Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника

Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника

Рассмотрим прямоугольный треугольник

$\Delta ABC \quad \angle A = 90^\circ$

$\angle C, \angle B$ – острые углы

Рассмотрим $\angle C$,

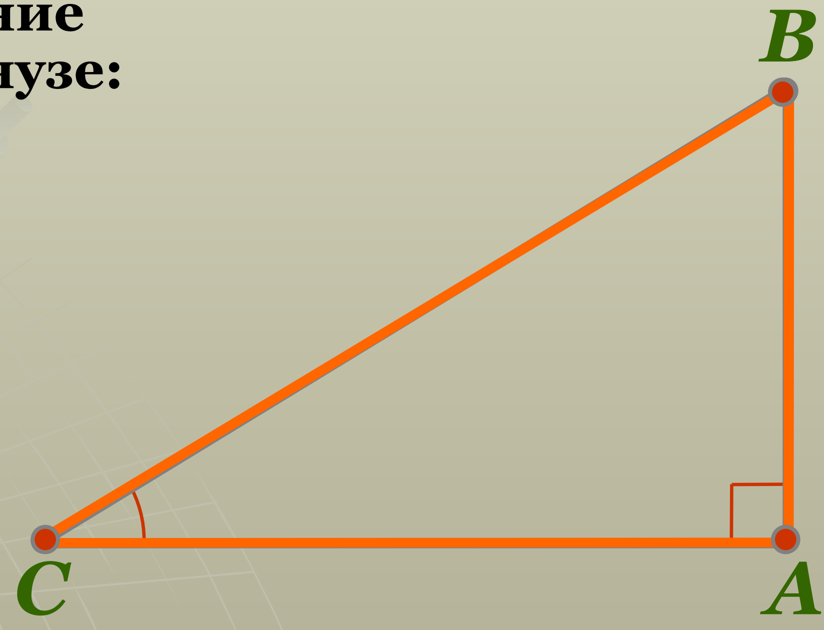
катет ***AB*** является **противолежащим** углу *С*,

катет ***AC*** является **прилежащим** углу *С*.

Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника

Синусом **острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе:**

$$\sin C = \frac{AB}{BC}$$



Косинусом **острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе:**

$$\cos C = \frac{AC}{BC}$$

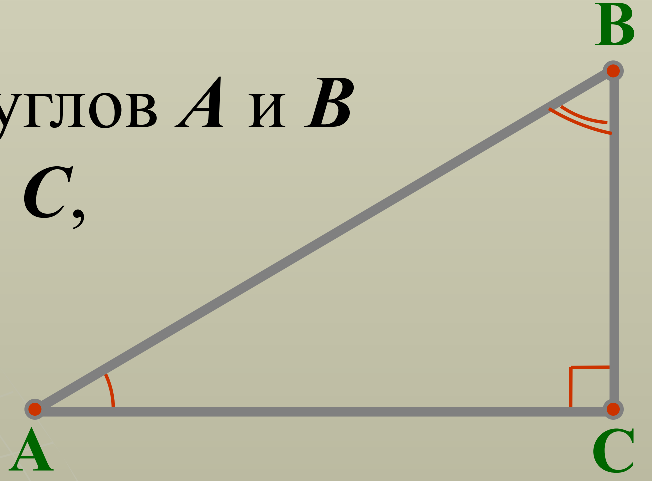
Тангенсом **острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету:**

$$tgC = \frac{AB}{AC}$$

Историческая справка

Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника

Задача №1.



Найдите синус, косинус и тангенс углов ***A*** и ***B*** треугольника ***ABC*** с прямым углом ***C***, если ***BC*** = 12, ***AC*** = 9.

Решение:

1. По теореме Пифагора ***AB*** = 15.
2. $\sin A = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{4}{5}$ $\quad \cos A = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{3}{5}$ $\quad tgA = \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{4}{3}$
3. $\sin B = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{3}{5}$ $\quad \cos B = \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{4}{5}$ $\quad tgB = \dfrac{AC}{BC} = \dfrac{3}{4}$

Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника

- **Тангенс угла равен отношению синуса к косинусу этого угла.**

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A} \qquad \left(\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AB}{AC} = \frac{BC}{AC} = tgA \right)$$

- **Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов равны, косинусы этих углов равны и тангенсы этих углов равны.**

Если $\angle A = \angle A_1$, **то** $\sin A = \sin A_1$, $\cos A = \cos A_1$, $\operatorname{tg} A = \operatorname{tg} A_1$.

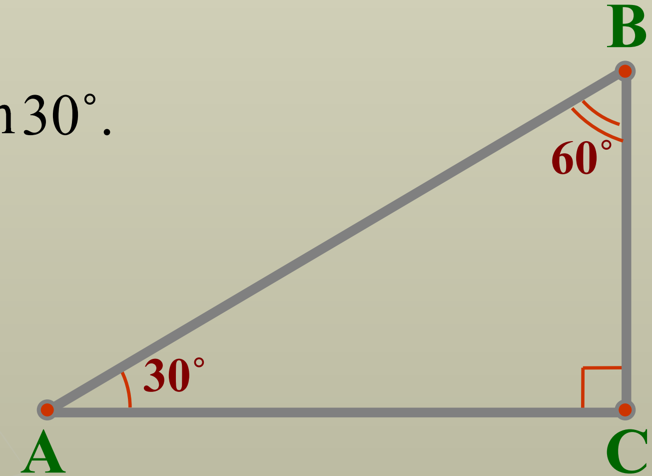
- **Основное тригонометрическое тождество**

$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1 \qquad \left(\left(\frac{BC}{AB}\right)^2 + \left(\frac{AC}{AB}\right)^2 = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = 1 \right)$$

Тест *Историческая справка*

Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30° ,45° и 60°

Т.к. катет, лежащий против угла в 30°, равен **половине гипотенузы**, то $\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$ ·Но $\frac{BC}{AB}=\sin A=\sin 30^\circ$.



С другой стороны, $\frac{BC}{AB}=\cos B=\cos 60^\circ$.

Получаем $\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$, $\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$.

Из **основного тригонометрического тождества** получаем

$$\cos 30^\circ=\sqrt{1-\sin^2 30^\circ}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 60^\circ=\sqrt{1-\cos^2 60^\circ}=\sqrt{1-\frac{1}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

По формуле $tg\,A=\frac{\sin A}{\cos A}$ получаем $tg\,30^\circ=\frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$$tg\,60^\circ=\frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ}=\sqrt{3}$$

Тест

Таблица значений $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $tg\alpha$ *для углов* α, *равных* 30°, 45°, 60°

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Тест

Историческая справка

Слово ***«синус»*** появилось в математике далеко не сразу. В работах греческих астрономов встречается величина ***«хорда»***, что значит ***«струна»***. В V в. этот термин попал в Индию, где был переведен на местный научный язык санскрит, как ***«джива»*** - ***«тетива лука»***. В VIII в. в переводах индийских работ на арабский язык слово ***«джива»*** было переведено как ***«джайб»***, что означало ***«впадина»***. В XII в. арабские математические книги стали переводить на латинский язык, и ***«джайб»*** (***«впадина»***) было переведено словом ***«синус»***. ***«Косинус»*** – это сокращение латинского выражения ***completely sinus***, т. е. «дополнительный синус» (или иначе «синус дополнительной дуги»).

Название ***«тангенс»*** появилось в XVI в., также имеет латинские корни и переводится как ***«касающийся»***.

Определения

Тождества

Историческая справка

Тригоном … буквальном
переводе озн… ***в***.

В данном … иков следует
понимать ка… определение
сторон, угл… льника, если
даны некотор…

Возникно… связано с
землеизмере… льным делом.
Впервые сп… основанные
на зависи… и углами
треугольника … негреческими
астрономами … ***емеем*** (2в. н.
э.)

Гиппарх

Клавдий Птолемей

Определения

Тождества

Анонимное тестирование

- Укажите свой класс
- Ответьте на 2 вопроса:
- Оцените сегодняшний урок по **5-ти бальной** системе
  1 – совсем не понравился, **2** – скорее не понравился, чем понравился, **3** – трудно сказать что-то определенное, **4** – понравился, но были уроки лучше, **5** – очень понравился
- Сравните урок с использованием презентации и без нее
  1 – лучше, когда учитель пишет на доске, **2** – не вижу особых различий, **3** – с презентацией интереснее и понятнее