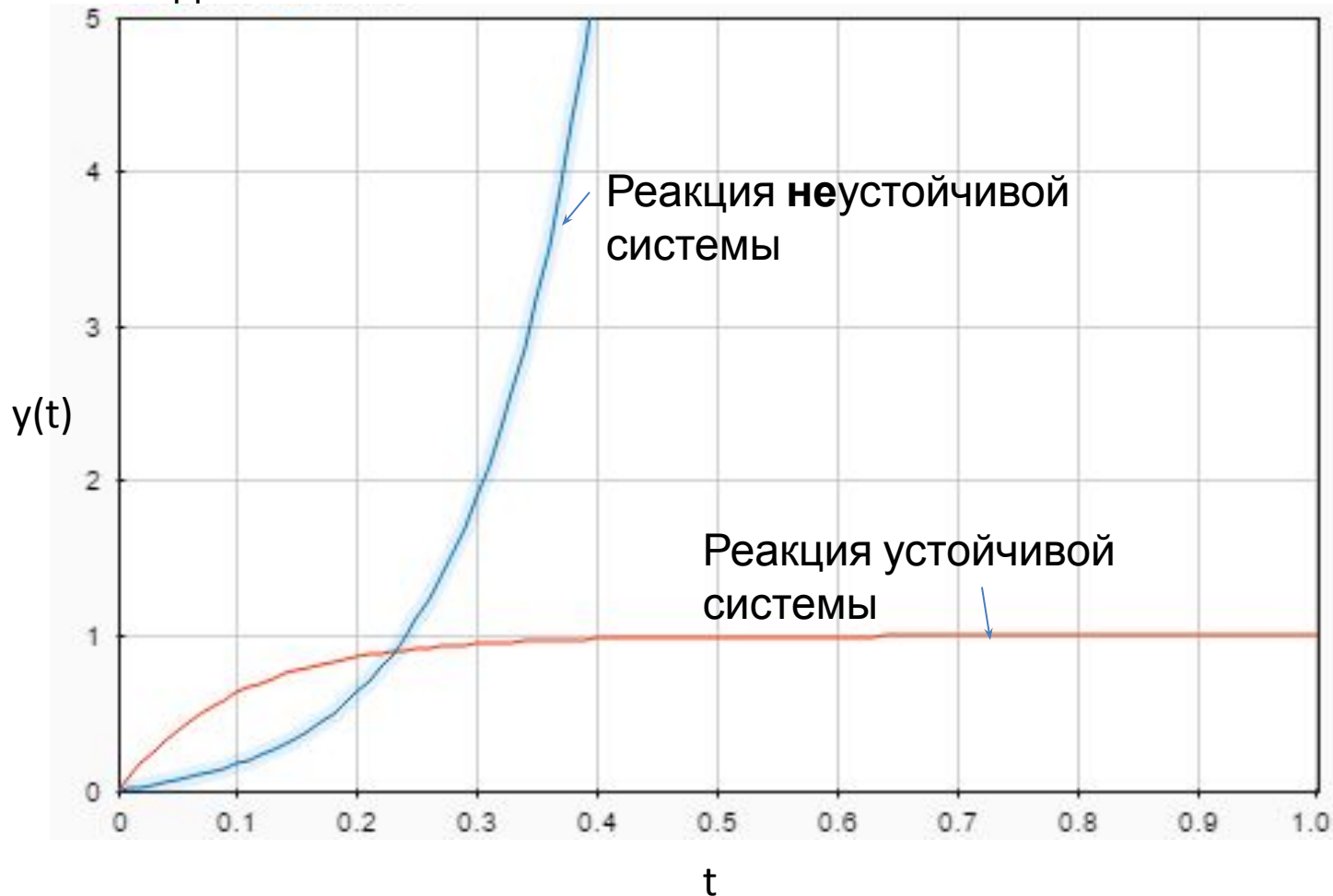


Матрёшка задач управления



Поведение: устойчивое и не устойчивое

Реакция двух систем на постоянное входное воздействие



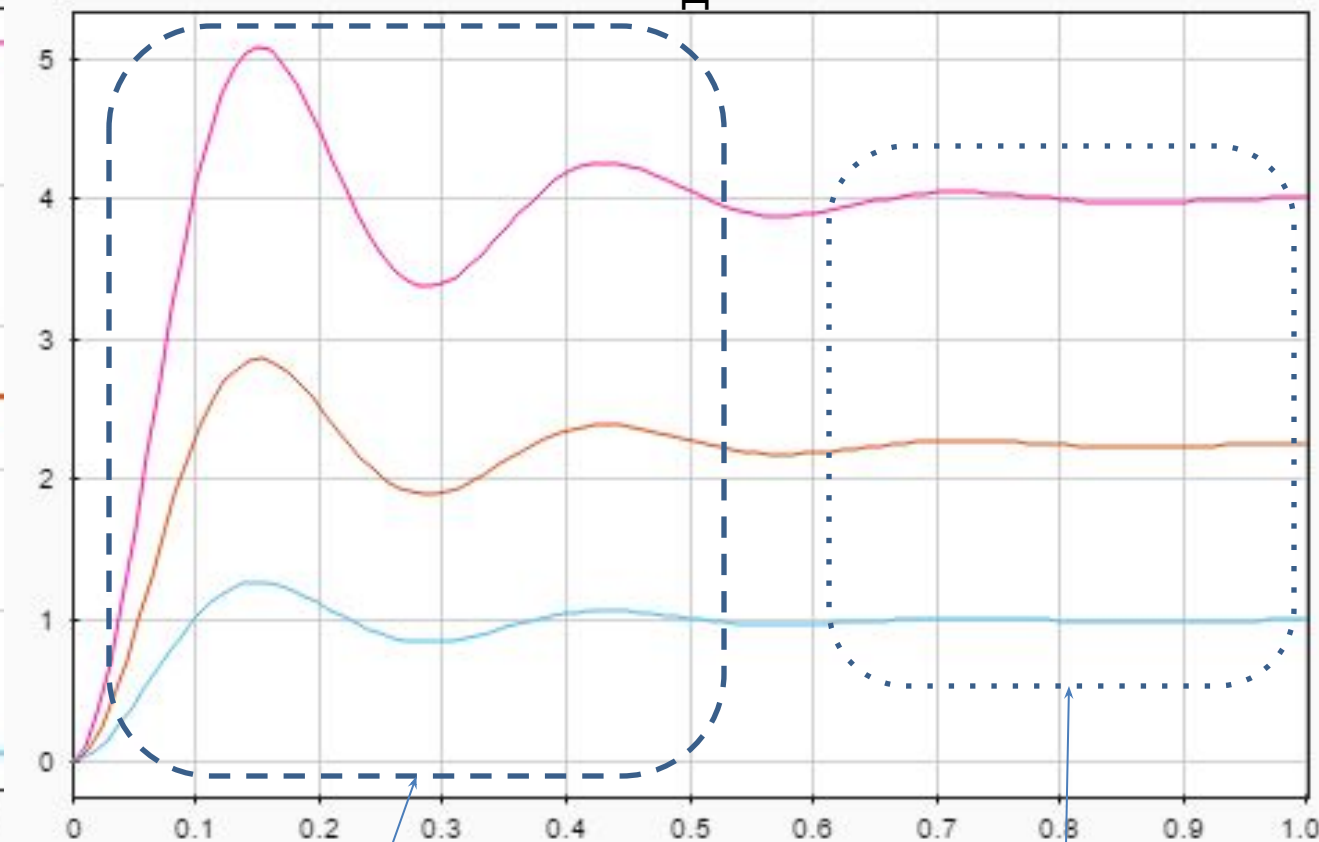
Отклик: динамический и статический

Вход (постоянный сигнал)



Выход

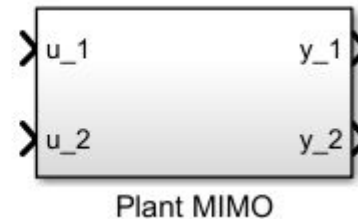
measured output measured output measured output



Переходной процесс

Установившийся режим

Количество входов: одномерные и многомерные системы



- SISO – single input single output – одномерная система
- MIMO – multiple input multiple output – многомерная (многоканальная система)
- Квадратная система (square system): количество входов = количество выходов (= количество переменных состояний)

Линейные и нелинейные системы

Формализм

:

Линейная
система

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

$$y = C \cdot x + D \cdot u$$

матриц

B

вектор

^a Преобразование
Лапласа,
матричный анализ

вектор постоянных
значений

$$y_{ss} = [-CA^{-1}B + D] u$$

Установившийся
режим:

Отклик
системы:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + CA^{-1}[e^{At} - I]Bu(t) + Du(t)$$

Нелинейная
система

$$\dot{x} = f(x, u)$$

$$y = h(x, u)$$

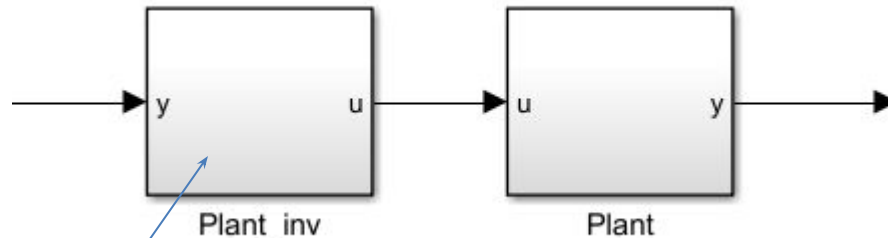
векторные
поля

Дифференциальная
геометрия, топология,
теория особенностей,
имитационное
моделирование

$$y_{ss} = \phi(u, x_0)$$

все что угодно
=)

Разомкнутое управление



Прямая инверсия
объекта управления

Разомкнутое управление (open loop control).

Проблемы:

- Моделирование: мы никогда не знаем систему P на 100%
- Неопределенность: система P может меняться (как со временем, так и в процессе работы)
- Возмущения: на каждый сигнал может действовать шум или другие неучтенные воздействия
- Инвертируемость: сложно получить инверсию P^{-1} в явном виде

Разомкнутое управление в центральном отоплении =)

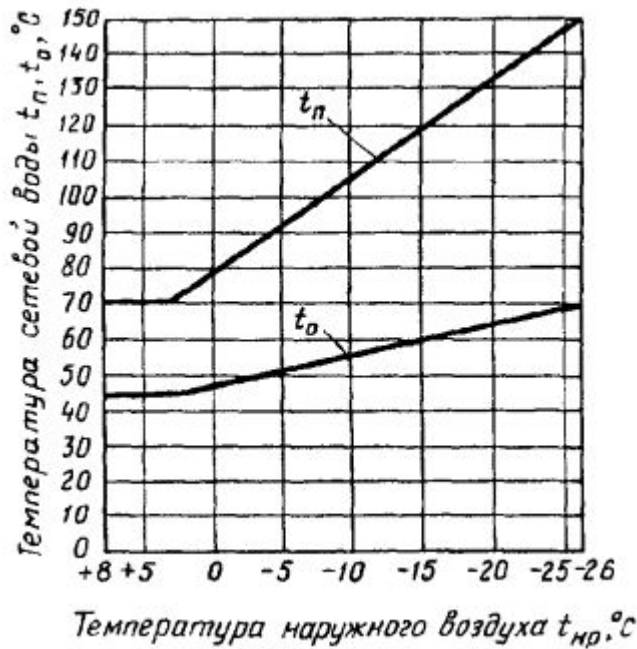
«Согласовано»:
Глава Надвоицкого городского поселения



«Утверждаю»:
Генеральный директор
ООО «КАРЕЛЭНЕРГОРЕСУРС»

«*Д.С. Матвиен*»
2014 г.

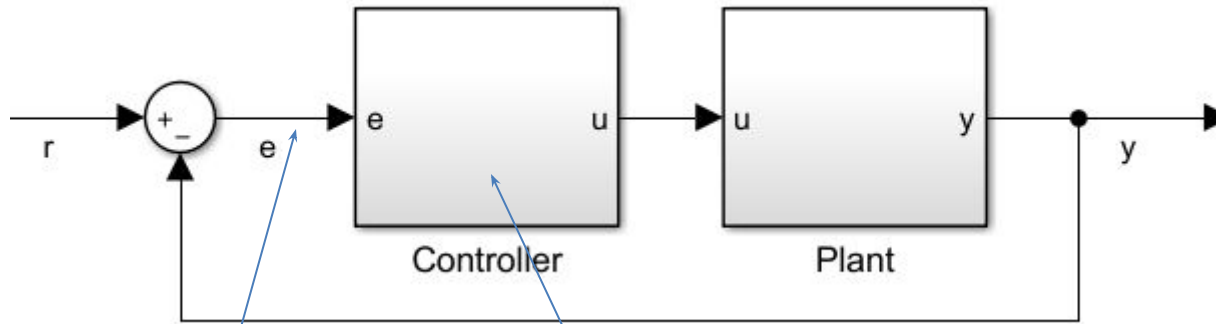
Температурный график
сетевой воды в подающем и обратном трубопроводе
п. Надвоицы



Тн.в. $^\circ\text{C}$	T 1 $^\circ\text{C}$	T 2 $^\circ\text{C}$
8	60	46,2
7	60	45,7
6	60	45,3
5	60	44,8
4	60	44,4
3	60	43,9
2	60	43,5
1	60	43,7
0	60	44,7
-1	60	45,6
-2	60	46,5
-3	60	47,4
-4	60,1	48,3
-5	61,5	49,2
-6	62,8	50,1
-7	64,2	51,0
-8	65,5	51,8
-9	66,9	52,7
-10	68,2	53,5
-11	69,6	54,4
-12	70,9	55,2
-13	72,2	56,0
-14	73,5	56,9
-15	74,8	57,7
-16	76,1	58,5
-17	77,4	59,3
-18	78,7	60,1
-19	80	60,9
-20	81,3	61,7
-21	82,5	62,4
-22	83,8	63,2
-23	85,1	64,0
-24	86,3	64,8
-25	87,6	65,5
-26	88,8	66,3
-27	90,1	67,0
-28	91,3	67,8
-29	92,5	68,5
-30	93,8	69,3
-31	95,0	70,

Тн.в. $^\circ\text{C}$ -температура наружного воздуха.
T 1 $^\circ\text{C}$ - температура теплоносителя в подающем трубопроводе $^\circ\text{C}$.
T 2 $^\circ\text{C}$ - температура теплоносителя в обратном трубопроводе $^\circ\text{C}$.

Замкнутое управление



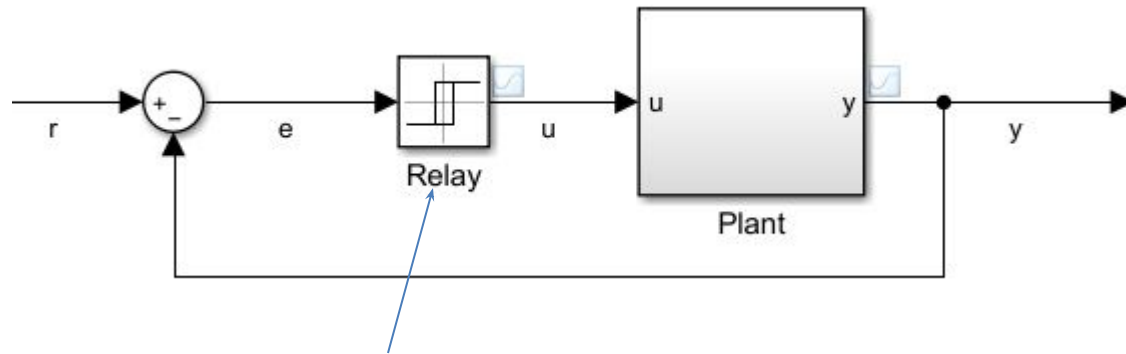
Регулятор делает все от него возможное, чтобы установить этот сигнал в 0

Это уже не обязательно *инверсия* объекта управления

Преимущества:

- Моделирование: не обязательно знать точную модель объекта управления
- Неопределенность: ок если система P может меняться
- Возмущения: ок если на каждый сигнал может действовать шумы или другие неучтенные воздействия
- Инвертируемость: не требуется, регулятор может быть проще объекта управления

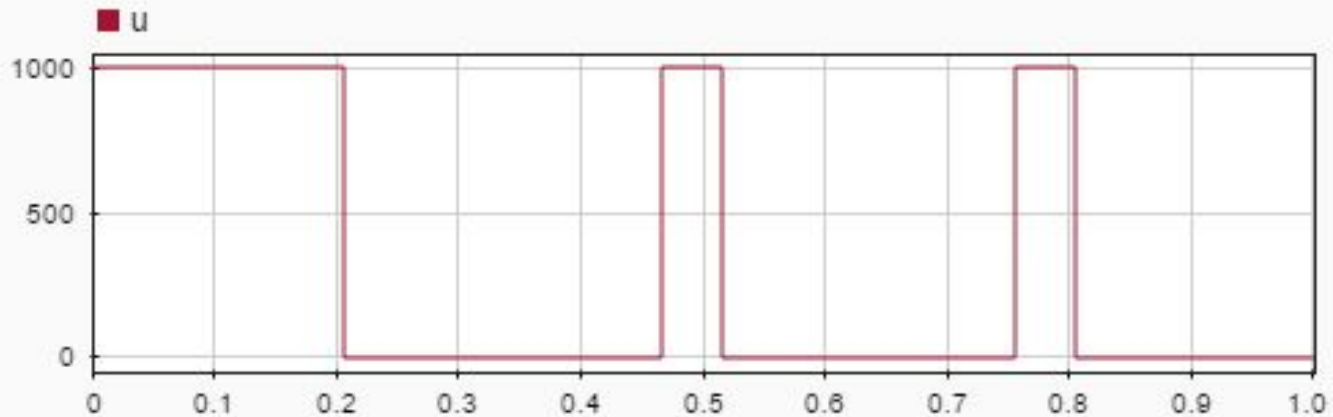
Релейный регулятор



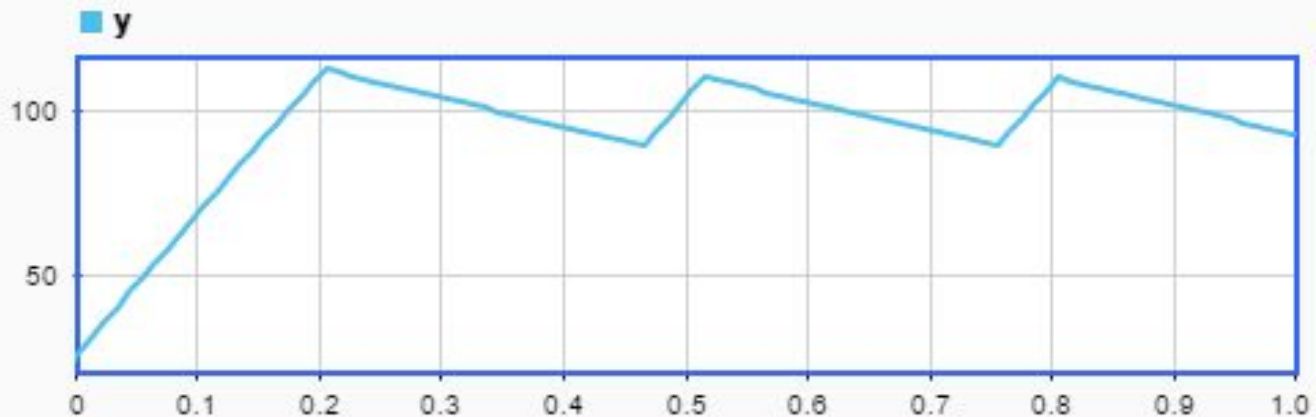
Если сигнал ошибки $>$ предел, то
включить
Если сигнал ошибки $<$ $-$ предел, то
выключить

Релейный регулятор – в действии

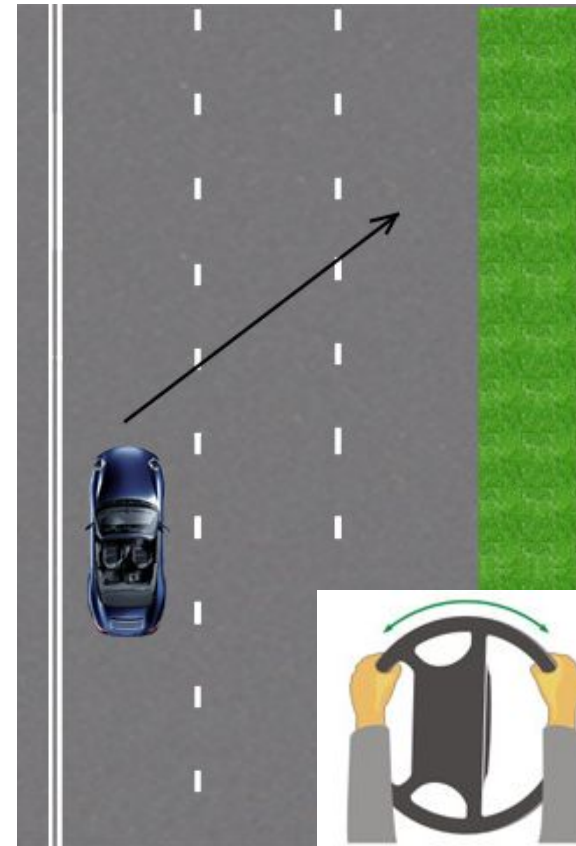
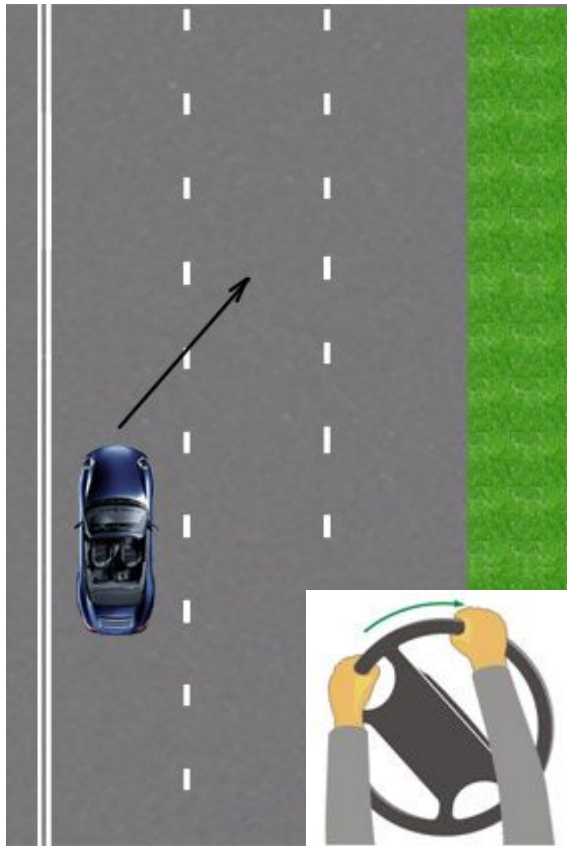
Мощность
нагрева



Температу
ра



Непрерывный регулятор – соображения

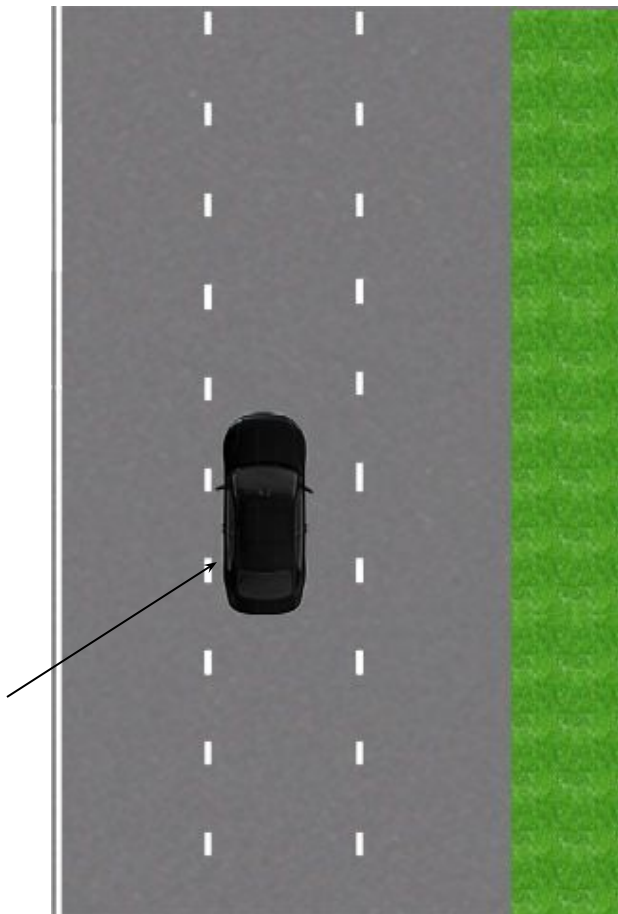


Чем дальше я от цели (чем больше сигнал ошибки) – тем сильнее я должен управлять

$$u \sim e$$

$$u = K_p \cdot e$$

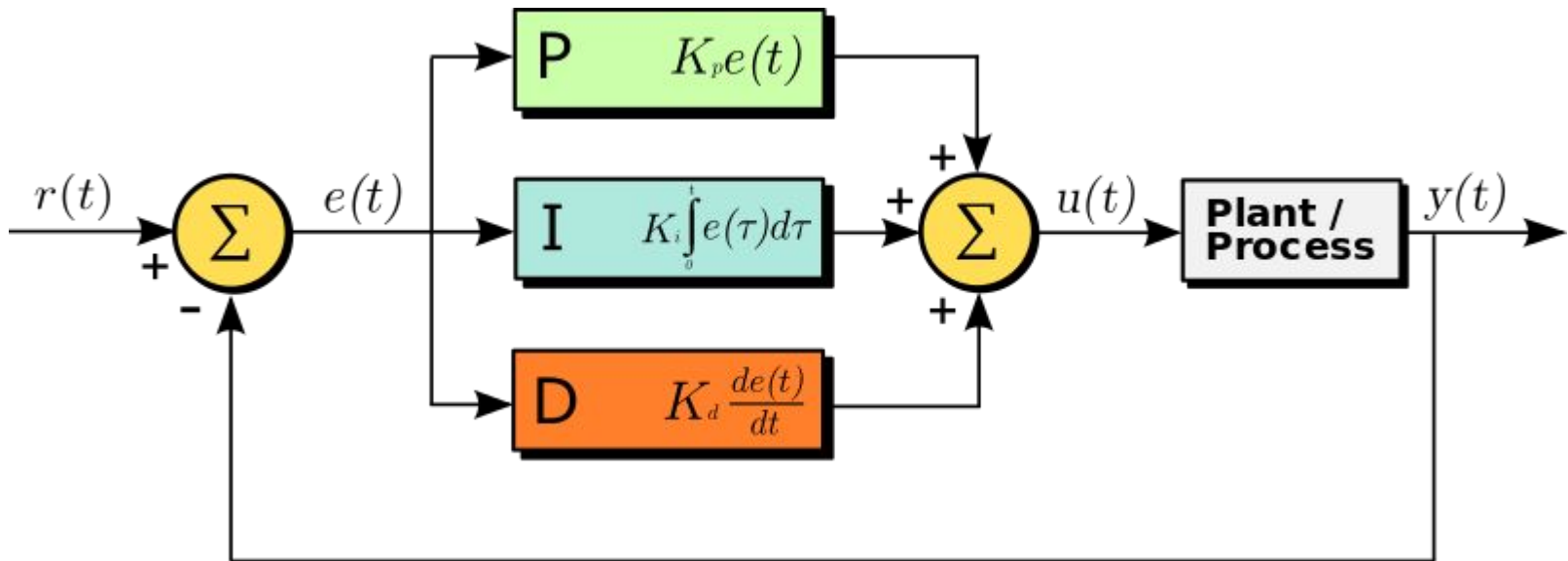
Непрерывный регулятор – еще соображения



Долгое время еду не по
центру
– надо подрулить =)

$$u(t) \sim \int_0^t e(t)$$
$$u(t) = K_i \cdot \int_0^t e(t)$$

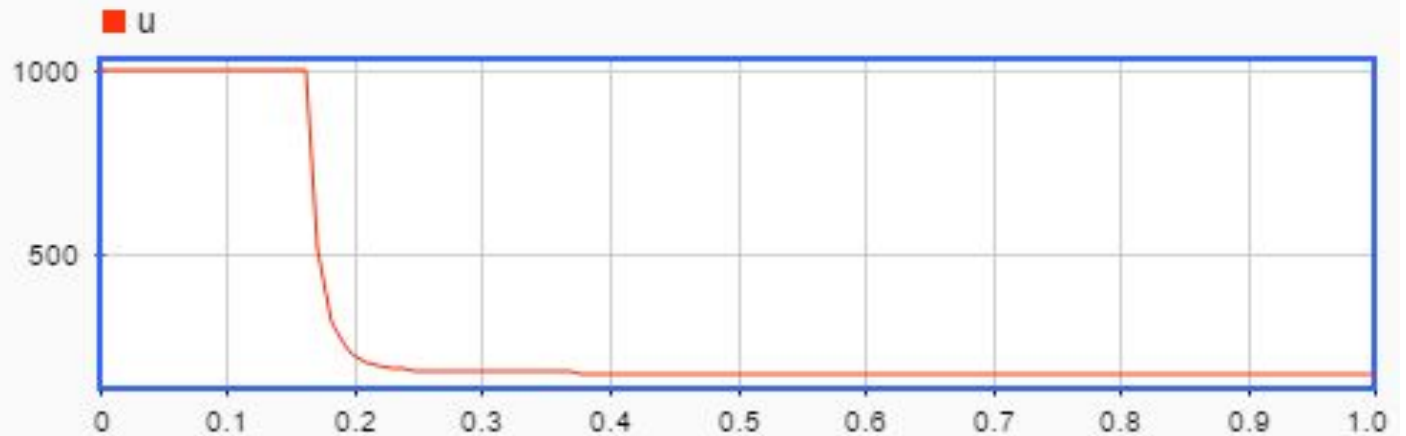
ПИД-регулятор



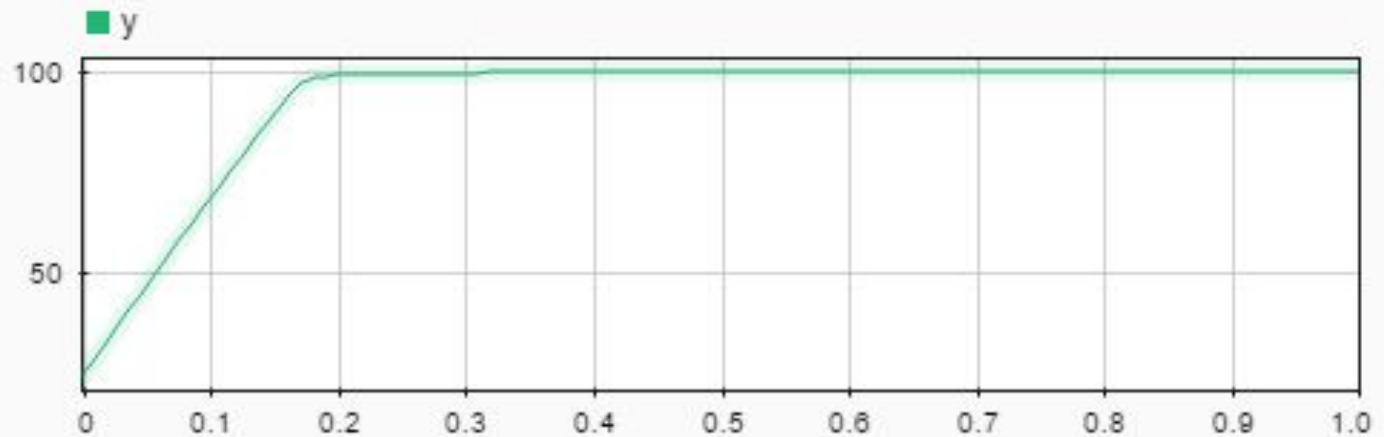
Пропорционально-Интегрально-Дифференциальный регулятор (PID)

ПИД регулятор – в действии

Мощность
нагрева



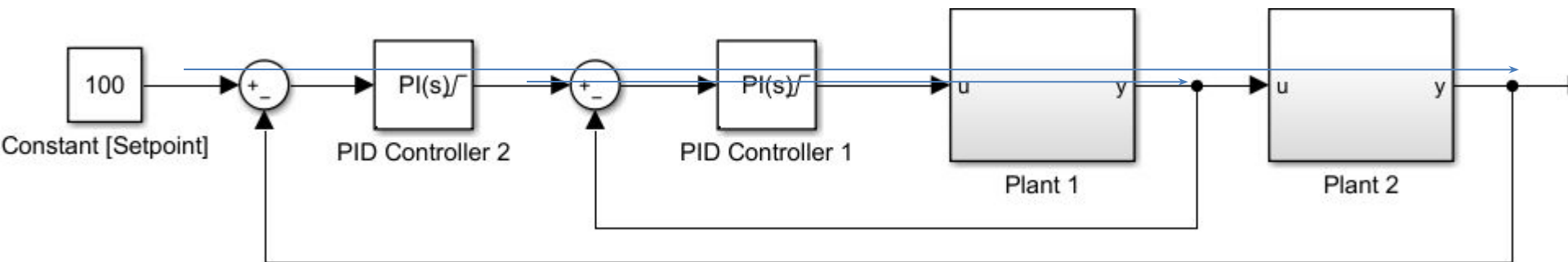
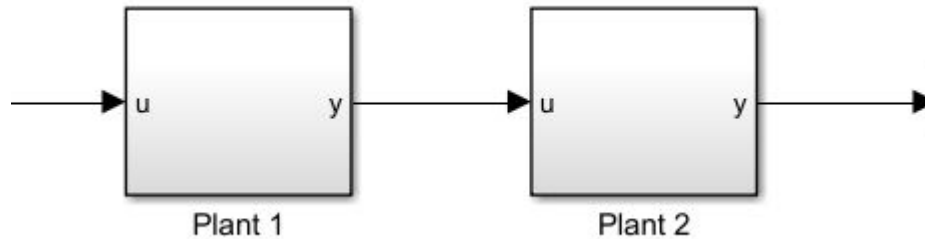
Температу
ра



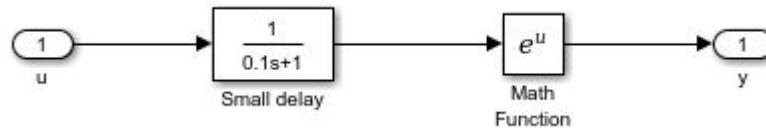
Алгоритм применения и настройки ПИД-регулятора

1. Убедиться, что объект управления имеет прямую характеристику: увеличение входа ведет к увеличению выхода (иначе – поставить инвертор на вход)
2. Установить все коэффициенты в 0, кроме K_p
3. Подавая на вход r желаемое постоянное значение и перезапуская систему, увеличивать K_p от очень малых значений (близких к 0) до момента когда либо будет достигнута желаемая точность регулирования, либо когда начнутся колебания на выходе
4. Если наблюдаются колебания, а точность регулирования не достигнута – то добавить интегрального компонента K_i
5. Если после включения интегрального компонента ($K_i > 0$) наблюдается перерегулирование – добавить немного K_d

Вложенные обратные связи



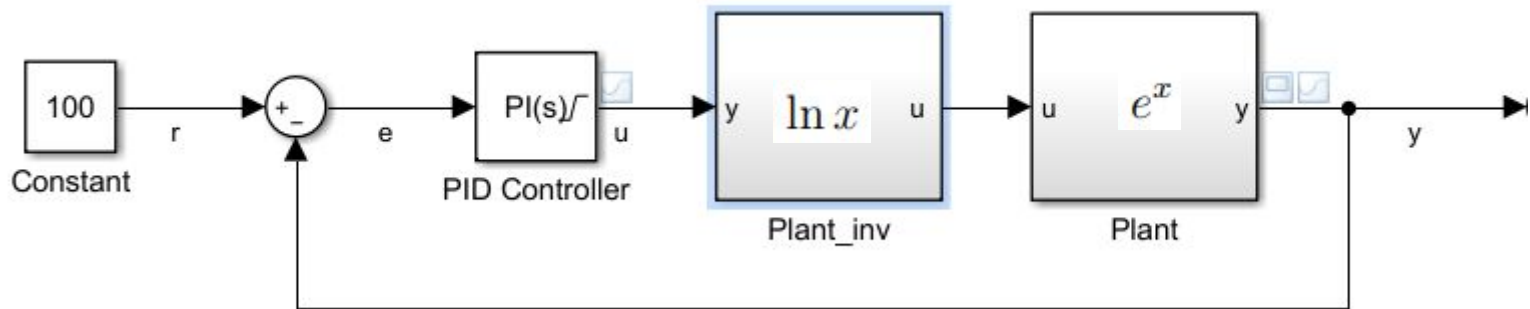
Что делать с нелинейностями?



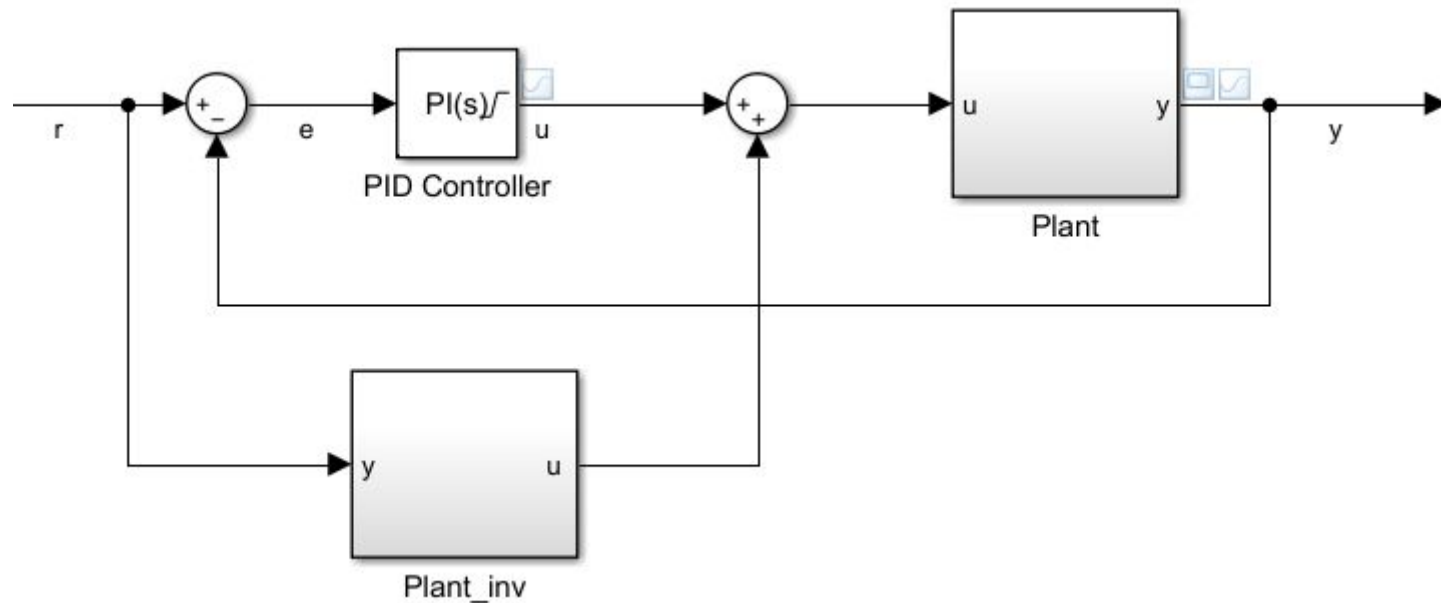
Проблема: ПИД-регулятор идеально работает только с линейными системами.

1. Ничего не делать (линеаризация в рабочей точке, нелинейность = неопределенность)
2. Последовательная компенсация
3. Параллельная компенсация

Последовательная компенсация нелинейностей

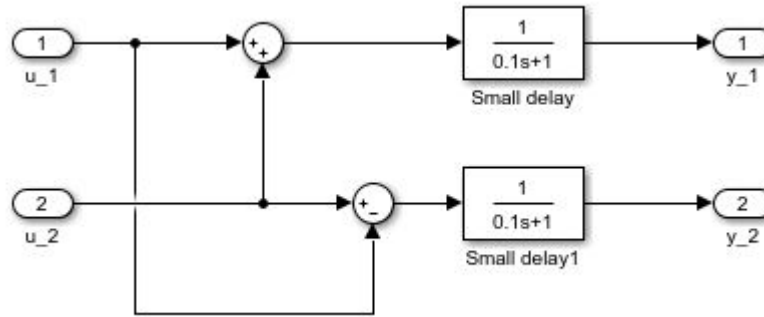


Параллельная компенсация нелинейностей



(одновременно: инверсия + обратная
связь)

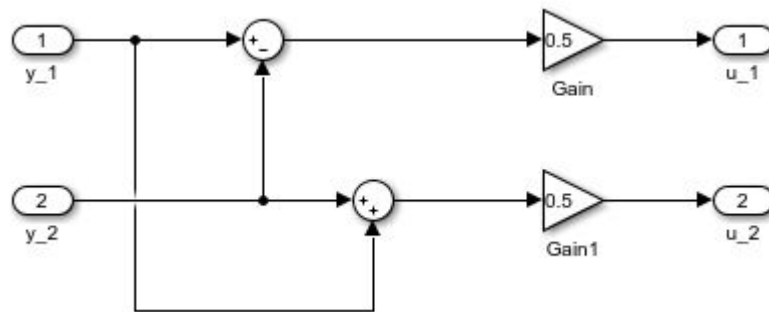
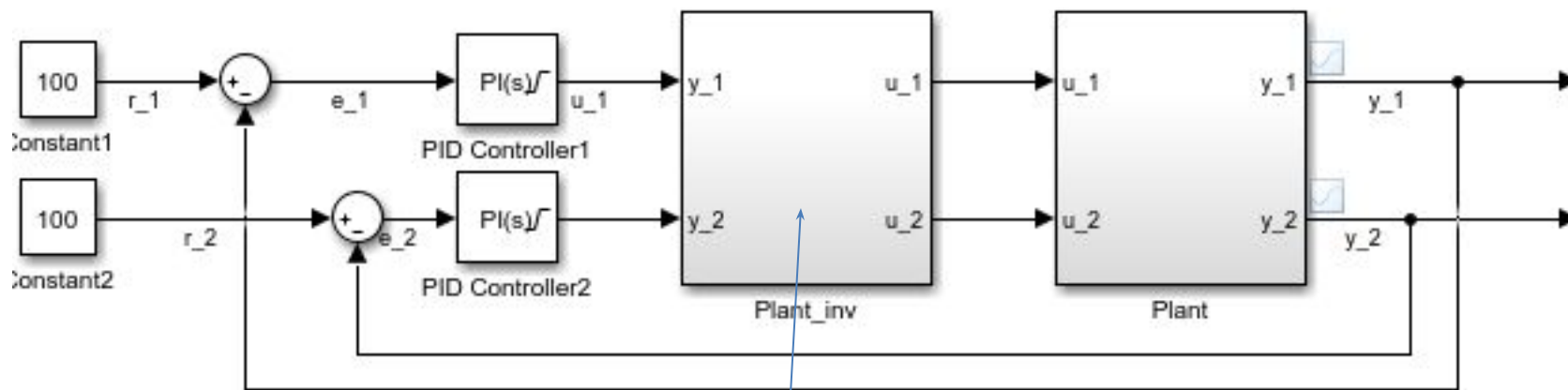
Что делать с многомерностью



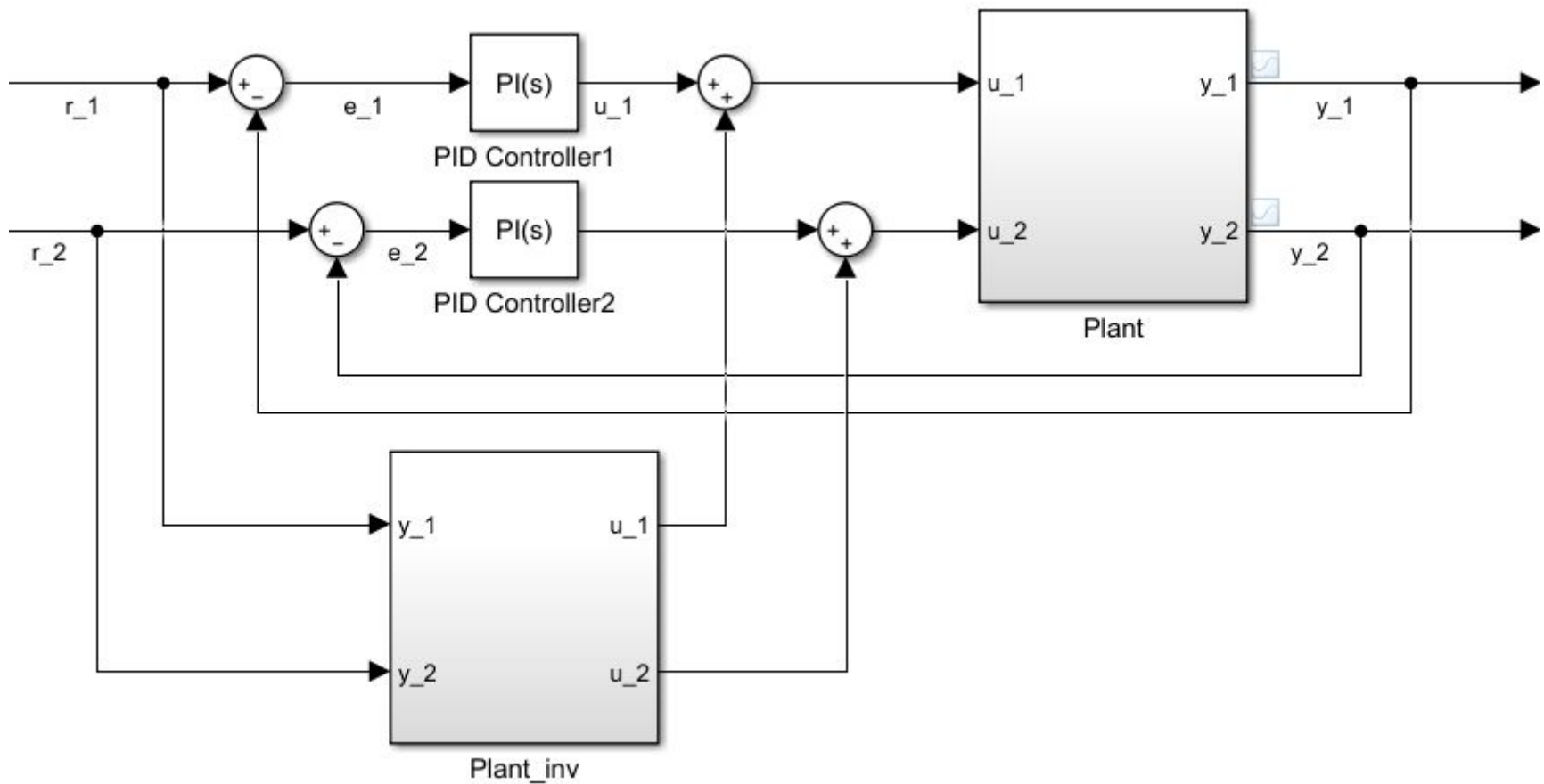
Проблема: возможна сильная взаимозависимость каналов системы, изменяя одну входную переменную – мы изменяем оба входа сразу

1. Ничего не делать (надеяться, что взаимозависимость слабая)
2. Последовательное развязывание входов
3. Параллельное развязывание входов
4. Почитать книжку =)

Последовательное развязывание ВХОДОВ



Параллельное развязывание ВХОДОВ



Методы из умных книг =)

Линейная
система

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u$$

Метод *размещения полюсов (pole placement)*: можно вычислить матрицу K такую, что система с обратной связью стабилизируется

$$u = -K \cdot x \quad x \rightarrow 0$$

1. Система должна быть управляемой.
2. Если значения вектора x не доступны – можно сделать наблюдатель по y (+ система должна быть наблюдаемой).

Нелинейная аффинная
система

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u$$

$$y = h(x)$$

Метод *линеаризации по обратной связи (feedback linearization)* :

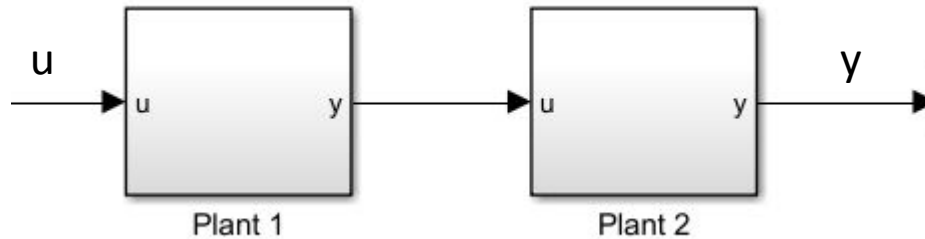
$$\dot{y} = \frac{\partial h}{\partial x} \cdot \dot{x} = \frac{\partial h}{\partial x} (f(x) + g(x) \cdot u)$$

$$\dot{y} = A(x) + B(x) \cdot u$$

$$u = (B(x))^{-1}(v - A(x))$$

$$\dot{y} = v$$

Алгебра систем: КОМПОЗИЦИЯ

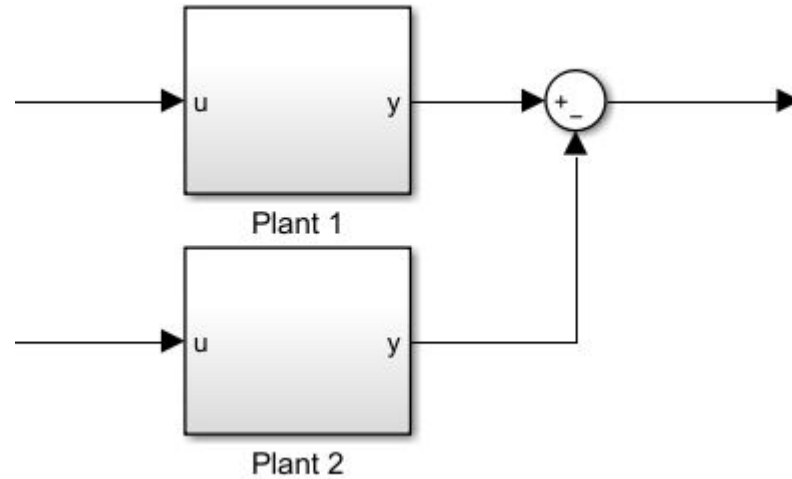


$$y = P_2(P_1(u))$$

$$P = P_2 \circ P_1$$

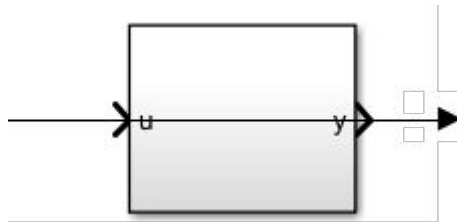
$$P_2 \circ P_1 \neq P_1 \circ P_2 \quad (\text{НО В ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ МОЖНО} \\ =)$$

Алгебра систем: сложение



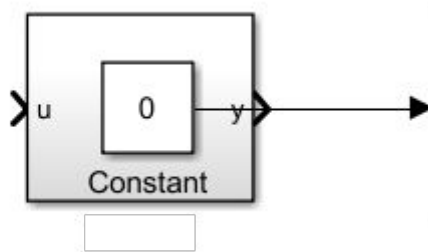
$$P = P_1 + (-P_2) = P_1 - P_2$$

Алгебра систем: нейтральные элементы



$$P = 1$$

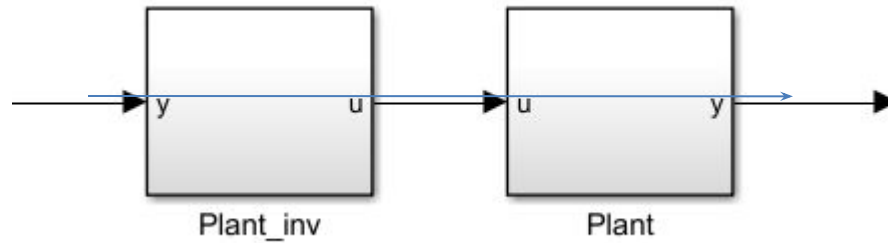
Нейтральный элемент относительно "умножения" (композиции) – прозрачная система



$$P = 0$$

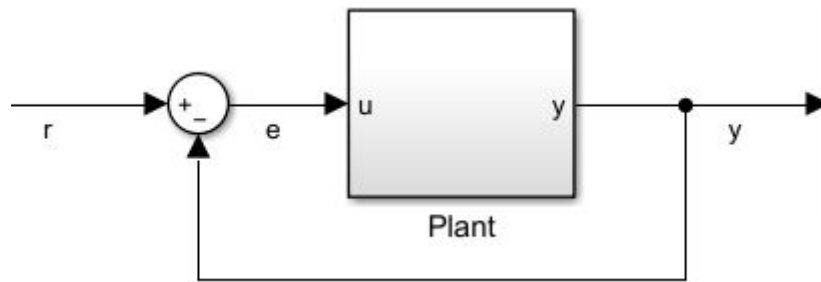
Нейтральный элемент относительно сложения сигналов – нулевая константа

Алгебра систем: инверсия



$$P \circ P^{-1} = 1$$

Алгебра систем: обратная СВЯЗЬ



$$y = P^\dagger(r)$$

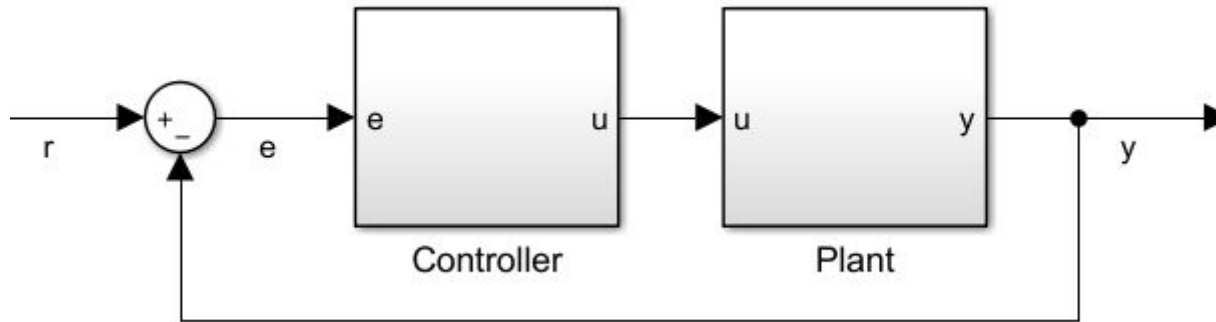
$$y = P \circ (r - y)$$

$$P^{-1} \circ y = r - y$$

$$P^{-1} \circ P^\dagger \circ r = r - P^\dagger \circ r \quad (r = 1)$$

$$P^{-1} \circ P^\dagger = 1 - P^\dagger$$

Одномерный регулятор



$$(P \circ C)^{-1} \circ (P \circ C)^{\dagger} = 1 - (P \circ C)^{\dagger}$$

Одномерный регулятор должен обеспечить нулевой сигнал ошибки, т.е.

$$(P \circ C)^{-1} = 0$$

Что дает цель управления:

$$(P \circ C)^{\dagger} = 1$$

Почитать перед сном =)

- Олсон Г. Пиани Дж. Цифровые системы автоматизации и управления. СПб.: Невский Диалект, 2001. 557 с
- Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб: Питер, 2005. 336 с.
- Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Нелинейные и оптимальные системы. СПб: Питер, 2006. 271 с.
- Борисевич А.В. Теория автоматического управления: элементарное введение с применением MATLAB. СПб.: Издательство СПбГПУ, 2011. 199 с.

Если есть вопросы

- alex.borysevych@gmail.com
- Alex Borisevich (LinkedIn, Facebook)