

Лекция 2

I.

Электрические цепи

Электрические цепи постоянного тока (продолжение)

Содержани



1. Методы расчета и анализ электрических цепей

- Метод непосредственного применения законов Кирхгофа.
- Метод контурных токов.
- Метод эквивалентных преобразований
- Метод двух узлов

2. Особенности нелинейных электрических цепей постоянного тока

- Основные понятия
- Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик.
- Метод пересечения характеристик

1. Методы расчета и анализ электрических цепей

Задачи расчета и анализа электрических цепей:

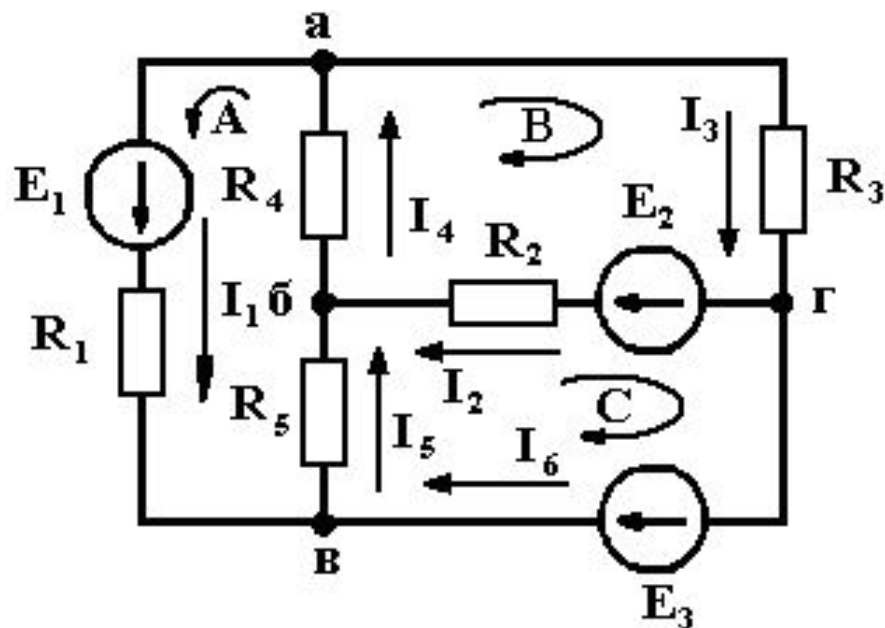
- Определение токов, напряжений, мощностей различных элементов цепи при заданных параметрах этих элементов.
- Определение параметров элементов, обеспечивающих получение требуемых токов, мощностей, напряжений.
- Определение характера изменения значений различных величин или соотношений между ними при изменении параметров цепи.



Задача расчета и анализа электрической цепи:

Задана схема замещения цепи и значения всех сопротивлений приемников и ЭДС источников:

$E_1, E_2, E_3,$
 $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5.$



Требуется определить токи в каждой ветви, мощности каждого элемента цепи, составить баланс мощности.



Метод непосредственного применения законов Кирхгофа

Порядок расчета:

1. Произвольно выбрать условно-положительные направления (УПН) токов в ветвях.
2. Составить систему независимых уравнений с неизвестными токами. Число уравнений должно быть равно числу неизвестных токов ветвей. По I закону Кирхгофа составляют $(n - 1)$ уравнение для узлов, где n – полное число узлов в цепи. По второму закону Кирхгофа составляют $(v - n + 1)$ уравнений, где v – число ветвей в цепи.
3. Решая полученную систему уравнений, определить токи ветвей.



Метод непосредственного применения законов Кирхгофа (продолжение)

Для заданной схемы уравнения по I закону Кирхгофа:

Для узла а:
$$-I_1 - I_3 + I_4 = 0$$

Для узла б:
$$I_2 - I_4 + I_5 = 0$$

Для узла в:
$$I_1 - I_5 + I_6 = 0$$

Недостающие уравнения составляют по II закону Кирхгофа для контуров.

Для контура А:
$$E_1 = I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_5 R_5$$

Для контура В:
$$E_2 = I_2 R_2 + I_3 R_3 + I_4 R_4$$

Для контура С:
$$-E_2 + E_3 = -I_2 R_2 + I_5 R_5$$

Решая систему уравнений, определяем значения токов в ветвях.



Энергетический баланс (Баланс мощности)

Для проверки правильности решения системы уравнений можно воспользоваться составлением баланса мощностей всей цепи

$$\sum_i E_i I_i = \sum_i I_i^2 R_i$$

т.е. суммарная мощность, потребляемая всеми резисторами, должна равняться суммарной мощности, генерируемой всеми источниками.

При определении мощности источника необходимо учитывать соответствие положительных направлений ЭДС E источника и тока в нем I

$$P = (\pm) EI$$



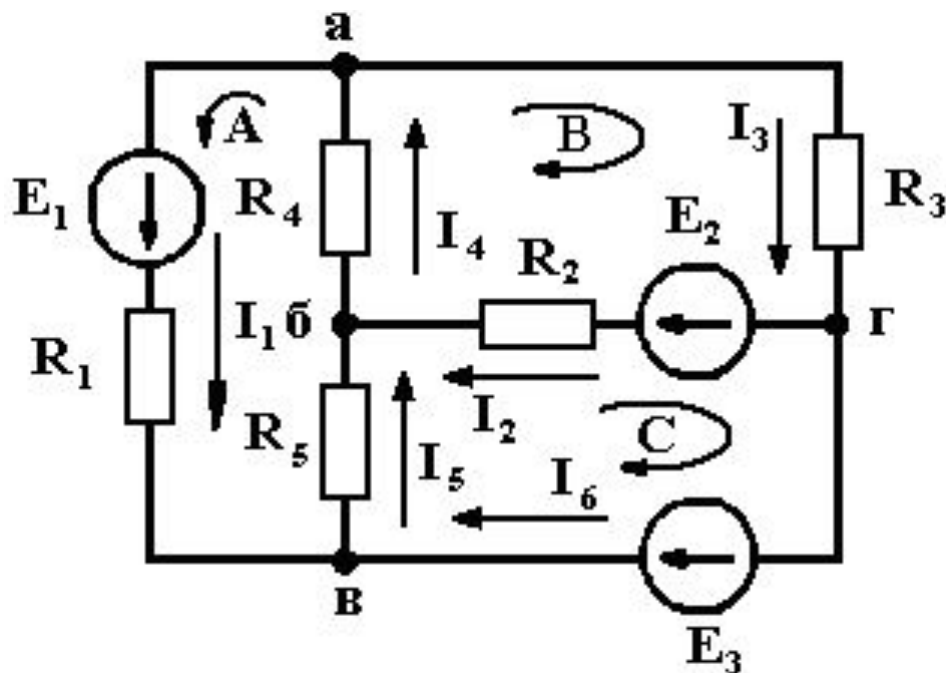
Энергетический баланс (Баланс мощности)

- Если I и E совпадают по направлению, то в формуле следует подставить знак "плюс".
- Если эти направления встречны, то следует подставить "минус".
- В обоих случаях мощность источника может получиться как положительной, так и отрицательной в зависимости от значения тока.
- Если полученное значение мощности источника положительно, это означает, что источник генерирует электрическую энергию.
- Если полученное значение мощности источника отрицательно, это означает, что источник работает в режиме потребления электроэнергии.



Метод контурных токов.

Этот метод позволяет свести задачу расчета электрической цепи к решению системы уравнений меньшего порядка.
Рассмотрим метод контурных токов на примере той же цепи.



Метод контурных токов (продолжение).

Любая сложная цепь состоит из нескольких смежных контуров, каждый из которых имеет несмежные ветви, принадлежащие лишь данному контуру и смежные, входящие в состав соседних контуров.

- Этот метод основан на допущении, что в каждом контуре имеется контурный ток, одинаковый для всех элементов этого контура.
- УПН токов ветвей выбираются в начале расчета произвольно. УПН контурных токов также выбираются произвольно.
- Для несмежных ветвей значения контурных токов и токов ветвей равны по величине, а знаки определяются в зависимости от выбранных направлений контурных токов и токов в ветвях.



Метод контурных токов (продолжение).

- В смежных ветвях токи определяются алгебраической суммой контурных токов соседних контуров с учетом их положительных направлений

$$I_1 = I_A;$$

$$I_3 = I_B;$$

$$I_6 = I_C;$$

$$I_2 = I_B - I_C;$$

$$I_4 = I_A + I_B;$$

$$I_5 = I_A + I_C;$$



Метод контурных токов (продолжение).

$$\text{Для контура А: } I_1 R_1 + I_4 R_4 + I_5 R_5 = E_1$$

$$\text{Для контура В: } I_2 R_2 + I_4 R_4 + I_3 R_3 = E_2$$

$$\text{Для контура С: } -I_2 R_2 + I_5 R_5 = -E_2 + E_3$$

В составленных уравнениях выразим токи ветвей через контурные токи

$$\text{Для контура А: } I_A R_1 + (I_A + I_B) R_4 + (I_A + I_C) R_5 = E_1$$

$$\text{Для контура В: } (I_B - I_C) R_2 + (I_A + I_B) R_4 + I_B R_3 = E_2$$

$$\text{Для контура С: } -(I_B - I_C) R_2 + (I_A + I_C) R_5 = -E_2 + E_3$$

$$\text{Для контура А: } I_A (R_1 + R_4 + R_5) + I_B R_4 + I_C R_5 = E_1$$

$$\text{Для контура В: } I_A R_4 + I_B (R_2 + R_3 + R_4) - I_C R_2 = E_2$$

$$\text{Для контура С: } I_A R_5 - I_B R_2 + I_C (R_2 + R_5) = -E_2 + E_3$$



Метод контурных токов (продолжение).

Схема

- Решая эту систему уравнений можно определить контурные токи.
- Далее поочередно определяются токи ветвей.
- Расчет мощностей и составление баланса мощности проводится аналогично описанному в предыдущем методе.

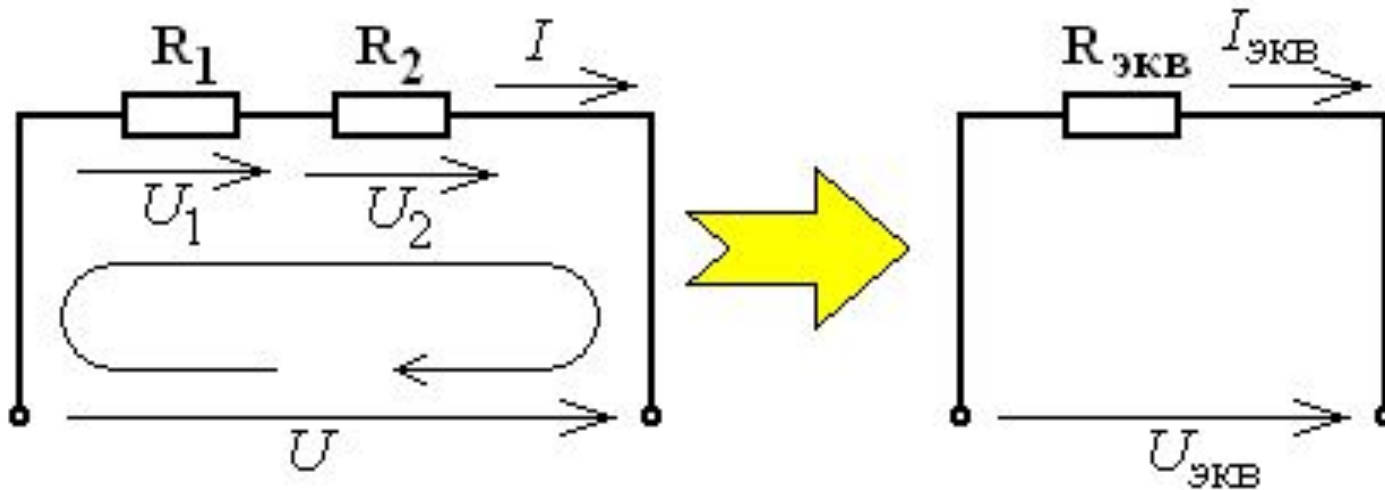


Метод эквивалентных преобразований

- Некоторые сложные электрические цепи содержат несколько приемников, но только один источник. Такие цепи могут быть рассчитаны методом эквивалентных преобразований.
- В основе этого метода лежит возможность преобразования двух последовательно соединенных или параллельно соединенных резисторов R_1 и R_2 к одному эквивалентному $R_{\text{ЭКВ}}$
- Условием эквивалентного преобразования должно быть сохранение тока и напряжения рассматриваемого участка:
$$I = I_{\text{ЭКВ}}, \quad U = U_{\text{ЭКВ}}$$



Метод эквивалентных преобразований (продолжение)



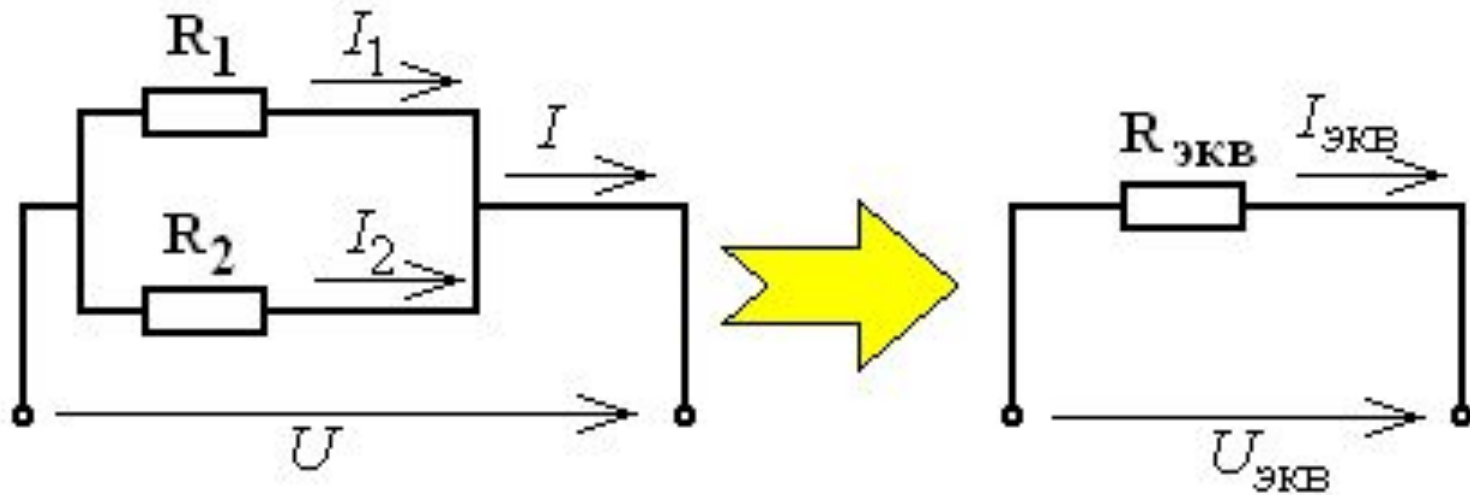
$$U_{\text{экв}} = U_1 + U_2$$

$$I_{\text{экв}} = I_1 = I_2$$

$$R_{\text{экв}} = (R_1 + R_2)$$



Метод эквивалентных преобразований (продолжение)



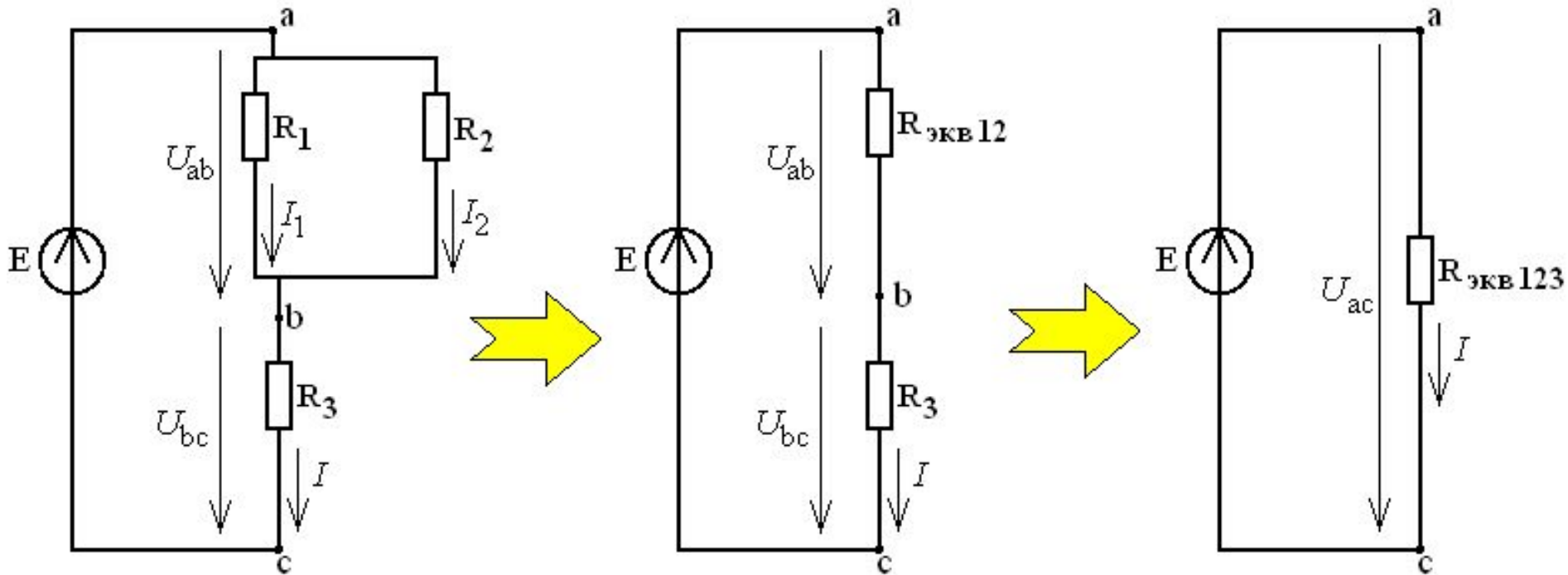
$$U_{\text{ЭКВ}} = U_1 = U_2$$

$$I_{\text{ЭКВ}} = I = I_1 + I_2$$

$$R_{\text{ЭКВ}} = (R_1 \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$$



Метод эквивалентных преобразований (продолжение)



$$R_{\text{экв}12} = (R_1 \cdot R_2) / (R_1 + R_2)$$

$$R_{\text{экв}123} = R_{\text{экв}12} + R_3$$



Метод эквивалентных преобразований (продолжение)

- Образуется простая эквивалентная цепь, в которой содержится один резистор $R_{\text{экв}123}$. Ток в этой цепи соответствует току в неразветвленной части исходной цепи и определяется по закону Ома:

$$I = U_{\text{ас}} / R_{\text{экв}123} = E / R_{\text{экв}123} .$$

- Дальнейший расчет ведется по закону Ома, следуя по этапам эквивалентных преобразований в обратном порядке.

$$\begin{aligned} U_{ab} &= I \cdot R_{\text{экв}12} ; & U_{bc} &= I \cdot R_3 . \\ I_1 &= U_{ab} / R_1 ; & I_2 &= U_{ab} / R_2 . \end{aligned}$$



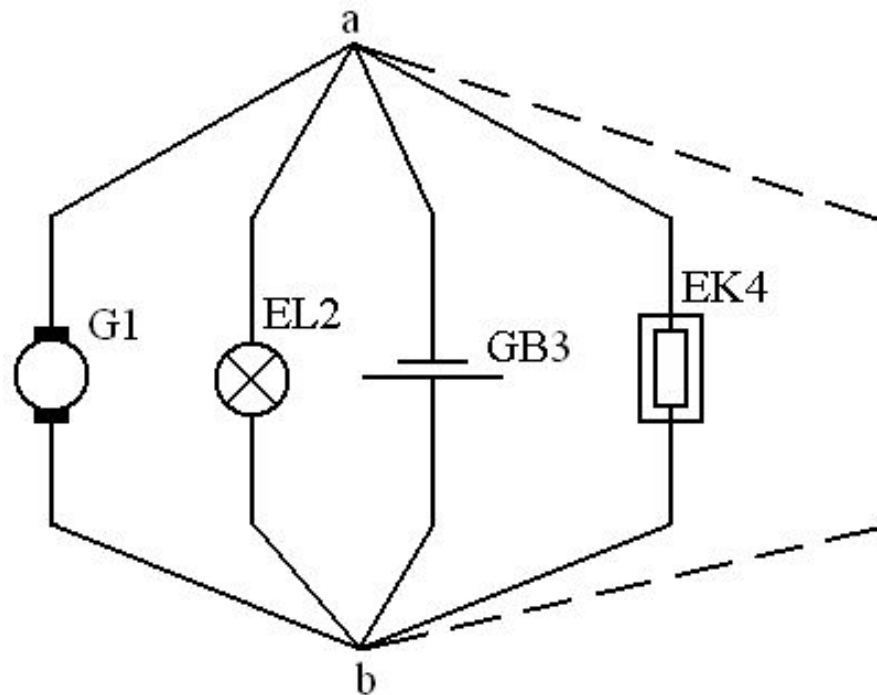
Метод эквивалентных преобразований (продолжение)

- Метод эквивалентных преобразований позволяет рассчитать сложную электрическую цепь путем последовательных вычислений.
- Однако этот метод применим к цепям, содержащим лишь один источник ЭДС.



Метод двух узлов

Этот метод применим к цепям, содержащим лишь два узла, к которым соединены несколько ветвей.



Метод двух узлов (продолжение)

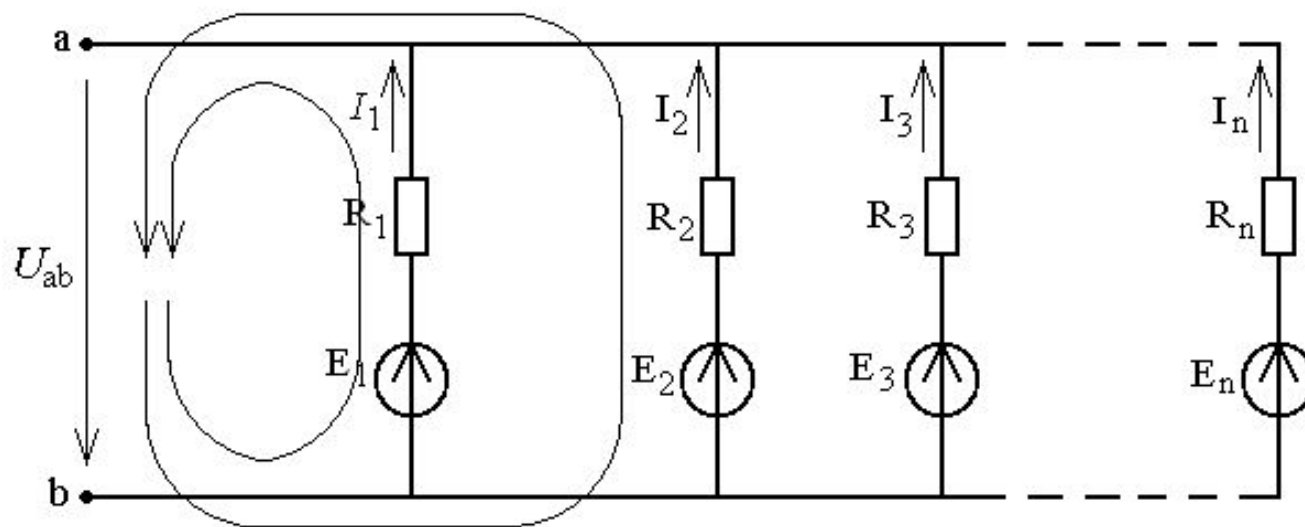


Схема замещения цепи с двумя узлами

- Обозначим напряжение между узлами "a" и "b" U_{ab} с положительным направлением от узла, "a" к узлу "b".
- Примем условно-положительные направления токов во всех ветвях одинаковое - от узла "b" к узлу "a".



Метод двух узлов (продолжение)

Рассмотрим контур, содержащий первую ветвь и напряжение U_{ab} . Для этого контура составим уравнение по II закону Кирхгофа с учетом Закона Ома:

$$R_1 I_1 + U_{ab} = E_1$$

Отсюда ток ветви:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_{ab}}{R_1} = (E_1 - U_{ab})G_1$$

где $G_1 = \frac{1}{R_1}$ - проводимость ветви



Метод двух узлов (продолжение)

Для n-ой ветви:
$$I_n = \frac{E_n - U_{ab}}{R_n} = (E_n - U_{ab})G_n$$

По I закону Кирхгофа для узла "а":

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0 \quad \text{или}$$

$$(E_1 - U_{ab})G_1 + (E_2 - U_{ab})G_2 + (E_3 - U_{ab})G_3 + \dots + (E_n - U_{ab})G_n = 0$$

Отсюда можно выразить напряжение между узлами "а" и "b"

$$U_{ab} = \frac{E_1 G_1 + E_2 G_2 + E_3 G_3 + \dots + E_n G_n}{G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n} = \frac{\sum_{k=1}^n E_k G_k}{\sum_{k=1}^n G_k}$$



Метод двух узлов (продолжение)

- Напряжение между двумя узлами цепи с несколькими параллельными ветвями равно отношению алгебраической суммы произведений ЭДС и проводимостей каждой ветви к сумме проводимостей всех ветвей.
- Произведение $E_k G_k$ берут со знаком «плюс», если направления ЭДС ветви E_k соответствует указанному на схеме. Если направление ЭДС противоположно, то его значение подставляют со знаком «минус».

Порядок расчета цепи этим методом следующий.

1. Определяют значение узлового напряжения.
2. Находят поочередно токи в ветвях.



2. Особенности нелинейных электрических цепей постоянного тока

Основные

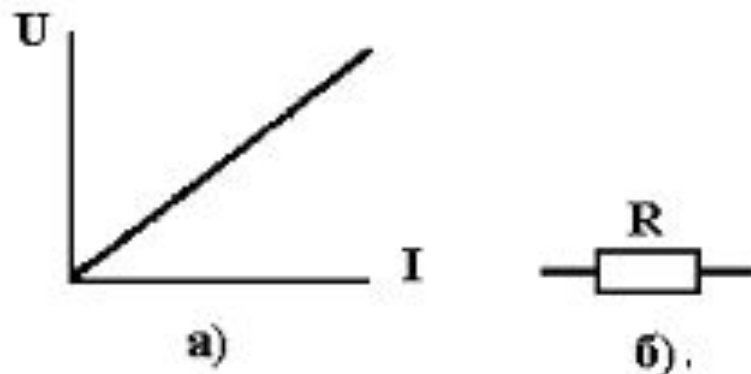
Нелинейными элементами называются элементы, параметры которых не остаются постоянными, а зависят от значения тока в этих элементах и напряжения на их выводах.

- При этом зависимость тока от напряжения не описывается выражением закона Ома, а является нелинейной зависимостью.
- К нелинейным элементам относятся различные электронные, полупроводниковые, ионные приборы и устройства, содержащие обмотки с ферромагнитными магнитопроводами, лампы накаливания, электрическая дуга и т.д.



Основные понятия (продолжение)

- Нелинейными электрическими цепями называют электрические цепи, содержащие нелинейные элементы.



- Зависимость напряжения нелинейного элемента от тока в нем называют вольт–амперной характеристикой (ВАХ) элемента.
- ВАХ линейного элемента ($U=f(I)$ или $I=f(U)$) изображается в виде прямой (рис. а). Сопротивление такого элемента не зависит от тока в нем и остается постоянным,

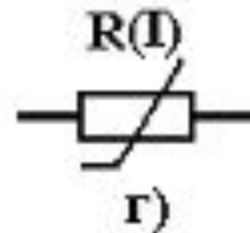
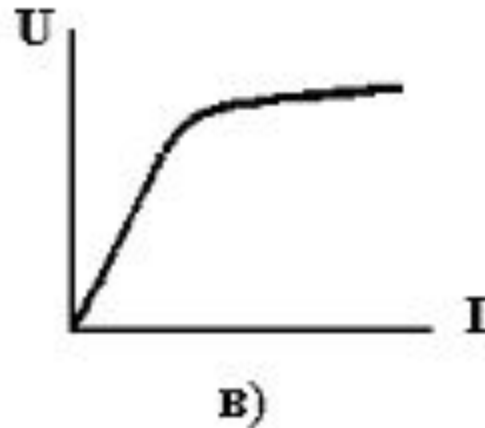
$$R = \frac{U}{I} = \text{const}$$



Основные понятия (продолжение)

- Нелинейные элементы имеют ВАХ, отличные от прямой (рис. в). Сопротивление нелинейного элемента зависит от тока, т.е.
$$R \neq const$$

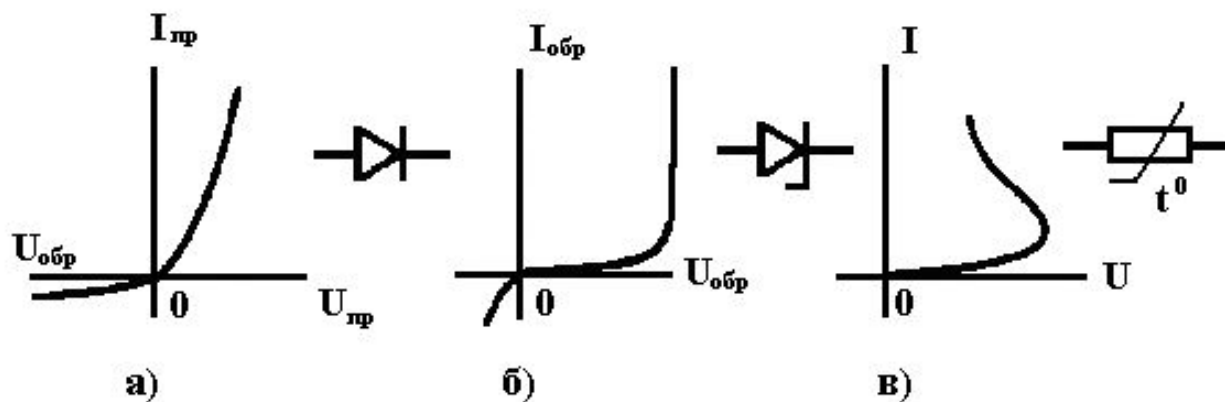
- Условное обозначение нелинейного элемента – рис. г.



Основные понятия (продолжение)

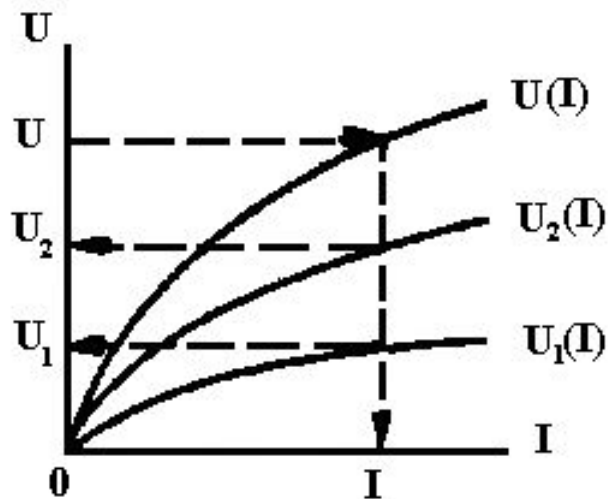
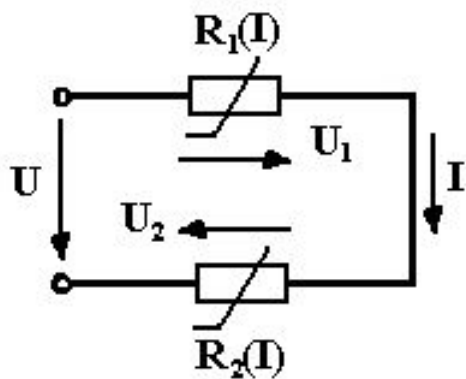
Рассмотрим примеры нелинейных элементов и их вольт – амперные характеристики.

- Полупроводниковый диод, применяемый в схемах выпрямления, имеет ВАХ $I=f(U)$, показанную на рис. а;
- В устройствах стабилизации напряжения используют полупроводниковые приборы - стабилитроны, имеющие нелинейные ВАХ (рис.б);
- для измерения температур используют терморезисторы, ВАХ которых имеет вид, показанный на рис. в.



Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик.

На рисунке показана нелинейная электрическая цепь с двумя последовательно соединенными нелинейными элементами. Задано напряжение источника U и вольт–амперные характеристики нелинейных элементов $U_1(I)$ и $U_2(I)$. Необходимо определить ток в этой цепи (I) и напряжение на каждом из элементов (U_1 и U_2).



Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик. (Продолжение)

Метод заключается в построении результирующей ВАХ цепи в соответствии со II законом Кирхгофа:

$$U = U_1 + U_2$$

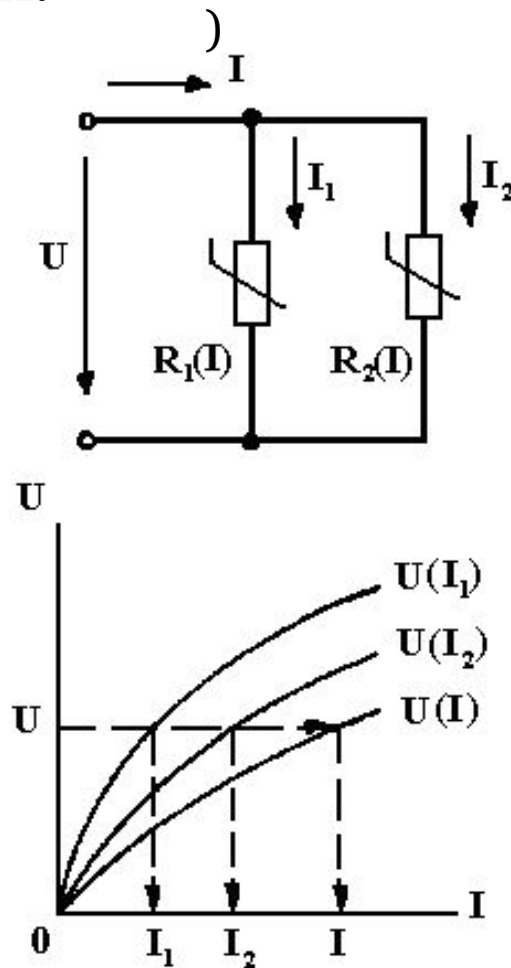
- Задаваясь значениями тока в цепи, на графиках вольт–амперных характеристик определяем напряжение каждого элемента и, суммируя, определяем точку результирующей ВАХ. Проведя подобную процедуру для нескольких точек, получаем ВАХ цепи $U(I)$.
- Отложив на оси ординат значение напряжения источника U , определяем необходимые величины



Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик.

(Продолжение)

- На рисунке показана нелинейная электрическая цепь с двумя параллельно соединенными нелинейными элементами.
- Задано напряжение источника U и вольт–амперные характеристики нелинейных элементов $U_1(I)$ и $U_2(I)$.
- Необходимо определить ток в этой цепи (I) и ток в каждом из элементов (I_1 и I_2).



Метод свертывания цепи или метод эквивалентных вольт – амперных характеристик. (Продолжение)

При параллельном соединении нелинейных элементов построение результирующей ВАХ (кривая $U(I)$) производят в соответствии с I законом Кирхгофа:

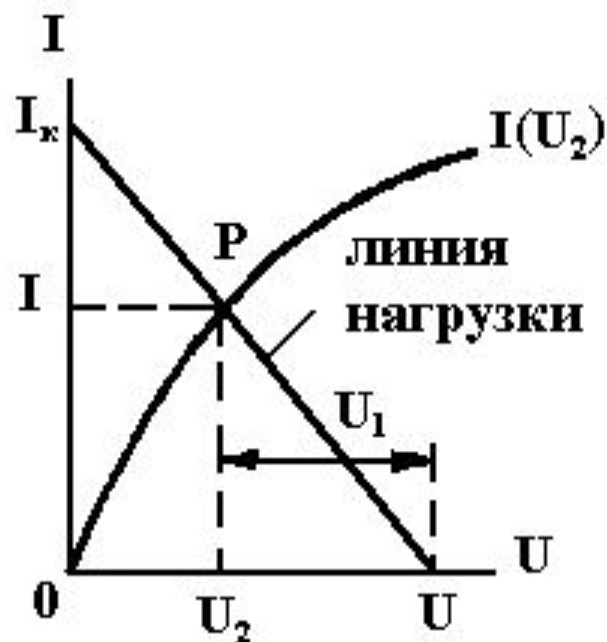
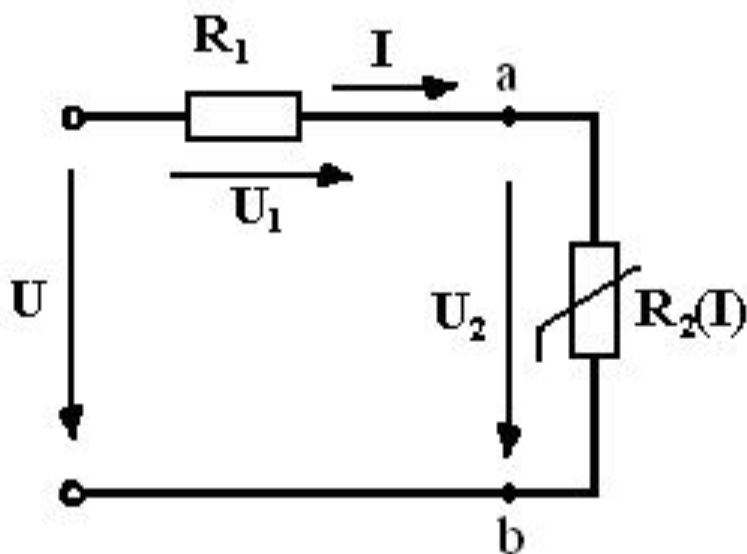
$$I = I_1 + I_2$$

Далее по заданному значению напряжения источника U на вольт–амперных характеристиках определяют значения токов в ветвях цепи I_1 и I_2 и в неразветвленной части I



Метод пересечения характеристик

- Нелинейная цепь может содержать как нелинейные, так и линейные элементы.
- При заданном напряжении источника анализ этой цепи может быть проведен **методом пересечения характеристик**



Метод пересечения характеристик (продолжение)

- Рассматриваем зависимость между током цепи и напряжением между точками а и в (U_2).
- Эта зависимость определяется вольт–амперной характеристикой нелинейного элемента.
- Также ее можно определить исходя из II закона Кирхгофа для контура рассматриваемой цепи:

$$U_2 = U - R_1 I$$

- Это уравнение прямой, которую можно графически построить по двум точкам:

$$U_2 = 0 ; I_k = \frac{U}{R_1}$$

$$I = 0 ; U_2 = U$$



Метод пересечения характеристик (продолжение)

- График представляет из себя вольт–амперную характеристику участка цепи слева от точек a и b на схеме.
- Рабочая точка рассматриваемой цепи должна удовлетворять обеим характеристикам, значит определяется точкой их пересечения P . По её координатам можно определить значение тока в цепи I , напряжения на элементах U_2 и U_1 .
- Метод пересечения характеристик используется при анализе магнитных и электронных цепей.



Метод пересечения характеристик (продолжение)

- Расчет нелинейных цепей отличается значительной сложностью.
- Для инженерных расчетов допустимо пренебречь непостоянством сопротивления.
- В этом случае осуществляют линеаризацию ВАХ и используют для расчетов методы анализа линейных цепей.



Заключе ние

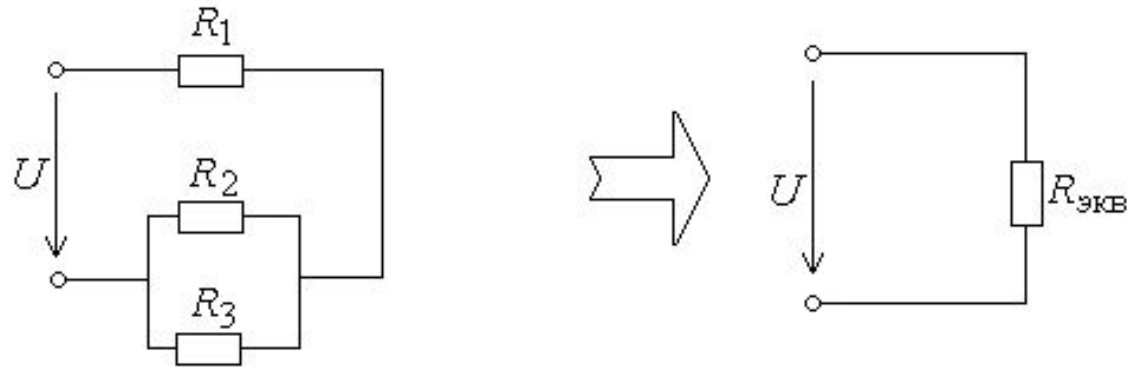
1. Методы расчета электрических цепей используют основные законы электрических цепей: закон Ома, I закон Кирхгофа, II закон Кирхгофа.
 - Задача расчета разветвленной электрической цепи с несколькими источниками сводится к решению системы алгебраических уравнений. Порядок системы уравнений определяется количеством неизвестных токов в ветвях.
 - Метод контурных токов позволяет свести задачу к решению системы уравнений меньшего порядка.
 - Метод узлового напряжения применим к разветвленным электрическим цепям, содержащим два узла, и позволяет определить токи ветвей путем последовательных вычислений.
 - Для расчета разветвленных электрических цепей с одним источником используется метод эквивалентных преобразований.

Заключе ние

- 2 Нелинейные элементы электрических цепей обладают нелинейной вольт–амперной характеристикой.
 - Зависимость сопротивления нелинейного элемента от тока существенно усложняет расчет. Поэтому нелинейные цепи рассчитываются графо-аналитическими методами:
 - *метод эквивалентных вольт – амперных характеристик;*
 - *метод пересечения вольт – амперных характеристик*

Контрольные вопросы

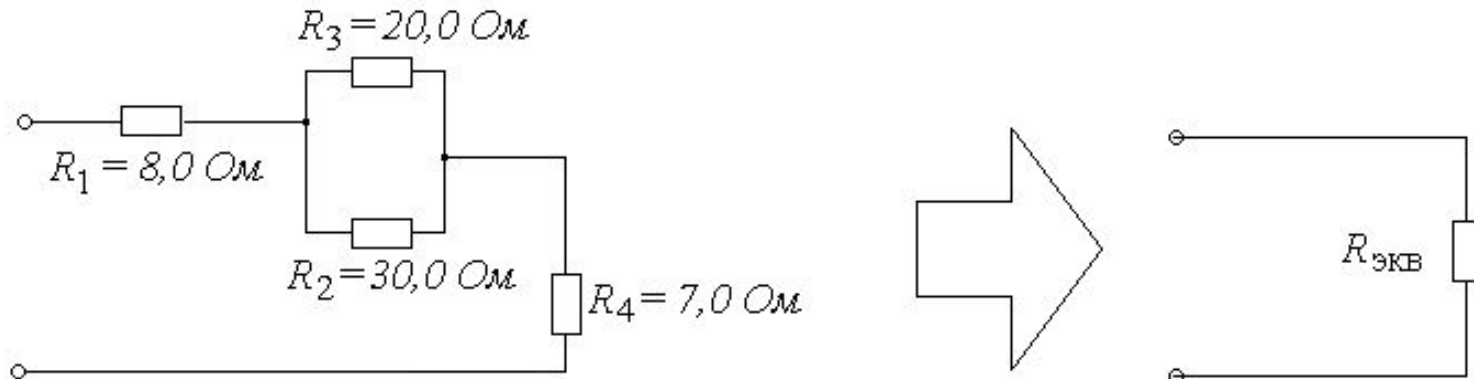
В предложенной схеме $R_1 = R_2 = R_3 = 5,0$ Ом. Определить сопротивление, эквивалентное всему участку.



- $R_{\text{ЭКВ}} = 1,67 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 7,5 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 15,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 5,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 10,0 \text{ Ом}.$

Контрольные вопросы

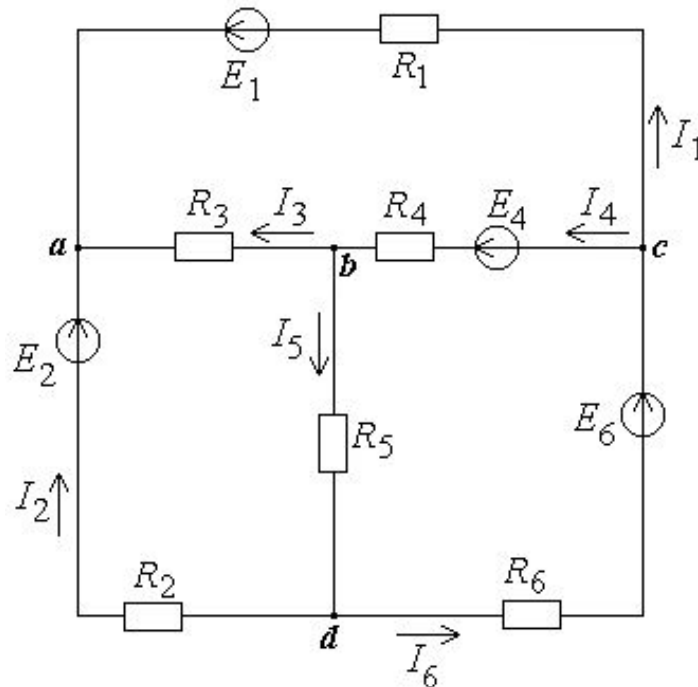
Определить сопротивление резистора, эквивалентного предложенной схеме:



- $R_{\text{ЭКВ}} = 27,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 65,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 35,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 19,0 \text{ Ом};$
- $R_{\text{ЭКВ}} = 50,0 \text{ Ом}.$

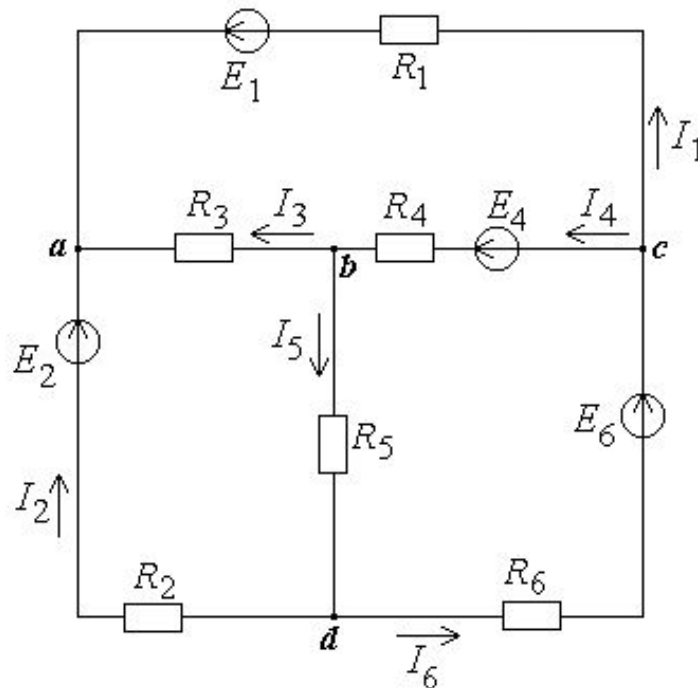
Контрольные вопросы

Расчет токов во всех ветвях схемы методом непосредственного применения основных законов требует составления системы из ... линейных алгебраических уравнений.



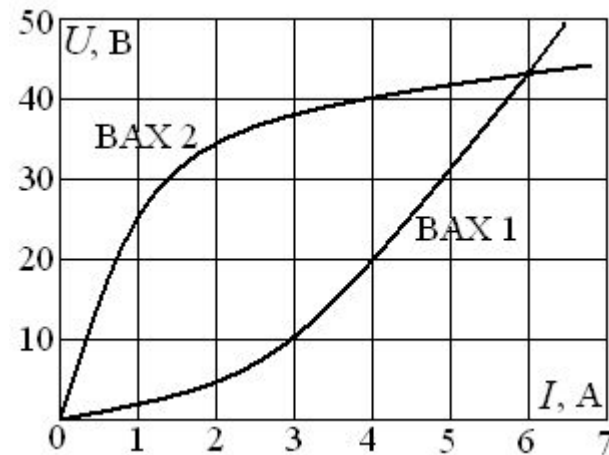
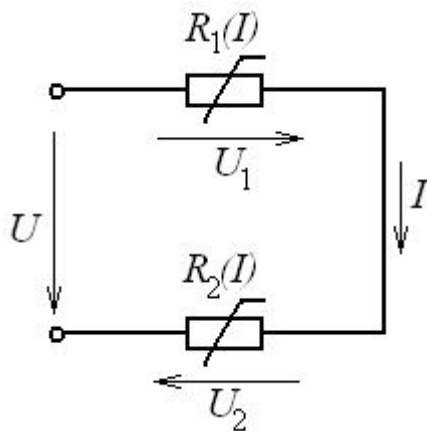
Контрольные вопросы

Расчет токов во всех ветвях схемы методом контурных токов требует составления системы линейных алгебраических уравнений ...-го порядка.



Контрольные вопросы

В предложенной схеме напряжение первого нелинейного элемента $U_1 = 20$ В. Определить ток цепи I , напряжение второго нелинейного элемента U_2 и напряжение источника U .



I	U_2	U
<input type="checkbox"/> 6,0 A	<input type="checkbox"/> 43,0 В	<input type="checkbox"/> 86,0 В
<input type="checkbox"/> 4,0 A	<input type="checkbox"/> 40,0 В	<input type="checkbox"/> 60,0 В
<input type="checkbox"/> 3,0 A	<input type="checkbox"/> 20,0 В	<input type="checkbox"/> 20,0 В