Основы оптимизации перевозочного процесса

Методы маршрутизации перевозок грузов

Определение кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети

- Транспортная сеть образуется *вершинами и звеньями сети.*
- *Вершинами транспортной сети* являются точки на местности наиболее важные для определения расстояний или маршрутов движения автомобилей. Связь между вершинами с указанием расстояния между ними образуется *звеньями сети*.
- *Транспортная сеть* считается *заданной*, если определены ее вершины, звенья и их длина.

Определение кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети

- При определении кратчайших расстояний «методом потенциалов» используется следующий алгоритм:

– начальной точке сети, за которую может быть принята любая из точек, присваивается потенциал, равный нулю v_i=0.

– определяются потенциалы соседних с начальной точкой вершин сети

$$\nu_j = \nu_i + l_{ij}$$

где v_i – потенциал предшествующей вершины;

l_{ij} – длина звена, соединяющего вершины i и j.

Определение кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети

- из всех полученных потенциалов выбирается наименьший, который проставляется у соответствующей вершины, а звено (i – j) отмечается стрелкой;
- решение продолжается до тех пор, пока всем вершинам сети не будут присвоены потенциалы.

Величина потенциалов у соответствующих вершин показывает кратчайшее расстояние от выбранного начального пункта до данного пункта. Звенья со стрелками образуют кратчайший маршрут движения от начального пункта до всех остальных.

Определение кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети

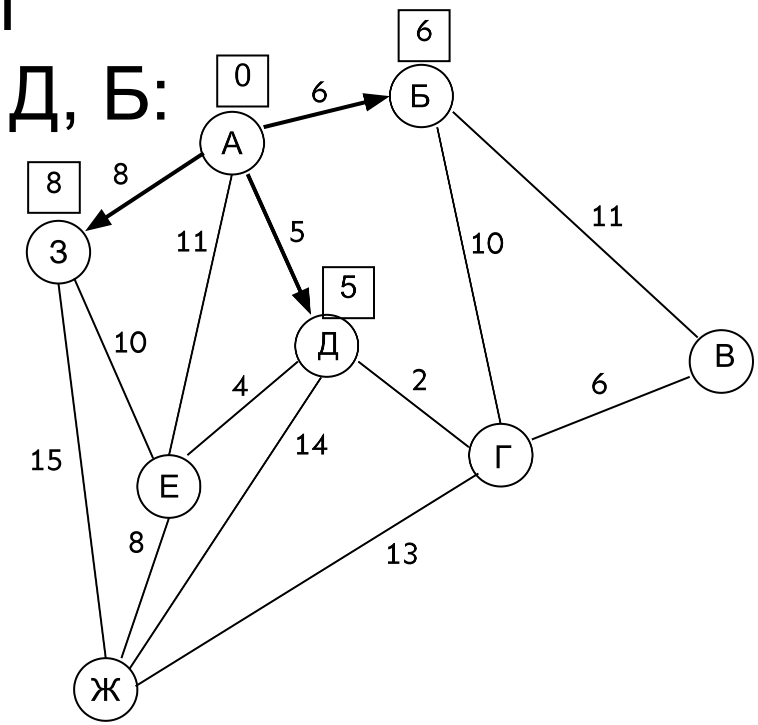
Для транспортной сети начальной точке А присваивается нулевой потенциал, после чего определяются потенциалы соседних с ней точек З, Е, Д, Б:

$v_З = v_А + \ell_{АЗ} = 0+8=8;$

$v_Е = v_А + \ell_{АЕ} = 0+11=11;$

$v_Д = v_А + \ell_{АД} = 0+5=5;$

$v_Б = v_А + \ell_{АБ} = 0+6=6.$



Определение кратчайших расстояний между пунктами транспортной сети

Из вычисленных потенциалов наименьший имеет точка Д, поэтому ей присваивается потенциал 5, который проставляется около вершины в квадрате, а ветвь АД отмечается стрелкой. Вершина Д из дальнейшего рассмотрения исключается, поэтому соответствующие потенциалы зачеркиваются.

На следующем этапе определяются потенциалы вершин, соседних с вершиной Д:

$v_{Е} = v_{Д}+\ell_{ДЕ} = 5+8=13;$

$v_{Ж} = v_{Д}+\ell_{ДЖ} = 0+11=11;$

$v_{Г} = v_{Д}+\ell_{ДГ} = 0+8=8.$

Из всех рассчитанных потенциалов наименьший имеет вершина Б; ей присваивается потенциал 6 и стрелкой отмечается наименьшее расстояния от вершины А. Вершина Б из дальнейшего рассмотрения исключается, поэтому соответствующие потенциалы зачеркиваются.

Транспортная задача и методы ее решения

- В пунктах A_1, A_2, … A_n имеется однородный груз в объемах a_i единиц. Этот груз необходимо доставить в пункты потребления B_1, B_2, … B_m в количестве b_j единиц. Известны расстояния (стоимость) перевозок c_{ij} между всеми пунктами отправления и получения груза.

Требуется построить такой план перевозок, при котором потребность в грузе всех пунктов потребления будет удовлетворена, весь груз из пунктов отправления будет вывезен и при этом будет обеспечен минимум транспортной работы, что соответствует достижению наименьшего среднего расстояния перевозок груза.

Транспортная задача и методы ее решения

- Экономико-математическая модель транспортной задачи

$$\left.\begin{aligned}\sum_i x_{ij} &= a_i, \quad (i = 1, 2, \ldots n)\\ \sum_j x_{ij} &= b_j, \quad (j = 1, 2, \ldots m)\\ \sum_i a_i &= \sum_j b_j;\end{aligned}\right\} \quad x_{ij} \geq 0$$

$$\sum_i \sum_j c_{ij} \cdot x_{ij} \to \min$$

i - количество поставщиков;

j - количество потребителей;

a_i - ограничения по предложению;

Транспортная задача и методы ее решения

где b_j - ограничения по спросу;

c_{ij} - элементы целевой матрицы;

x_{ij} - объем корреспонденции между пунктами i и j.

При решении транспортной задачи распределительным методом используется следующая методика:

- на основании исходных данных составляется матрица распределительного метода;

Транспортная задача и методы ее решения

Грузообразующие пункты	Грузопоглощающие пункты				Итого по вывозу, т
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	16	6	10	4	400
A_2	8	2	12	14	600
A_3	2	18	8	6	1000
Итого по ввозу, т	200	400	800	600	2000

Транспортная задача и методы ее решения

- составляется первый допустимый план перевозок. Ячейки содержащие объем перевозок называются *загруженными. Количество загруженных клеток всегда должно равняться величине i+j-1.* Если количество загруженных клеток менее чем i+j-1, то недостающее количество клеток получается путем загрузки соответствующего количества свободных клеток нулями *(нулевые загрузки).* Клетка, в которой проставлена нулевая загрузка, считается загруженной.

Транспортная задача и методы ее решения

Грузообразующие пункты	Грузопоглощающие пункты				Итого по вывозу, т
	B_1	B_2	B_3	B_4	
A_1	16 200	6 200	10	4	400
A_2	8	2 200	12 400	14	600
A_3	2	18	8 400	6 600	1000
Итого по ввозу, т	200	400	800	600	2000

Транспортная задача и методы ее решения

– определяются специальные цифровые индексы (потенциалы)

Потенциалы загруженных ячеек

$$U_i + V_j + \boxtimes_{ij} = 0$$

Потенциалы незагруженных ячеек

$$U_i + V_j + \boxtimes_{ij}$$

Транспортная задача и методы ее решения

Грузообразующие пункты	Грузопоглощающие пункты				Итого по вывозу, т	Потенциалы
	B_1	B_2	B_3	B_4		
A_1	16 200	6 200	-6 10	-10 4	400	-16
A_2	-4 8	2 200	12 400	4 14	600	-12
A_3	-6 2	20 18	8 400	6 600	1000	-8
Итого по ввозу, т	200	400	800	600	2000	
Потенциалы	0	+10	0	+2		

Транспортная задача и методы ее решения

- полученное решение (план перевозок) проверяется на оптимальность;

При решении задачи на минимум оптимальный вариант получается в том случае, когда во всех загруженных клетках стоят нулевые потенциалы, а потенциалы всех свободных клеток являются положительными величинами. Наличие свободных клеток с отрицательными значениями потенциалов говорит об имеющихся резервах, использовав которые можно получить лучший вариант решения.

Транспортная задача и методы ее решения

Если решается задача на максимум, то оптимальный вариант получается в случае, когда во всех загруженных клетках стоят нулевые потенциалы, а потенциалы всех свободных клеток являются отрицательными величинами.

- В случае, если оптимальное решение не достигнуто, производится перераспределение грузопотоков;

Транспортная задача и методы ее решения

Перераспределение загрузок клеток начинается с определения наиболее потенциальной *незагруженной ячейки*. Для этой клетки строится "контур" − замкнутая ломаная линия, состоящая из прямых горизонтальных и вертикальных отрезков, пересекающихся под прямым углом, соединяющих эту клетку с другими загруженными клетками. После этого всем узлам контура попеременно, начиная с выбранной *незагруженной ячейки*, присваивается положительный (+) и отрицательный (−) знаки.

Транспортная задача и методы ее решения

Грузообразующие пункты	Грузопоглощающие пункты				Итого по вывозу, т	Потенциалы
	B_1	B_2	B_3	B_4		
A_1	16 200	6 – 200	-6 10	-10 4 +	400	-16
A_2	-4 8	2 + 200	12 – 400	4 14	600	-12
A_3	-6 2	20 18	8 + 400	6 – 600	1000	-8
Итого по ввозу, т	200	400	800	600	2000	
Потенциалы	0	+10	0	+2		

Транспортная задача и методы ее решения

Количество перераспределяемого груза определяет *наименьший объем груза, стоящий в углах контура с отрицательным знаком*. Количество груза, указанное в этой ячейке, отнимается из всех клеток со знаком минус и прибавляется во все клетки со знаком плюс. При этом общая сумма в столбцах остается прежней, а изменяется лишь перераспределение груза среди потребителей.

Транспортная задача и методы ее решения

– полученное новое решение проверяется на оптимальность. Если решение улучшить нельзя, оно считается оптимальным.

Транспортная задача с дополнительными условиями

- В случае, когда у грузоотправителей имеются излишки груза, которые никому не ввозится (спрос меньше предложения) решается **транспортная задача с распределением резерва**:
  - в матрицу распределительного метода вводится *фиктивный столбец* с ограничением по спросу равным разности между суммами фактических величин спроса и предложения.

Транспортная задача с дополнительными условиями

- поскольку излишек груза никуда не вывозится, то в углах клеток столбца ставятся нули;
- дальше задача решается обычным путем по алгоритму распределительного метода, рассматривая фиктивный столбец, как еще один потребитель груза.

- Аналогично решается задача, в случае когда спрос превышает предложение. Для недостающего объема груза вводится *фиктивная строка*.

Транспортная задача с дополнительными условиями

- В случае, когда в силу каких-то причин невозможно удовлетворить спрос потребителя B_j поставками из A_i, то есть на корреспонденцию из A_i в B_j налагается запрет – **запрещение корреспонденции**.
- Чтобы решить задачу, достаточно вместо реального элемента целевой матрицы, стоящего в клетке A_iB_j, поставить очень большую величину M, которая больше любого элемента целевой матрицы, имеющегося в данной задаче.

Транспортная задача с дополнительными условиями

- **Обязательная, или директивная, корреспонденция** означает обязательность поставки из точки A_i в точку B_j части или всего объема материалов, имеющихся в A_i. В этом случае величина обязательной поставки вычитается из суммы спроса B_j и суммы ограничения A_i и при решении задачи не учитывается.
- При подсчете окончательного значения грузооборота обязательный объем прибавляется к полученному оптимальному объему грузооборота.

Транспортная задача с дополнительными условиями

- При **распределении грузопотоков взаимозаменяемых ресурсов** планирование грузопотоков производится после, того как их объем с помощью переводных коэффициентов будет выражен в условных единицах, которые будут выражать ограничения по спросу и предложению. После этого задача решается обычным способом