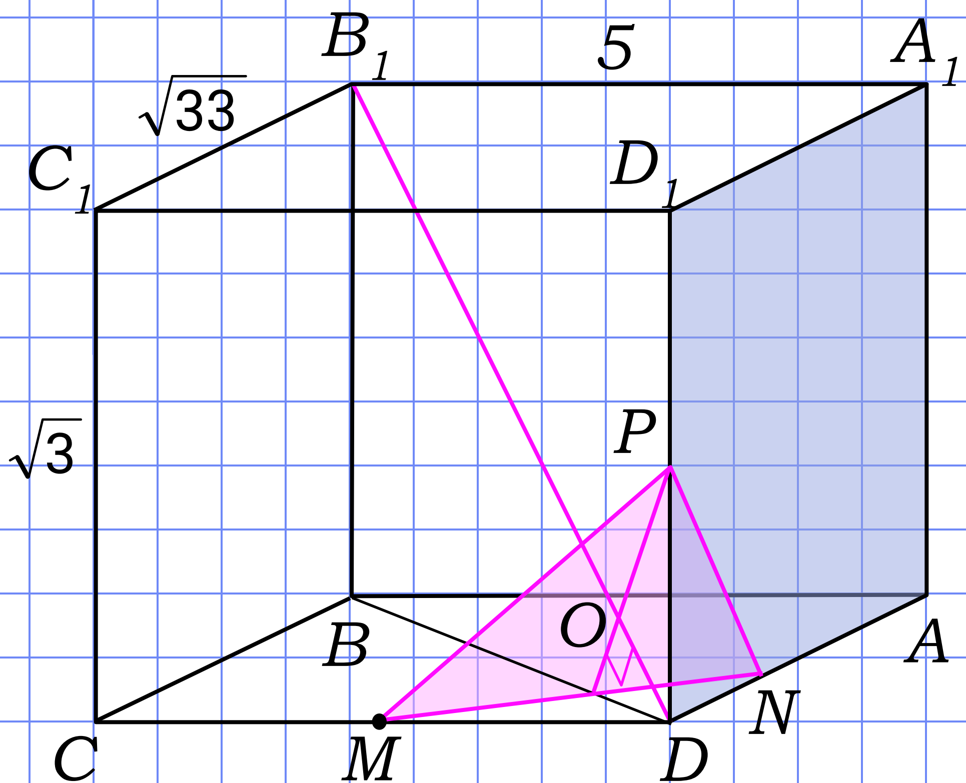
РЕШЕНИЕ ЗАДАНИЙ С2
(ЧАСТЬ 4)

Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани AA_1D_1D призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой B_1D, если расстояние между прямыми A_1C_1 и BD равно $\sqrt{3}$.



Решение.

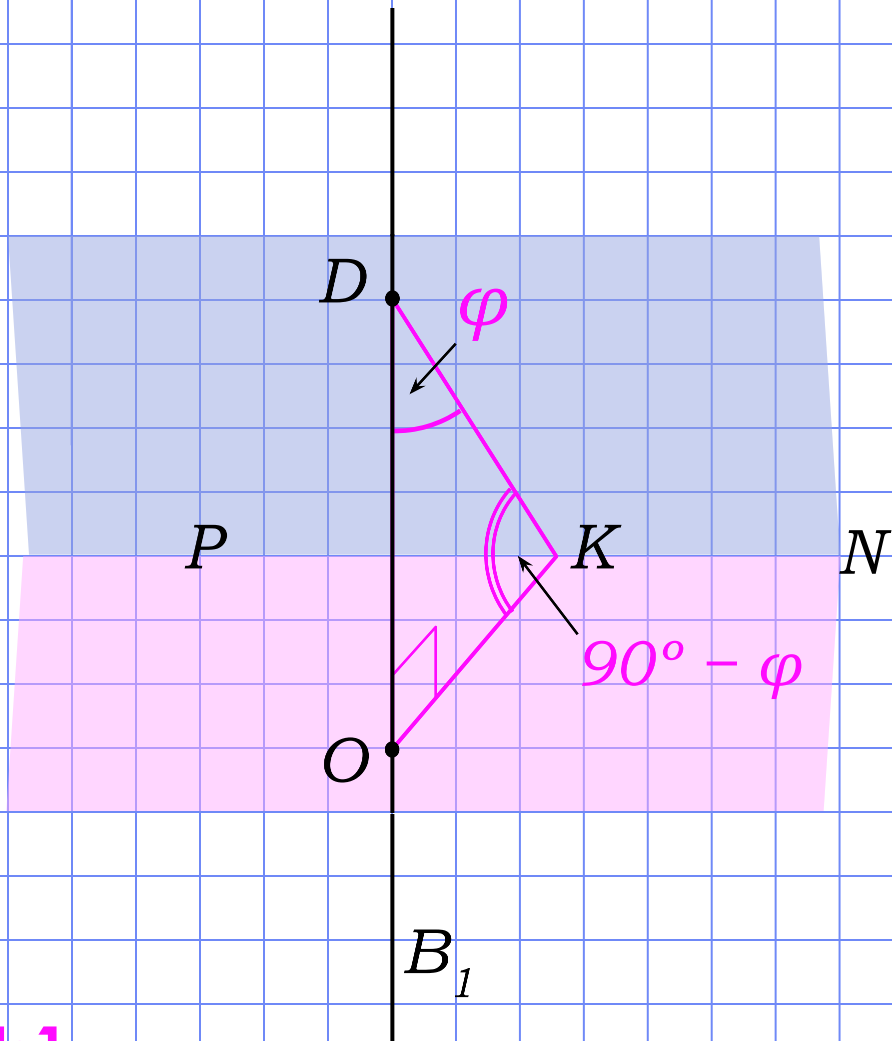
Призма прямая, в основании прямоугольник. Значит, она еще и прямоугольный параллелепипед.

Это значит, что расстояние между A_1C_1 и BD (диагоналями оснований призмы) равно длине боковых ребер $\sqrt{3}$.

Нам нужно найти тангенс угла между боковой гранью AA_1D_1D и плоскостью, перпендикулярной диагонали B_1D параллелепипеда.

№1

Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани AA_1D_1D призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой B_1D, если расстояние между прямыми A_1C_1 и BD равно $\sqrt{3}$.

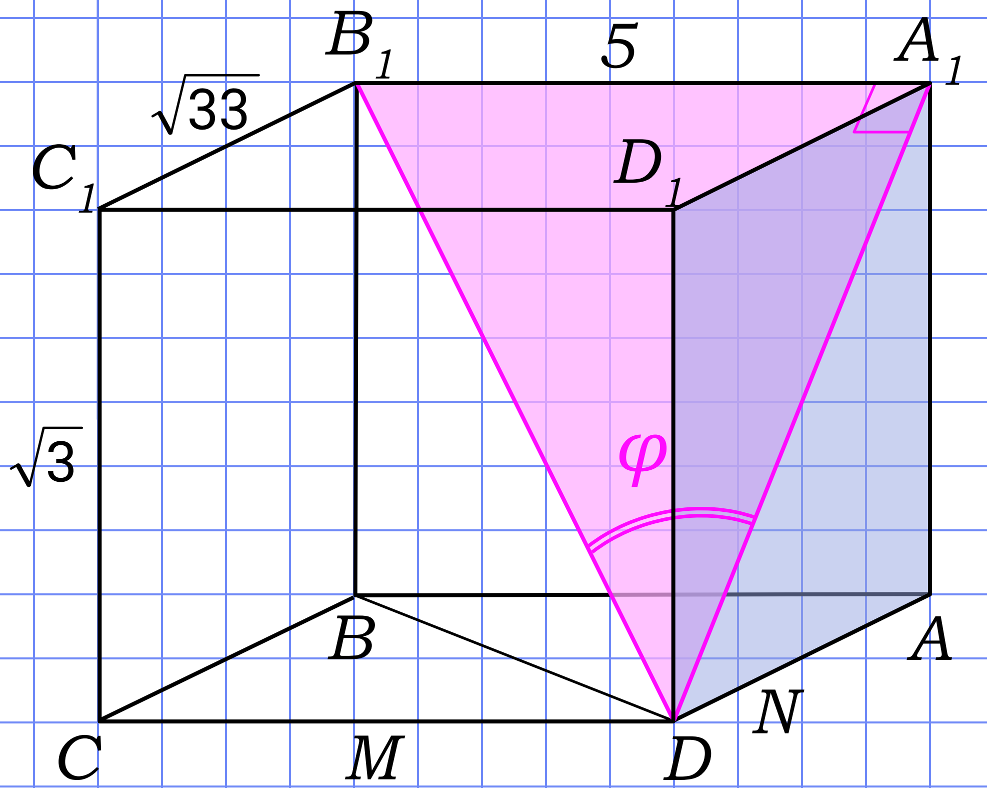


<u>Решение</u> (продолжение)

Информация о том, что эта плоскость проходит через середину ребра CD – лишняя. Имеем две пересекающиеся плоскости, к одной из которых проведена перпендикулярная прямая B_1D, пересекающая другую плоскость в точке D. По сути, нам надо найти угол между плоскостью грани AA_1D_1D и самой диагональю B_1D – угол φ, а искомый угол будет равен (90° – φ).

№1

Основание прямой четырехугольной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольник $ABCD$, в котором $AB = 5$, $AD = \sqrt{33}$. Найдите тангенс угла между плоскостью грани AA_1D_1D призмы и плоскостью, проходящей через середину ребра CD перпендикулярно прямой B_1D, если расстояние между прямыми A_1C_1 и BD равно $\sqrt{3}$.



__Решение__ (продолжение)

Поскольку мы имеем дело с п/у параллелепипедом, то этот угол легко найти из п/у ΔB_1DA_1.

Угол φ – и есть угол между гранью и диагональю.

$$A_1D = \sqrt{\left(\sqrt{33}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{36} = 6$$

(по теореме Пифагора из п/у ΔAA_1D)

Значит, ctg φ = 6/5.

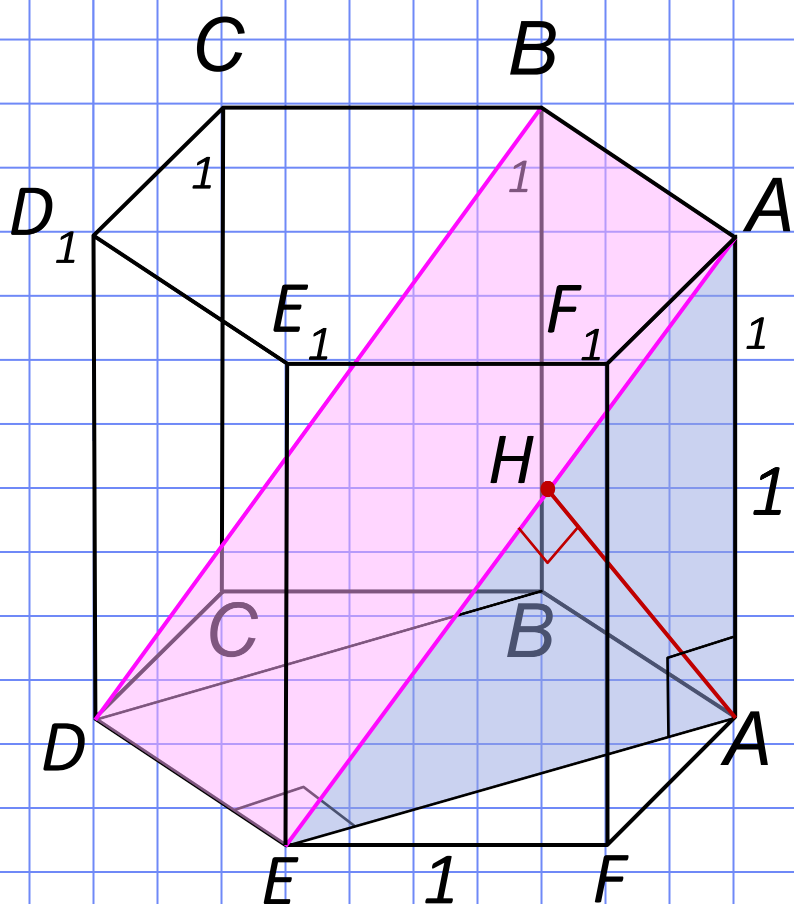
tg (90° – φ) = ctg φ = 6/5.

Ответ: 6/5.

№1

№2

В правильной шестиугольной призме $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$, все ребра которой равны 1, найдите расстояние от точки A до плоскости DEA_1.



Решение.

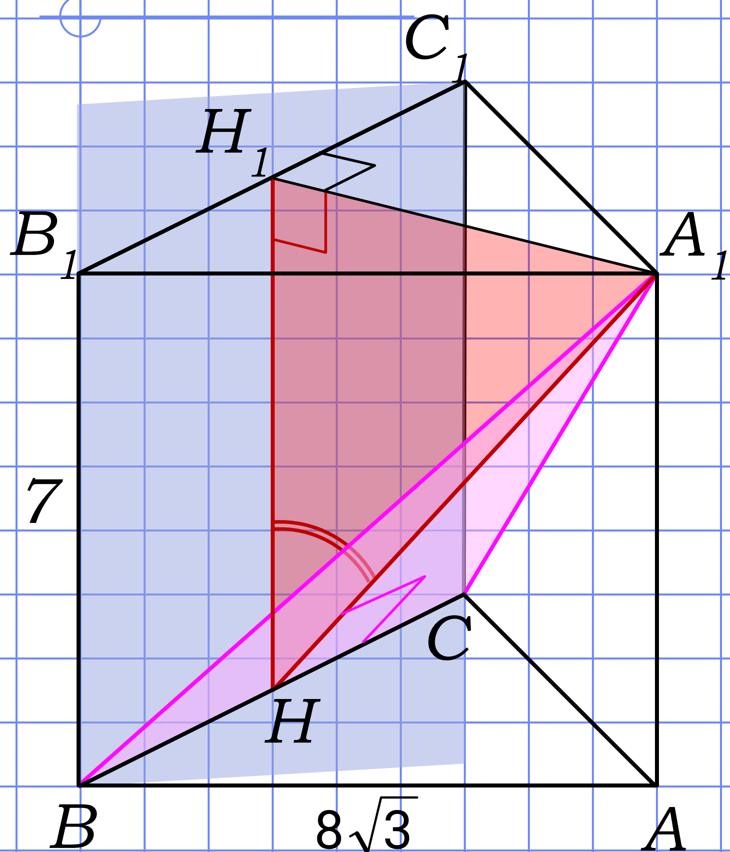
Прямые AA_1 и AE перпендикулярны прямой DE. Плоскость DEA_1, содержащая прямую DE, перпендикулярна плоскости AEA_1. Значит, искомое расстояние равно высоте AH прямоугольного треугольника AEA_1, в котором $AA_1 = 1$, $AE = \sqrt{3}$, $B_1F = 2$.

$$AH = \frac{AA_1 \cdot AE}{EA_1} = \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

№3

В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ ребро основания $AB = 8\sqrt{3}$, а боковое ребро $AA_1 = 7$. Найдите тангенс угла между плоскостями BCA_1 и BB_1C_1.



Решение.

$\Delta A_1B_1C_1$ – р/с, A_1H_1 – его высота, значит $A_1H_1 \perp B_1C_1$

В р/б ΔBCC_1, A_1H – высота, тогда HH_1 – проекция наклонной A_1H на плоскость BB_1C_1 и по теореме, обратной теореме о 3-х $\perp$ $HH_1 \perp BC$,,

т.е. искомый угол – A_1HH_1.

Найдем его тангенс из п/у ΔA_1HH_1

$$A_1H_1 = \frac{8\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}{2} = 12; \quad HH_1 = 7$$

$$tgA_1HH_1 = \frac{A_1H_1}{HH_1} = \frac{12}{7}$$

Ответ: $\frac{12}{7}$.