Тема 4. Модель взаимосвязи доходности и риска

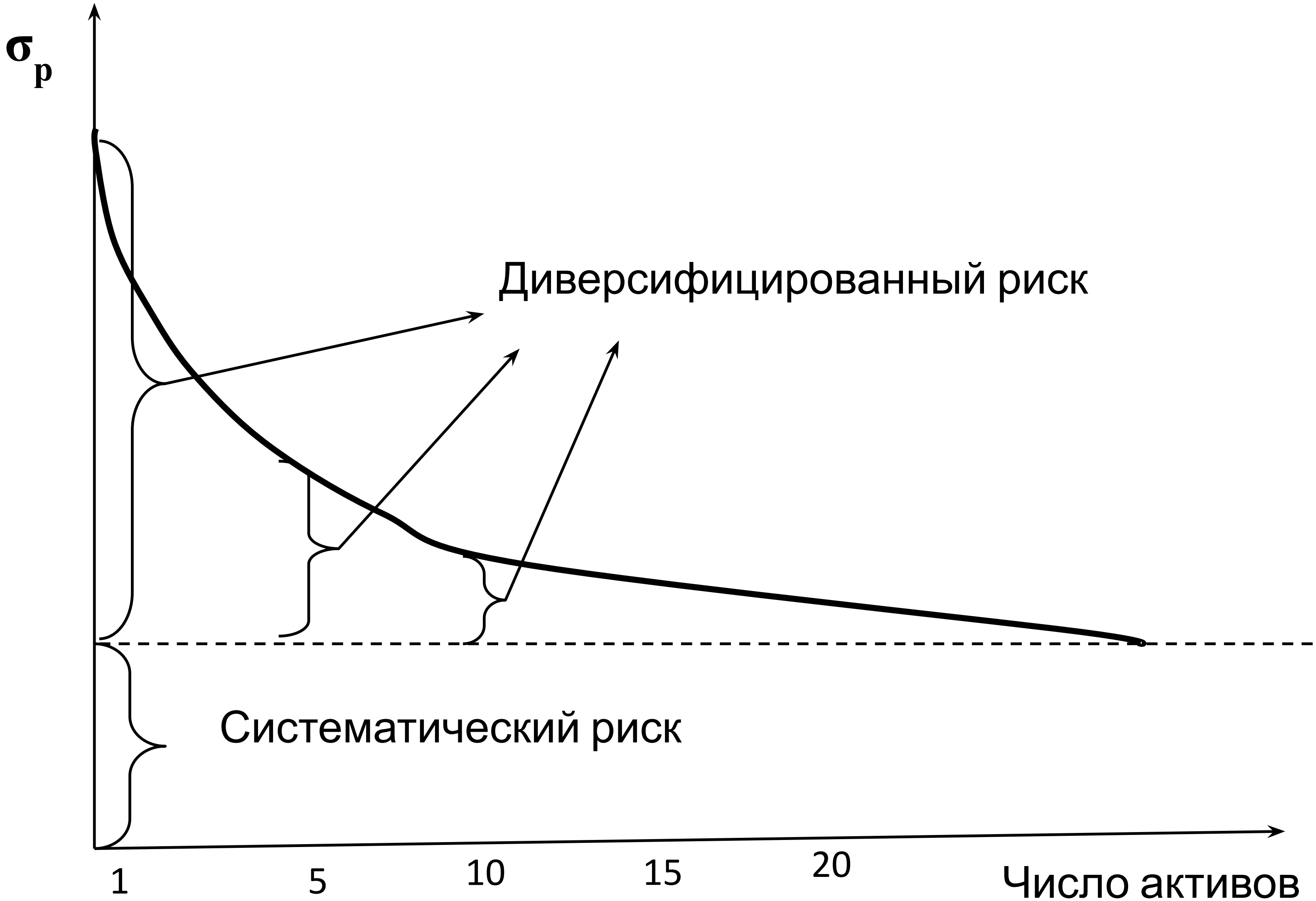
1. Диверсифицированный и систематический риски.

2. Концепция бета-коэффициентов.

3. Линия рынка капиталов.

4. Модель ценообразования капитальных активов.

1.



Влияние числа активов на риск портфеля

Создание портфеля уменьшает, но полностью не может устранить риск инвестора. Всегда остается риск, обусловленный конъюнктурой рынка, который влияет на все активы и все портфели. Если падает рынок, то падают доходности всех активов и всех портфелей. Поэтому риск разделяют на диверсифицированный риск, который уменьшается за счет эффекта портфеля и рыночный (систематический) риск, который не изменяется под влиянием диверсификации и обусловлен изменчивостью рынка в целом.

Диверсифицированный риск с увеличением числа активов в портфеле уменьшается. При значительном последовательном росте числа активов диверсифицированный риск приближается к нулю.

Поскольку диверсифицированный риск изменчив, устойчивой характеристикой риска портфелей и ценных бумаг является их систематический риск. Можно утверждать, что различия в доходности ценных бумаг и их портфелей обусловлены различием их систематического риска.

2. Рыночный портфель включает все ценные бумаги обращающиеся на фондовом рынке. Это тысячи различных ценных бумаг. В связи с этим можно принять, что диверсифицированный риск рыночного портфеля близок к нулю, и он отягощен только систематическим риском. Изменчивость доходности рыночного портфеля отражает его систематический риск. Исходя из этого американский ученый Гари Марковиц предложил измерять систематический риск отдельных акций с помощью статистического коэффициента, отражающего статистическую зависимость изменений доходности данной акции от изменений доходности рыночного портфеля. Практически этот коэффициент рассчитывается как параметр линейного уравнения регрессии между динамическими рядами доходностей рыночного портфеля и акции.

$$K_j = a_j + \beta_j K_M + \xi$$

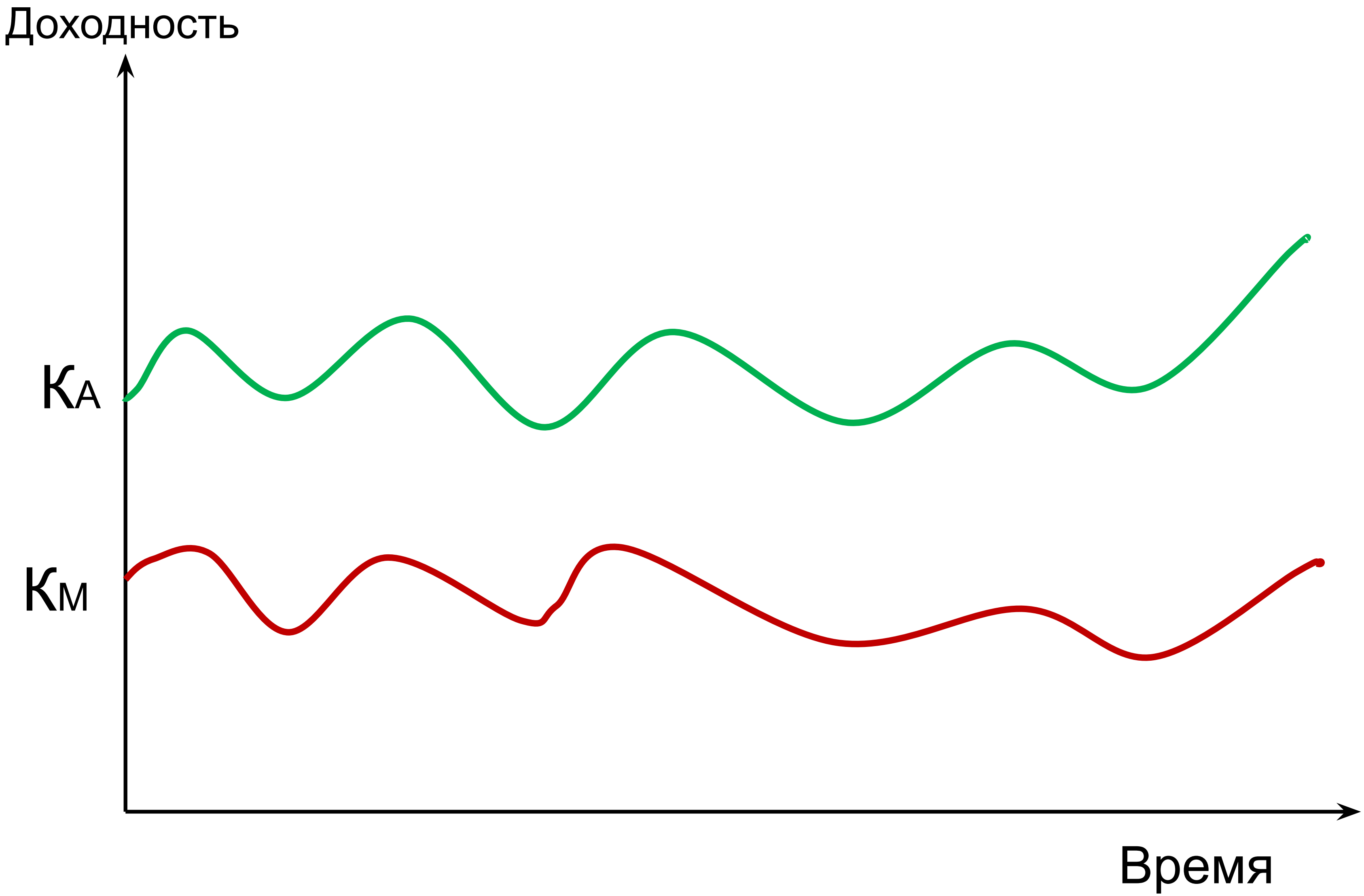
Где:

K_j – доходность j-той акции;

a_j – свободный член (базовый уровень доходности для данного класса риска);

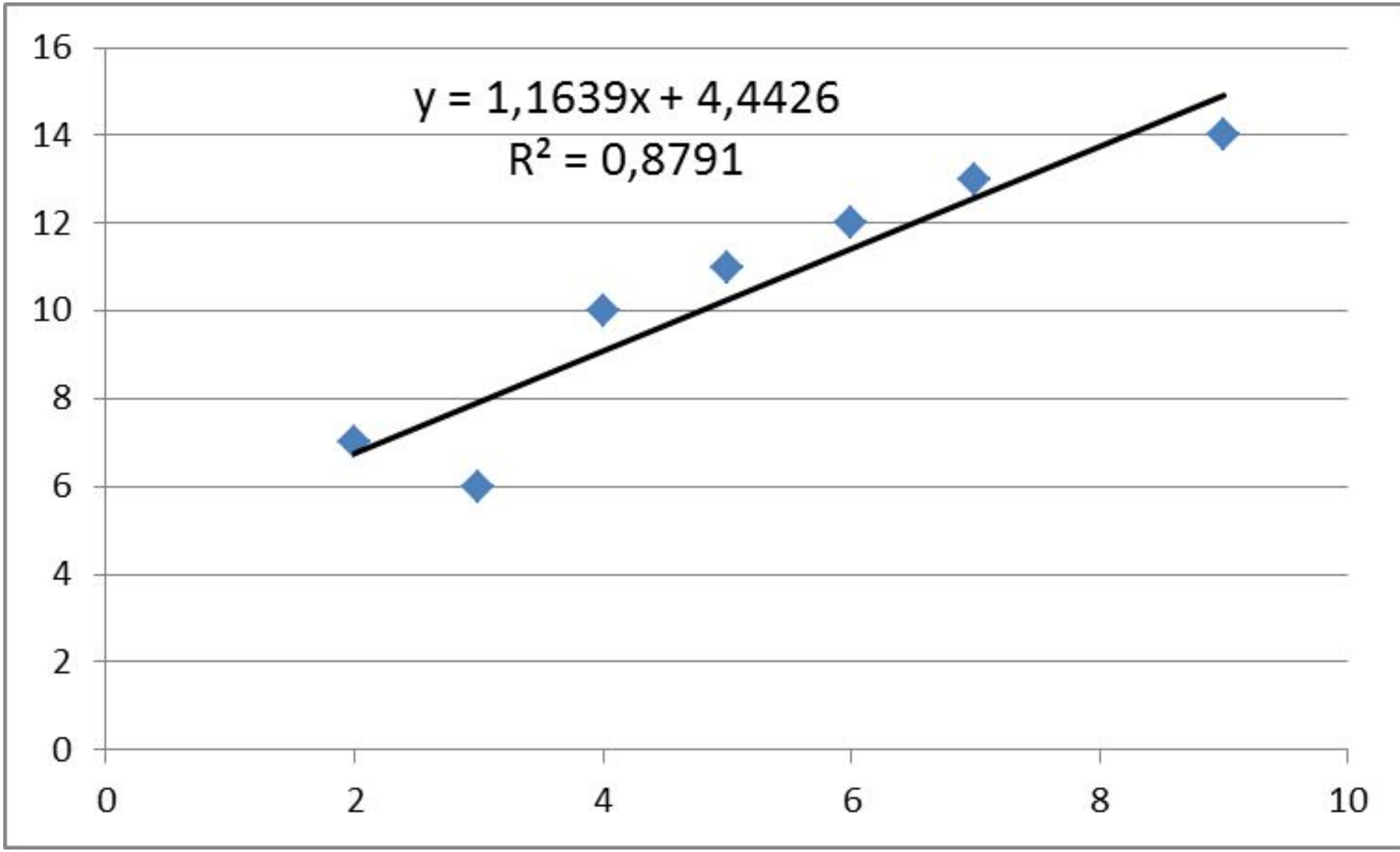
β_j – параметр регрессии (β – коэффициент, измеритель систематического риска j–той акции;

K_M – доходность рыночного портфеля.


Доходность
K_A
K_M
Время

Рыночная доходность и доходность акции А в условных периодах

Период	K_M	K_A
1	4	10
2	3	6
3	5	11
4	2	7
5	6	12
6	7	13
7	9	14


y = 1,1639x + 4,4426
R² = 0,8791
16
14
12
10
8
6
4
2
0
0
2
4
6
8
10

Коэффициент β акции А составил 1,164.

Коэффициент β рыночного портфеля всегда равен 1. Поэтому β=1 характеризует средний уровень риска.
Следовательно риск нашей условной акции незначительно превышает средний рыночный риск.
Если, например, βс= 2,0, то риск акции С в два раза выше среднего рыночного риска.
Бета-коэффициент – это показатель, рассчитываемый для ценной бумаги или портфеля ценных бумаг. Является мерой рыночного риска, отражая изменчивость доходности ценной бумаги (портфеля) по отношению к доходности портфеля (рынка) в среднем (среднерыночного портфеля).
Если значение бета-коэффициента больше единицы, это означает, что изменчивость доходности инвестиции в конкретную акцию выше, чем доходности инвестиций в рыночный портфель или один из фондовых индексов. Такие акции называют агрессивными.

Если значение бета-коэффициента формируется на уровне от 0 до 1, это означает, что изменчивость доходности инвестиций в конкретную акцию ниже, чем доходности инвестиций в рыночный портфель или один из фондовых индексов. Такую акцию называют оборонительной.

Коэффициент бета используется многими информационно-инвестиционными компаниями для оценки систематического риска: Bloomberg, Barra, Value Line и др . Для построения коэффициента бета используются месячные/недельные данные за несколько лет.

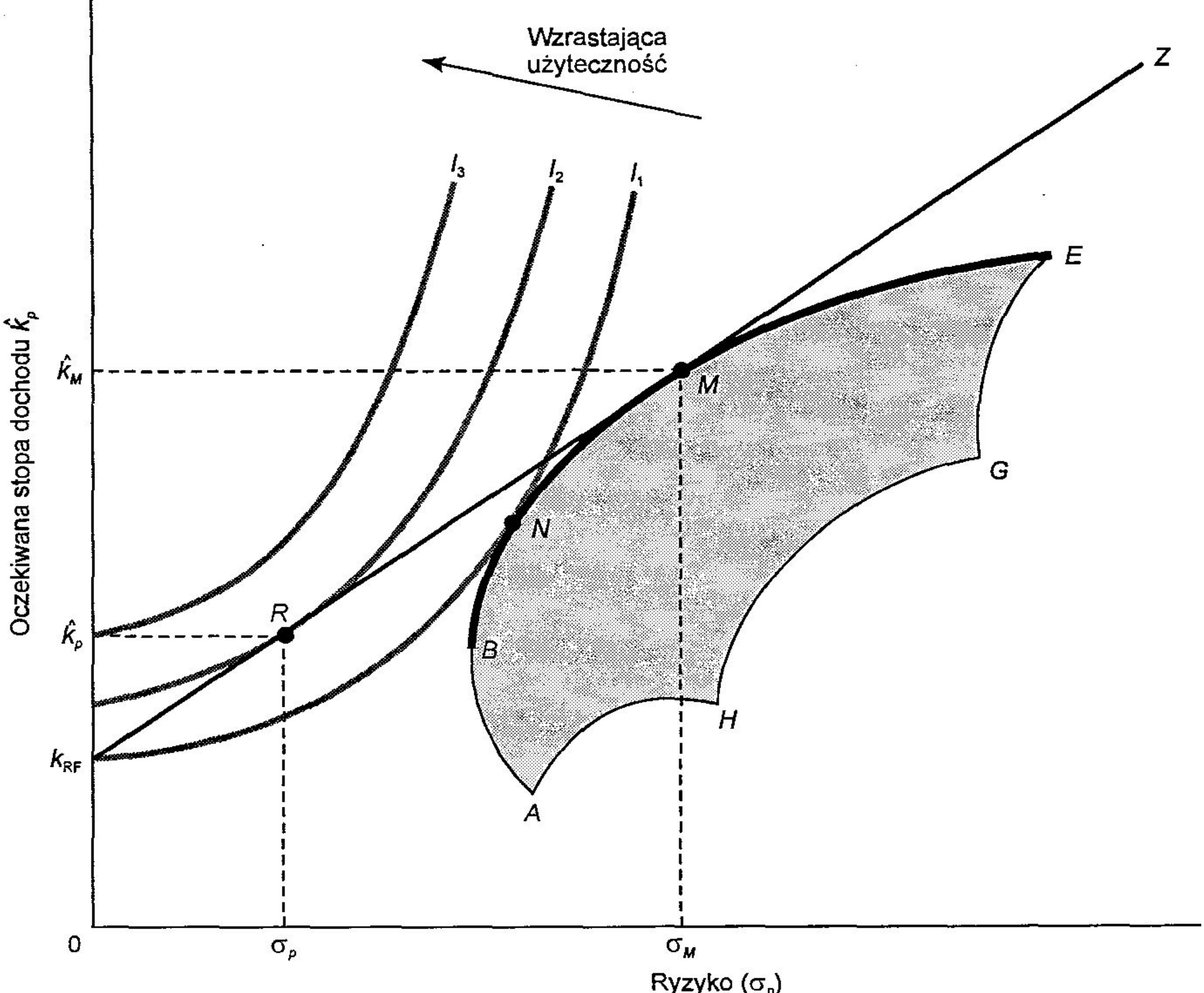
http://finzz.ru/koefficient-beta-formula-raschet-v-excel.html

В случае компаний, не имеющих торгуемых на рынке акций, используется метод расчёта коэффициента Бета, основанный на сравнении с показателями компаний-аналогов. Такими компаниями выступают фирмы из той же отрасли, бизнес которых максимально похож на бизнес непубличной компании. При расчёте необходимо сделать ряд поправок, в частности, на разницу в структуре капитала сравниваемых компаний (соотношения долга и акционерного капитала).

3.

Джеймс Тобин рассмотрел вариант дополнения оптимального портфеля инвестора безрисковым активом и выявил, что это позволяет получить новый портфель, повышающий полезность инвестора. Активы свободные от риска имеют по определению нулевой риск, отсюда их KRF = 0 (точка на вертикальной оси координат).

Множество эффективных портфелей активов, отягощенных риском, лежит на кривой BNME, поскольку инвестор получит тогда наивысшую возможную доходность для данного уровня риска σ_p или самый низкий возможный риск для данной доходности Kp. Если бы мы были инвестором, так как на нашем рисунке, и мы имели бы ограниченный выбор из множества активов, отягощенных риском, мы выбрали бы портфель N, кривая безразличия которого I соприкасается с множеством эффективных портфелей. Портфель N обеспечил бы нам наивысшую полезность.



Wzrastająca użyteczność
Z
I_3
I_2
I_1
E
Oczekiwana stopa dochodu $\hat{k}_p$
$\hat{k}_M$
M
G
N
R
$\hat{k}_p$
B
H
k_{RF}
A
0
σ_p
σ_M
Ryzyko (σ_p)

Однако вместе с добавлением активов свободных от риска инвестор может найти лучшее решение чем портфель N - может достичь высшей кривой безразличия. Имея возможность инвестирования в активы лишенные риска, инвестор может создать новый портфель, который соединит активы свободные от риска с портфелем активов, отягощенных риском.

Это дает возможность достижения комбинации риска и доходности на прямой линии соединяющей k_{RF} с M, точкой касания прямой линии и множества эффективных портфелей. Некоторые портфели на прямой линии $k_{RF}MZ$ будут более выгодны по отношению к каждому портфелю, расположенному на линии эффективности BNME, следовательно точки на прямой линии $k_{RF}MZ$ представляют наилучшие досягаемые комбинации риска и дохода.

Получив возможность нового портфеля $k_{RF}MZ$, наш инвестор заменил бы портфель N на портфель R, который находится на более высоком уровне кривой безразличия риск/доход.

Обозначим через X долю рыночного портфеля (M) в объединенном портфеле

Тогда доходность портфеля составит:

$$K_p = (1\text{-}x)K_{RF} + XK_M$$

а риск портфеля:

$$\sigma_p = \sqrt{[(1\text{-}X)^2 * 0 + X^2 * \sigma_M^2 + 2(1\text{-}X) * X * 0 * \sigma_M]}$$

получаем

$$\sigma_p = \sqrt{(X^2 \sigma_M^2)} = X\sigma_M$$

$$X = \sigma_p / \sigma_M$$

Подставляем вместо X в уравнение доходности портфеля

$$\mathbf{K_p} = (1\text{-}\ \sigma_p/\sigma_M)K_{RF} + \sigma_p/\sigma_M * K_M =$$

$$\mathbf{K_{RF} + (K_M - K_{RF}) * \boldsymbol{\sigma}_p/\boldsymbol{\sigma}_M}$$

Прямая линия $k_{RF}MZ$ называется линией рынка капиталов (англ. Capital Market Line, CML) . Она пересекает ось ординат в точке k_{RF} и имеет наклон $(k_M - k_{RF}) / \sigma_M$. В связи с этим уравнение линии рынка капиталов может быть представлено в следующим образом:

$$\hat{k}_p = k_{RF} + \left(\frac{\hat{k}_M - k_{RF}}{\sigma_M} \right) \sigma_p .$$

4. Несколько необходимых определений.

Норма прибыли, которую инвестор ожидает получить от актива в будущем называется **ожидаемой нормой прибыли**.

Уровень ожидаемой нормой прибыли, который заставит инвестора купить данный актив, называется **требуемой нормой прибыли.**

Ожидаемая норма прибыли, изменяясь в рыночных условиях, тяготеет к требуемой норме прибыли.

Все ценные бумаги на каждый момент времени имеют объективную требуемую норму прибыли. Однако она не является явной, и необходим метод ее определения.

Среди ценных бумаг выделяют безрисковые, которые имеют минимальную, но гарантированную доходность. Таковыми считаются государственные облигации. Доходность их мы обозначили как $К_{RF}$.

Допустим на рынке предлагается акция с постоянным ростом дивидендов 5% по цене 66,67 дол. Предстоящий к выплате дивиденд 2 дол. Доходность государственных облигаций на данный момент составляет 8%.

Ожидаемую доходность такой акции можно рассчитать по формуле М.Гордона.

ОД = 2*100/66,67 +5 = 8%

Держатели акций будут от них избавляться. Предложение будет выше спроса. Цена будет падать до уровня привлекательного для инвесторов. Допустим это составит 28,57 дол. Ожидаемая норма прибыли составит: **ОД = 2*100/28,57 +5 = 12%.**

По определению эту доходность можно считать требуемой нормой прибыли. Следовательно потребовалась определенная премия за риск ПР=12 - 8 = 4%. То есть **ПР = ТНП - $К_{RF}$** .

Отсюда **ТНП = $К_{RF}$ + ПР**

Рыночный портфель тоже имеет премию за риск **ПРм = Км - $К_{RF}$** .

Доходность акции соотносится с доходностью рыночного портфеля по бета-коэффициенту. Соответственно и премия за риск акции соотносится с рыночной премией за риск по бета-коэффициенту:

ПР = β(Км - $К_{RF}$).

Подставим это выражение в равенство ТНП и получим:

$$\textbf{ТНП} = К_{RF} + \beta(Км - К_{RF}).$$

Эта формула носит название **Модель ценообразования капитальных активов анг. Capital Asset Pricing Model (CAPM).**

Модель оценки капитальных активов описывает взаимозависимость между риском и требуемой доходностью. Она основана на предположении, что инвесторы требуют более высокого дохода

Большинство исходных положений модели строятся исходя из гипотезы эффективности рынка.

1. Все инвесторы действуют рационально и не склонны к риску, преследуя цель максимизации своего благосостояния на конец периода (предполагается, что инвестиционный горизонт у всех инвесторов одинаковый).
2. Рынки являются совершенными: модель оценки капитальных активов не учитывает транзакционные издержки, налоги, инфляцию и существующие ограничения на короткую продажу.
3. Все инвесторы могут получать или предоставлять неограниченное финансирование по безрисковой процентной ставке.
4. Все инвесторы имеют одинаковый доступ к информации, а среднеквадратическое отклонение доходности актива является единственным показателем меры риска. Следовательно, у всех инвесторов будут одинаковые ожидания относительно доходности определенного актива.

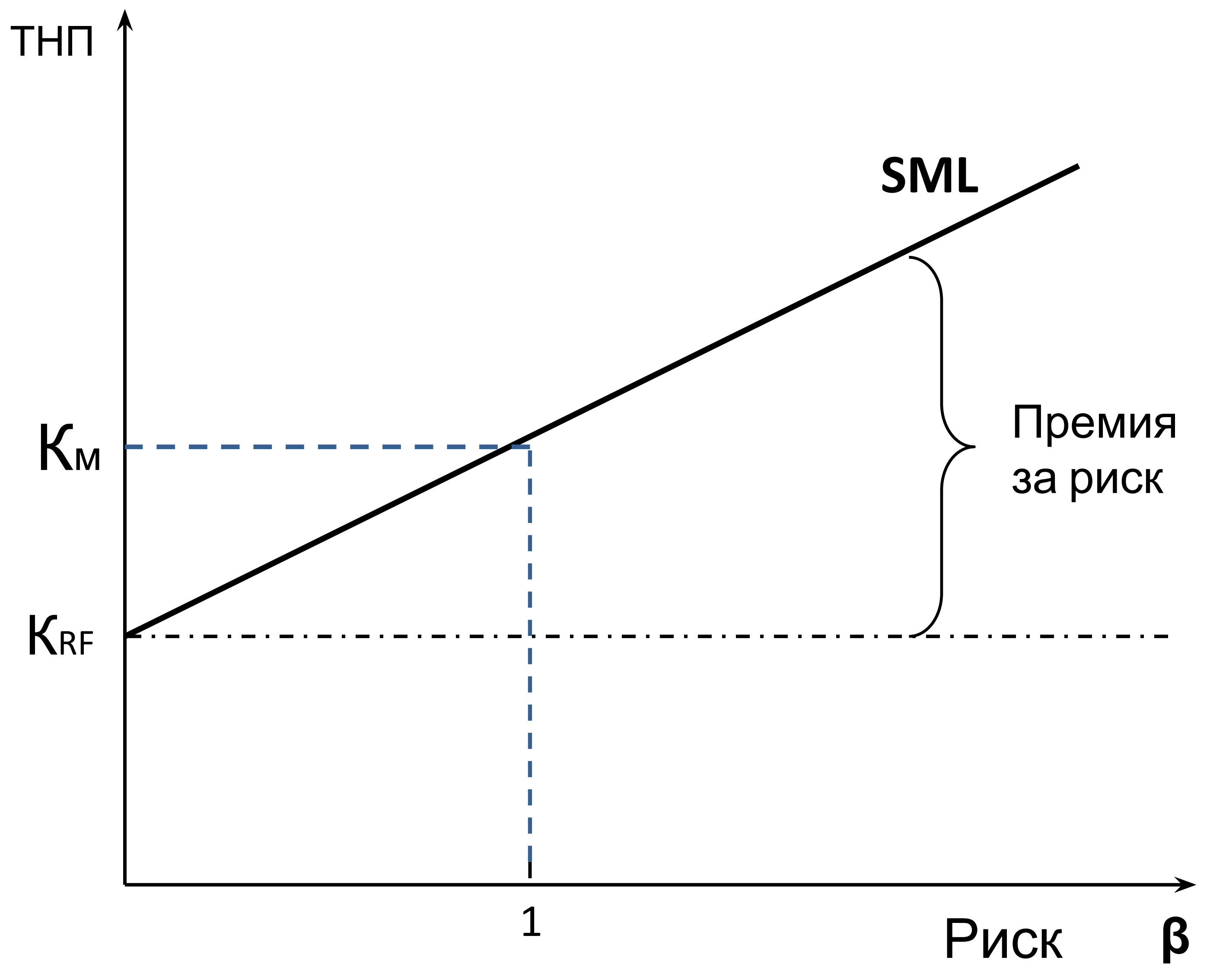
5. Все активы могут бесконечно дробиться и являются абсолютно ликвидными.

6. Общее количество активов на рынке является фиксированным в пределах определенного периода времени.

7. Распределение доходности активов является нормальным или близким к нормальному.

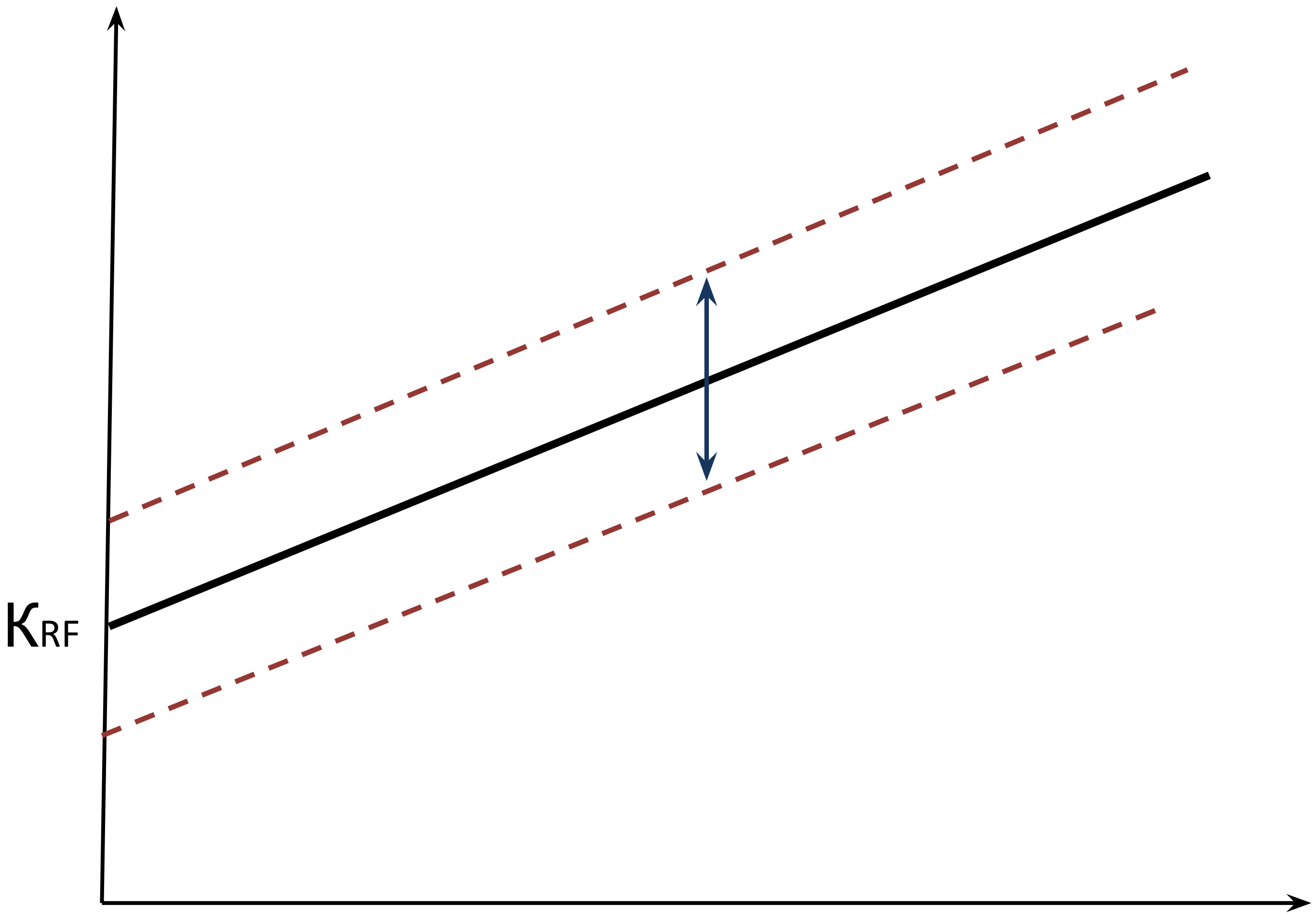
8. Все рынки находятся в равновесии, и ни один участник самостоятельно не может повлиять на цену актива.

В соответствии с моделью CAPM на любой момент времени объективно справедлива так называемая Линия рынка ценных бумаг англ. Security Market Line, **SML.** Прямая рынка ценных бумаг выражает попытку выяснить возможную рыночную цену (курсовая стоимость) отдельных ценных бумаг или других рисковых активов, которые входят в состав рыночного портфеля инвестиций.


ТНП
SML
Км
Премия
за риск
КRF
1
Риск
β

Прямая SML под влиянием рыночных изменений непрерывно меняет свое положение .

При изменении безрисковой ставки она перемещается параллельно вверх либо вниз



При изменении рыночной премии за риск прямая SML поворачивается по часовой стрелке (при уменьшении) либо против часовой стрелки (при увеличении).