A composite image of the solar system. In the upper right, a large view of Earth shows the African continent and surrounding oceans. In the upper left, Saturn is shown with its prominent rings. In the lower right, the reddish-orange surface of Mars is visible. The background is a dark space filled with numerous small white stars.

# Движение искусственных спутников Земли и космических аппаратов

Строение Солнечной системы

# Сегодня на уроке

1

Вспомним, почему искусственные спутники не падают на поверхность Земли при своём движении вокруг неё.

2

Дадим определения первой, второй и третьей космическим скоростям.

3

Выясним, по каким орбитам могут двигаться космические аппараты в зависимости от их начальной скорости.

4

Узнаем, какие орбиты космических аппаратов называются гомановскими.



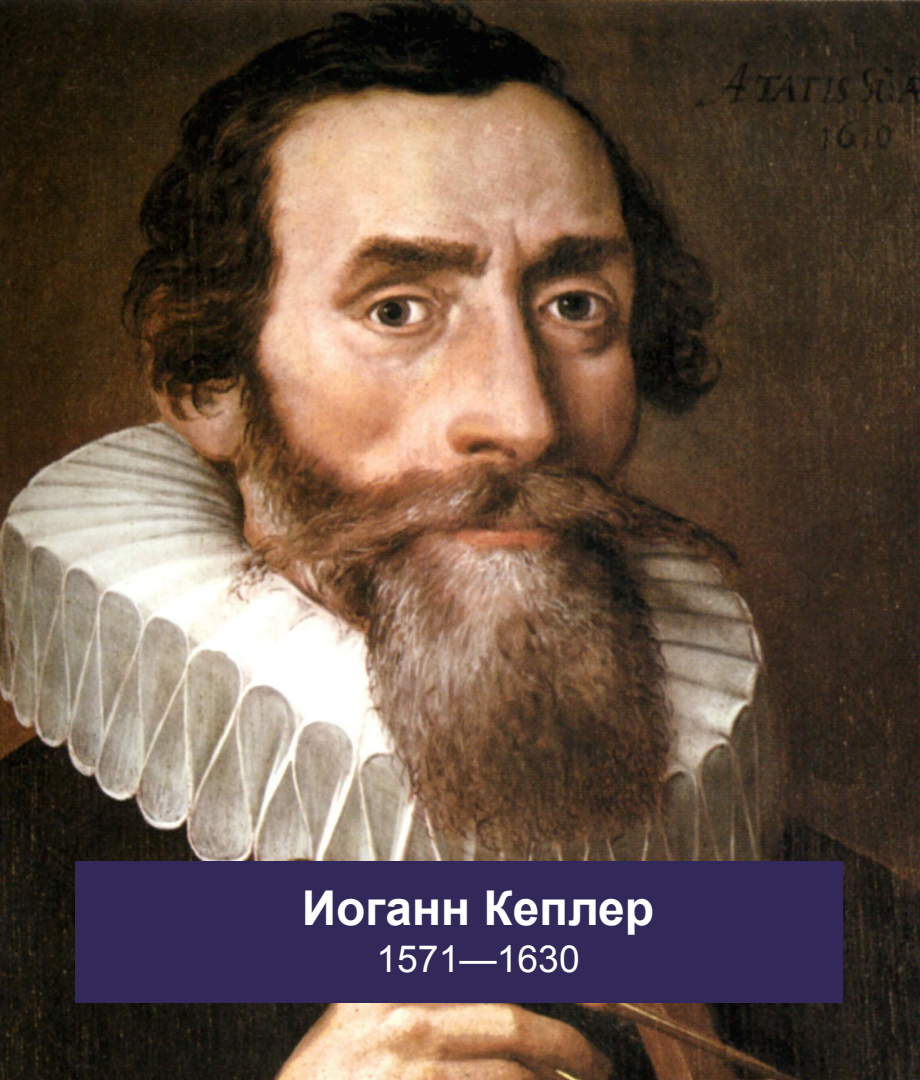
# Закон всемирного тяготения

Любые два тела притягивают друг друга силами, прямо пропорциональными произведению масс этих тел и обратно пропорциональными квадрату расстояния между ними.



И. НЬЮТОН

$$\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}$$



**Иоганн Кеплер**

1571—1630

**Первый закон Кеплера (1605):**  
все планеты движутся по эллиптическим орбитам, в одном из фокусов которых находится Солнце.

**Второй закон Кеплера (1602):**  
радиус-вектор планеты описывает в равные промежутки времени равновеликие площади.

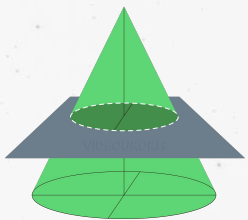
**Третий закон Кеплера (1618):**  
квадраты периодов обращения планет относятся как кубы больших полуосей их орбит:

# Первый обобщённый закон Кеплера

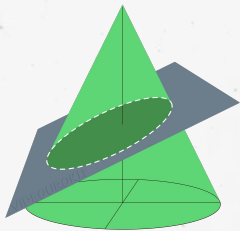
Движение одного небесного тела в поле тяготения другого небесного тела происходит по одному из конических сечений.



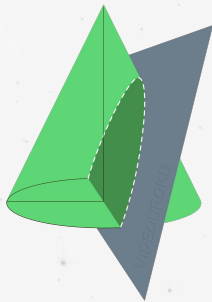
И. Кеплер



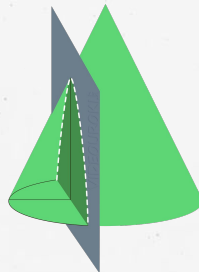
Окружность



Эллипс



Парабола



Гипербола

# Третий обобщённый закон Кеплера

Квадраты сидерических периодов спутников, умноженные на сумму масс главного тела и спутника, относятся как кубы больших полуосей орбит спутников.



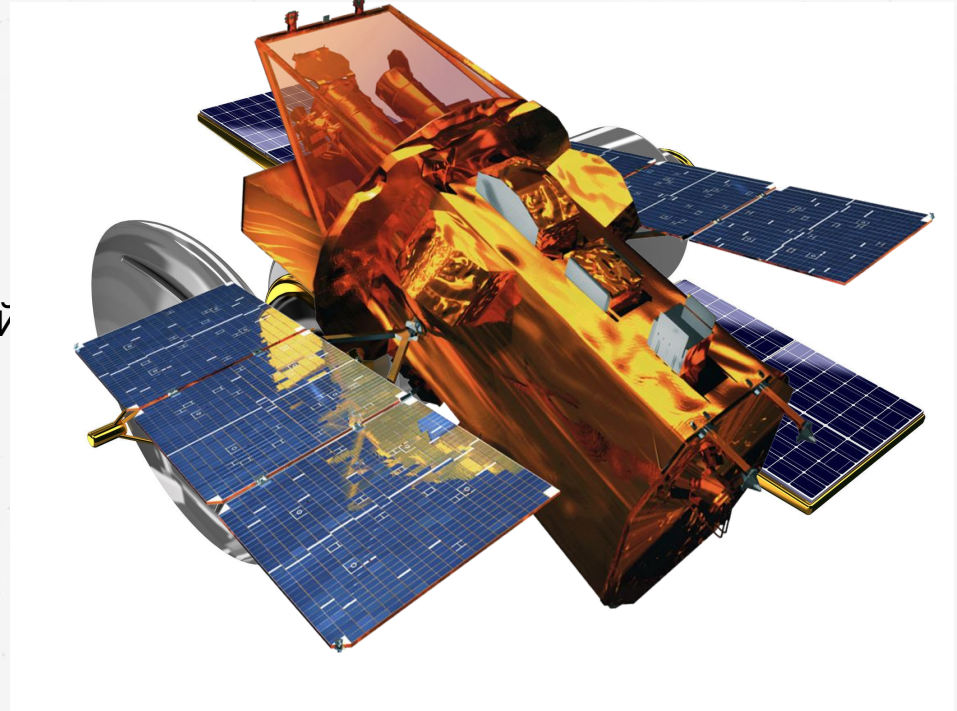
И. Кеплер

$$\frac{T_1^2(M_1 + m_1)}{T_2^2(M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

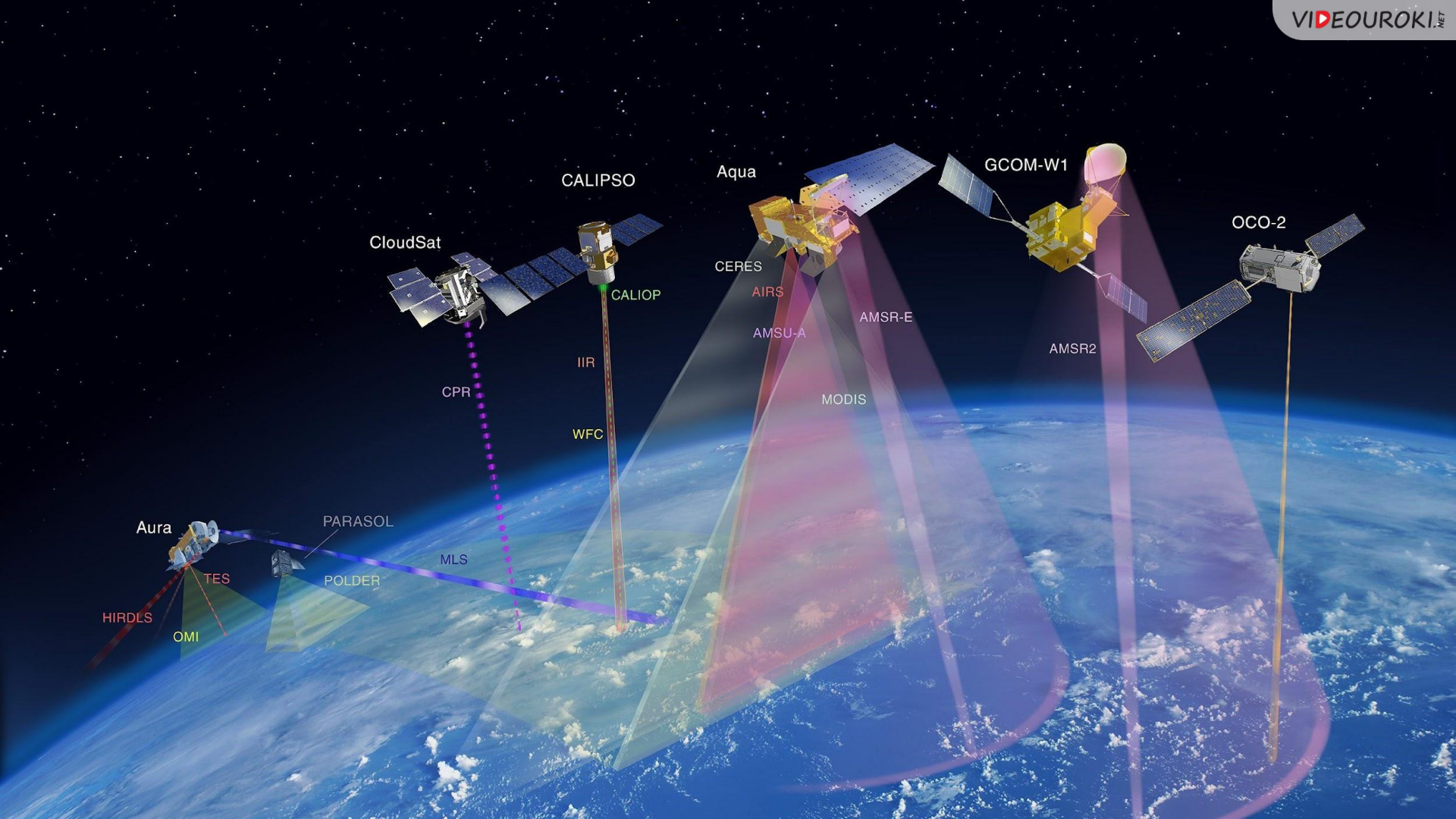


# Движение ИСЗ и КА

Искусственные спутники планет — космические аппараты, созданные людьми, которые позволяют наблюдать за планетой, около которой они вращаются, а также другими астрономическими объектами из космоса.







# Движение ИСЗ и КА



И. Ньютон



# Движение ИСЗ и КА



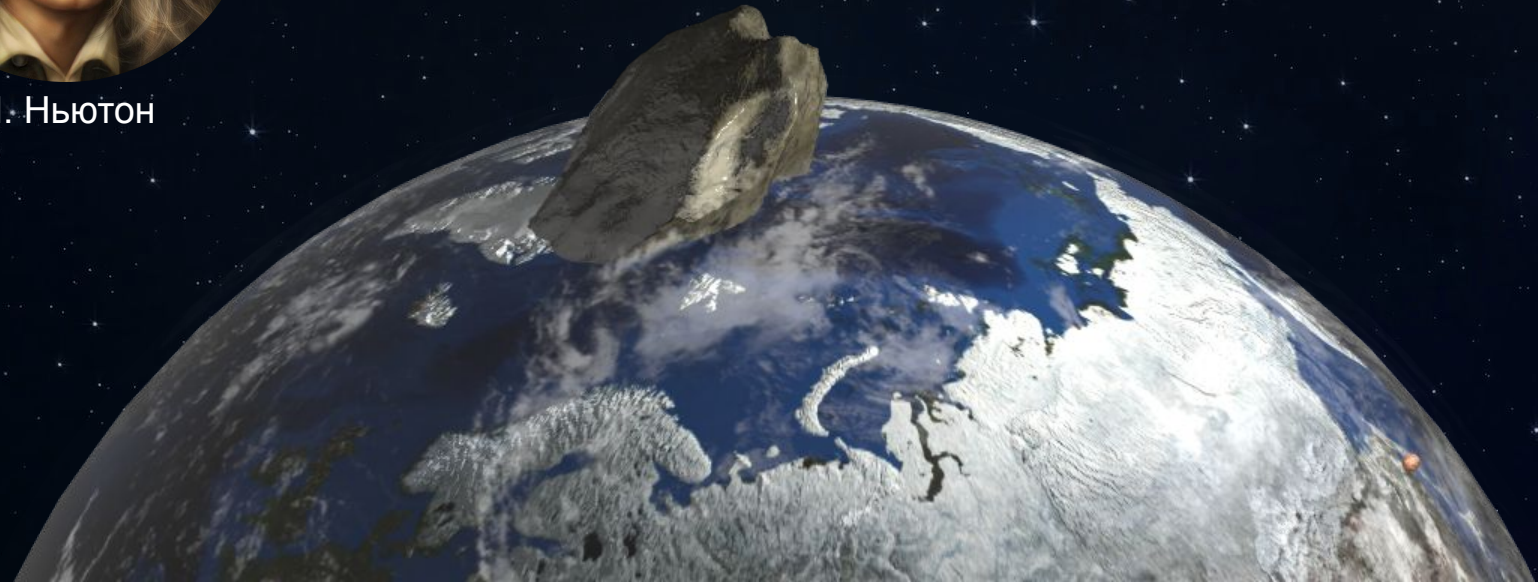
И. НЬЮТОН



# Движение ИСЗ и КА



И. НЬЮТОН



# Движение ИСЗ и КА



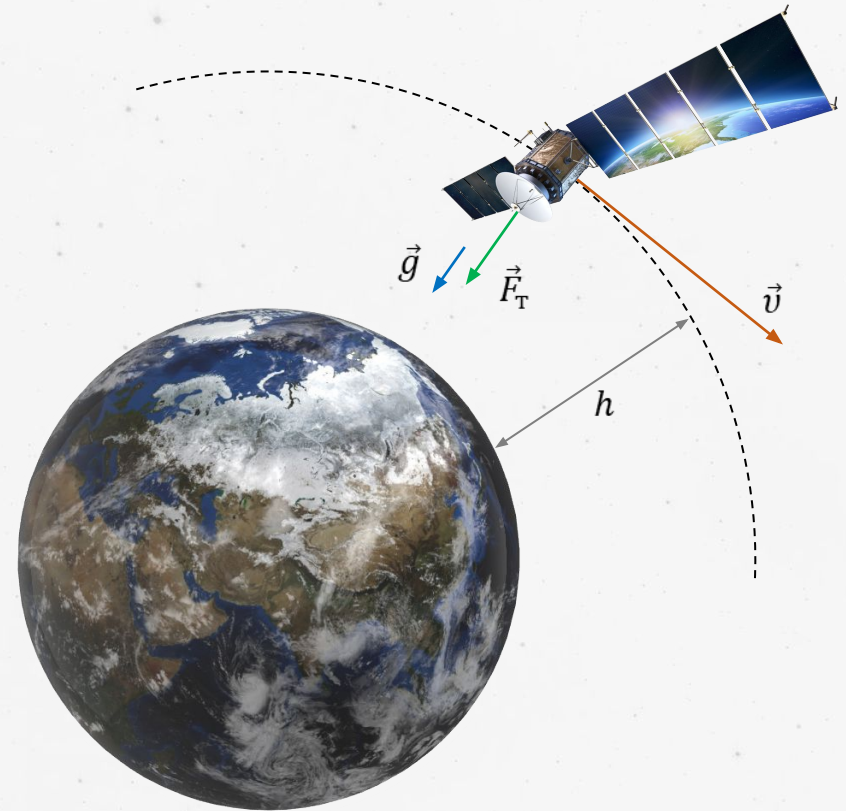
И. Ньютон



# Движение ИСЗ и КА

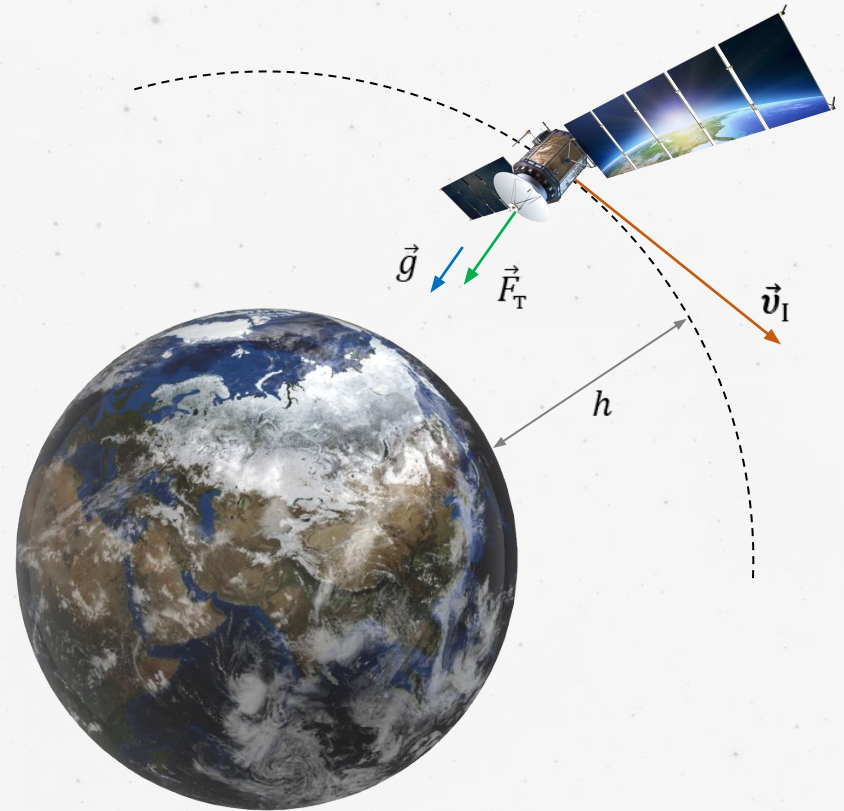
Спутник движется как свободно падающее тело с ускорением свободного падения.

Искусственным спутником Земли может стать любое тело произвольной массы.



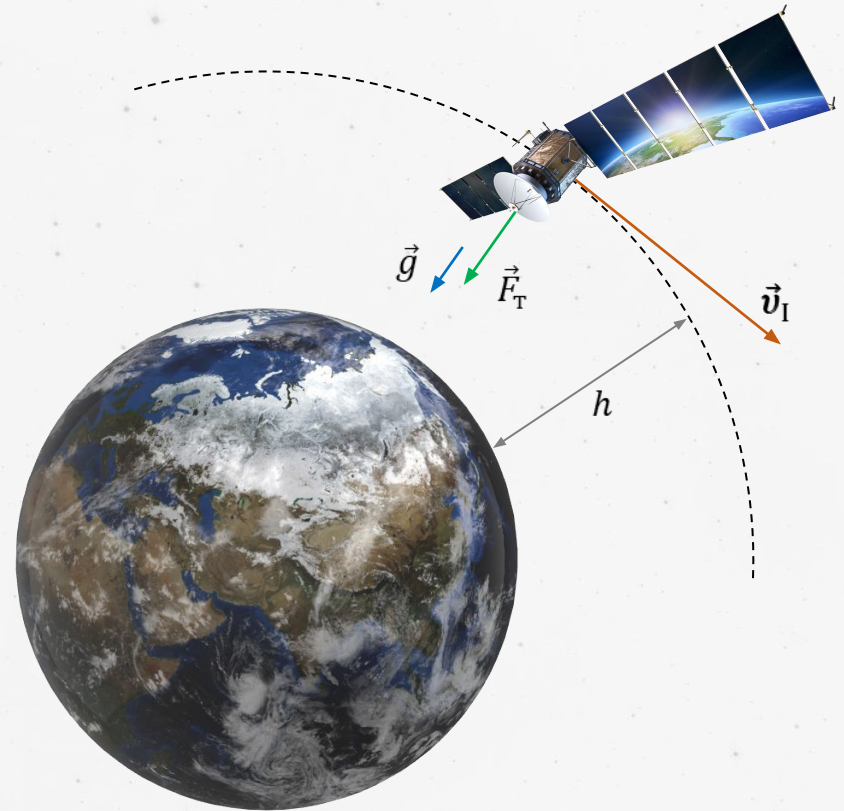
# Движение ИСЗ и КА

Скорость, при достижении которой космический аппарат, запускаемый с Земли, может стать её искусственным спутником, называется **первой космической скоростью**.



# Движение ИСЗ и КА

Скорость, при достижении которой космический аппарат, запускаемый с Земли, может стать её искусственным спутником, называется **первой космической скоростью**.





# Движение ИСЗ и КА

2-й закон Ньютона:  $F_{\text{тяг}} = ma_{\text{ц}}$ .

Закон всемирного тяготения:  $F_{\text{тяг}} = G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2}$ .

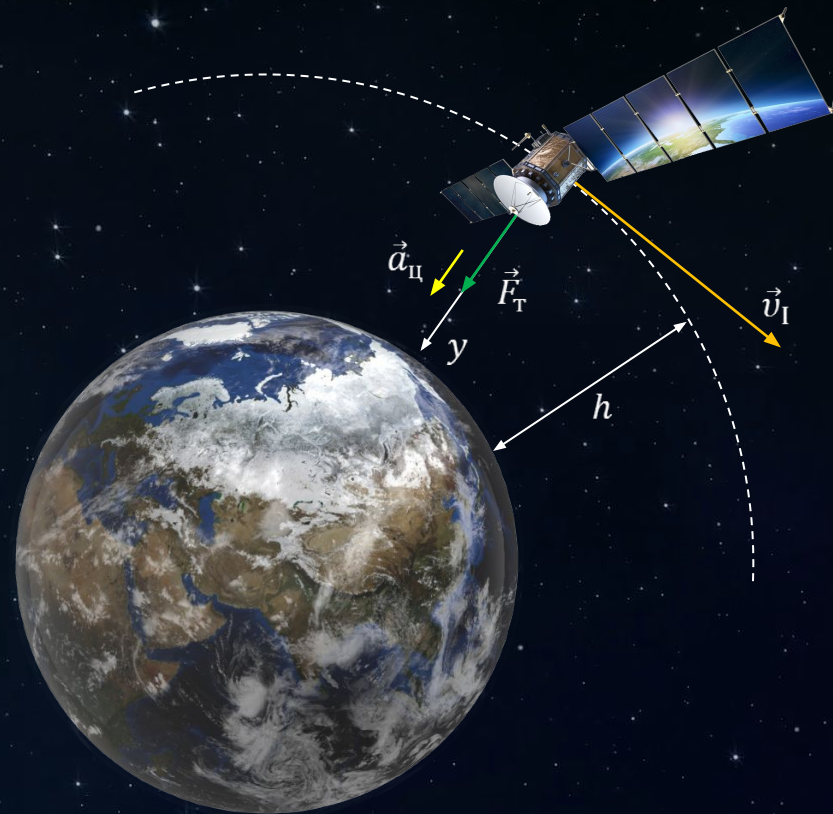
Центростремительное ускорение:  $a_{\text{ц}} = \frac{v_1^2}{R_3 + h}$ .

Тогда  $G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2} = m \frac{v_1^2}{R_3 + h} \Rightarrow G \frac{M_3}{R_3 + h} = v_1^2$ .

1-я космическая скорость:  $v_1 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3 + h}}$ .

Если  $h \ll R_3$ , то  $v_1 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3}} = \sqrt{g_0 R_3}$ .

Ускорение свободного падения:  $g_0 = G \frac{M_3}{R_3^2}$ .



# Движение ИСЗ и КА

2-й закон Ньютона:  $F_{\text{тяг}} = ma_{\text{ц}}$ .

1-я космическая скорость:  
Закон всемирного тяготения:  $v_1 = \sqrt{F_{\text{тяг}} = G \frac{M_3 M_3 m}{R_3^2 (R_3 + h)^2}}$

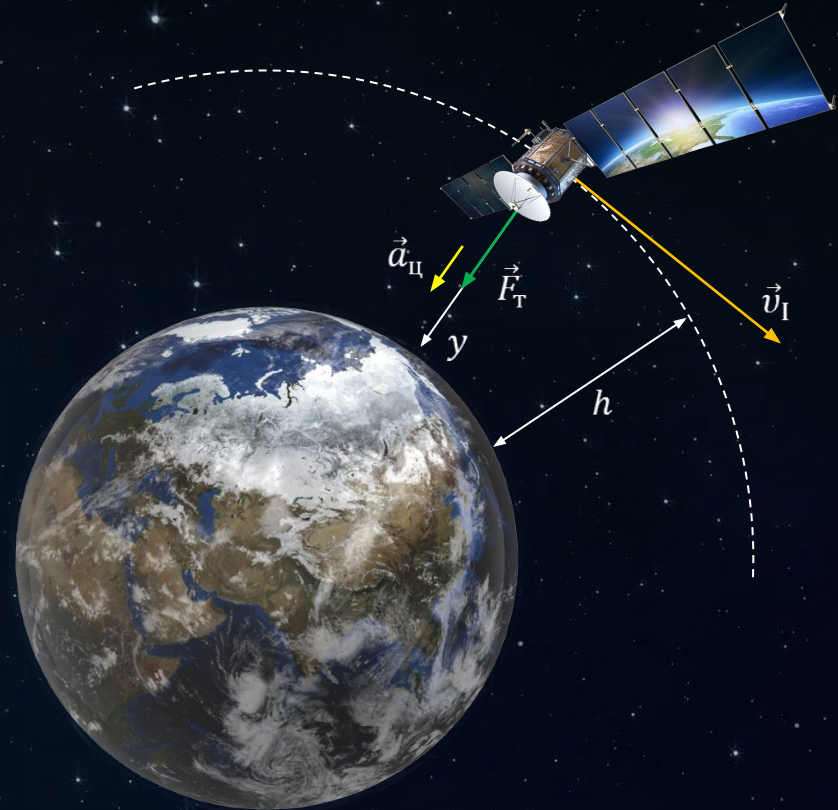
Центростремительное ускорение:  $a_{\text{ц}} = \frac{v_1^2}{R_3 + h}$

Если  $h \ll R_3$ , то  $v_1 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3^2}} = \sqrt{g_0 R_3}$   
Тогда  $G \frac{M_3 m}{(R_3 + h)^2} = m \frac{v_1^2}{R_3 + h} \Rightarrow G \frac{M_3}{R_3 + h} = v_1^2$

$R_3 = 6371 \cdot 10^3 \text{ м}$ ;  $g_0 = 9,81 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$   
1-я космическая скорость:  $v_1 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3 + h}}$

Вблизи поверхности Земли:  
Если  $h \ll R_3$ , то  $v_1 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3}} = \sqrt{g_0 R_3}$

Ускорение свободного падения:  $g_0 \approx 7,9 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} = G \frac{M_3}{R_3^2} \cdot \frac{\text{км}}{\text{с}}$



# Движение ИСЗ и КА

Первая космическая скорость:

$$v_1 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3 + h}} \approx 7,9 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Почему спутник  
не падает на  
поверхность  
планеты?

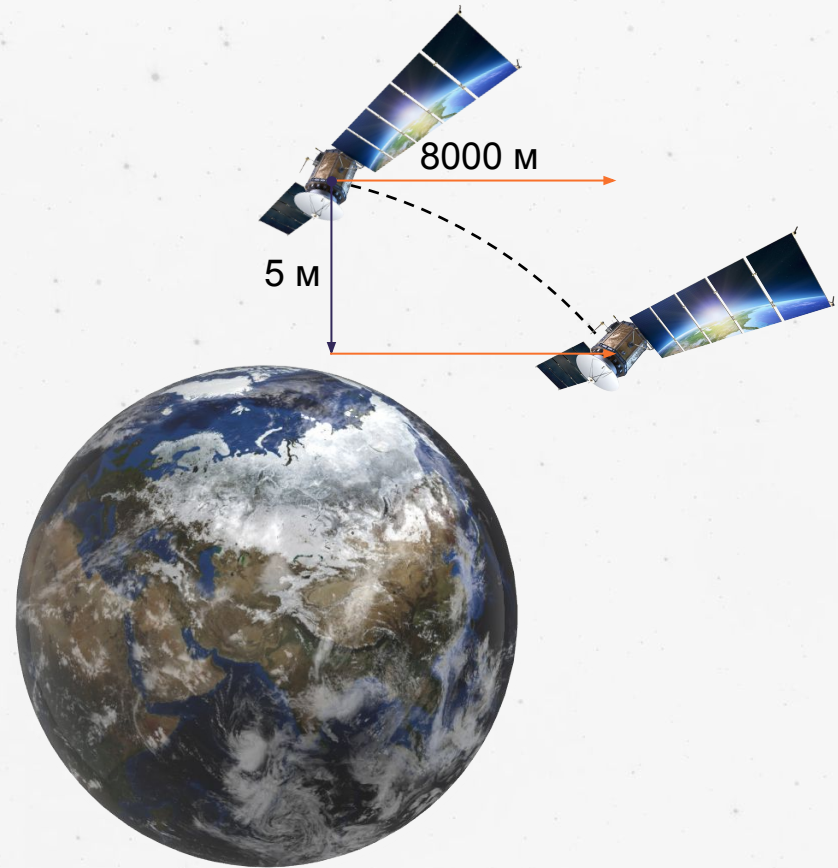


# Движение ИСЗ и КА

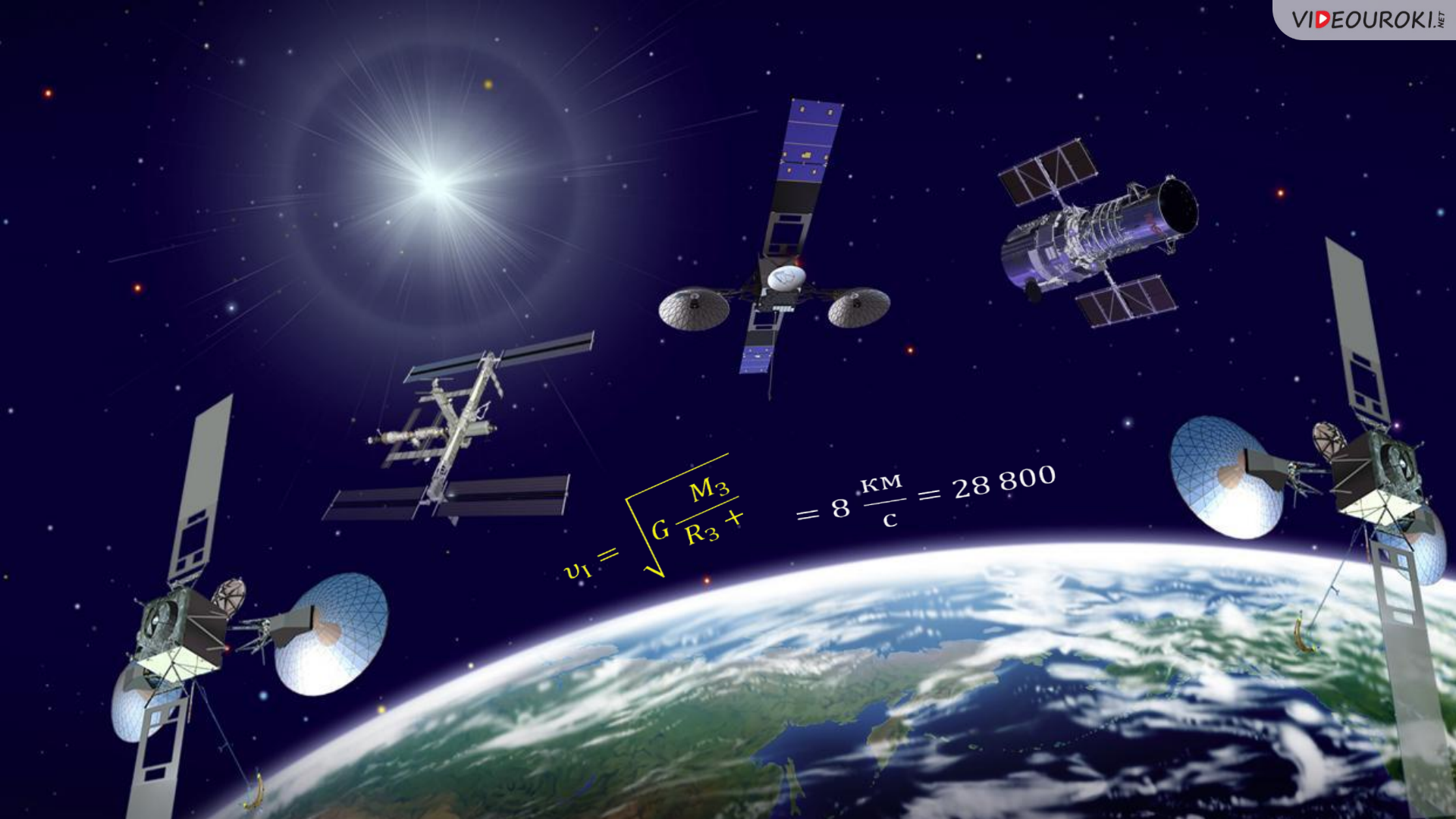
Пусть  $g_0 = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$ ,  $v_I = 8000 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ .

Тогда  $h = \frac{g_0 t^2}{2} = \frac{10 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot (1 \text{ с})^2}{2} = 5 \text{ м};$

$s = v_I t = 8000 \frac{\text{М}}{\text{с}} \cdot 1 \text{ с} = 8000 \text{ м}.$



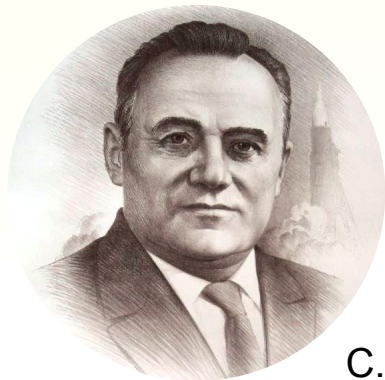




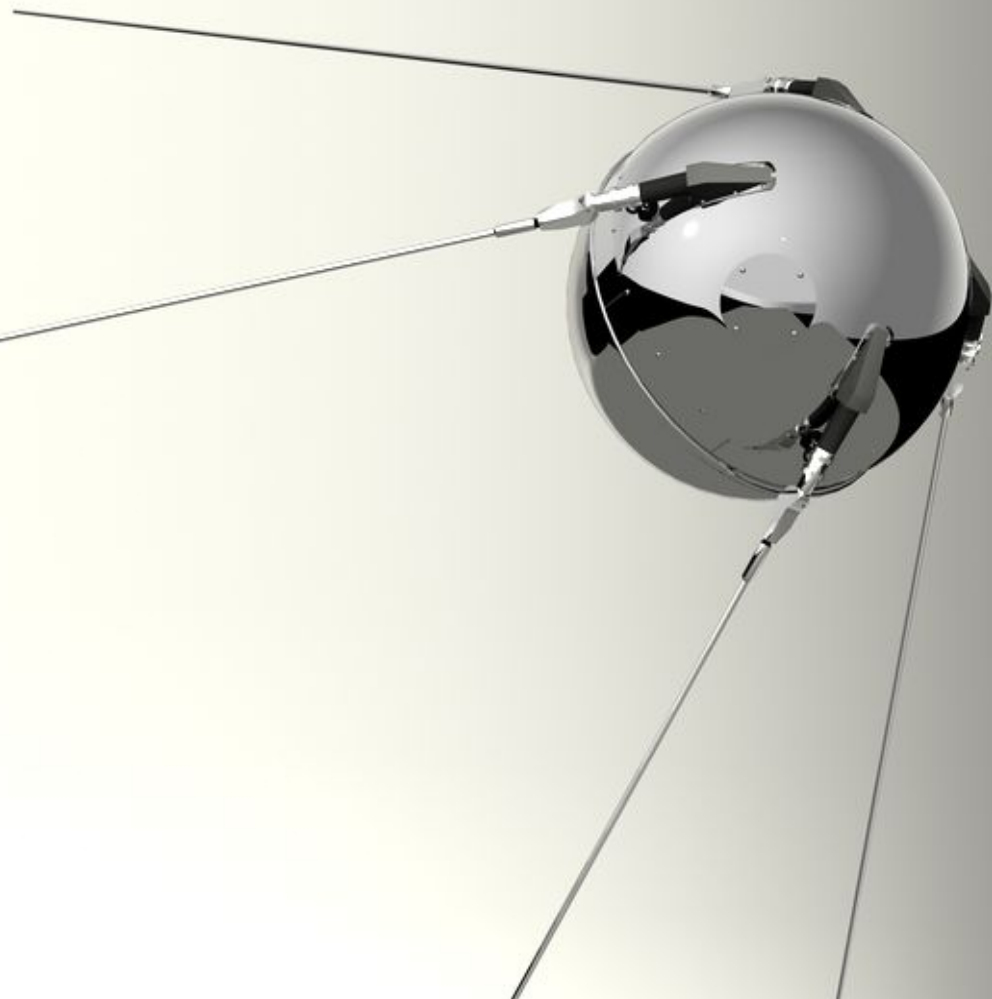
$$v_1 = \sqrt{G \frac{M_3}{R_3 + r}} = 8 \frac{\text{KM}}{\text{c}} = 28\,800$$

# Движение ИСЗ и КА

Спутник-1 —  
первый искусственный спутник  
Земли, советский космический  
аппарат, запущенный на орбиту  
4 октября 1957 года.



С. П. Королёв



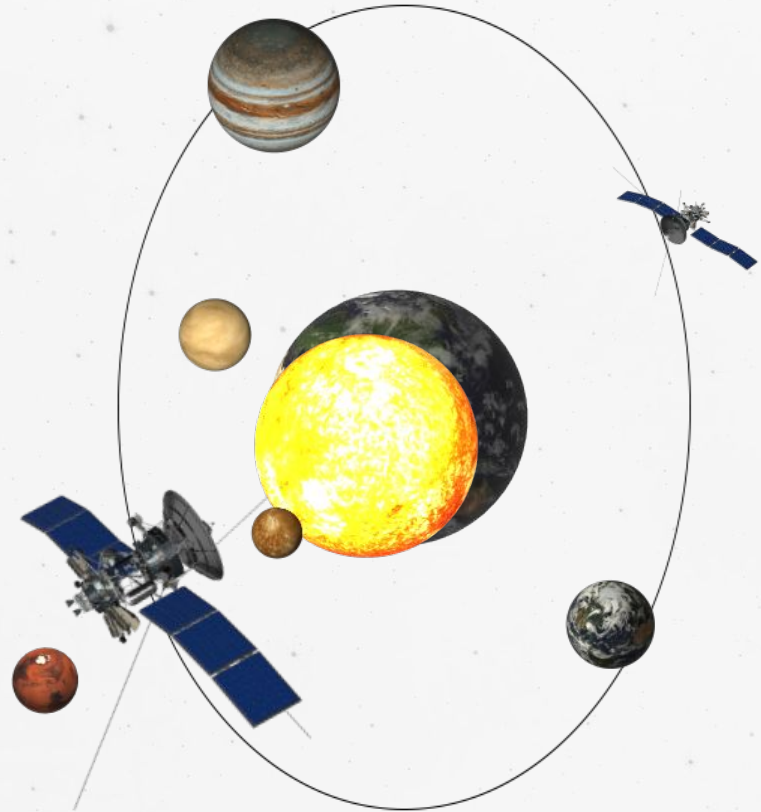




# Движение ИСЗ и КА

Скорость, при достижении которой космический аппарат, запускаемый с Земли, может преодолеть земное притяжение и осуществить полёт к другим планетам Солнечной системы, называется второй космической скоростью.

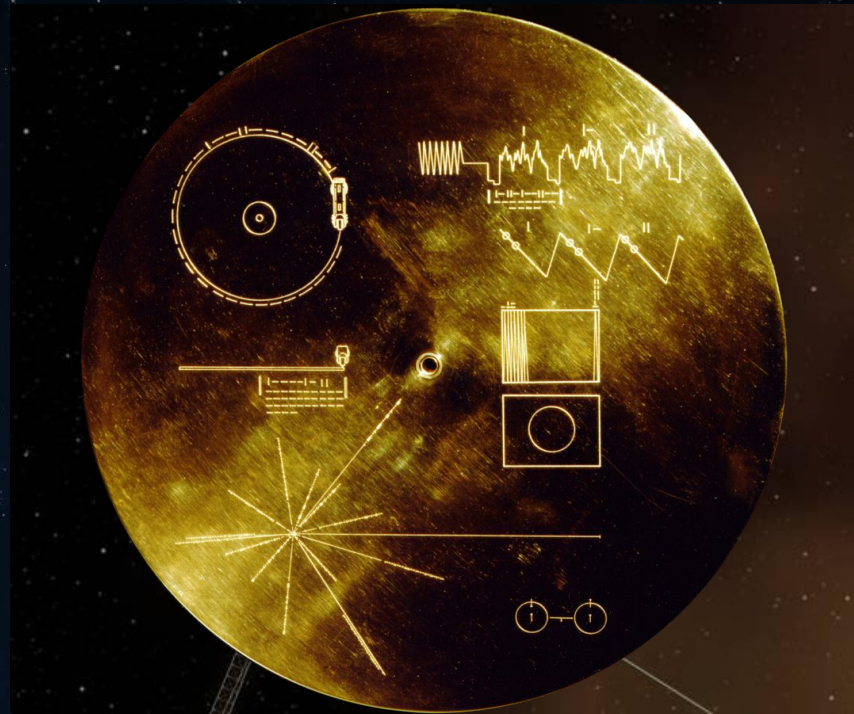
$$v_{II} = \sqrt{2gR} = v_I\sqrt{2} \cong 11,2 \text{ км/с.}$$



# Движение ИСЗ и КА

**Третья космическая скорость** — минимальная скорость, которую необходимо придать находящемуся вблизи поверхности Земли телу, чтобы оно могло преодолеть гравитационное притяжение Земли и Солнца и покинуть пределы Солнечной системы.

$$v_{III} \cong \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 v^2 + v_{II}^2}.$$



Послание на КА «Вояджер-1»

# Движение ИСЗ и КА

Третья космическая скорость:

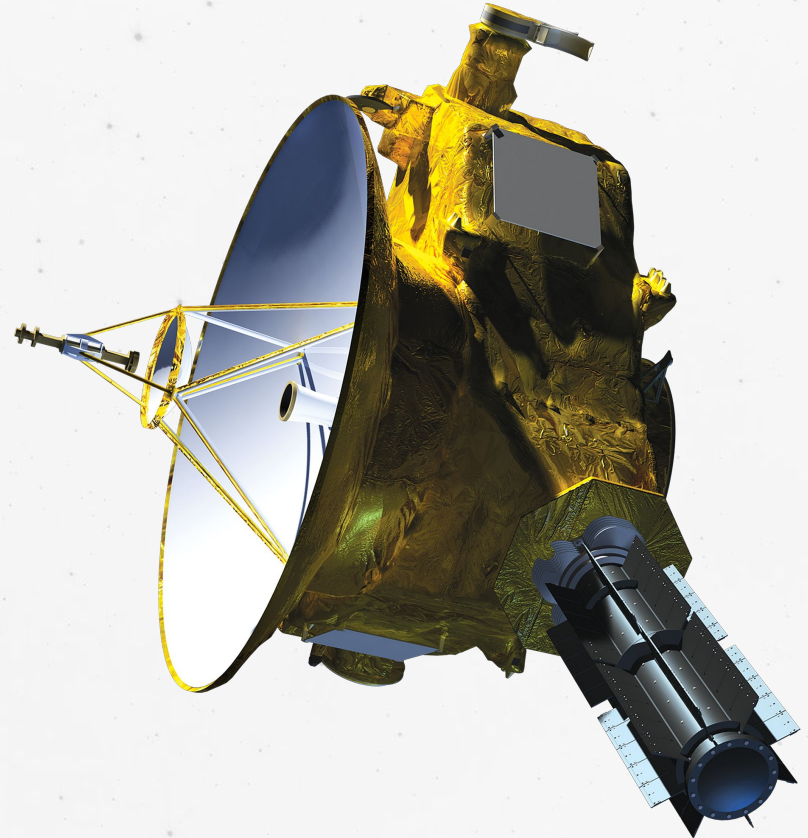
$$v_{III} \cong \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 v^2 + v_{II}^2}.$$

Орбитальная скорость Земли:

$$v \cong 29,8 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$

Третья космическая скорость для Земли:

$$v_{III} \cong \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 \cdot 29,8^2 + 11,2^2} \cong 16,7 \frac{\text{км}}{\text{с}}.$$



# Движение ИСЗ и КА

Первая космическая скорость:

$$v_I = \sqrt{G \frac{M}{R+h}}$$

Вторая космическая скорость:

$$v_{II} = \sqrt{2gR} = v_I \sqrt{2}.$$

Третья космическая скорость:

$$v_{III} \cong \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2 v^2 + v_{II}^2}.$$



**Задача 1.** Определите первую и вторую космические скорости для Луны.

**ДАНО**

$$M_{\text{Л}} = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}$$

$$R_{\text{Л}} = 1,74 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$v_{\text{IЛ}} = ?$$

$$v_{\text{IIЛ}} = ?$$

**РЕШЕНИЕ**

Первая космическая скорость: 
$$v_{\text{I}} = \sqrt{G \frac{M_{\text{Л}}}{R_{\text{Л}}}}$$

$$v_{\text{IЛ}} = \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2} \cdot \frac{7,35 \cdot 10^{22} \text{ кг}}{1,74 \cdot 10^6 \text{ м}}} \cong 1679 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Вторая космическая скорость: 
$$v_{\text{IIЛ}} = v_{\text{IЛ}} \sqrt{2}$$

$$v_{\text{IIЛ}} = 1679 \cdot \sqrt{2} \cong 2374 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

**ОТВЕТ:**  $v_{\text{IЛ}} = 1679 \text{ м/с}$ ;  $v_{\text{IIЛ}} = 2374 \text{ м/с}$ .



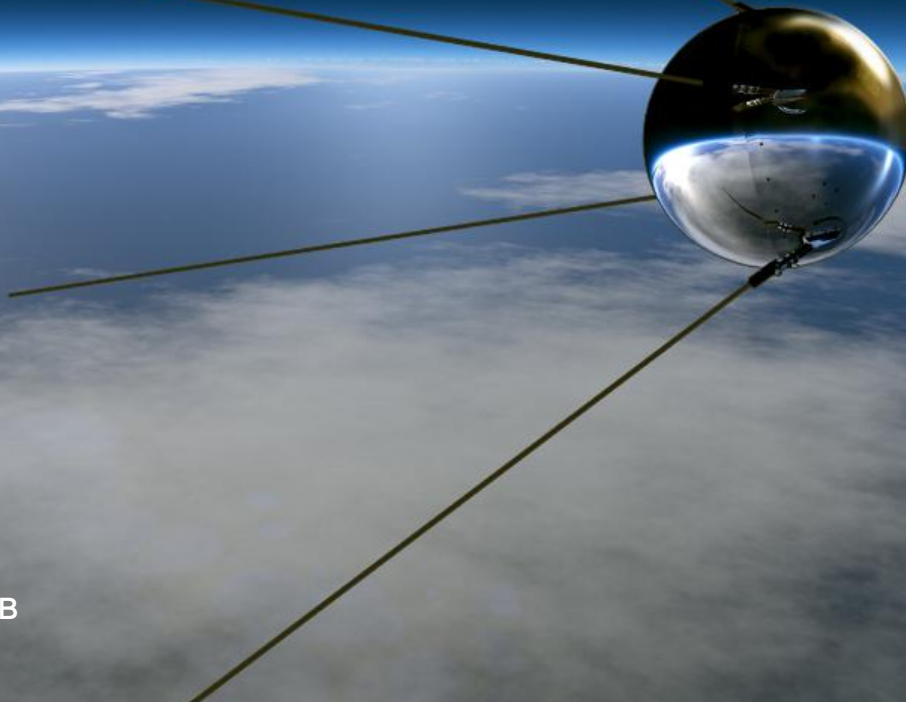
# Движение ИСЗ и КА

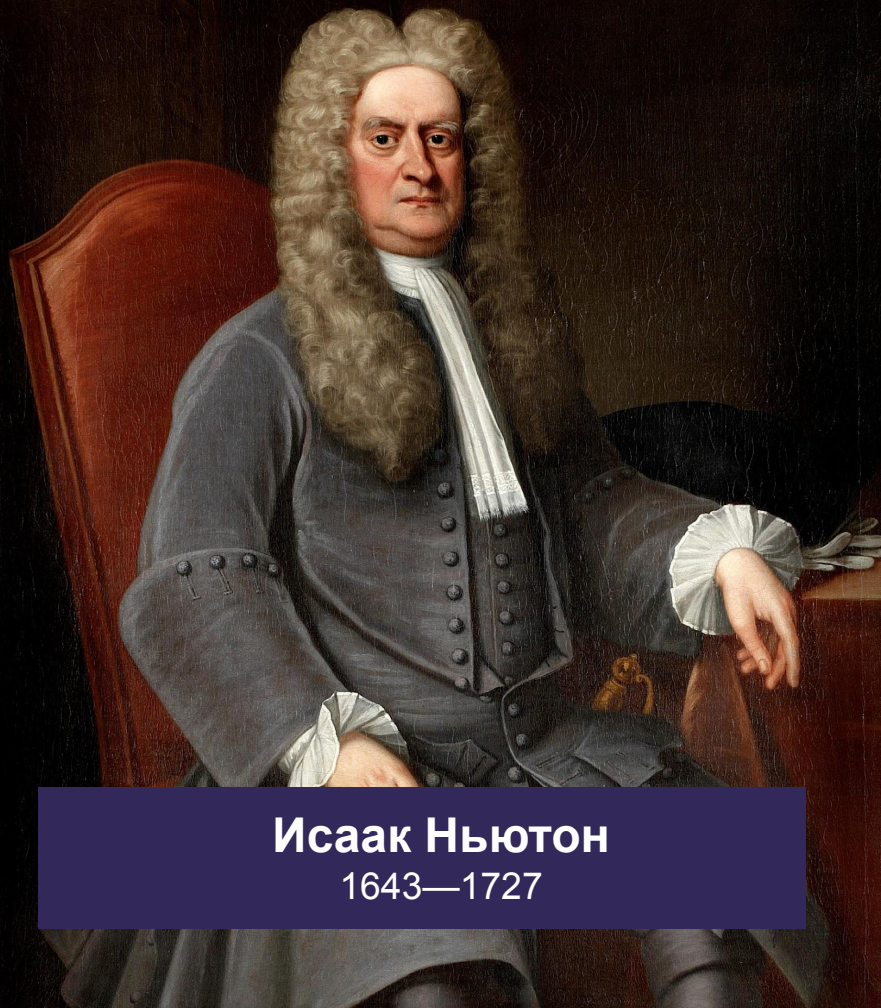
## Спутник-1 —

первый искусственный спутник Земли, запущенный на орбиту 4 октября 1957 года.

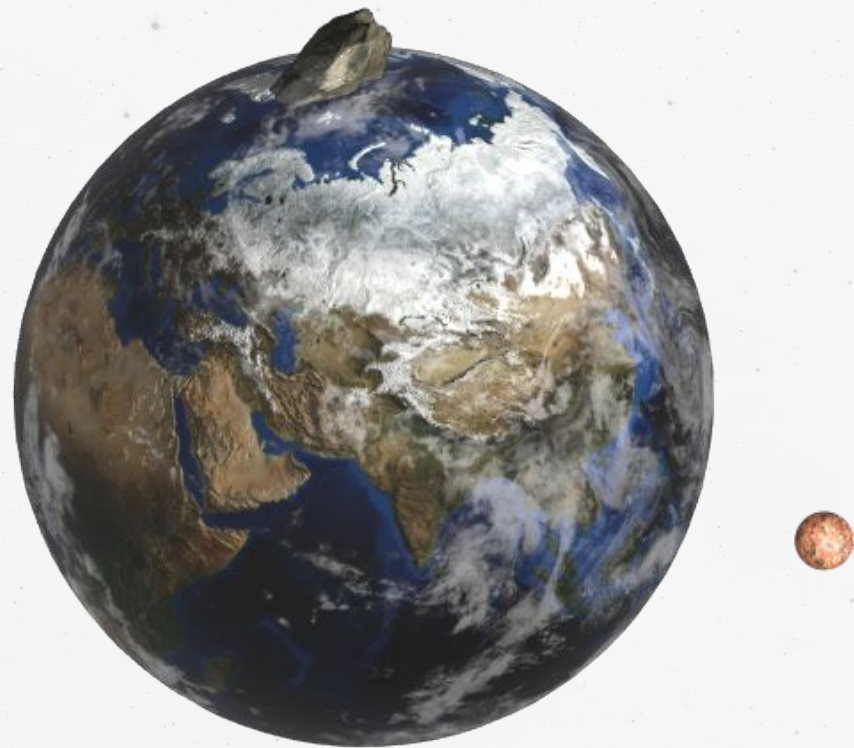


С. П. Королёв



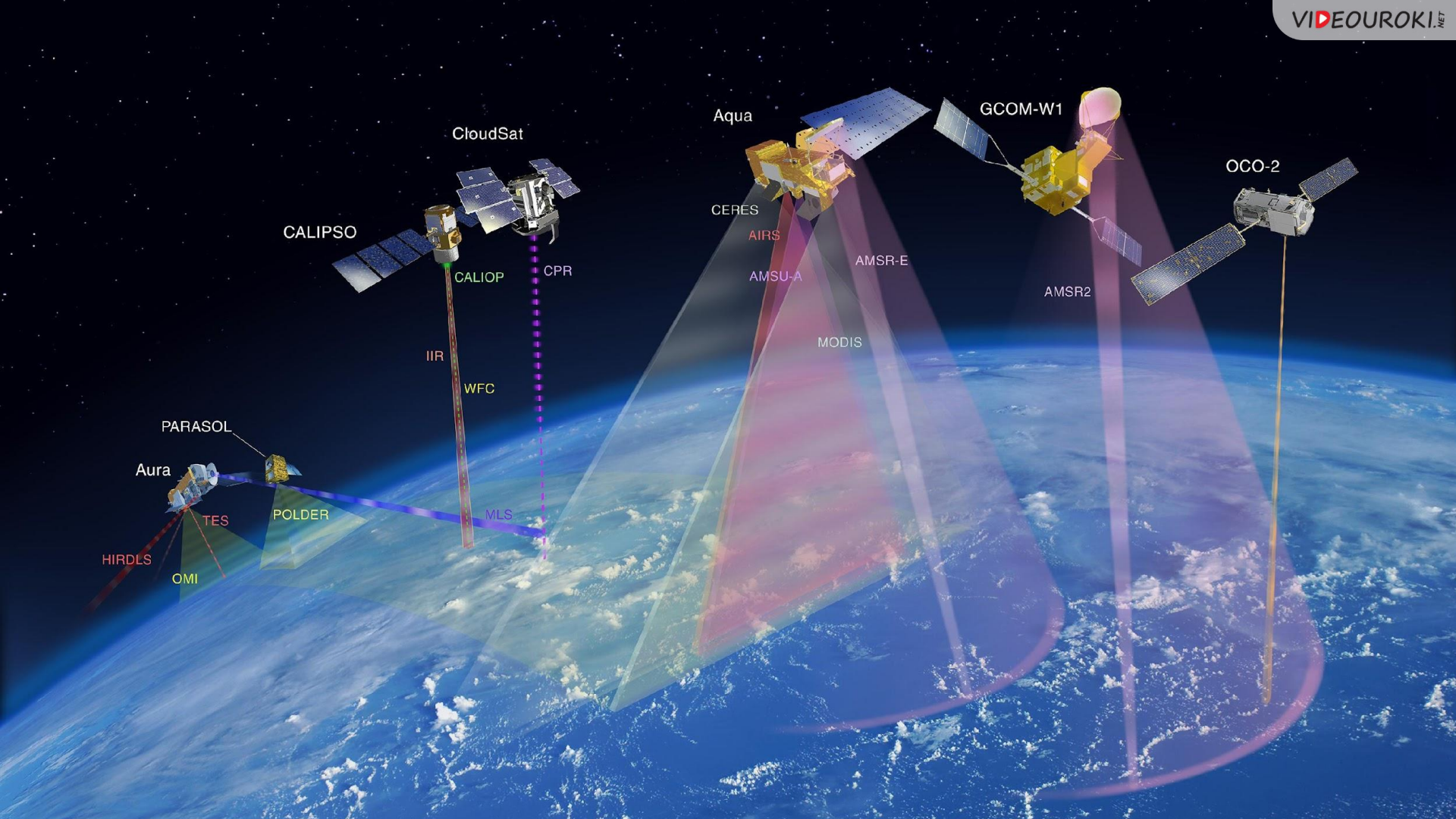


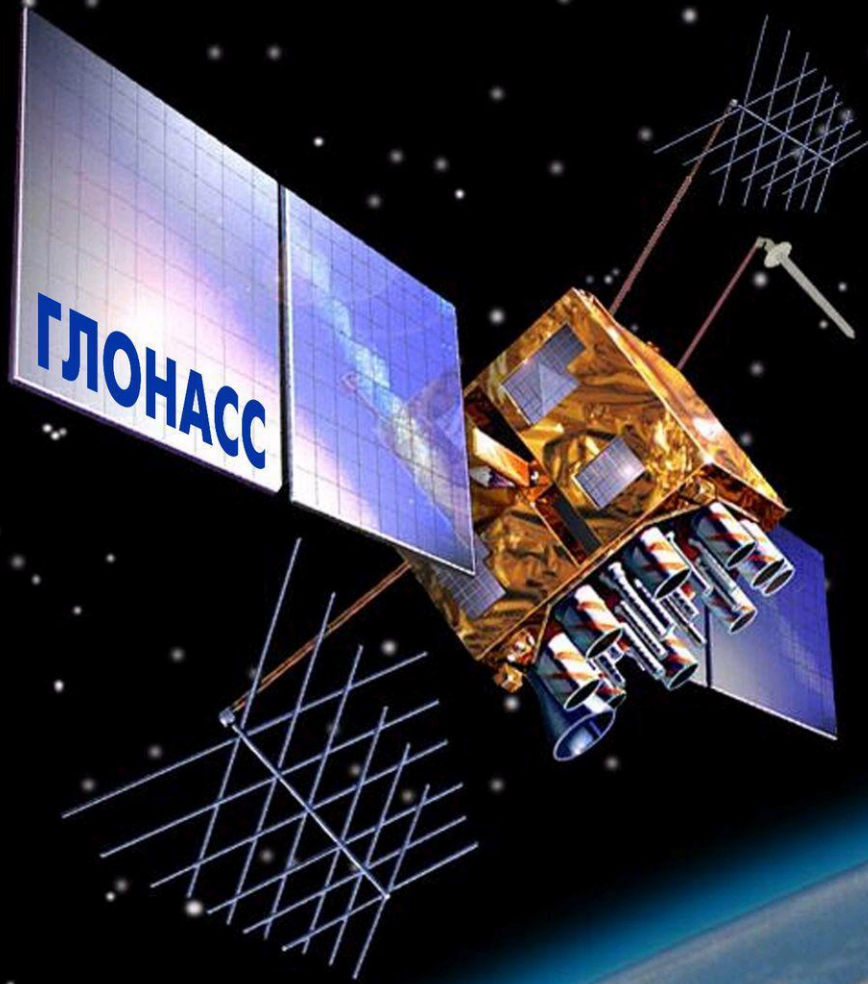
**Исаак Ньютон**  
1643—1727



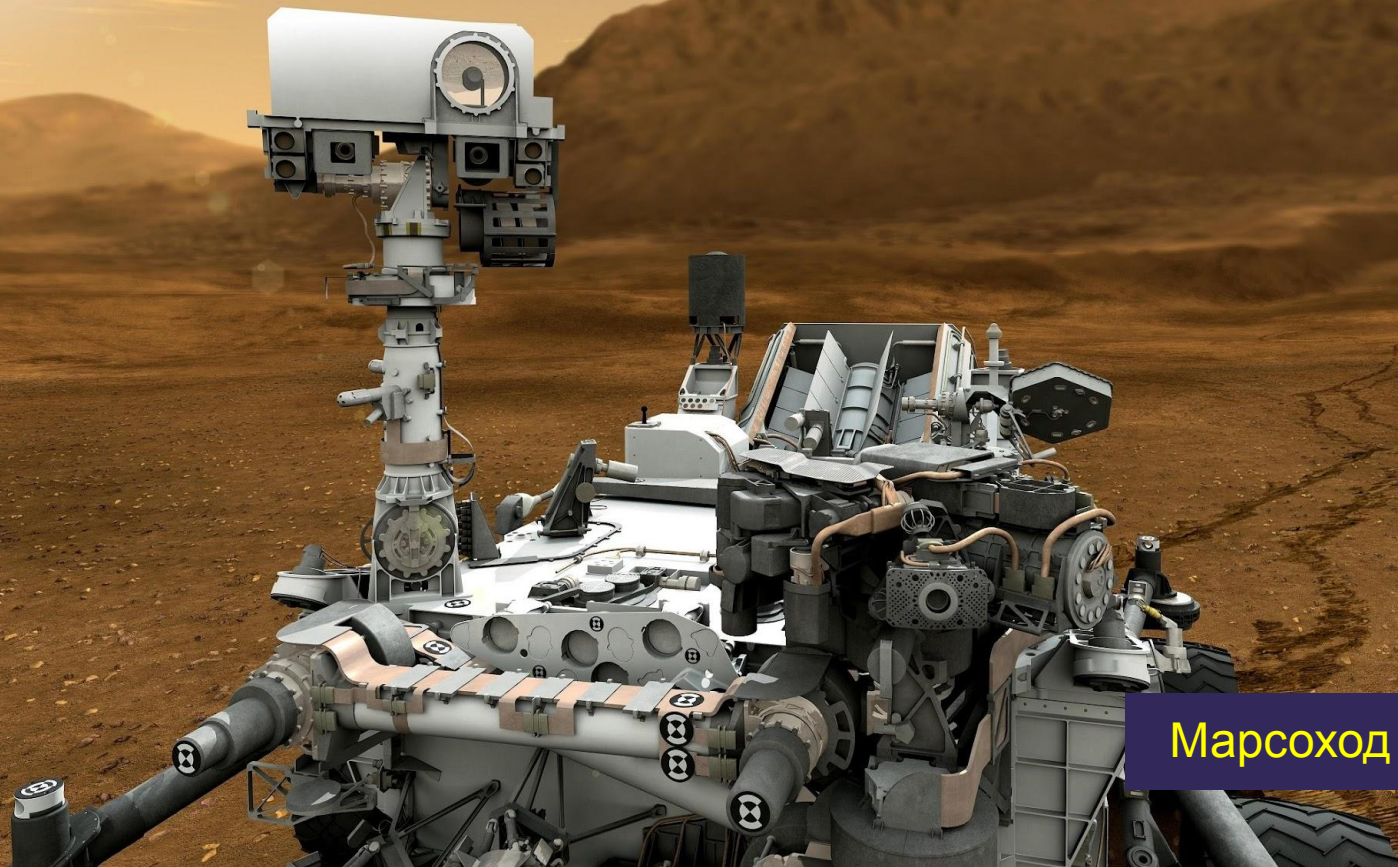












Марсоход Curiosity

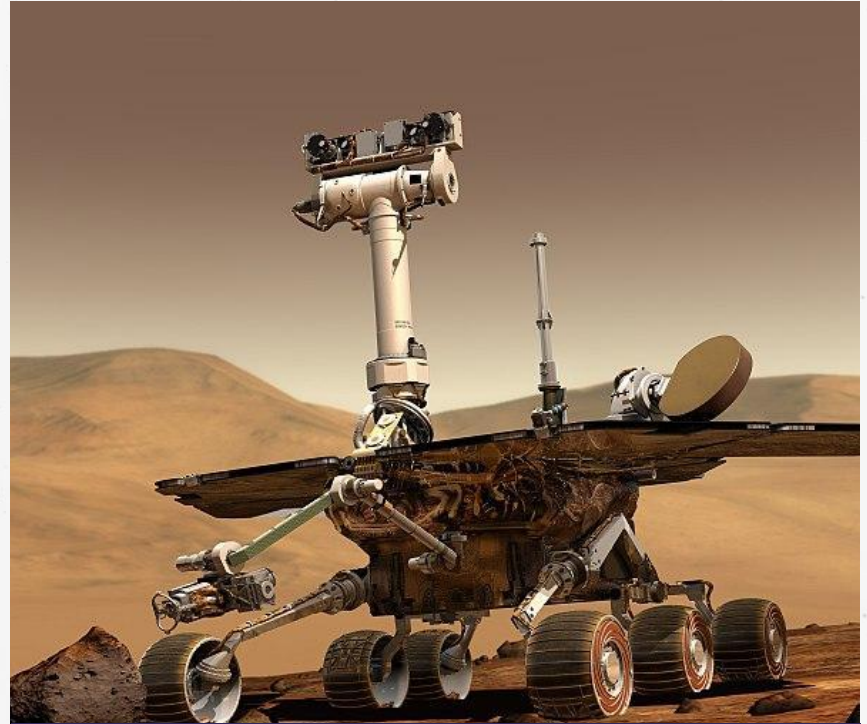


Траектория полёта на Луну

# Движение ИСЗ и КА

Необходимые условия для запуска космического аппарата:

- 1) геоцентрическая скорость КА должна превышать 2-ю космическую скорость;
- 2) гелиоцентрическая орбита аппарата должна пересекаться с орбитой данной планеты;
- 3) орбита КА должна быть наиболее оптимальной с точки зрения сроков полёта, затрат топлива и т. д.

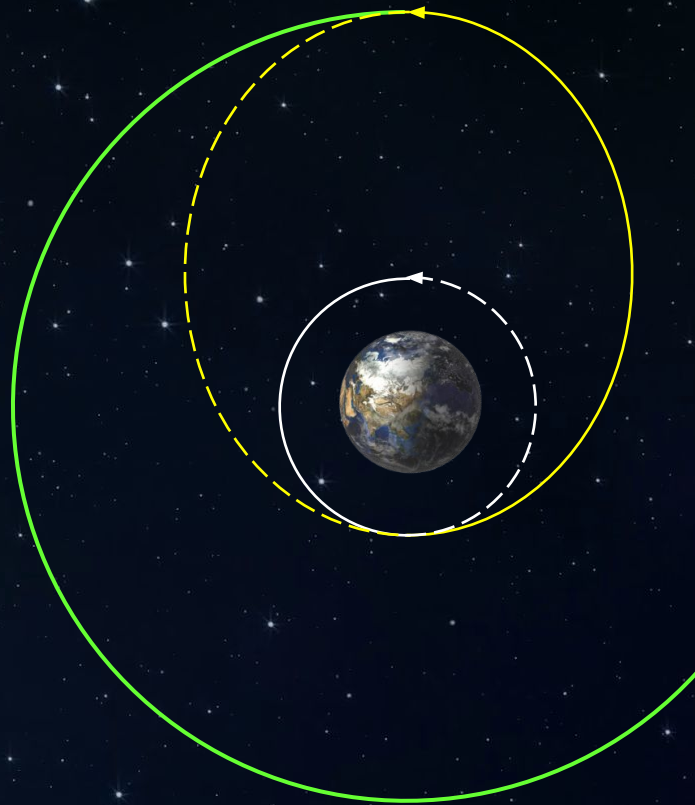


Марсоход «Спирит»

# Движение ИСЗ и КА

## Энергетически оптимальные орбиты

орбиты, которые соответствуют наименьшей геоцентрической скорости космических аппаратов в момент достижения границы сферы действия Земли.

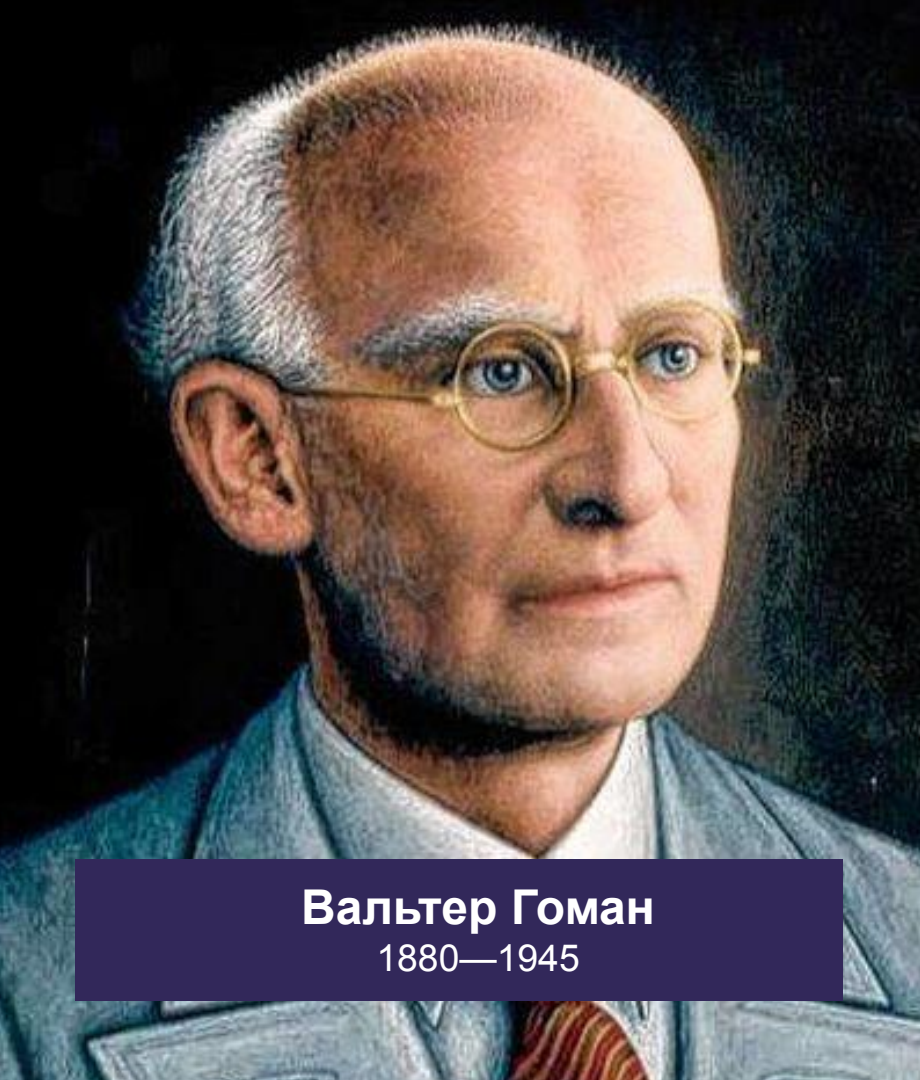


# Движение ИСЗ и КА

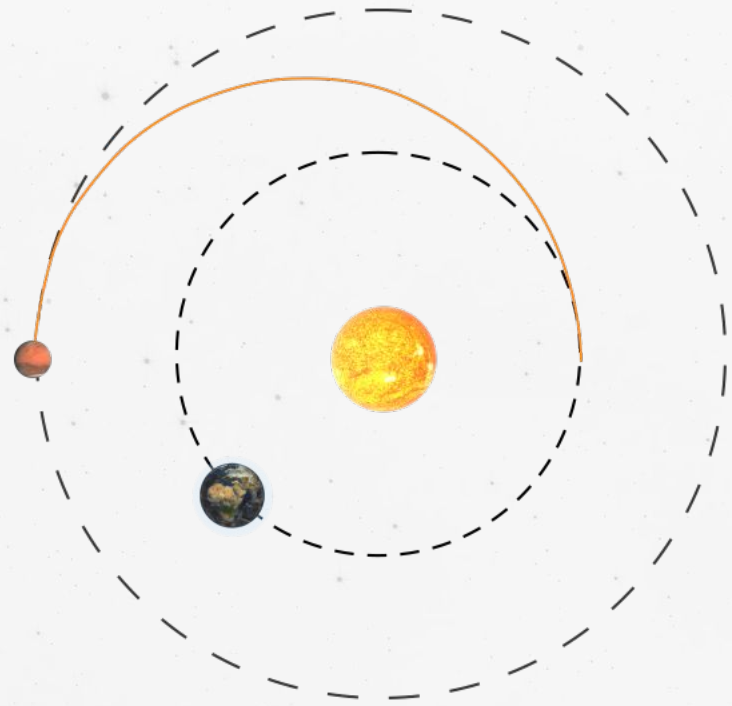
Энергетически оптимальные орбиты— орбиты, которые соответствуют наименьшей геоцентрической скорости космических аппаратов в момент достижения границы сферы действия Земли.







**Вальтер Гоман**  
1880—1945



**Полуэллиптическая (гомановская)  
орбита**

**Задача 2.** Определите среднее время полёта на Марс, если его большая полуось равна 1,52 а. е.

**ДАНО**

$$a_{\sigma} = 1,52 \text{ а. е.}$$

$$a_{\oplus} = 1 \text{ а. е.}$$

$$T_{\oplus} = 1 \text{ год}$$

$$t = ?$$

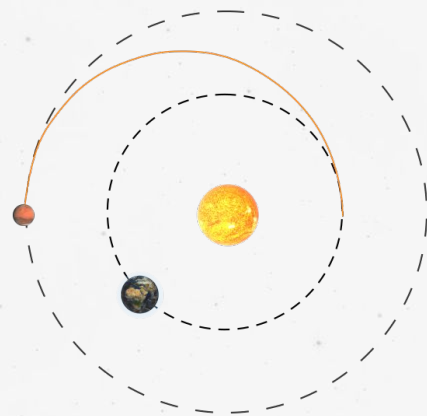
**РЕШЕНИЕ**

Третий закон Кеплера:  $\frac{T^2}{T_{\oplus}^2} = \frac{a^3}{a_{\oplus}^3} \Rightarrow T^2 = \left(\frac{a_{\oplus} + a_{\sigma}}{2}\right)^3 \Rightarrow T = \sqrt{\left(\frac{a_{\oplus} + a_{\sigma}}{2}\right)^3}$ .

Большая полуось спутника:  $a = \frac{a_{\oplus} + a_{\sigma}}{2}$ .

Время полёта на Марс:  $t = \frac{T}{2} = \frac{a_{\oplus} + a_{\sigma}}{4} \sqrt{\frac{a_{\oplus} + a_{\sigma}}{2}}$ .

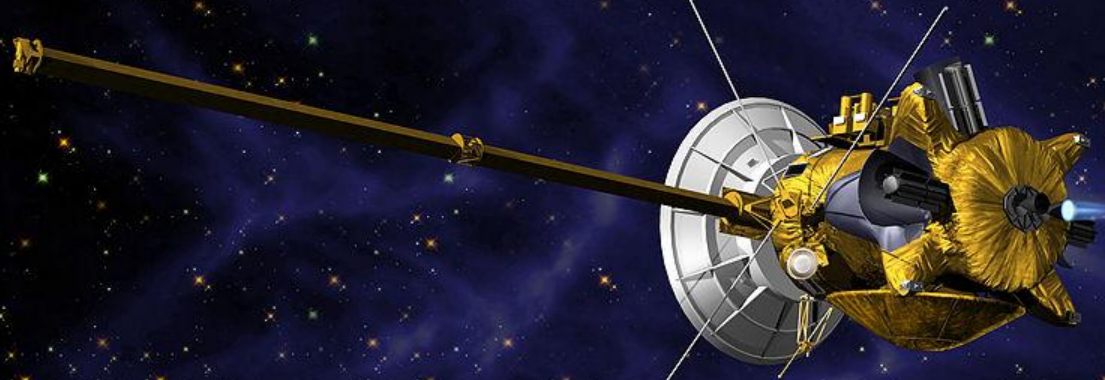
$$t = \frac{1 + 1,52}{4} \sqrt{\frac{1 + 1,52}{2}} \cong 0,71 \text{ года} \cong 259 \text{ сут.}$$



**ОТВЕТ:** среднее время полёта на Марс составит 259 суток.



Космический корабль «Союз»



Космический аппарат  
«Кассини-Гюйгенс»

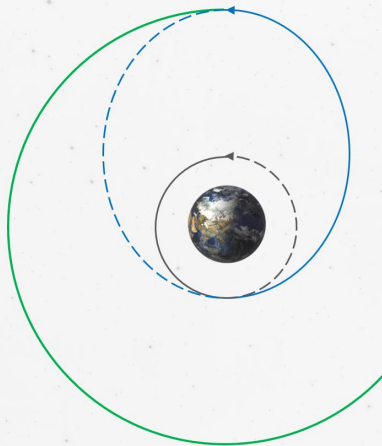
Первые фотографии поверхности  
Венеры, сделанные космическим  
аппаратом «Венера-7»



# Выводы

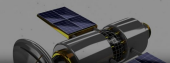
## Движение ИСЗ и КА

Энергетически оптимальные орбиты — орбиты, которые соответствуют наименьшей геоцентрической скорости космических аппаратов в момент достижения границы сферы действия Земли.



### Движение ИСЗ и КА

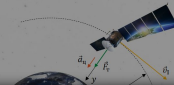
Искусственные спутники планет — космические аппараты, созданные людьми, которые позволяют наблюдать за планетной окрестностью.



### Движение ИСЗ и КА

Первая космическая скорость:

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} \text{ км/с}$$



### Движение ИСЗ и КА

Скорость, при достижении которой космический аппарат, запускаемый с Земли, может преодолеть земное притяжение и осуществить полёт к планетам.



### Движение ИСЗ и КА

Третья космическая скорость:

$$v_{III} \approx \sqrt{(v_2 - v_1)^2 + v_{II}^2}$$

Орбитальная скорость Земли:



### Движение ИСЗ и КА

Необходимые условия для запуска космического аппарата:

- 1) геоцентрическая скорость КА должна превышать 2-ю космическую скорость;



### Движение ИСЗ и КА

Энергетически оптимальные орбиты — орбиты, которые соответствуют наименьшей геоцентрической скорости космических аппаратов в момент достижения границы сферы действия Земли.

