ТЕХНОПОЛИС

{ Алгоритмы и структуры данных } Структуры данных: динамический массив, стек, очередь, дек, бинарная куча

Нечаев Михаил

Содержание

- Структура данных «Динамический массив»
- Амортизированное время работы
    - Метод предоплаты
    - Метод потенциалов
- Однонаправленные, двунаправленные списки
    - Поиск, добавление элементов, слияние списков
- Абстрактные типы данных
    - «Стек»
        - Амортизированное время работы
    - «Очередь»
    - «Дек»
    - Способы реализации
- Структура данных «Двоичная куча»
    - АТД «Очередь с приоритетом»

Структура данных

Структура данных (англ. data structure) — программная единица, позволяющая хранить и обрабатывать множество однотипных и/или логически связанных данных

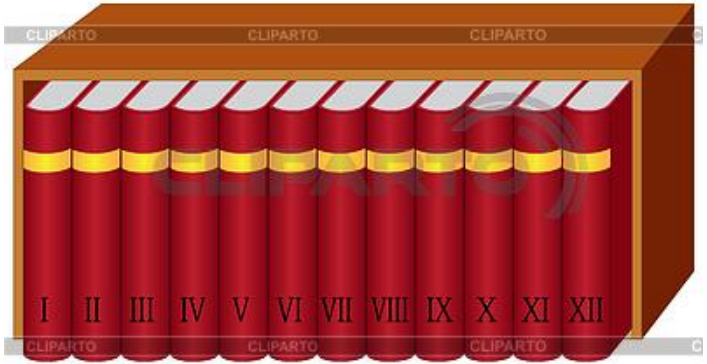
Абстрактный тип данных

Абстрактный тип данных (АТД) — это множество объектов, определяемое списком операций, применимых к этим объектам, и их свойств. Вся внутренняя структура такого типа инкапсулирована. Абстрактный тип данных определяет набор функций, независимых от конкретной реализации типа, для оперирования его значениями.
Конкретные реализации АТД называются структурами данных.

Массив

Тип или структура данных в виде набора компонентов (элементов массива), расположенных в памяти непосредственно друг за другом.

При этом доступ к отдельным элементам массива осуществляется с помощью индексации, то есть через ссылку на массив с указанием номера (индекса) нужного элемента. За счёт этого, в отличие от списка, массив является структурой данных, пригодной для осуществления произвольного доступа к её ячейкам

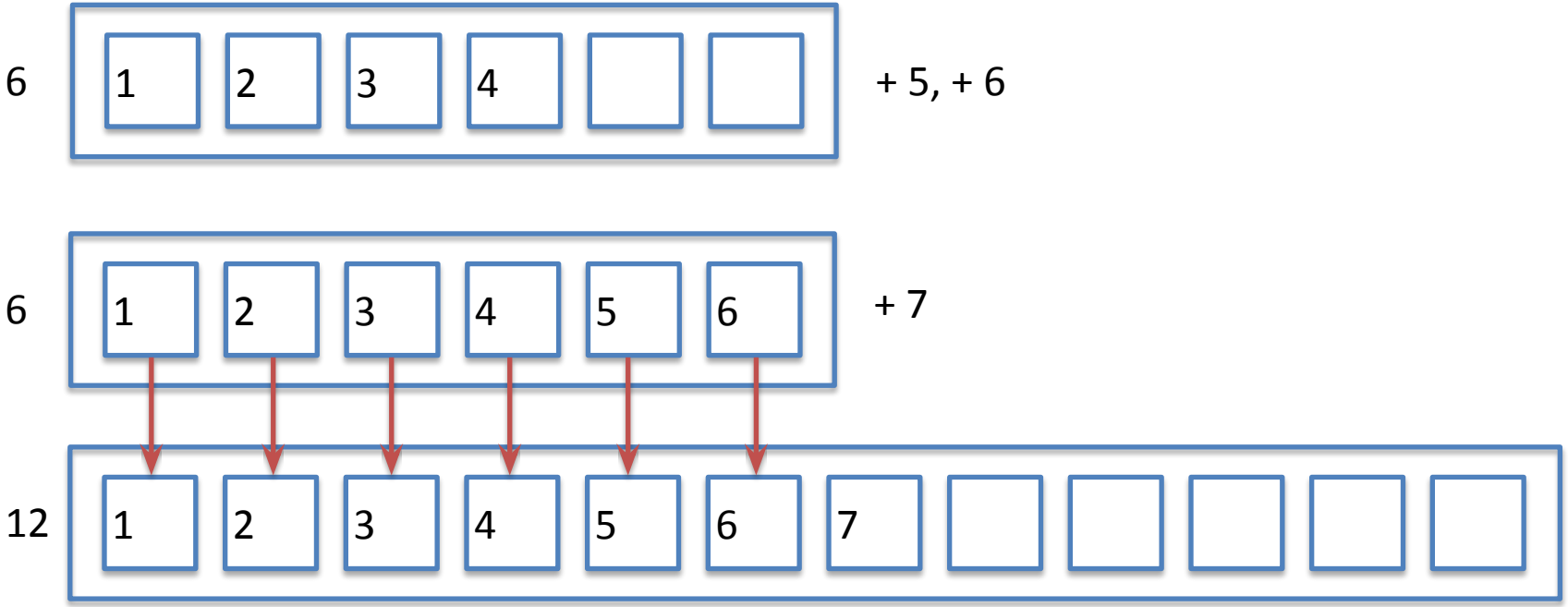


Динамический массив

Массив — набор однотипных переменных с доступом по индексу.

Динамический массив — массив (буффер), изменяющий свой размер в зависимости от количества элементов.

Динамический массив



Операции

— Добавления элемента в конец

— Доступ к элементу по индексу

— Изменение элемента по индексу

— Удаление последнего элемента

— Получение размера

Пример реализации

...

Время добавления/удаления элемента

O(1) — в лучшем случае

O(n) — в худшем случае

А сколько в среднем случае?

Уменьшение в два раза, если в 4 раза больше элементов

Амортизационный анализ

Метод подсчета времени, которое необходимо для последовательности операций над структурой данных.

Проводится анализ средней производительности в худшем случае, усредняя время по всем операциям.

Зачем?

Например, чтобы показать, что хотя существуют «дорогие» операции, то после усреднения по всем возможным операциям, средняя стоимость может быть низкой, из-за редкого выполнения «дорогой» операции.

Оценка не учитывает вероятности

Средняя амортизационная стоимость операций

$S = \sum t_i / n$

$t_1, t_2, \ldots, t_n$ — время выполнения операций 1, 2, … n, совершённых над структурой данных

Для подсчёта используются следующие методы

1. Метод усреднения (по формуле выше)
2. Метод потенциалов
3. Метод предоплаты

Метод предоплаты

Использование X времени равносильно использованию X монет (плата за операцию)

У каждой операции своя стоимость (может быть больше или меньше реальной)

Для доказательство оценки строим учётные стоимости, что для каждой операции они составляли O(f(n,m))

Тогда $S = \sum t_i / n = n * O(f(n,m)) / n = O(f(n,m))$

Метод потенциалов

Φ — потенциал текущего состояния структура данных

Φ0, Φ1, … Φi

i-a операция стоит = si = ti + Φi - Φ(i - 1)

n — количество операций, m — размер СД
S = O(f(n,m)), если
1) ∀ i : si = O(f(n,m))
2) ∀ i : Φi = O(n * f(n,m))

Время работы динамического массива

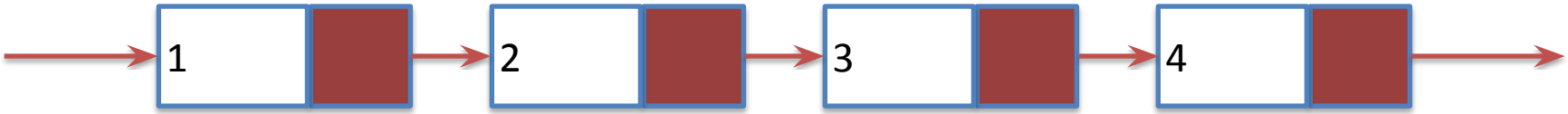
— Метод предоплаты

— Метод потенциалов

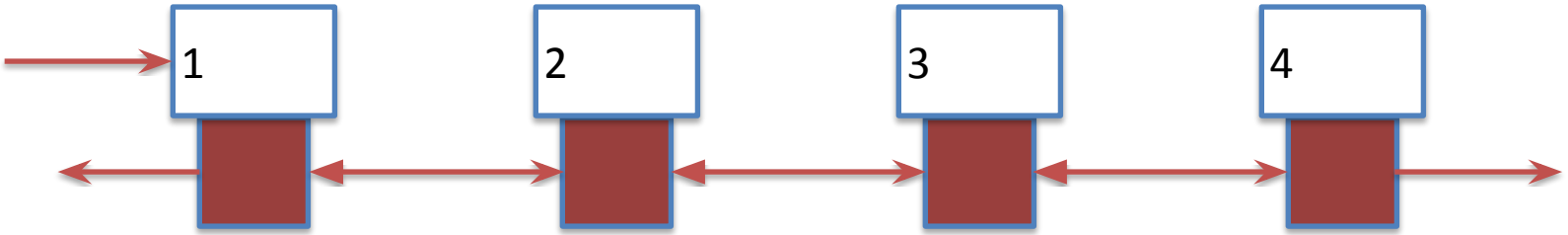
Связный список

Динамическая структура данных, имеющая помимо своих собственных элементов, ссылки на следующий и/или предыдущий элемент списка

Односвязный список



Двусвязный список



Операции

— Поиск элемента

— Вставка элемента

— Удаление элемента

— Объединение списков

— Получение размера

Пример реализации

...

Преимущества и недостатки

— Быстрая вставка элемента в любое место, при наличии указателя
— Быстрое удаление элемента, при наличии указателя
— Элементы в памяти находятся «разреженно»

— Долгий поиск нужного элемента
— Дополнительная память на ссылки
— Элементы в памяти находятся «разреженно»

АТД Стек

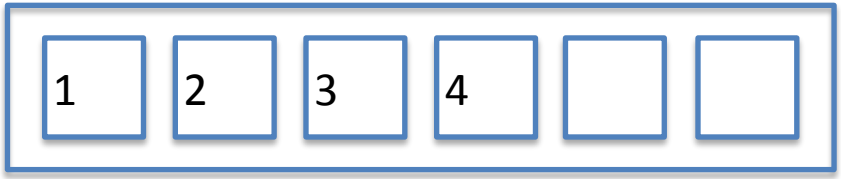
Абстрактный тип данных (или структура данных), работающий по принципу LIFO — Last In, First Out

Операции

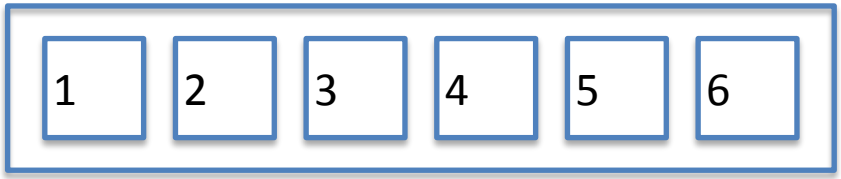
— Вставка (Push)

— Извлечение (Pop)

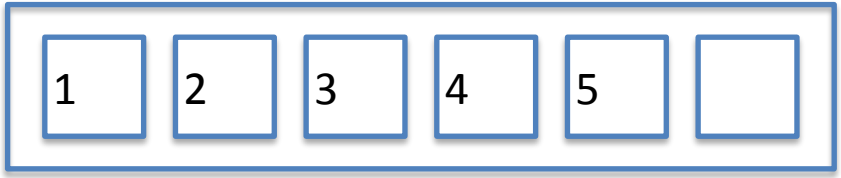
Динамический массив



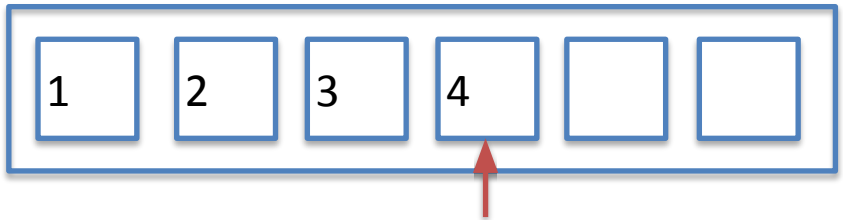
Push(5), Push(6)



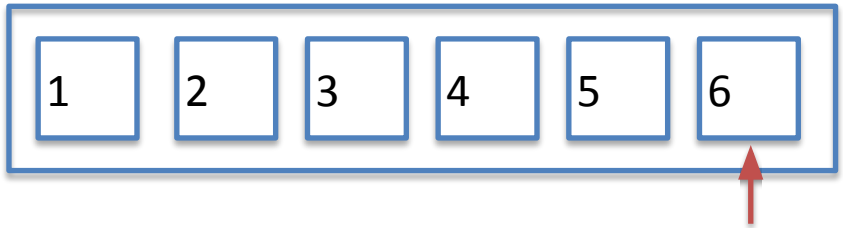
Pop()



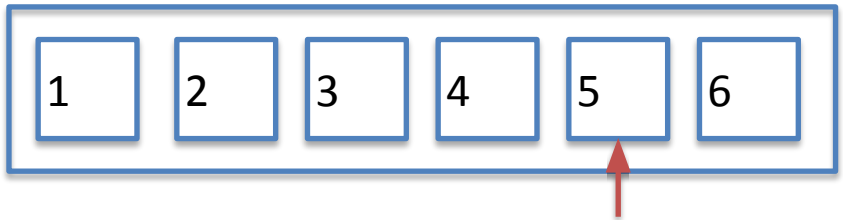
На (динамическом) массиве



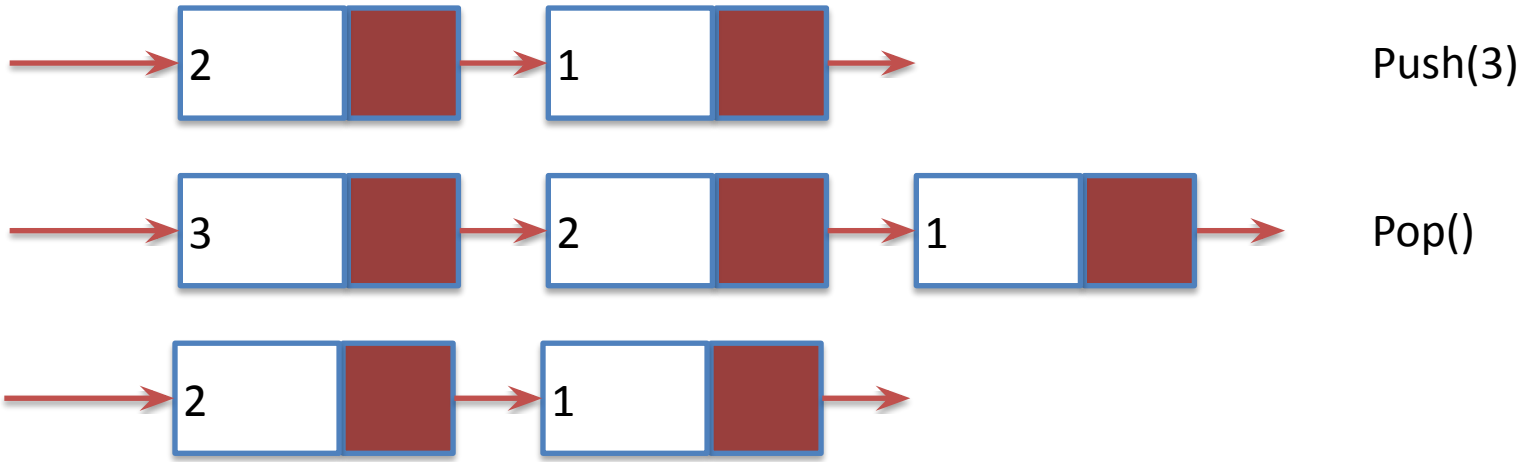
Push(5), Push(6)



Pop()



На списке



Пример реализации

...

Время Push/Pop?

Push — O(1)

Pop
O(1) — в лучшем случае
O(n) — в худшем случае

А сколько в среднем случае?

АТД Очередь

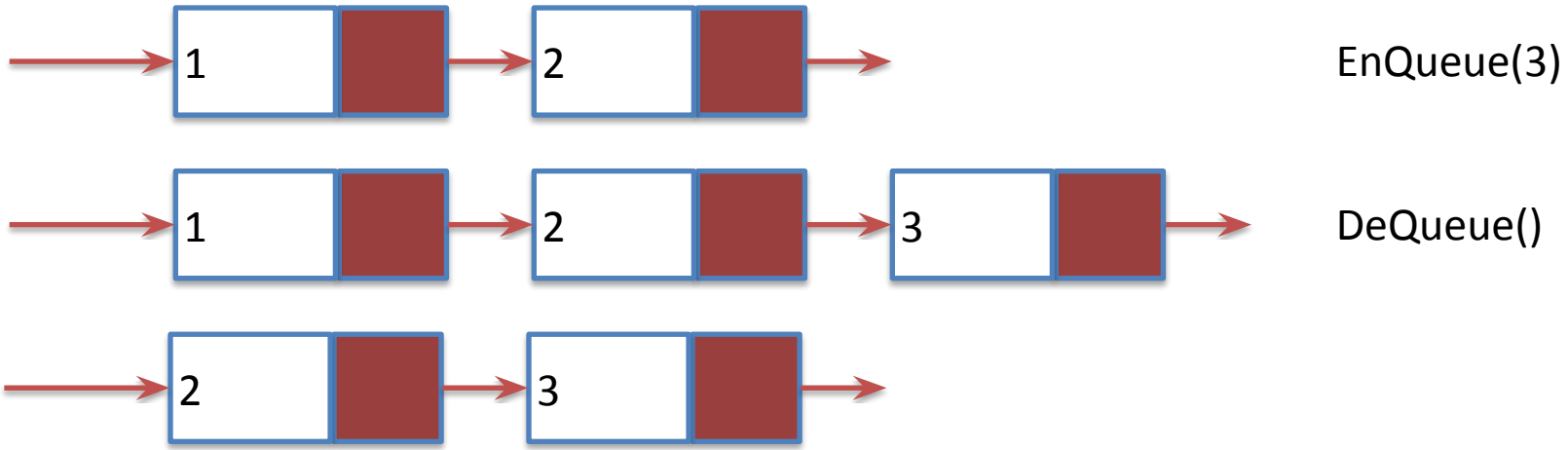
Абстрактный тип данных (или структура данных), работающий по принципу FIFO — First In, First Out

Операции

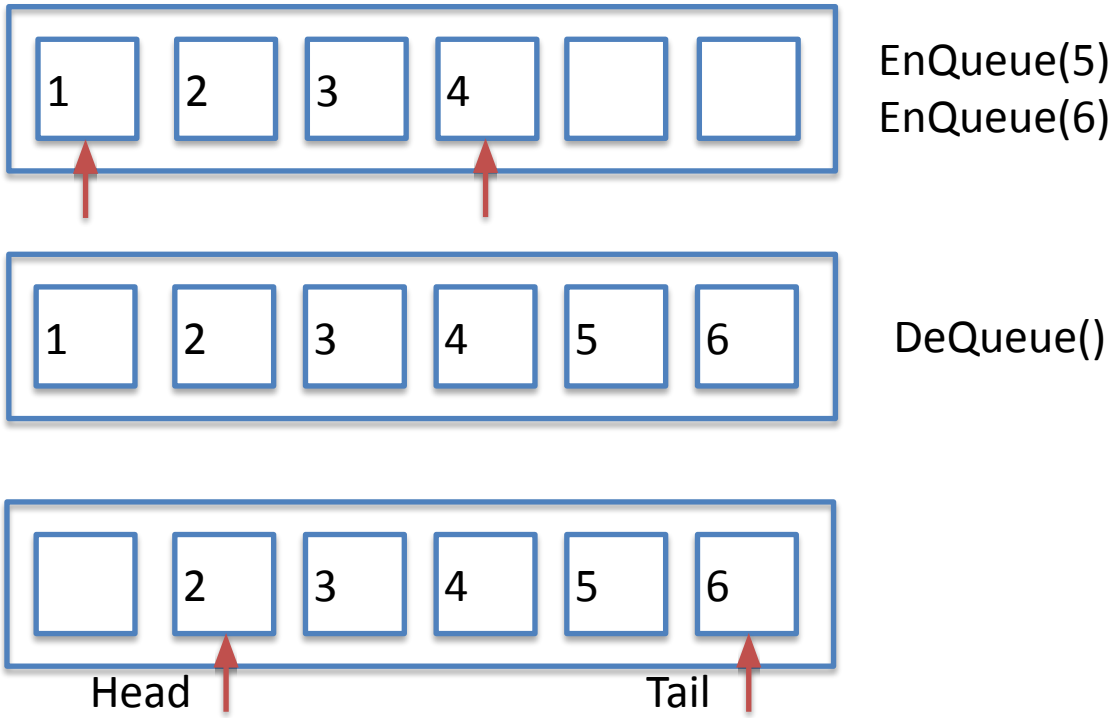
— Вставка (EnQueue)

— Извлечение (DeQueue)

Очередь



На (динамическом) массиве



АТД Дэк

Абстрактный тип данных (или структура данных), работающий по принципу FIFO и LIFO

Можно добавлять и удалять элементы и в начале и в конце

Операции

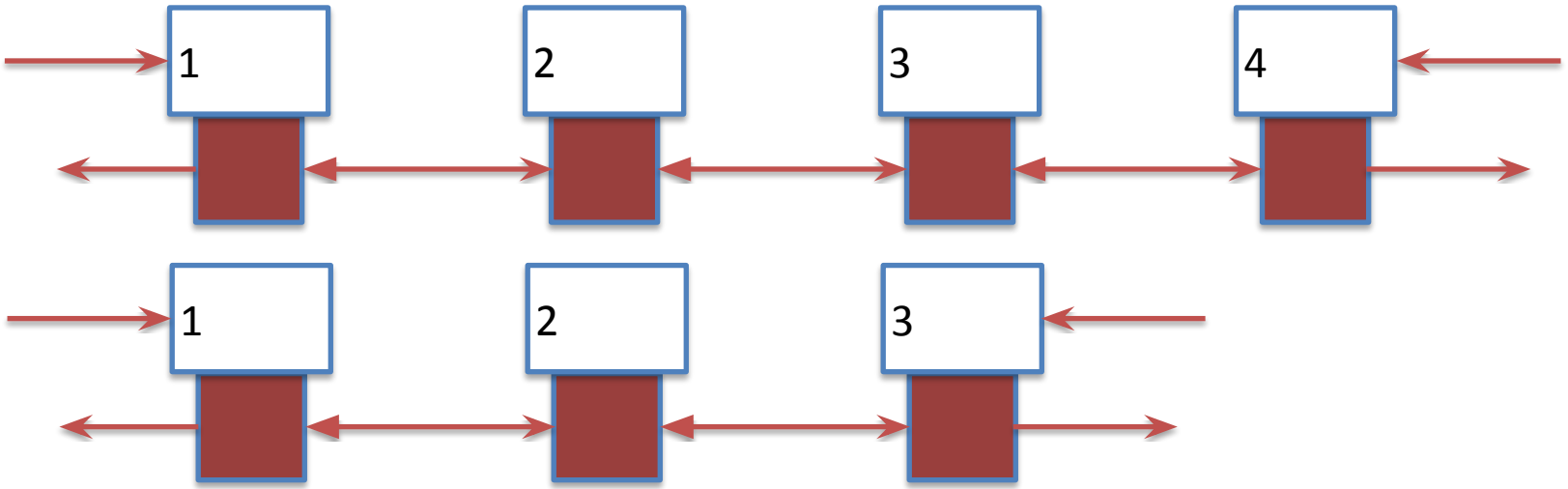
— Вставка в начало (PushFront)

— Вставка в конец (PushBack)

— Извлечение из начала (PopFront)

— Извлечение из конца (PopBack)

Дэк



Пример реализации

...

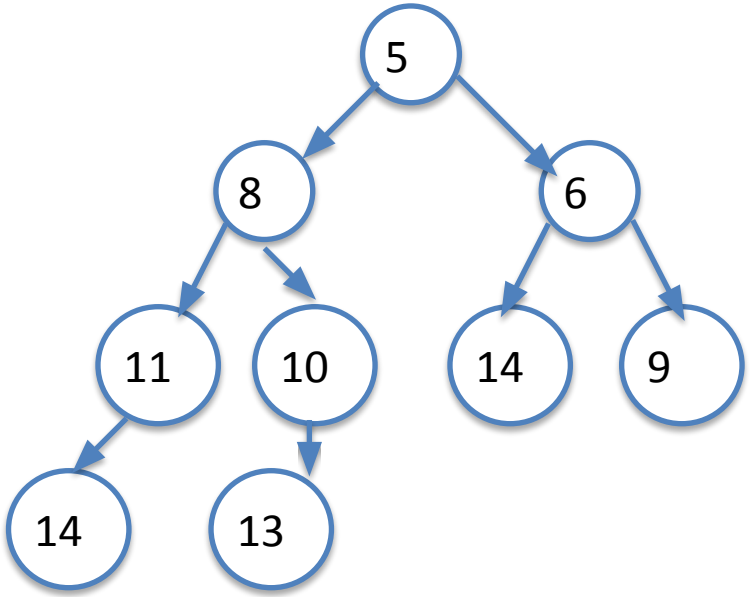
Двоичная куча

Двоичный подвешенный [связный ациклический граф — дерево],
для которого выполнены условия:

1 — Значение в любой вершине ≤ (≥) значений детей
2 — На i-ом слое, кроме последнего 2^i вершин,
где слои нумеруются с нуля
3 — Последний слой заполняется слева направо
(может быть неполным)

Двоичная куча

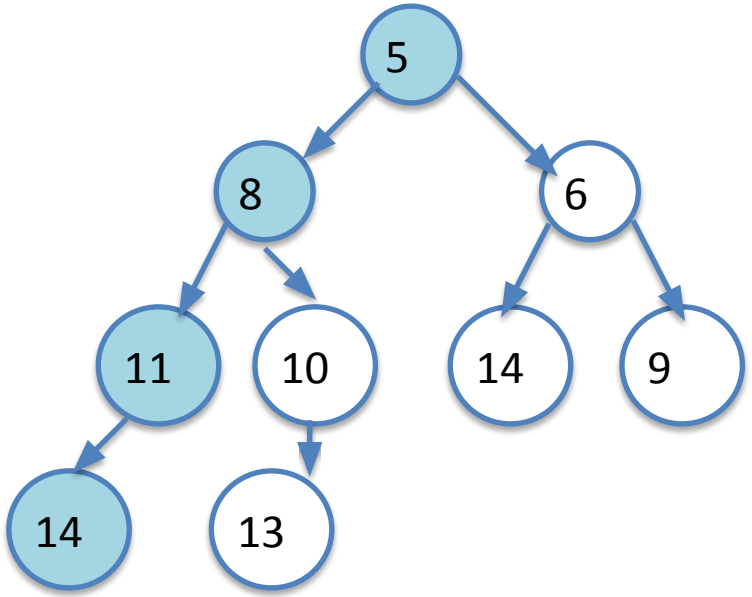
Глубина O(log(n))



Удобно хранить в массиве

a[0] — корень
а дети a[i] - a[2i + 2] и a[2i + 1]

0	1	2	3	4	5	6	7	8
5	8	6	11	10	14	9	14	13



Восстановление свойств

После изменение элемента в куче, она может перестать удовлетворять условиям кучи.
Для поддержания свойств, есть:

— siftDown (просеивание вниз)
Спуск элемента, который меньше детей

— siftUp (просеивание вверх)
Подъём элемента, который больше родителей

siftDown

Изменили элемент
Если его значение стало больше, то используем siftDown

Если элемент меньше детей — OK
Иначе меняем элемент с наименьшим из его сыновей
+ siftDown для сына

Время работы O(log n)

siftUp

Изменили элемент
Если его значение стало меньше, то используем siftUp

Если элемент больше родителя — OK
Иначе меняем элемент с отцом
+ siftUp для сына

Время работы O(log n)

Извлечение минимального элемента

Элемент в корне :)
> Получаем значение корня

+ Восстанавливаем кучу
1. Берём последний элемент
2. Ставим на место корня
3. siftDown(0)

Время работы O(log n)

Добавление элемента

Вставляем элемент в конец

\+ Восстанавливаем кучу
siftUp(elementIndex)

Время работы O(log n)

Построение кучи [1]

Вход — неупорядоченный массив данных

1. Первый элемент кладём в корень
2. Второй и последующие — в конец кучи
3. Запускаем siftUp для каждого добавленного

Время работы O(n * log(n))

Построение кучи [2]

Вход — неупорядоченный массив данных

1. Представим что наш массив — это дерево
2. Запустим siftDown от всех вершин с детьми, начиная с предпоследнего слоя, так как листы уже «упорядочены»

До siftDown — поддерево упорядочено
После siftDown — поддерево и вершина упорядочены

Время работы O(n)

Построение кучи [2]

Доказательство времени работы

...

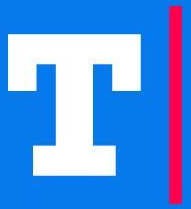
АТД Очередь с приоритетом

Абстрактный тип данных (или структура данных),
с операциями:

1 — Добавить элемент с приоритетом
2 — Достать элемент с наименьшим (наивысшим) приоритетом
3 — Посмотреть элемент на вершине

На двоичной куче

1 — Добавить элемент с приоритетом
O(log n)
2 — Достать элемент с наименьшим (наивысшим) приоритетом
O(log n)
3 — Посмотреть элемент на вершине
O(1)



Спасибо за внимание!

mikhail.nechaev@corp.mail.ru