

## **Лекция 2**

**I.**

# **Электрические цепи**

# **Электрические цепи постоянного тока (продолжение)**

# Содержани



## 1. Методы расчета и анализ электрических цепей

- Метод непосредственного применения законов Кирхгофа.
- Метод контурных токов.
- Метод эквивалентных преобразований
- Метод двух узлов

## 2. Особенности нелинейных электрических цепей постоянного тока

- Основные понятия
- Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик.
- Метод пересечения характеристик

# 1. Методы расчета и анализ электрических цепей

## *Задачи расчета и анализа электрических цепей:*

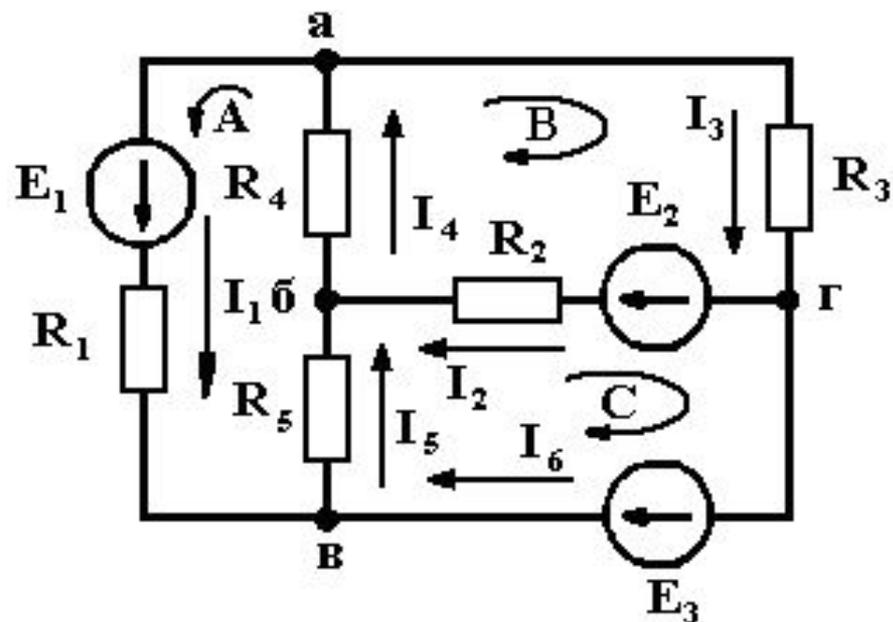
- Определение токов, напряжений, мощностей различных элементов цепи при заданных параметрах этих элементов.
- Определение параметров элементов, обеспечивающих получение требуемых токов, мощностей, напряжений.
- Определение характера изменения значений различных величин или соотношений между ними при изменении параметров цепи.



## Задача расчета и анализа электрической цепи:

Задана схема замещения цепи и значения всех сопротивлений приемников и ЭДС источников:

$E_1, E_2, E_3,$   
 $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5.$



Требуется определить токи в каждой ветви, мощности каждого элемента цепи, составить баланс мощности.



# Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

Порядок расчета:

1. Произвольно выбрать условно-положительные направления (УПН) токов в ветвях.
2. Составить систему независимых уравнений с неизвестными токами. Число уравнений должно быть равно числу неизвестных токов ветвей. По I закону Кирхгофа составляют  $(n - 1)$  уравнение для узлов, где  $n$  – полное число узлов в цепи. По второму закону Кирхгофа составляют  $(v - n + 1)$  уравнений, где  $v$  – число ветвей в цепи.
3. Решая полученную систему уравнений, определить токи ветвей.



## Метод непосредственного применения законов Кирхгофа (продолжение)

Для заданной схемы уравнения по I закону Кирхгофа:

Для узла а: 
$$-I_1 - I_3 + I_4 = 0$$

Для узла б: 
$$I_2 - I_4 + I_5 = 0$$

Для узла в: 
$$I_1 - I_5 + I_6 = 0$$

Недостающие уравнения составляют по II закону Кирхгофа для контуров.

Для контура А: 
$$E_1 = I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_5 R_5$$

Для контура В: 
$$E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4$$

Для контура С: 
$$-E_2 + E_3 = -I_2 R_2 + I_5 R_5$$

Решая систему уравнений, определяем значения токов в ветвях.



## Энергетический баланс (Баланс мощности)

Для проверки правильности решения системы уравнений можно воспользоваться составлением баланса мощностей всей цепи

$$\sum_i E_i I_i = \sum_i I_i^2 R_i$$

т.е. суммарная мощность, потребляемая всеми резисторами, должна равняться суммарной мощности, генерируемой всеми источниками.

При определении мощности источника необходимо учитывать соответствие положительных направлений ЭДС  $E$  источника и тока в нем  $I$

$$P = (\pm) EI$$



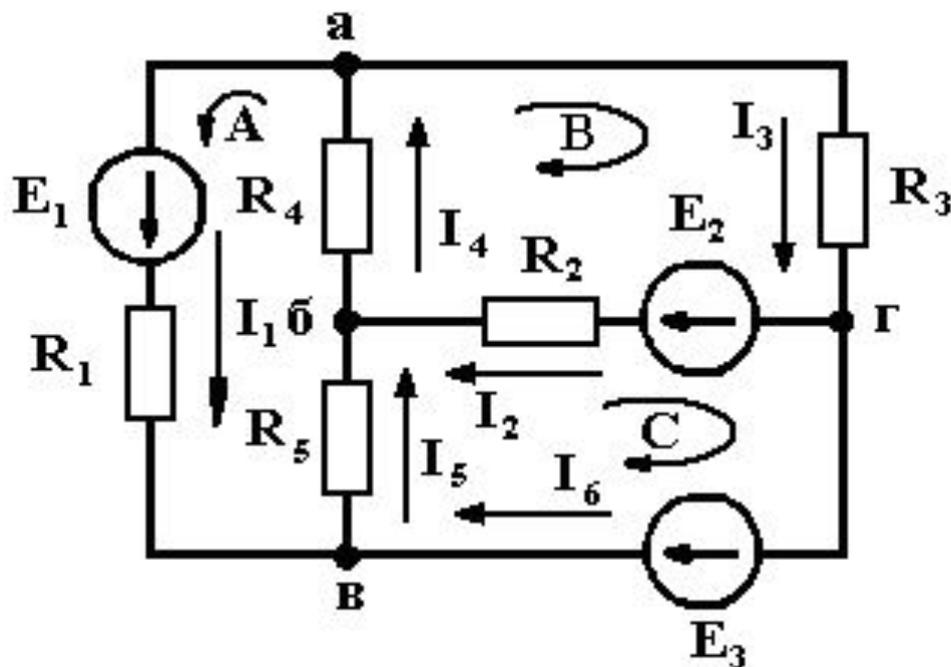
## Энергетический баланс (Баланс мощности)

- Если  $I$  и  $E$  совпадают по направлению, то в формуле следует подставить знак "плюс".
- Если эти направления встречны, то следует подставить "минус".
- В обоих случаях мощность источника может получиться как положительной, так и отрицательной в зависимости от значения тока.
- Если полученное значение мощности источника положительно, это означает, что источник генерирует электрическую энергию.
- Если полученное значение мощности источника отрицательно, это означает, что источник работает в режиме потребления электроэнергии.



## Метод контурных токов.

Этот метод позволяет свести задачу расчета электрической цепи к решению системы уравнений меньшего порядка.  
Рассмотрим метод контурных токов на примере той же цепи.



## Метод контурных токов (продолжение).

Любая сложная цепь состоит из нескольких смежных контуров, каждый из которых имеет несмежные ветви, принадлежащие лишь данному контуру и смежные, входящие в состав соседних контуров.

- Этот метод основан на допущении, что в каждом контуре имеется контурный ток, одинаковый для всех элементов этого контура.
- УПН токов ветвей выбираются в начале расчета произвольно. УПН контурных токов также выбираются произвольно.
- Для несмежных ветвей значения контурных токов и токов ветвей равны по величине, а знаки определяются в зависимости от выбранных направлений контурных токов и токов в ветвях.



## Метод контурных токов (продолжение).

- В смежных ветвях токи определяются алгебраической суммой контурных токов соседних контуров с учетом их положительных направлений

$$I_1 = I_A;$$

$$I_3 = I_B;$$

$$I_6 = I_C;$$

$$I_2 = I_B - I_C;$$

$$I_4 = I_A + I_B;$$

$$I_5 = I_A + I_C;$$



## Метод контурных токов (продолжение).

$$\text{Для контура А: } I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = E_1$$

$$\text{Для контура В: } I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_3 R_3 = E_2$$

$$\text{Для контура С: } -I_2 R_2 + I_5 R_5 = -E_2 + E_3$$

В составленных уравнениях выразим токи ветвей через контурные токи

$$\text{Для контура А: } I_A R_1 + (I_A + I_B) R_4 + (I_A + I_C) R_5 = E_1$$

$$\text{Для контура В: } (I_B - I_C) R_2 + (I_A + I_B) R_4 + I_B R_3 = E_2$$

$$\text{Для контура С: } -(I_B - I_C) R_2 + (I_A + I_C) R_5 = -E_2 + E_3$$

$$\text{Для контура А: } I_A (R_1 + R_4 + R_5) + I_B R_4 + I_C R_5 = E_1$$

$$\text{Для контура В: } I_A R_4 + I_B (R_2 + R_3 + R_4) - I_C R_2 = E_2$$

$$\text{Для контура С: } I_A R_5 - I_B R_2 + I_C (R_2 + R_5) = -E_2 + E_3$$



# Метод контурных токов (продолжение).

*Схема*

- Решая эту систему уравнений можно определить контурные токи.
- Далее поочередно определяются токи ветвей.
- Расчет мощностей и составление баланса мощности проводится аналогично описанному в предыдущем методе.

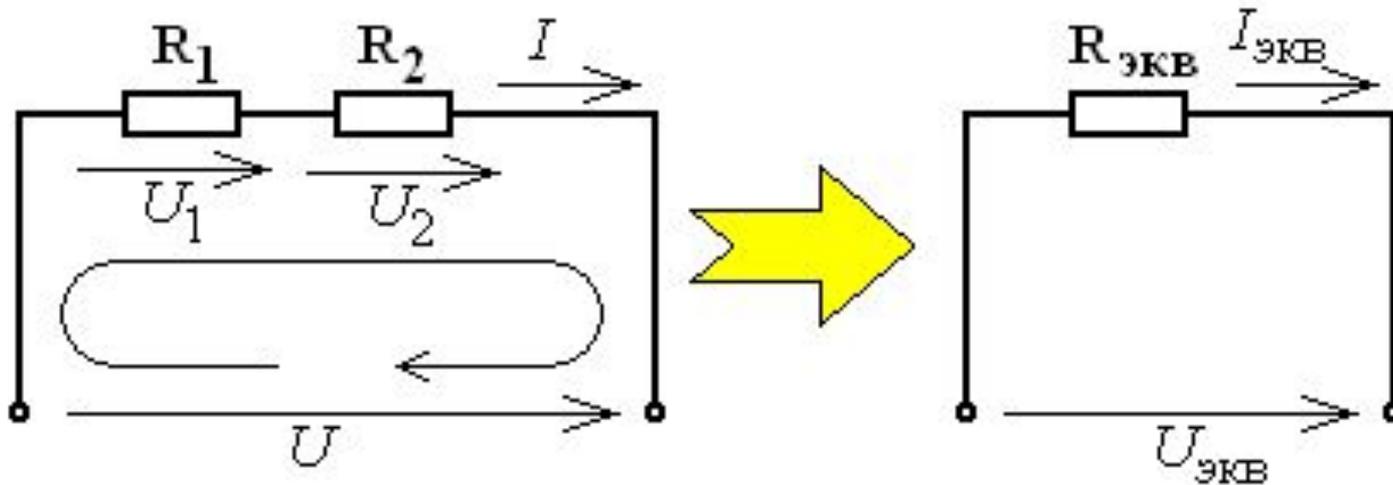


# Метод эквивалентных преобразований

- Некоторые сложные электрические цепи содержат несколько приемников, но только один источник. Такие цепи могут быть рассчитаны методом эквивалентных преобразований.
- В основе этого метода лежит возможность преобразования двух последовательно соединенных или параллельно соединенных резисторов  $R_1$  и  $R_2$  к одному эквивалентному  $R_{\text{ЭКВ}}$
- Условием эквивалентного преобразования должно быть сохранение тока и напряжения рассматриваемого участка:  
$$I = I_{\text{ЭКВ}}, \quad U = U_{\text{ЭКВ}}$$



## Метод эквивалентных преобразований (продолжение)



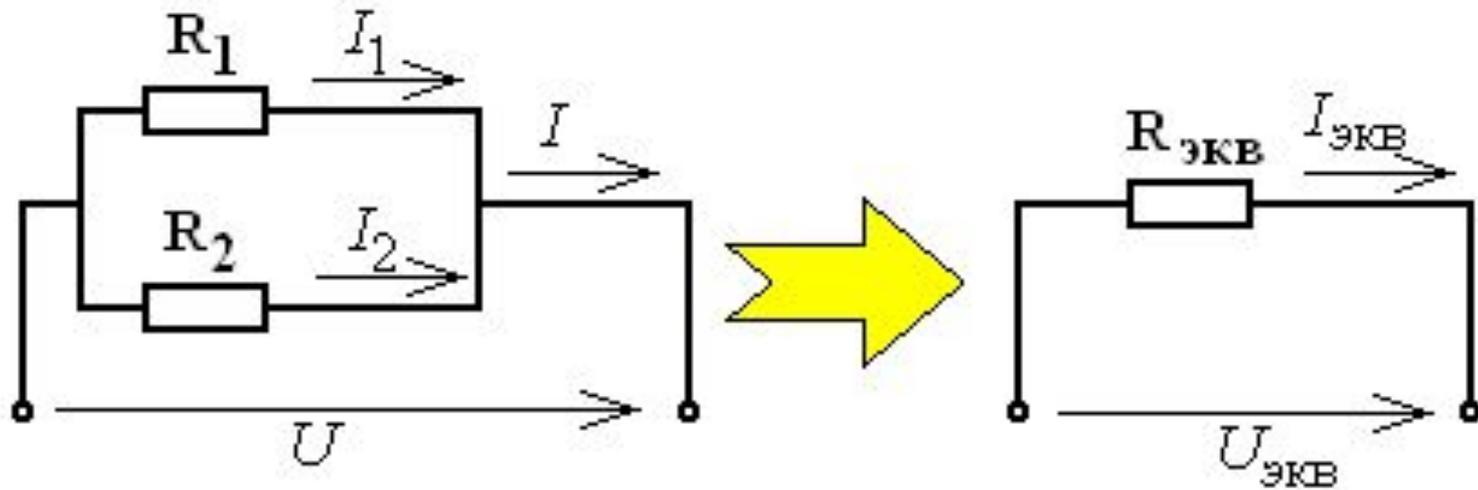
$$U_{\text{экв}} = U_1 + U_2$$

$$I_{\text{экв}} = I_1 = I_2$$

$$R_{\text{экв}} = (R_1 + R_2)$$



## Метод эквивалентных преобразований (продолжение)



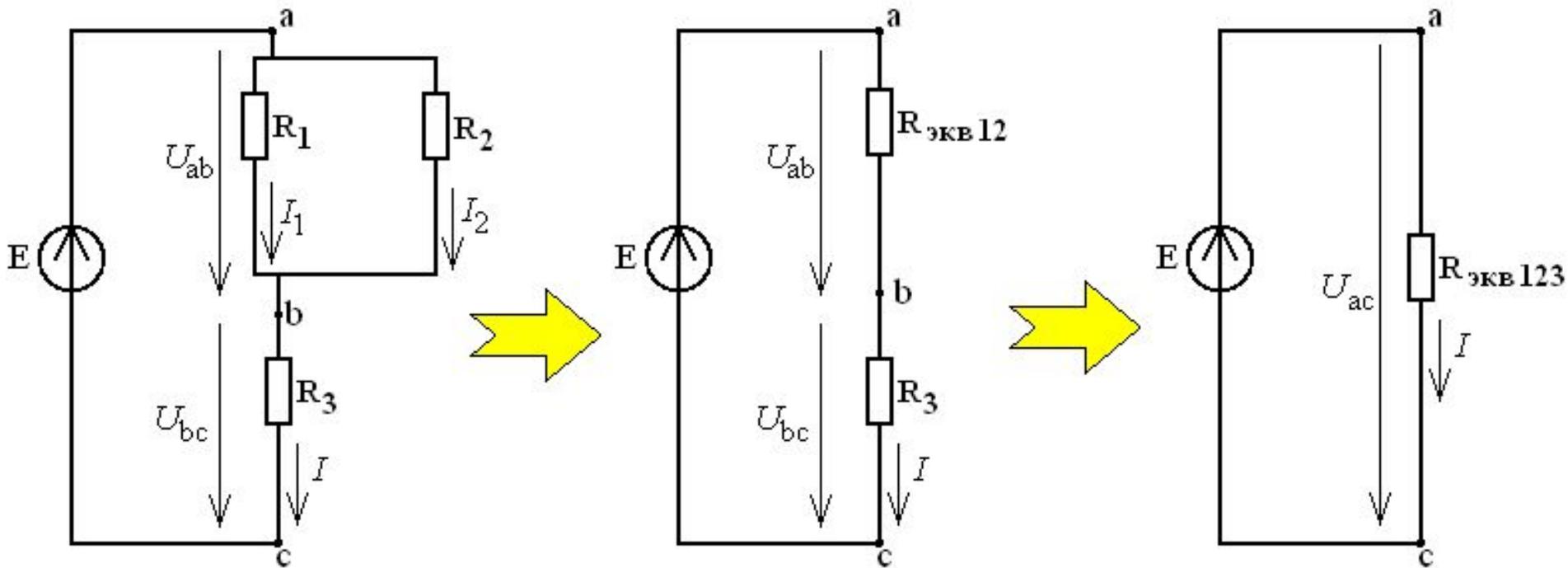
$$U_{\text{ЭКВ}} = U_1 = U_2$$

$$I_{\text{ЭКВ}} = I = I_1 + I_2$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = (R_1 \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$$



# Метод эквивалентных преобразований (продолжение)



$$R_{\text{экв}12} = (R_1 \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$$

$$R_{\text{экв}123} = R_{\text{экв}12} + R_3$$



## Метод эквивалентных преобразований (продолжение)

- Образуется простая эквивалентная цепь, в которой содержится один резистор  $R_{\text{экв}123}$ . Ток в этой цепи соответствует току в неразветвленной части исходной цепи и определяется по закону Ома:

$$I = U_{\text{ас}} / R_{\text{экв}123} = E / R_{\text{экв}123} .$$

- Дальнейший расчет ведется по закону Ома, следуя по этапам эквивалентных преобразований в обратном порядке.

$$\begin{aligned} U_{ab} &= I \cdot R_{\text{экв}12} ; & U_{bc} &= I \cdot R_3 . \\ I_1 &= U_{ab} / R_1 ; & I_2 &= U_{ab} / R_2 . \end{aligned}$$



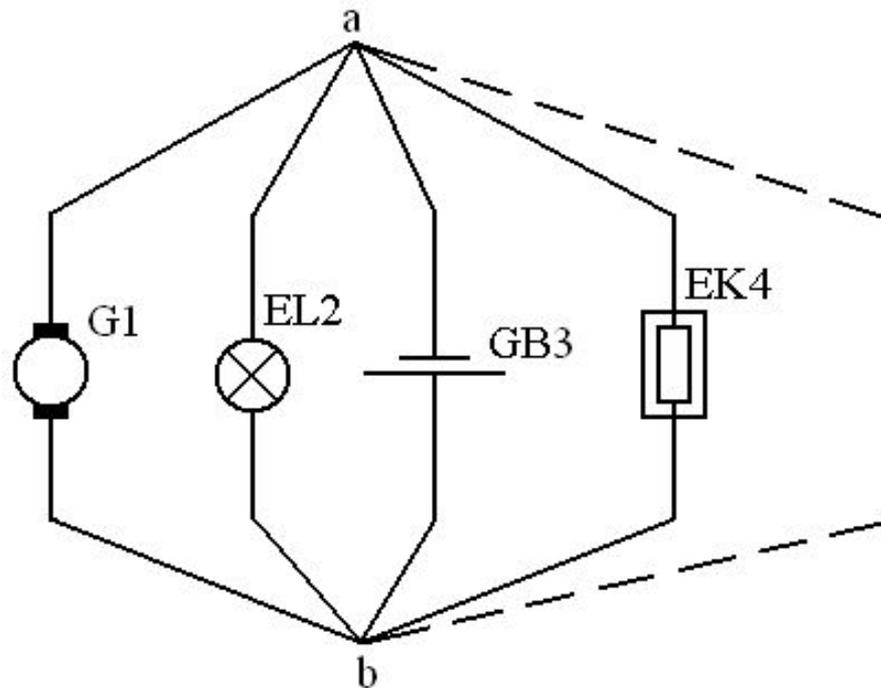
# Метод эквивалентных преобразований (продолжение)

- Метод эквивалентных преобразований позволяет рассчитать сложную электрическую цепь путем последовательных вычислений.
- Однако этот метод применим к цепям, содержащим лишь один источник ЭДС.



## Метод двух узлов

Этот метод применим к цепям, содержащим лишь два узла, к которым соединены несколько ветвей.



## Метод двух узлов (продолжение)

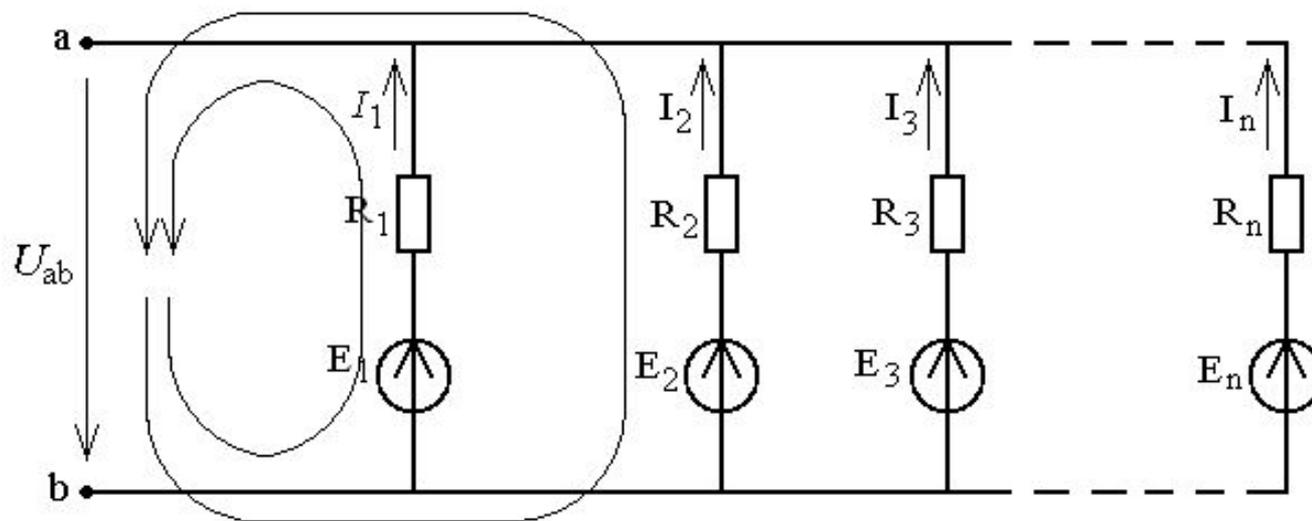


Схема замещения цепи с двумя узлами

- Обозначим напряжение между узлами "a" и "b"  $U_{ab}$  с положительным направлением от узла, "a" к узлу "b".
- Примем условно-положительные направления токов во всех ветвях одинаковое - от узла "b" к узлу "a".



## Метод двух узлов (продолжение)

Рассмотрим контур, содержащий первую ветвь и напряжение  $U_{ab}$ . Для этого контура составим уравнение по II закону Кирхгофа с учетом Закона Ома:

$$R_1 I_1 + U_{ab} = E_1$$

Отсюда ток ветви:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = (E_1 - U_{ab})G_1$$

где  $G_1 = \frac{1}{R_1}$  - проводимость ветви



## Метод двух узлов (продолжение)

Для n-ой ветви: 
$$I_n = \frac{E_n - U_{ab}}{R_n} = (E_n - U_{ab})G_n$$

По I закону Кирхгофа для узла "а":

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \quad \text{или}$$

$$(E_1 - U_{ab})G_1 + (E_2 - U_{ab})G_2 + (E_3 - U_{ab})G_3 + \dots + (E_n - U_{ab})G_n = 0$$

Отсюда можно выразить напряжение между узлами "а" и "b"

$$U_{ab} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2 + E_3 G_3 + \dots + E_n G_n}{G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k G_k}{\sum_{k=1}^n G_k}$$



## Метод двух узлов (продолжение)

- Напряжение между двумя узлами цепи с несколькими параллельными ветвями равно отношению алгебраической суммы произведений ЭДС и проводимостей каждой ветви к сумме проводимостей всех ветвей.
- Произведение  $E_k G_k$  берут со знаком «плюс», если направления ЭДС ветви  $E_k$  соответствует указанному на схеме. Если направление ЭДС противоположно, то его значение подставляют со знаком «минус».

Порядок расчета цепи этим методом следующий.

1. Определяют значение узлового напряжения.
2. Находят поочередно токи в ветвях.



## 2. Особенности нелинейных электрических цепей постоянного тока

### Основные

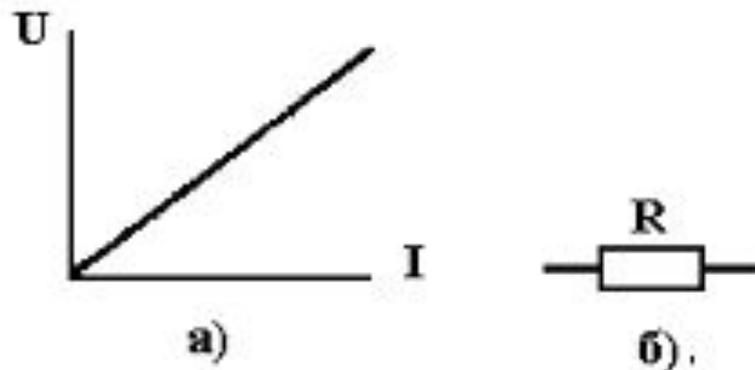
*Нелинейными элементами* называются элементы, параметры которых не остаются постоянными, а зависят от значения тока в этих элементах и напряжения на их выводах.

- При этом зависимость тока от напряжения не описывается выражением закона Ома, а является нелинейной зависимостью.
- К нелинейным элементам относятся различные электронные, полупроводниковые, ионные приборы и устройства, содержащие обмотки с ферромагнитными магнитопроводами, лампы накаливания, электрическая дуга и т.д.



## Основные понятия (продолжение)

- Нелинейными электрическими цепями называют электрические цепи, содержащие нелинейные элементы.



- Зависимость напряжения нелинейного элемента от тока в нем называют вольт–амперной характеристикой (ВАХ) элемента.
- ВАХ линейного элемента ( $U=f(I)$  или  $I=f(U)$ ) изображается в виде прямой (рис. а). Сопротивление такого элемента не зависит от тока в нем и остается постоянным,

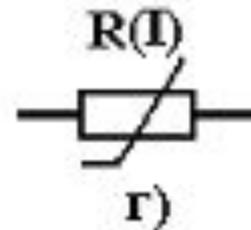
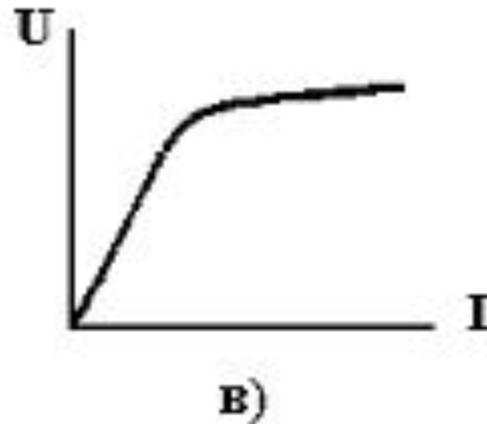
$$R = \frac{U}{I} = \text{const}$$



## Основные понятия (продолжение)

- Нелинейные элементы имеют ВАХ, отличные от прямой (рис. в). Сопротивление нелинейного элемента зависит от тока, т.е.  
$$R \neq const$$

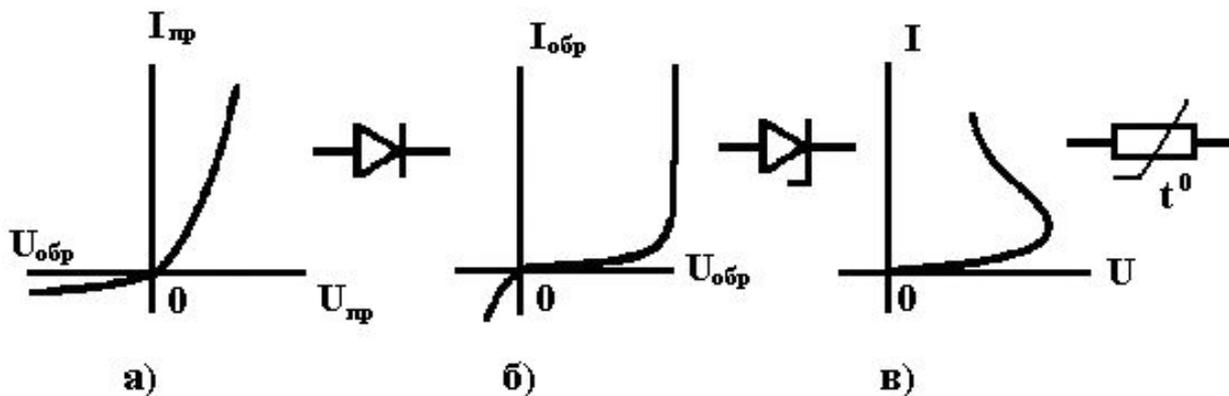
- Условное обозначение нелинейного элемента – рис. г.



## Основные понятия (продолжение)

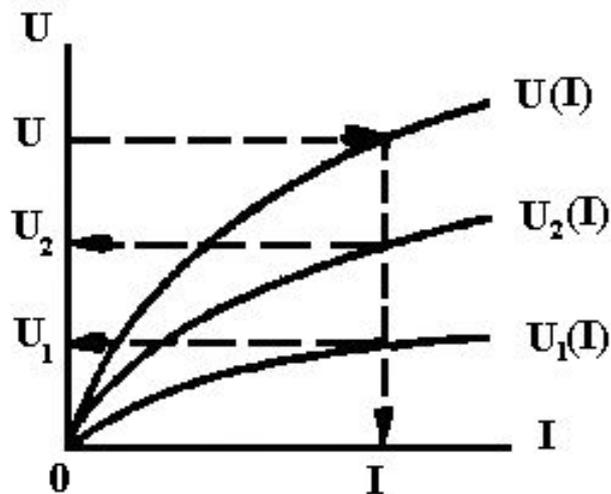
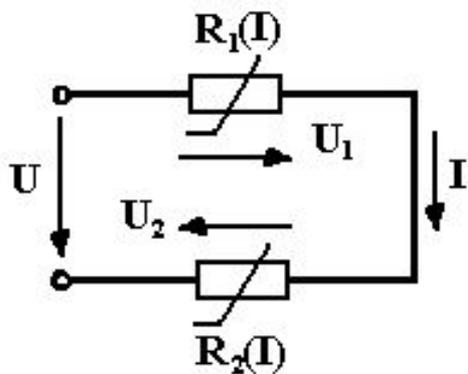
Рассмотрим примеры нелинейных элементов и их вольт – амперные характеристики.

- Полупроводниковый диод, применяемый в схемах выпрямления, имеет ВАХ  $I=f(U)$ , показанную на рис. а;
- В устройствах стабилизации напряжения используют полупроводниковые приборы - стабилитроны, имеющие нелинейные ВАХ (рис.б);
- для измерения температур используют терморезисторы, ВАХ которых имеет вид, показанный на рис. в.



## Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик.

На рисунке показана нелинейная электрическая цепь с двумя последовательно соединенными нелинейными элементами. Задано напряжение источника  $U$  и вольт–амперные характеристики нелинейных элементов  $U_1(I)$  и  $U_2(I)$ . Необходимо определить ток в этой цепи ( $I$ ) и напряжение на каждом из элементов ( $U_1$  и  $U_2$ ).



## Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик. (Продолжение)

Метод заключается в построении результирующей ВАХ цепи в соответствии со II законом Кирхгофа:

$$U = U_1 + U_2$$

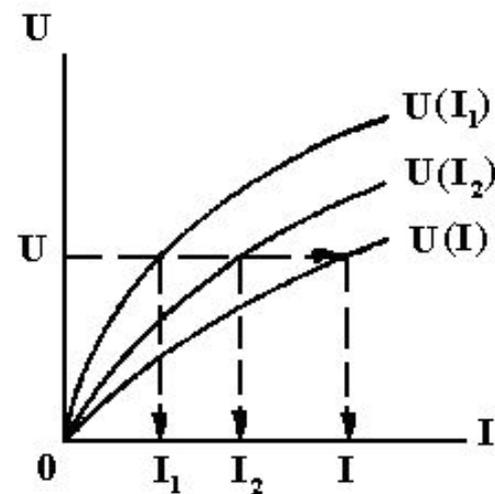
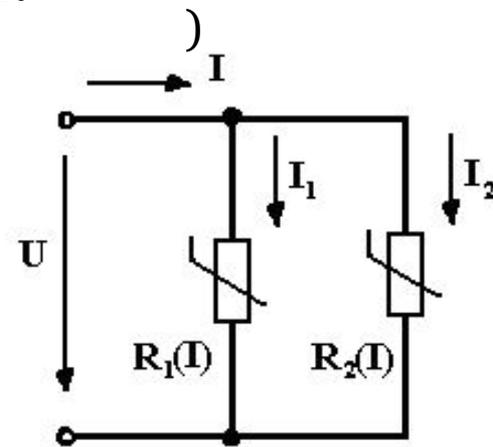
- Задаваясь значениями тока в цепи, на графиках вольт–амперных характеристик определяем напряжение каждого элемента и, суммируя, определяем точку результирующей ВАХ. Проведя подобную процедуру для нескольких точек, получаем ВАХ цепи  $U(I)$ .
- Отложив на оси ординат значение напряжения источника  $U$ , определяем необходимые величины



# Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик.

(Продолжение)

- На рисунке показана нелинейная электрическая цепь с двумя параллельно соединенными нелинейными элементами.
- Задано напряжение источника  $U$  и вольт–амперные характеристики нелинейных элементов  $U_1(I)$  и  $U_2(I)$ .
- Необходимо определить ток в этой цепи ( $I$ ) и ток в каждом из элементов ( $I_1$  и  $I_2$ ).



## Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик.

(Продолжение )

При параллельном соединении нелинейных элементов построение результирующей ВАХ (кривая  $U(I)$ ) производят в соответствии с I законом Кирхгофа:

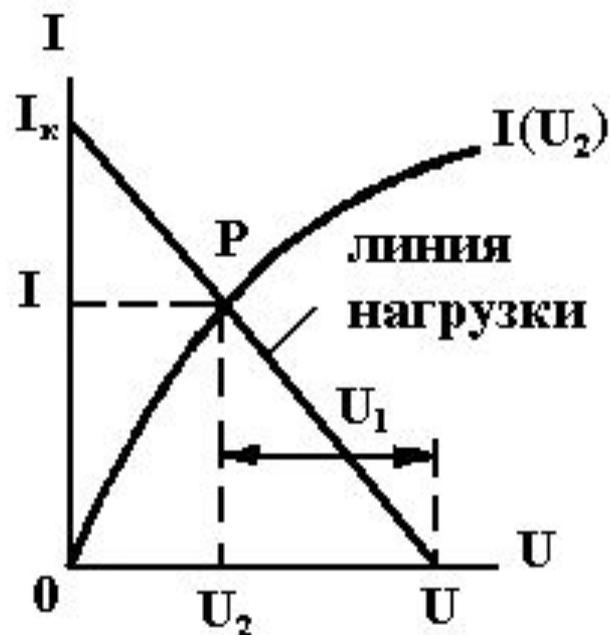
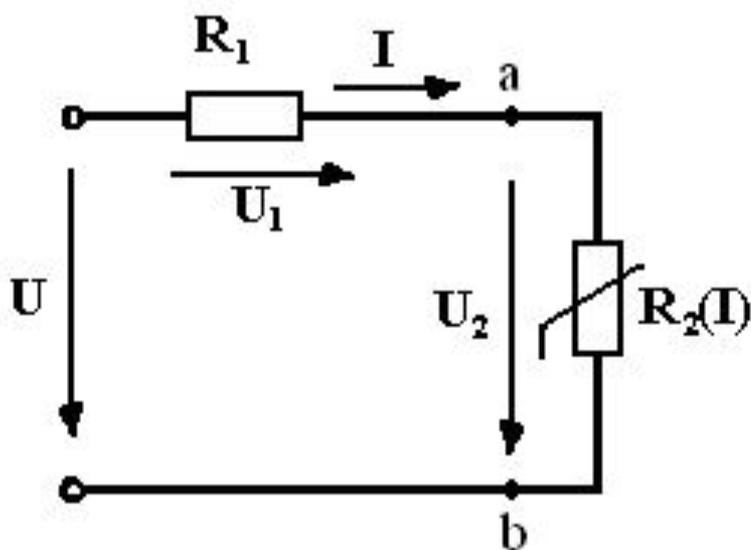
$$I = I_1 + I_2$$

Далее по заданному значению напряжения источника  $U$  на вольт–амперных характеристиках определяют значения токов в ветвях цепи  $I_1$  и  $I_2$  и в неразветвленной части  $I$



## Метод пересечения характеристик

- Нелинейная цепь может содержать как нелинейные, так и линейные элементы.
- При заданном напряжении источника анализ этой цепи может быть проведен **методом пересечения характеристик**



## Метод пересечения характеристик (продолжение)

- Рассматриваем зависимость между током цепи и напряжением между точками а и в ( $U_2$ ).
- Эта зависимость определяется вольт–амперной характеристикой нелинейного элемента.
- Также ее можно определить исходя из II закона Кирхгофа для контура рассматриваемой цепи:

$$U_2 = U - R_1 I$$

- Это уравнение прямой, которую можно графически построить по двум точкам:

$$U_2 = 0 ; I_k = \frac{U}{R_1}$$

$$I = 0 ; U_2 = U$$



## Метод пересечения характеристик (продолжение)

- График представляет из себя вольт–амперную характеристику участка цепи слева от точек а и в на схеме.
- Рабочая точка рассматриваемой цепи должна удовлетворять обеим характеристикам, значит определяется точкой их пересечения  $P$ . По её координатам можно определить значение тока в цепи  $I$ , напряжения на элементах  $U_2$  и  $U_1$ .
- Метод пересечения характеристик используется при анализе магнитных и электронных цепей.



## Метод пересечения характеристик (продолжение)

- Расчет нелинейных цепей отличается значительной сложностью.
- Для инженерных расчетов допустимо пренебречь непостоянством сопротивления.
- В этом случае осуществляют линеаризацию ВАХ и используют для расчетов методы анализа линейных цепей.



## Заключе ние

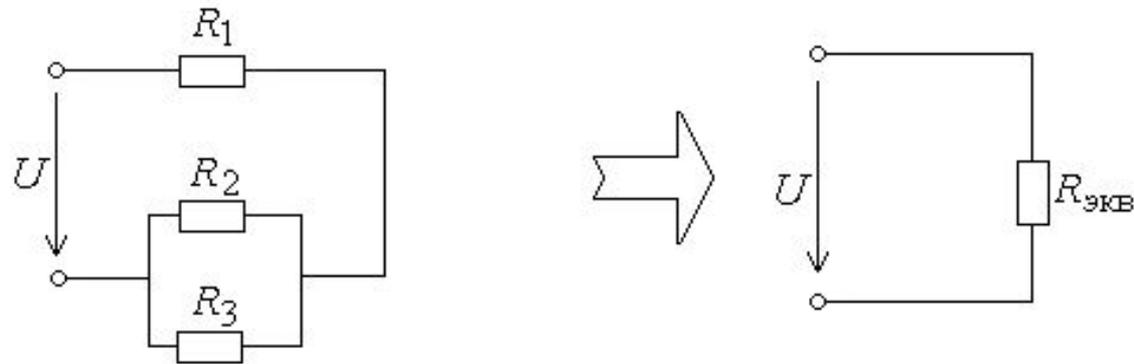
1. Методы расчета электрических цепей используют основные законы электрических цепей: *закон Ома, I закон Кирхгофа, II закон Кирхгофа.*
  - Задача расчета разветвленной электрической цепи с несколькими источниками сводится к решению системы алгебраических уравнений. Порядок системы уравнений определяется количеством неизвестных токов в ветвях.
  - Метод контурных токов позволяет свести задачу к решению системы уравнений меньшего порядка.
  - Метод узлового напряжения применим к разветвленным электрическим цепям, содержащим два узла, и позволяет определить токи ветвей путем последовательных вычислений.
  - Для расчета разветвленных электрических цепей с одним источником используется метод эквивалентных преобразований.

## Заключе ние

- 2 Нелинейные элементы электрических цепей обладают нелинейной вольт–амперной характеристикой.
  - Зависимость сопротивления нелинейного элемента от тока существенно усложняет расчет. Поэтому нелинейные цепи рассчитываются графо-аналитическими методами:
    - *метод эквивалентных вольт – амперных характеристик;*
    - *метод пересечения вольт – амперных характеристик*

## Контрольные вопросы

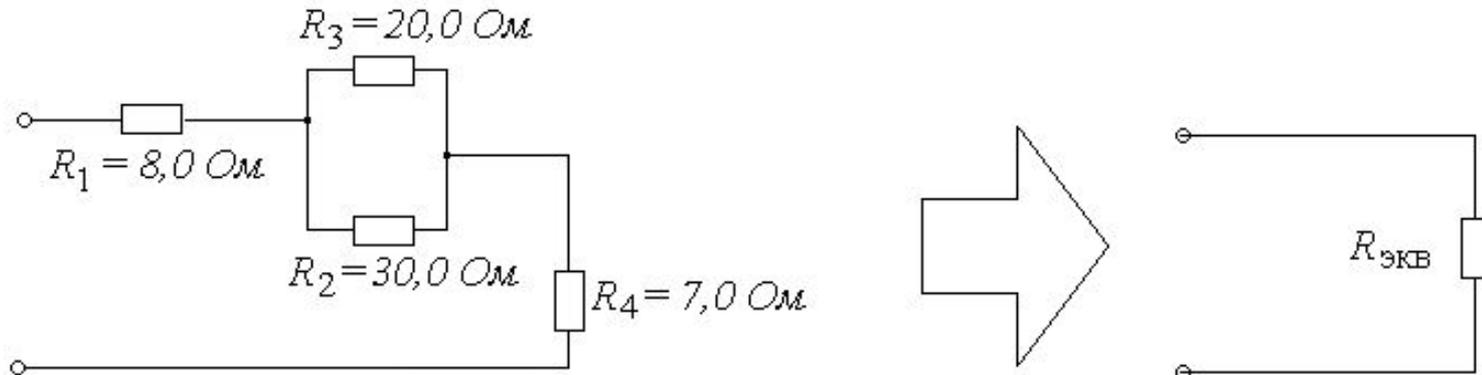
**В предложенной схеме  $R_1 = R_2 = R_3 = 5,0$   
Ом. Определить сопротивление,  
эквивалентное всему участку.**



- $R_{\text{ЭКВ}} = 1,67 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 7,5 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 15,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 5,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 10,0 \text{ Ом}.$

# Контрольные вопросы

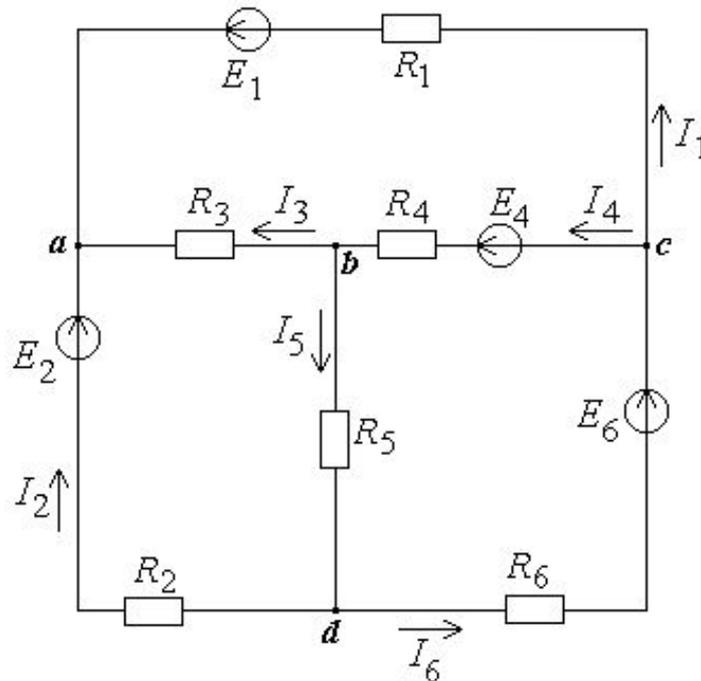
**Определить сопротивление резистора, эквивалентного предложенной схеме:**



- $R_{\text{ЭКВ}} = 27,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 65,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 35,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 19,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 50,0 \text{ Ом}.$

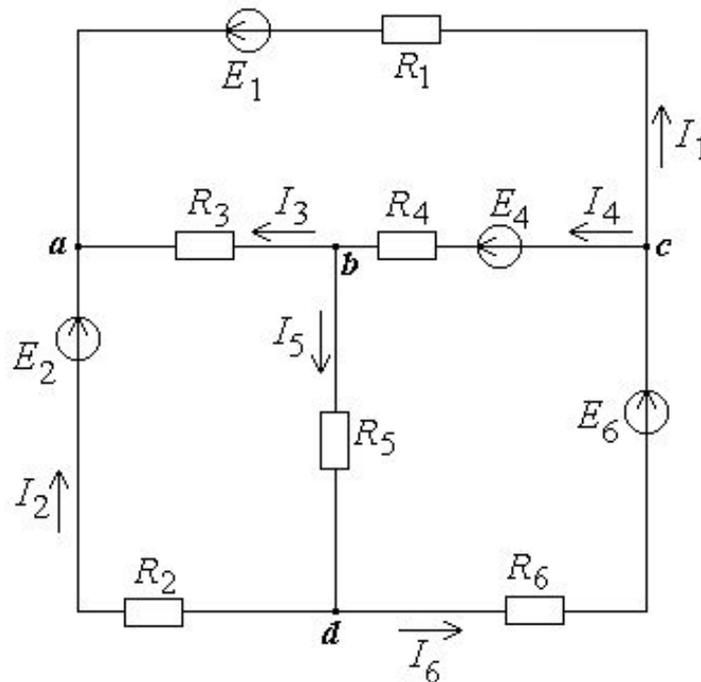
## Контрольные вопросы

Расчет токов во всех ветвях схемы методом непосредственного применения основных законов требует составления системы из ... линейных алгебраических уравнений.



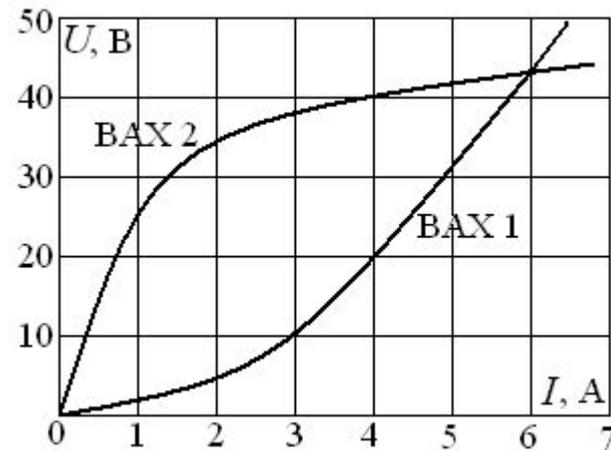
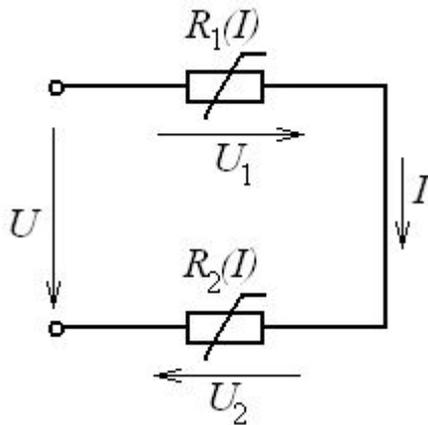
## Контрольные вопросы

Расчет токов во всех ветвях схемы методом контурных токов требует составления системы линейных алгебраических уравнений ...-го порядка.



## Контрольные вопросы

**В предложенной схеме напряжение первого нелинейного элемента  $U_1 = 20$  В. Определить ток цепи  $I$ , напряжение второго нелинейного элемента  $U_2$  и напряжение источника  $U$ .**



$I$	$U_2$	$U$
<input type="checkbox"/> 6,0 A	<input type="checkbox"/> 43,0 В	<input type="checkbox"/> 86,0 В
<input type="checkbox"/> 4,0 A	<input type="checkbox"/> 40,0 В	<input type="checkbox"/> 60,0 В
<input type="checkbox"/> 3,0 A	<input type="checkbox"/> 20,0 В	<input type="checkbox"/> 20,0 В