Комплексные

числа

Мнимая единица.

- Если $i^2=-1$, то число i будем называть ***мнимой единицей***.
- Значит $i = \sqrt{-1}$
- Степени мнимой единицы:
- **i**;
- $i^2 = -1$;
- $i^3 = i^2 \cdot i = (-1)i = -i$;
- $i^4 = i^3 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$;
- $i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$.

Алгебраическая форма .

- Числа вида a+bi, где a и b –действительные числа, i – мнимая единица, будем называть ***комплексными.***
- Число **a** – действительная часть.
- Число **bi** – мнимая часть.
- Число **b** – коэффициент при мнимой части.
- Два комплексных числа **a + bi** и **c + di** равны, если **a=c** и **b=d**.
- <u>Частные случаи:1</u>) если a = 0, то bi – чисто мнимое число;

  2) если b = 0, то a – действительное число;

  3) если a = 0 и b = 0, то комплексное число = 0.
- Два комплексных числа называются ***сопряжёнными***, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.

Историческая справка

Итальянский математик Джерсламс Кардано (1501-1576), решая задачу о представлении числа 10 в виде суммы двух слагаемых так, чтобы произведение этих слагаемых равнялось 40, встретился с ситуацией, что система

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ xy = 40 \end{cases}$$

не имеет действительных решений. Величины, квадрат которых равен отрицательному числу Кардано назвал «софически отрицательными», считал, что они лишены всякого реального содержания. Писал: «Для осуществления таких действий нужна была бы новая арифметика, которая была бы настолько же утонченной, насколько бесполезной»

Основатели теории комплексных чисел

Бомбелли-итальянский алгебраист в 1572г. ввёл правила арифметических действий

Р. Декарт- французкий математик и философ в 1637г. Дал название «мнимые числа»

Эйлер-русский математик, щвейцарец по происхождению,
ввёл символ i , а в 1748г. нашел формулу, носящую теперь его имя.

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x, \text{ при } \ x = 2\pi$$

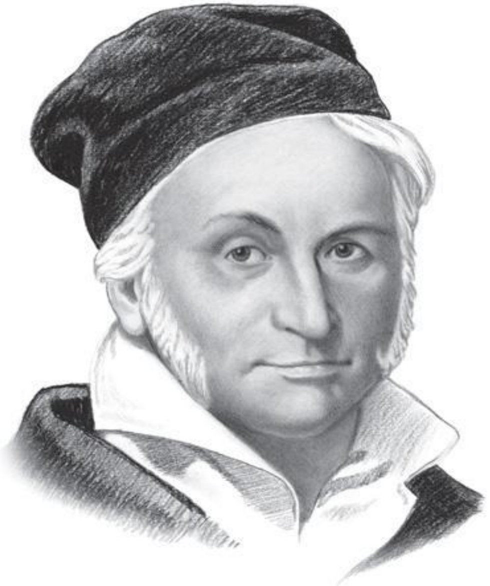
из формулы получается таинственное равенство единения арифметики, алгебры, геометрии и анализа.

К.Гаусс в 1799г. доказал основную теорему алгебры,
в 1831г. предложил геометрическую интерпретацию,

Независимо от него датчанином Весселем (1797) и французом Аргоном (1806) предложено геометрическое толкование комплексных чисел

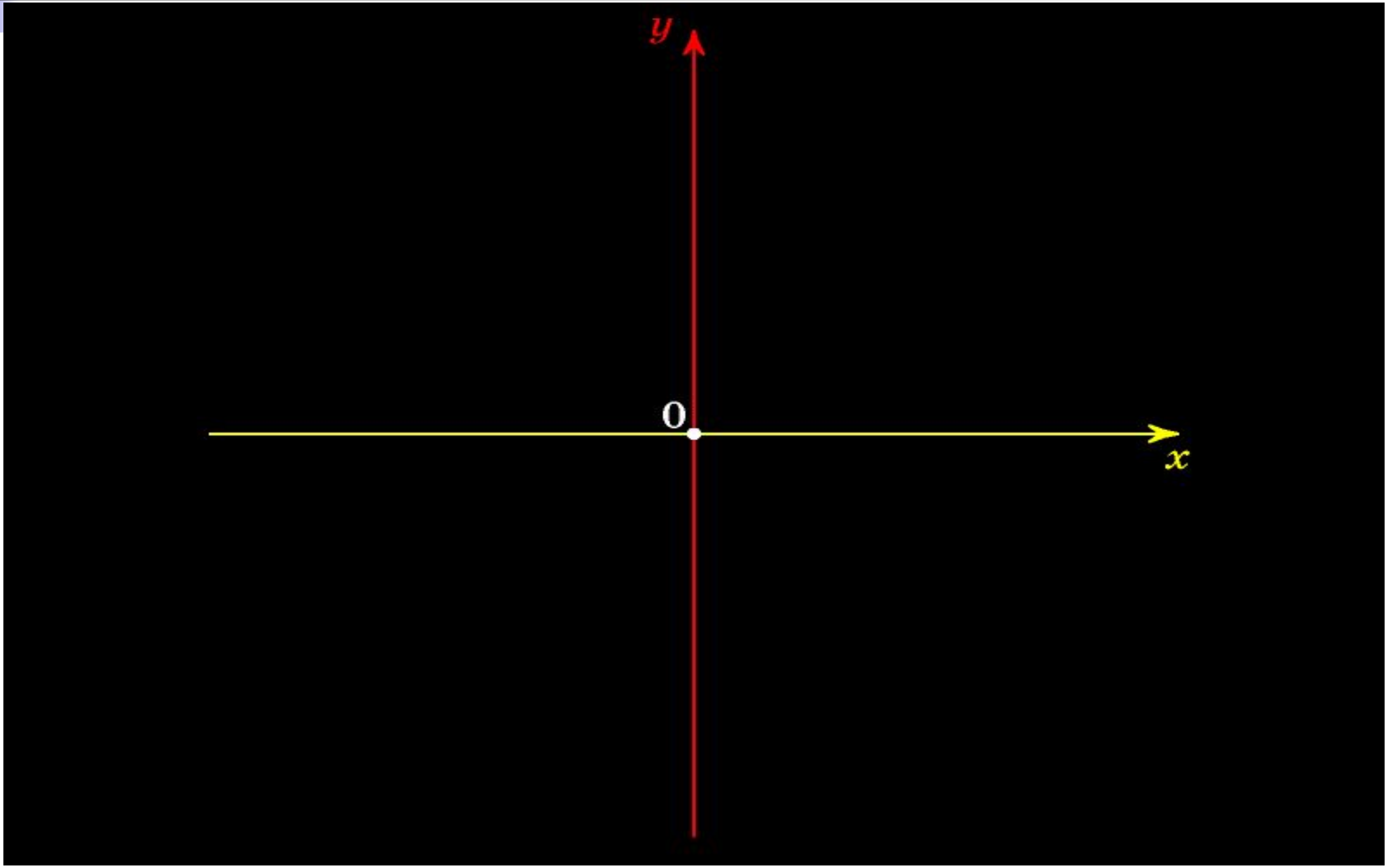
Словарь терминов

- Комплексный-лат. составной, сложный.Термин введён Гауссом
- i-первая буква французского слова imaginaire, мнимый
- Инверсия, inversio - лат. переворачивание

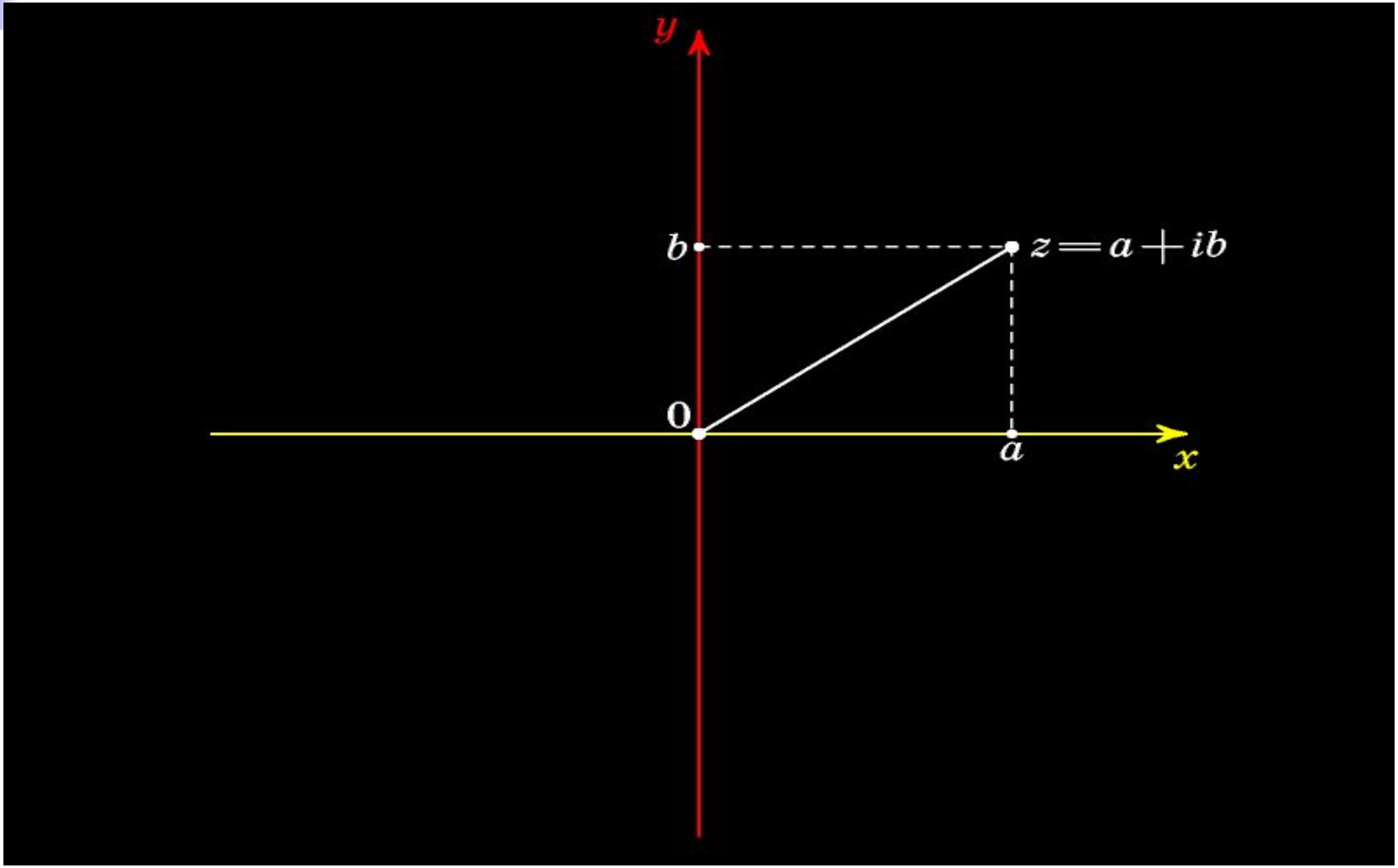


Карл Фридрих Гаусс
1777—1855

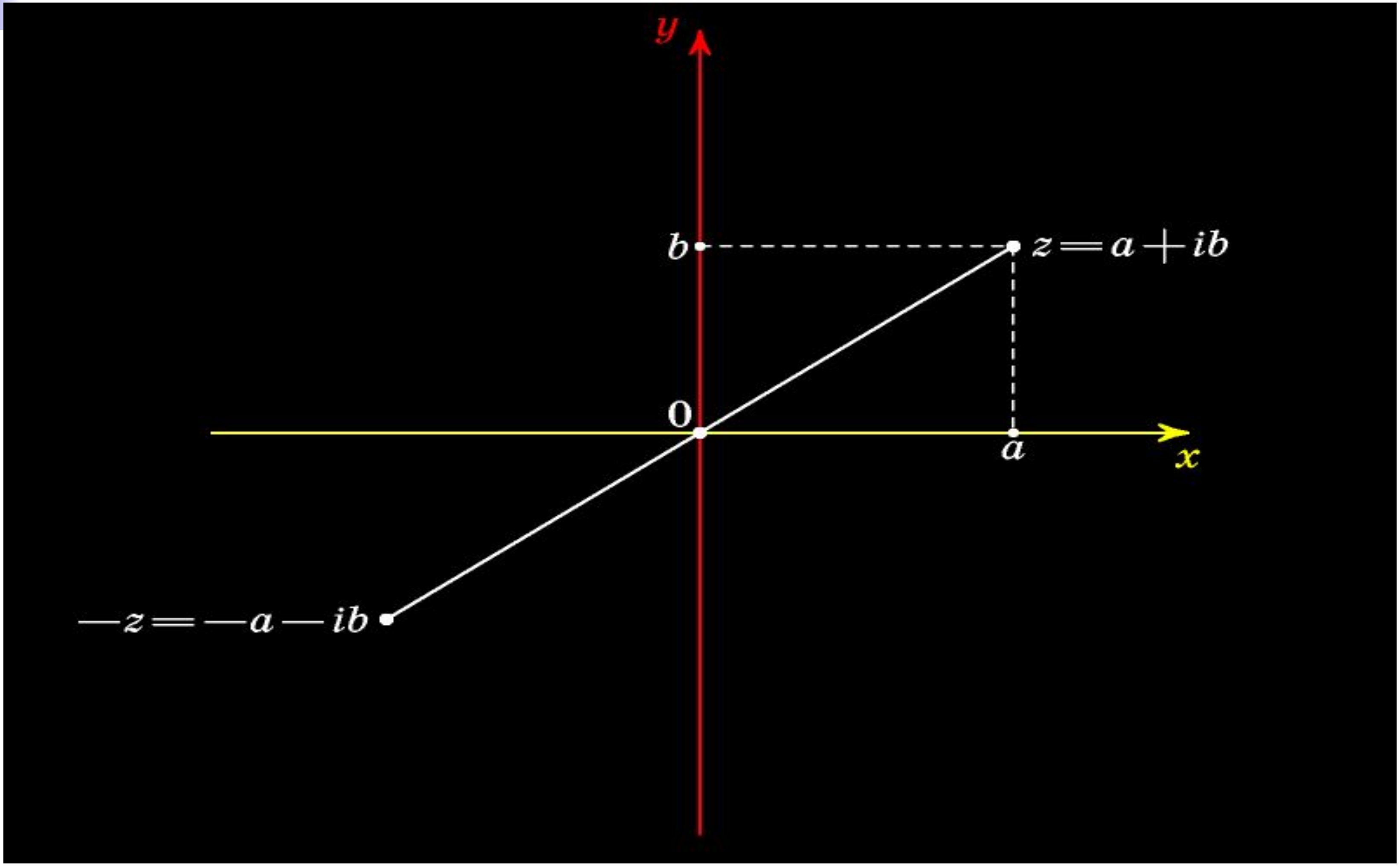
Рассмотрим плоскость с заданной на ней декартовой системой координат. Ось абсцисс назовём вещественной осью, ось ординат — мнимой осью.



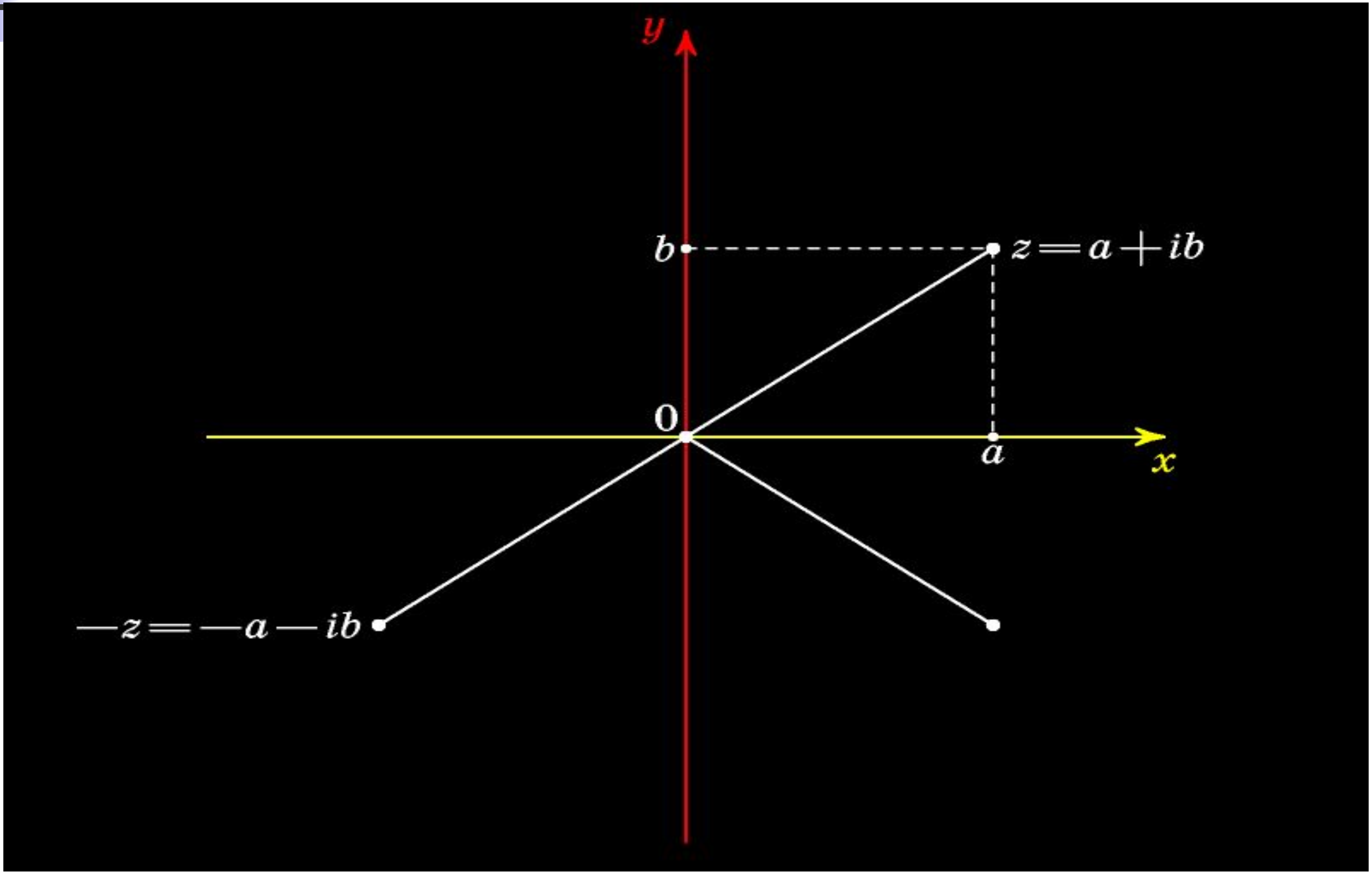
Точку (*a*; *b*) называют комплексным числом *z* = *a* + *bi*. Число *a* — вещественная часть, а число *b* — мнимая часть комплексного числа *z*. Запись *a* + *bi* называют алгебраической формой комплексного числа z.



Число *-z* симметрично числу *z* относительно начала координат

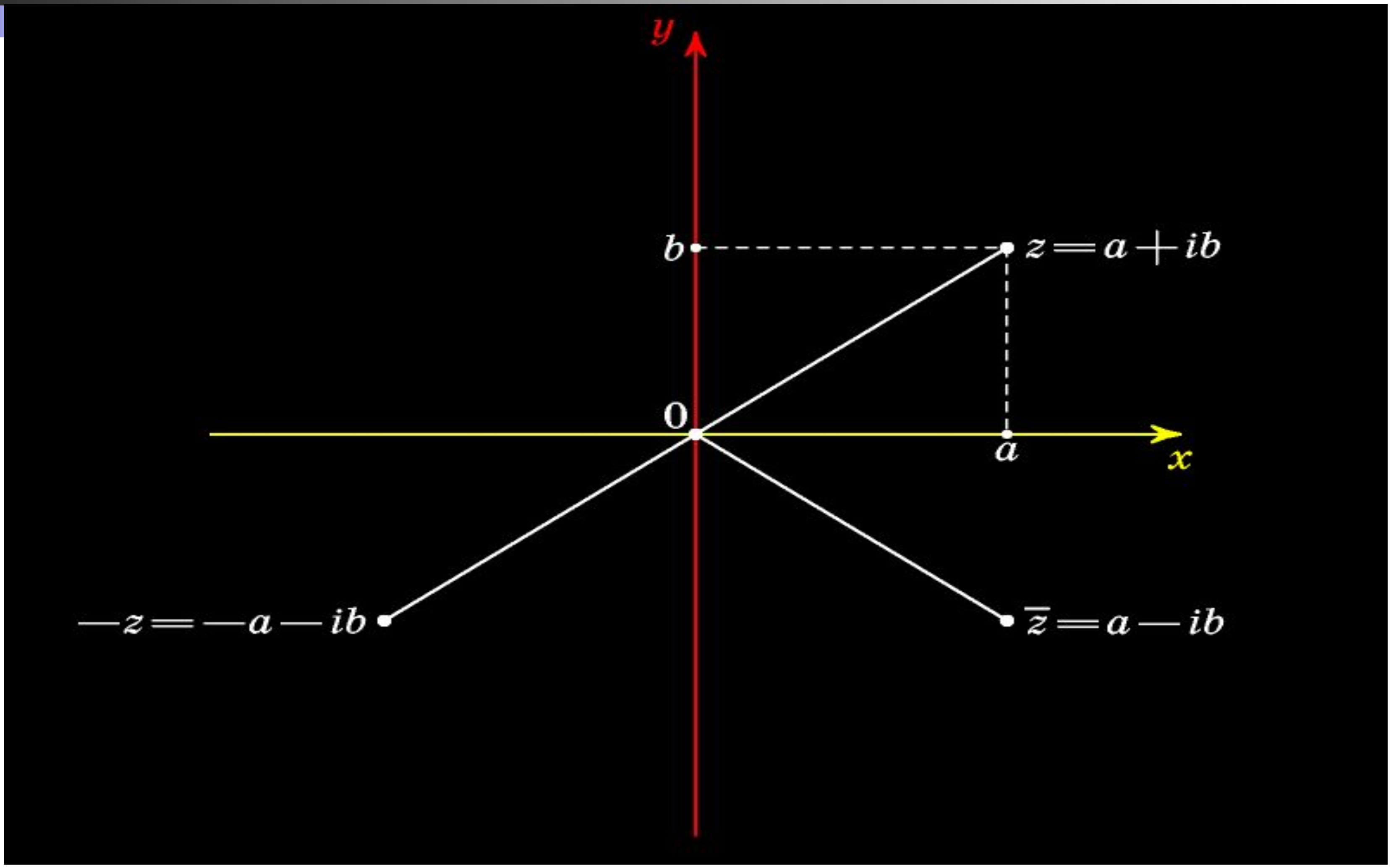


Число, симметричное числу *z* относительно оси абсцисс, называют сопряжённым к числу.

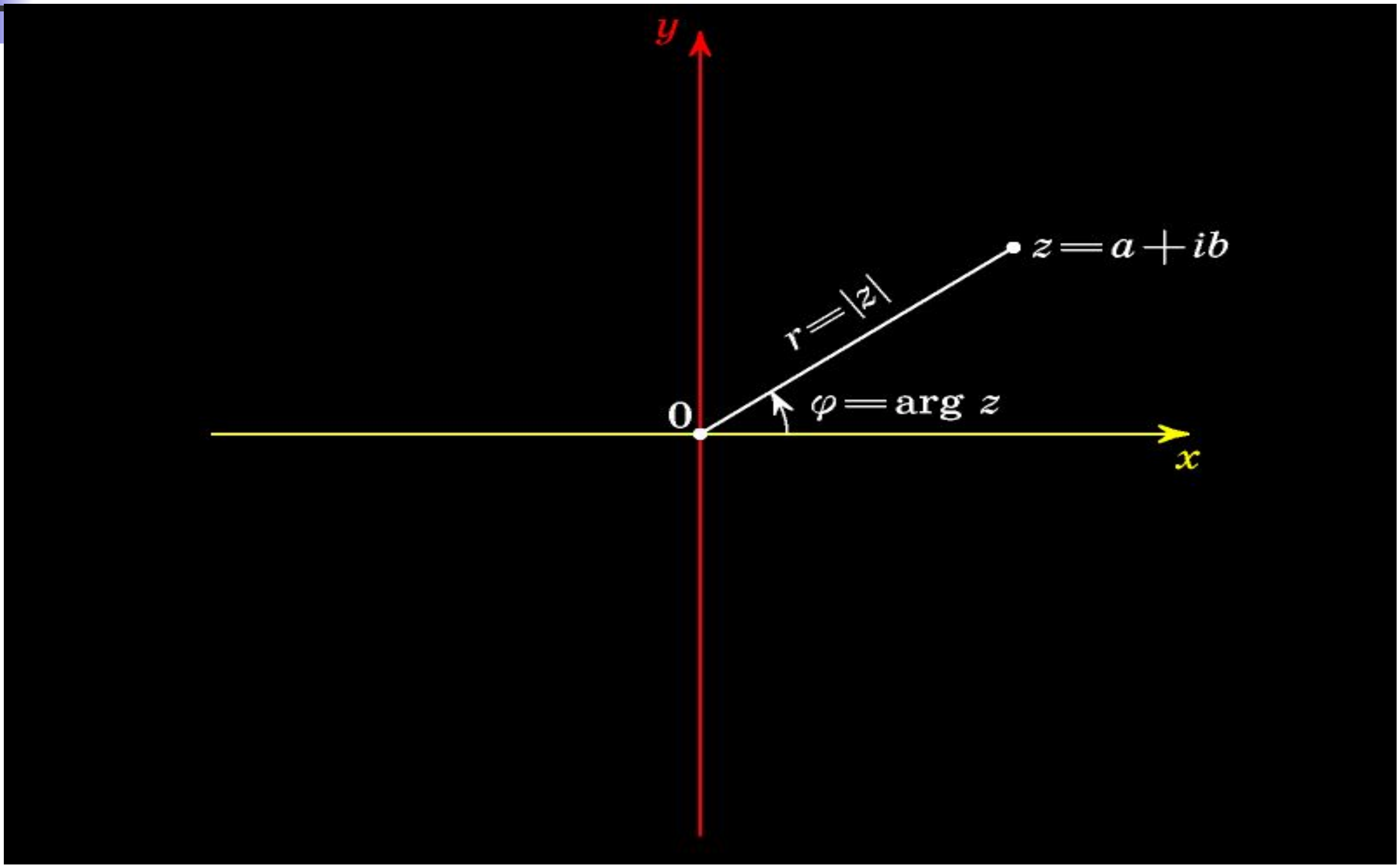


$\overline{z}$

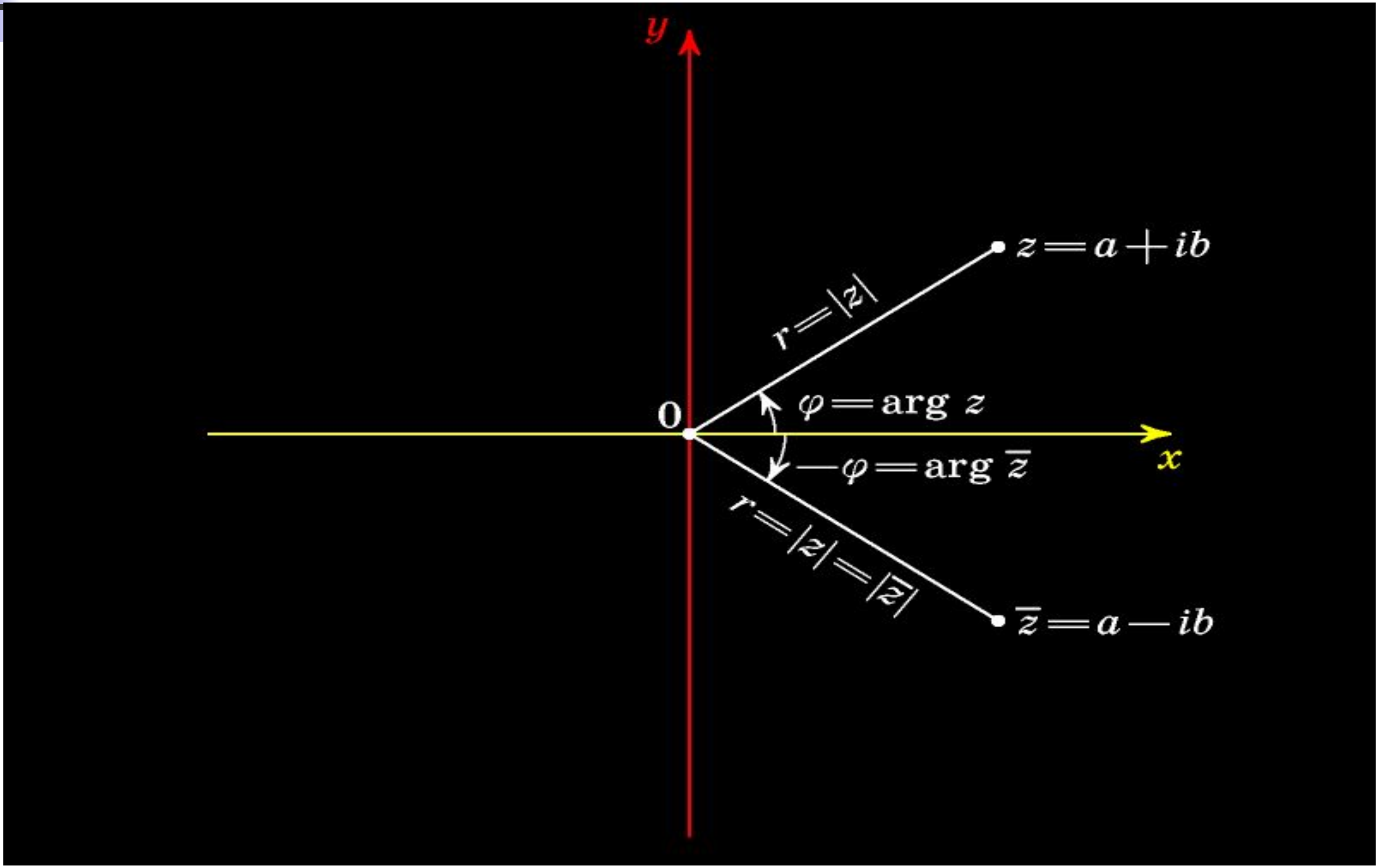
Это число *a - bi* обозначают так: $\overline{Z}$



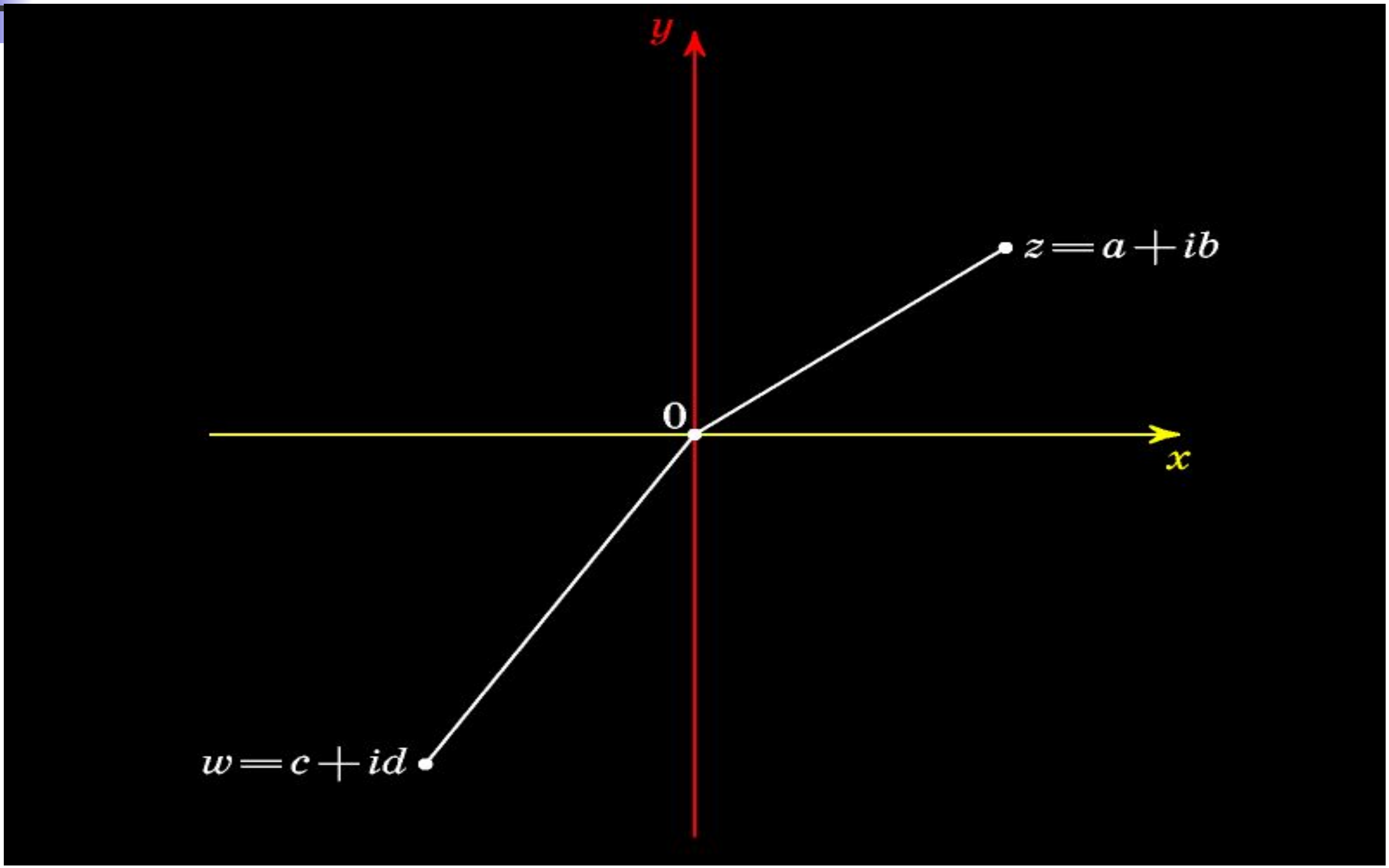
Модулем (абсолютной величиной) комплексного числа *z* называют расстояние от начала координат до точки (*a*; *b*). Аргумент числа — величина угла между положительным направлением оси абсцисс и лучём, выходящим из начала координат и проходящим через точку (*a*; *b*).



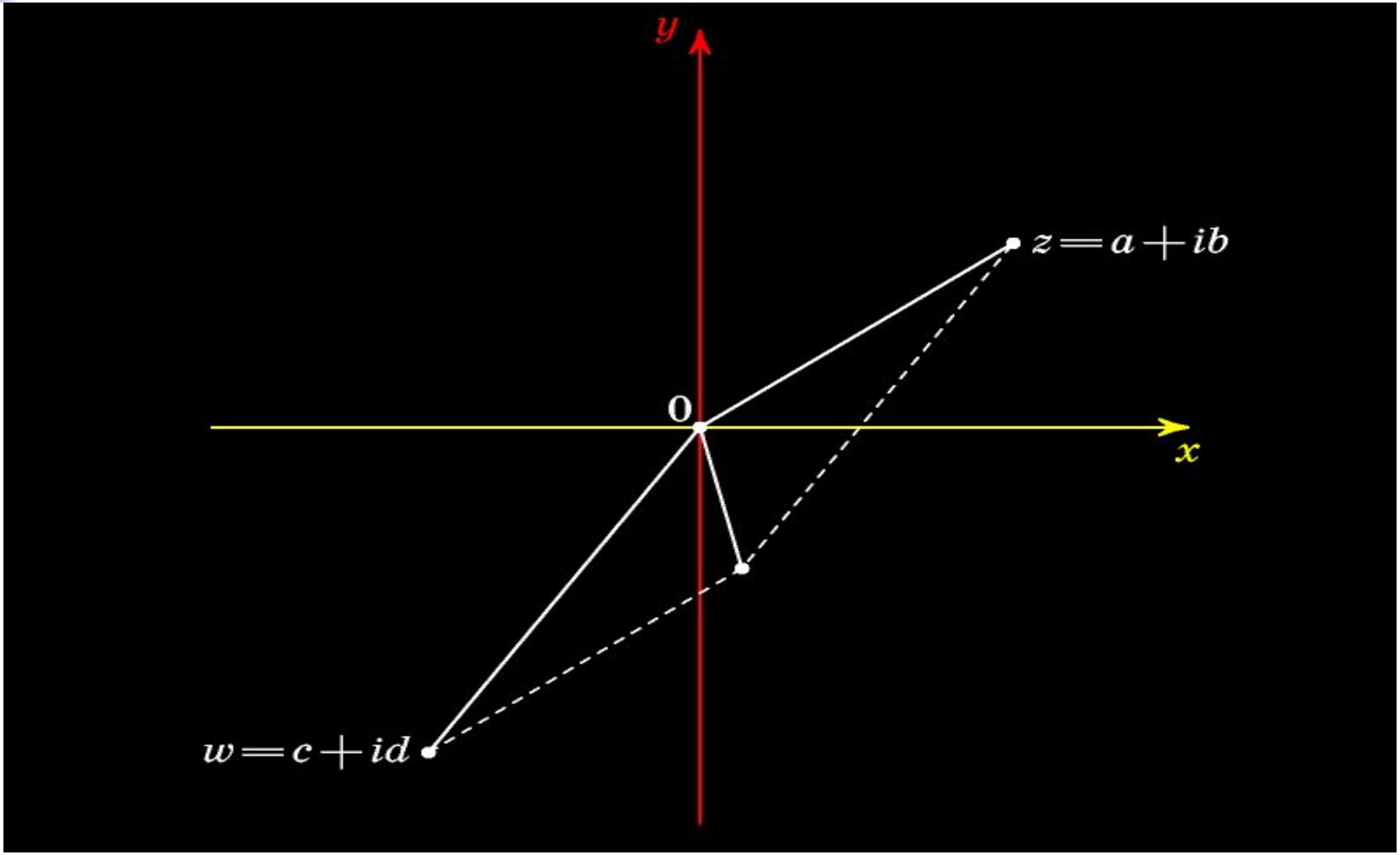
Модули сопряжённых чисел равны, а аргументы противоположны



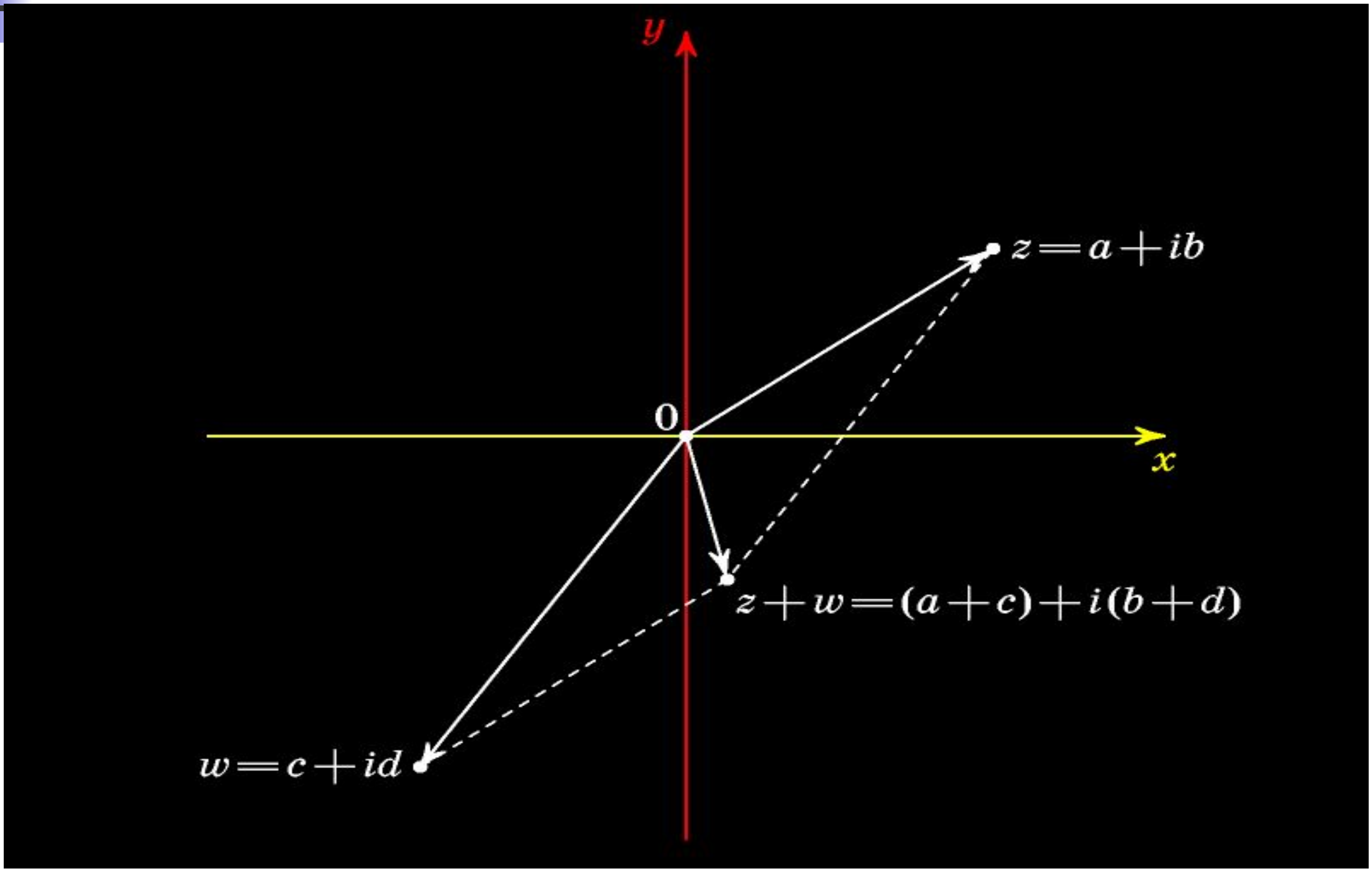
Как складывать комплексные числа $z = a + bi$ и $w = c + di$?



Сумма комплексных чисел - это сумма векторов.



В алгебраической форме:
$z + w = (a + c) + (b + d)i.$



Тригонометрическая форма комплексного числа — это его выражение $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ через абсолютную величину r и аргумент φ комплексного числа z.